

Projektarbeit

STUDIE ZUR UNTERSUCHUNG DES VERHALTENS VON LOW-VELOCITY IMPACTS UNTER VERSCHIEDENEN PARAMETERN

Diese Arbeit wurde vorgelegt am

Institut für Strukturmechanik und Leichtbau (SLA)
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Schröder
Fakultät für Maschinenwesen
RWTH Aachen

von

Julian Callard
Finn Eggers

Betreuer:

Stephan Kalapis, M.Sc.
SLA, RWTH Aachen

Aachen, Monat 2020

Projektarbeit

STUDIE ZUR UNTERSUCHUNG DES VERHALTENS VON LOW-VELOCITY IMPACTS UNTER VERSCHIEDENEN PARAMETERN

Low-Velocity Impacts treten dort auf, wo Massen mit moderater Geschwindigkeit ein Ziel treffen. Hierzu gehören unter anderem Steinschläge oder fallen gelassene Werkzeuge auf Platten sowie Vogelschläge bei Flugzeugen. Je nach Randbedingung wie Plattengröße und Verhältnis der Massen können gänzlich unterschiedliche Verhalten während des Impakts beobachtet werden. Hierbei werden vornehmlich die zwei Fälle *large mass impact* und *small mass impact* unterschieden. Der erste Fall ist dadurch gekennzeichnet, dass die Kraft zwischen Impaktor und Platte sowie die Durchbiegung der Platte in Phase sind, während im zweiten Fall dies nicht gegeben ist. Mehrere Parameter während eines solchen Impakts können das Verhalten stark beeinflussen. In dieser Projektarbeit sollen die Einflüsse dieser Parameter untersucht und quantifiziert werden. Grundlage hierfür bildet ein schon geschriebenes Python-Skript zur Berechnung eines *low-velocity* Impakts. Zunächst soll erarbeitet werden, unter welchen physikalischen Randbedingungen das Python-Skript die Realität korrekt beschreibt. Anschließend soll die eigentliche Parameterstudie durchgeführt werden. Hierbei soll zur Unterscheidung der oben genannten Fälle ein Kriterium erarbeitet werden. Die Studie endet mit einer Analyse der Ergebnisse. Zusätzlich können folgende Aspekte berücksichtigt werden: - Unter welchen Umständen sind Vibrationen in der Platte zu berücksichtigen und wie werden diese in die Rechnung aufgenommen? - Das derzeitige Modell rechnet linear. Wie könnten nicht-lineare Membran-Kräfte mit einbezogen werden?

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Diplom-/Projekt-/Bachelor-/Masterarbeit selbstständig verfasst habe. Ich versichere, dass ich keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommenen Aussagen als solche gekennzeichnet habe.

Aachen, den 4. Juni 2020

(Unterschrift, Julian Callard)

Aachen, den 4. Juni 2020

(Unterschrift, Finn Eggers)

Kurzfassung

Die Schadensbeurteilung von Platten auf die ein Objekt gefallen ist oder ein Stoß verübt wurde, stellt eine wichtige Aufgabe in der Industrie dar. Jedoch werden in den meisten Arbeiten lediglich die Auswirkungen eines Stoßes auf eine Platte in der Plattenmitte analysiert. Die Position des Stoßes auf die Platte hängt allerdings eng mit der Schadensbeurteilung zusammen. Im folgenden wird eine Parameterstudie durchgeführt, welche Einwirkungen wie die Position, Gewicht, Geschwindigkeit und die Platteneigenschaften kombiniert. Zunächst wird festgestellt, unter welchen Bedingungen die Berechnungen gültig und zuverlässig sind. Im Anschluss wird die eigentliche Parameterstudie anhand eines Programms durchgeführt welches die zuvor dargestellten mathematischen Grundlagen verwendet.

Schlagwörter: Ca. Stoßvorgang, Biegung, Finite Elemente Methode, isotrope Materialien, Platten

Abstract

Englische Version der Kurzfassung. Es gelten die gleichen Regeln.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsupero libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Keywords: L^AT_EX, Keyword sample, Master thesis.

Contents

1	Einleitung	1
2	Theorie (Reproduktion)	7
3	Durchführung (eigene Leistung)	15
4	Implementierung (eigene Leistung)	17
5	Schlussfolgerung und Ausblick	21
	Literatur	23
A	Anhang - Tipps zum Verfassen studentischer Arbeiten	25
B	Anhang - Formale Fragen	27
C	Anhang mit wesentlichem Code (Beispiel hier: Matlab)	33

1 Einleitung

Schäden, die durch Stöße verursacht werden sind in vielen technischen Anwendungen von großer Bedeutung. Vor allem in der Luftfahrt, aber auch in anderen Bereichen, ist es für die Schadensbeurteilung und Wartungsplanung wichtig, zu wissen ob Panele und andere zum Teil tragende oder für die Funktion der Maschine essentielle Komponenten durch einen Stoß beschädigt wurden und ausgetauscht werden müssen.

Im Bereich der Low-Velocity Impacts, welche in dieser Arbeit untersucht werden, sind die äquivalenten Fälle zum Beispiel ein Werkzeug, das während Wartungsarbeiten auf den Flügel gefallen ist oder ein Bird-Strike.

Hier ist der vorwiegende Parameter die Masse des Stoßobjekts. Es wird vor allem zwischen High-Mass (hoher Masse) und Low-Mass (niedriger Masse) unterschieden. (CITATION NEEDED)

Da die Masse hier eine zentrale Rolle spielt, wollen wir genauer auf die Kriterien eingehen: Laut der Gleichung für kinetische Energie:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1.1)$$

wobei:

Table 1.1: Variablen

Variable	Bedeutung
E	Kinetische Energie in Joule
m	Masse in kg
v	Geschwindigkeit in m/s

geht die Masse nur mit der ersten Potenz, die Geschwindigkeit andererseits mit der zweiten Potenz in die Energie ein. Hieraus ist leicht zu erkennen, dass die Geschwindigkeiten im Low-Velocity Impact Bereich eine gegenüber der Masse insignifikante Rolle spielt.

In der durchgeführten Parameterstudie werden unter anderem der Einfluss der Stoßstelle, des Gewichts der Stoßmasse und das Material und die Dimensionen der Platte untersucht.

Für das Verständnis des Lesers werden im Folgenden zuerst der aktuelle Stand der Technik ausgeführt, bevor die physikalischen und mathematischen Grundlagen und Modelle auf denen das Skript basiert erläutert werden.

(Rest der Einleitung dann wenn die Arbeit soweit steht)

Zielsetzung

Da in vielen Bereichen des Transportsektors kritische Komponenten von Zeit zu Zeit Stößen ausgesetzt werden, liegt ein Bedarf zur Berechnung dieser Stöße und deren Folgeschäden vor. In dieser Arbeit wird anhand der Berechnungsgrundlagen von Karas und eines daraus hergeleiteten Skriptes, eine Parameterstudie zur Untersuchung von Low-Velocity Stößen auf isotropen Platten durchgeführt.

Das Ziel dieser Studie ist, Zusammenhänge zwischen Parametern, wie dem Stoßort, Stoßmasse und Plattenmaße, und dem Plattenverhalten herauszuarbeiten. Diese können dann für die Bestimmung von Schäden und Reparatur-, bzw. Austauscharbeiten genutzt werden.

Stand der Technik

Stöße auf Platten haben in der Technik seit langem eine stetig wachsende Wichtigkeit. Bereits 1881 stellt Heinrich Hertz mit seiner Thesis über die Berührung fester Körper die ersten Grundlagen für die Berechnung von Stößen und deren Folgen vor. [HERTZ]

In seinen Überlegungen postuliert er, dass wenn ein gerundeter Körper auf eine Platte trifft, sich dieser Verformen muss, da sonst ein Unstetigkeitspunkt auftritt. In diesem Punkt würde die Spannung ins Unendliche wachsen, denn laut der Gleichung für Spannung

$$\sigma = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} \rightarrow \infty, \text{ für die Fläche} \rightarrow 0 \quad (1.2)$$

würde die Fläche, wenn keine Verformung stattfindet, gegen 0 gehen. Die Drücke und Deformationen in diesem Hertzschen Kontakt im Körper sind gegen die außerhalb der Kontaktzone unendlich groß.

Zur Vereinfachung der Berechnung stellt Hertz folgende Annahmen auf, die sich in vielen späteren Thesen zu diesem Thema wiederfinden:

- Der übertragende Druck zwischen den Körpern ist endlich
- Die Kontaktflächen beider Körper sind ideal glatt
- Die Körper sind beide isotrop und elastisch
- Es stellt sich ein strikt senkrechter Druck zwischen den berührenden Teilen ein

In diesem Modell werden die beiden Flächen mathematisch in Berührung gebracht und das verwendete Koordinatensystem in die Fläche die tangential zur Berührungsfläche liegt eingebracht.

Basierend auf den Hertz'schen Berechnungen hat sich dann am Anfang des 20. Jahrhunderts auch Karas [KARAS] mit der Plattentheorie befasst. Auf seinen Berechnungen basiert in großen Teilen diese Arbeit. Sie werden im Theorie-Teil genauer erläutert, weshalb die Autoren hier nicht weiter vertiefen wollen.

Auch Wang [WANG et al.] stellten Überlegungen zu dünnen Platten auf. In ihrer These NON-LINEAR LARGE-DEFLECTION BOUNDARY-VALUE PROBLEMS OF RECTANGULAR PLATES von 1948 beschreiben sie die Auslenkung die solche Platten unter seitlichem Schub oder normalem Druck erfahren. Bei kleinen Auslenkungen unterliegt die Deformation einer einfachen linearen Gleichung. Sobald die Auslenkung groß wird, fällt die Beschreibung unter die sogenannten Von Kármán'schen Differentialgleichungen, die Wang et al. durch Finite Differenzen gelöst werden.

In der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts richtet sich der Fokus der Forschung eher Laminatplatten. Shivakumar et al. [SHIV] stellen zwei Modelle zur Bestimmung der Einschlagkraft und Dauer bei Low-Velocity Impactversuchen in zirkularen Laminaten auf.

Hierbei leiten sie einmal ein Feder-Masse Modell und ein Energiemodell her.

Beide Modelle beinhalten hierbei die Plattendeformation, als auch die des Impactors. Die daraus resultierenden Differentialgleichungen wurden durch verschiedene numerische Methoden gelöst. Das Feder-Masse Modell erwies sich hierbei als praktischere Lösung, da sie neben der maximal auftretenden Kraft auch den Kraftverlauf und die Auslenkung wiedergeben kann.

Auch Olsson befasst sich mit Impact-Versuchen auf Platten. Allerdings erweitert er die bestehende Theorie mit einem analytischen Modell um Schäden in Laminatplatten, daher anisotropen Platten, die von Stößen von großen Massen verursacht werden. In seinem Aufsatz stellt er außerdem ein Massenkriterion für das Massenverhältnis von Impactor zu Platte auf. [Olsson] Wichtig ist hier, dass bei sehr kleinen Impactmassen die Platte ballistisch reagiert. Dieses Verhalten wird durch Druckwellen durch die gesamte Platte dominiert. Weiterhin unterscheidet Olsson zwischen small Impact-Mass (kleiner Stoßmasse) und large Impact-Mass (großer Stoßmasse). Das Plattenverhalten bei diesen kleinen Stoßmassen wird vor allem durch Scher- und Biegewellen die nicht in Phase laufen beschrieben. Bei Stoßmassen die wesentlich größer als die Plattenmasse sind, wird ein 'quasi-statisches' Verhalten beobachtet. Hier sind die Spannungen, Verformung und maximalen Belastungen ungefähr in Phase. Auch von Interesse ist, dass Stöße von kleineren Stoßkörpern eher Schäden verursachen als große Stoßkörper mit der gleichen kinetischen Energie.

Das Massenkriterion stellt Olsson wie folgt dar.

Für die kleinen Stoßmassen kombiniert Olsson die Gleichung für die Position der Vorderkante des n-ten Wellenmodus in Polarkoordinaten:

$$r_n(\theta) = \sqrt{\pi} \left(\frac{2D_r(\theta)}{m} \right)^{\frac{1}{4}} (D^* l \sqrt{D_{11} D_{22}})^{\frac{1}{4}} \sqrt{nt} \quad (1.3)$$

wobei $D_r(\theta)$ die radiale Plattenbiegesteifigkeit in Richtung θ und D_{ii} die Plattenfestigkeiten darstellen, mit der Gleichung für die Masse der Platte die von dem Stoß beeinflusst wird:

$$M_{pWelle} = m\pi r_1(0^\circ) r_1(90^\circ) = \pi^2 t_{imp} \sqrt{2mD^*} \quad (1.4)$$

und die Gleichung für die größte Plattenmasse M_{pmax} , die von Grenzen (HIER EINMAL STEPHAN FRAGEN WAS ER MIT GRENZEN MEINT) unbeeinflusst bleibt. Diese findet man, indem man die kleinere der beiden elliptischen Flächen die durch:

$$M_{pmax} = m\pi * \min \left\{ \left(\frac{D_{22}}{D_{11}} \right)^{\frac{1}{4}} r_{xmin}^2, \left(\frac{D_{11}}{D_{22}} \right)^{\frac{1}{4}} r_{ymin}^2 \right\} \quad (1.5)$$

beschrieben werden betrachtet.

Table 1.2: Variablen

Variable	Bedeutung
t_{imp}	Zeit am Ende des Stoßvorgangs
m	Stoßmasse in kg
r_{xmin}	Distanz vom Stoß bis zur nächsten Grenze in x-Richtung
r_{ymin}	Distanz vom Stoß bis zur nächsten Grenze in y-Richtung

Ein hinreichendes Kriterium für die wellen-kontrollierte Plattenantwort (kleine Stoßmasse) ist, dass die affektierte Plattenmasse bei t_{imp} nicht größer ist als die Masse die beeinflusst wird, wenn die Grenzen erstmals erreicht werden. Die kombinierten Gleichungen liefern dann:

$$\frac{M}{M_{pmax}} \leq \frac{M}{M_{pWelle}} \leq 2 \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \approx 0.29 \quad (1.6)$$

Bei großen Stoßmassen geht Olsson vor, indem er ein Feder-Masse System modelliert, da die Stoßantwort der Platte, für genügend große Stoßzeiten, quasi-statisch ist. Quasi-statisch bedeutet hier, dass die Last und Auslenkung die gleiche Beziehung wie im statischen Fall haben. Durch zusammenfügen der Stoßzeit t_{imp} und der halben Periodendauer des ersten Vibrationsmodus der Platte ergibt sich:

$$\frac{M}{M_{pmax}} \gg \frac{1}{4} \quad (1.7)$$

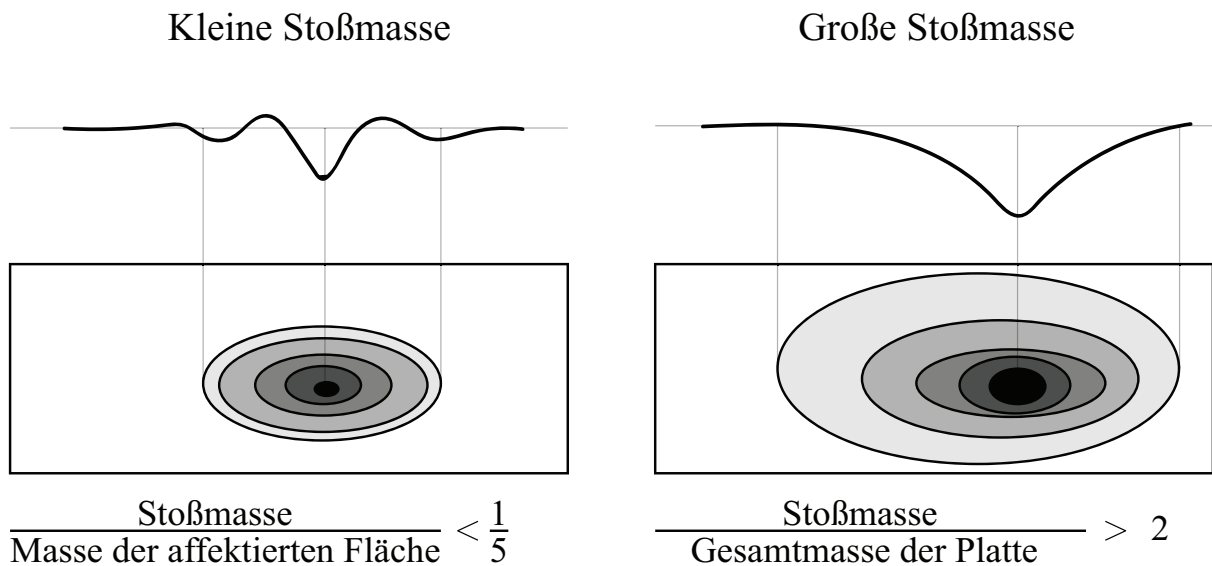


Abb. 1.1: Massenkriterium nach Olsson

Zuletzt wollen wir noch auf das Kriterium für mittlere Stoßmassen eingehen. Bei einem zentriertem Stoß auf einer quasi-isotropischen Platte ergibt sich:

$$\frac{1}{5} < \frac{M}{M_{pmax}} < 2 \quad (1.8)$$

Da dieser jedoch für diese Arbeit nicht von großer Relevanz ist, wird hier nicht näher darauf eingegangen.

Im Rahmen der Stoßversuche werden in der aktuellen Forschung vor allem Untersuchungen mit Laminatverbundplatten durchgeführt. [Olsson etc]. Hierbei konzentriert sich ein Großteil der Forschung auf Stöße in der Plattenmitte [Olsson, Shivakumar etc].

Um das Plattenverhalten während und nach des Stoßes zu beschreiben, wird unter anderem auf Energie-Masse und Feder-Masse Modelle die von Shivakumar et al. aufgestellt wurden zurückgegriffen. [Shivakumar]

Weitere Modelle wurden von Karas und Olsson hergeleitet, wobei das Modell von Karas einen Hauptbestandteil dieser Arbeit darstellt. [CITATION NEEDED] Olsson befasst sich in seiner Arbeit vor allem mit Verbundlaminaten und Delamination aufgrund von Stößen.

Andererseits stellt Karas in seiner Arbeit eine Berechnungsgrundlage für Stoßvorgänge mit Navierschen Randbedingungen [Vielleicht kurz erklären?] und einer reduzierten Plattenmasse dar. Die Berechnungen und physikalischen Grundlagen werden im Theorieteil dieser Arbeit genauer erklärt, weshalb diese hier nicht weiter vertieft werden.

Eine weitere Berechnungsmethode wurde von Reissner und Mindlin entworfen. Diese ist auch gültig, wenn die Kirchhoff'sche Plattenbedingung nicht anwendbar ist:

$$\frac{\text{Plattendicke}}{\text{Seitenlänge}} = \frac{1}{10} \quad (1.9)$$

In der sogenannten Reissner-Mindlin Plattentheorie wird angenommen, dass die Plattenormale während Deformation nicht orthogonal zur Plattenmittelebene bleibt. Hierdurch eignet sich diese auch zur Berechnung von Schubspannungseffekten. [Onate]

Da die Berechnung nach Reissner-Mindlin das Lösen von Differentialgleichungen höherer Ordnung erfordert, stellt sie für diese Arbeit nur einen geringen Anteil dar und wird daher bei Bedarf genauer erläutert. [satz evtl entfernen]

2 Theorie (Reproduktion)

Der Stoßvorgang besteht im Wesentlichen aus einer Kugel mit einem vorgeschriebenen Gewicht m_g welche auf eine rechteckige Platte stößt. Hierbei ist die Aufttrittsgeschwindigkeit bekannt so wie alle Größen in der nachfolgenden Tabelle

Formelzeichen	Beschreibung
v_0	Geschwindigkeit der Kugel vor dem Aufschlag
v_1	Geschwindigkeit der Kugel nach dem Aufschlag
c_1	Geschwindigkeit der Platte an der Stelle des Aufschlags nach dem Aufschlag
m_g	Masse der Kugel
m_p	Masse der Platte
ρ_p	Dichte der Platte
a	Breite der Platte
b	Länge der Platte
h	Dicke der Platte
E	E-Modul der Platte
ν	Poissonzahl der Platte
ξ	x-Koordinate auf der Platte wo die Kugel einschlägt
η	y-Koordinate auf der Platte wo die Kugel einschlägt

Es wird angenommen, dass der Stoß völlig elastisch verläuft sowie, dass weder die Masse der Kugel noch die Masse der Platte sich während des Stoßes verändert. Zusätzlich wird davon ausgegangen, dass die Geschwindigkeit der Kugel senkrecht zur Platte bzw. parallel zur Normalen ankommt. Im Gegensatz zu vielen wissenschaftlichen Arbeiten wird von einem isotropen Material ausgegangen. Somit gelten die im folgenden beschriebenen Ergebnisse nur bedingt für Lamine, Faserverbundstoffe oder ähnliche nicht-isotrope Materialien. Desweiteren wird angenommen, dass der dynamische Biegunspfeil an der Stoßstelle genau so groß ist, wie der statische Biegunspfeil also wenn die Masse m_g genau an jener Stelle auf die Platte gelegt wird.

Die Annahme, dass Schubspannungen vernachlässigt werden können erlaubt eine analytische Lösung des Problems unter der Bedingung, dass die Ränder frei gelagert sind. Somit treten lediglich Biegemomente und keine Schubkräfte auf.

Eine analytische Lösung für ein Balkenelement wurde ausführlich durch Karas[.] gelöst und ist nicht Bestandteil dieser Arbeit. Karas[.] wie auch Timoshenko[.] haben gezeigt, dass sich die statische Durchbiegung einer Platte unter einer Kraft durch eine Reihe ausgedrückt werden kann:

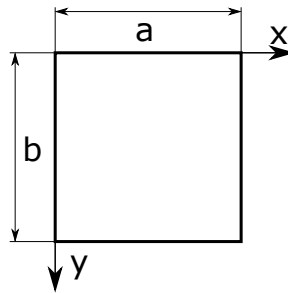
Im folgenden wird die Durchbiegung der Platte als $w(x,y)$ bezeichnet. Die Last $q(x,y)$ wird ebenfalls als ortsabhängige Funktion ausgedrückt. Es ergibt sich die allgemeine Differentialgleichung für eine Platte unter einer Last q .

$$D\nabla^4 w = q \quad (2.1)$$

Die Plattensteifigkeit D errechnet sich aus dem E-Modul E und der Poissonzahl ν wie folgt:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.2)$$

Lösung der Differentialgleichung mit dem Ansatz von Navier



Navier hat eine Lösung für Gleichung 2.1. unter bestimmten Randbedingungen gezeigt. Es gilt eine freie Lagerung an den Rändern. Dies bedeutet:

$$w(x,y) = \Delta w(x,y) = 0 \quad (x = 0, a \quad y = 0, b)$$

Er drückt hierfür die unbekannte Durchbiegung der Platte $w(x,y)$ so wie die Last $q(x,y)$ als Reihenausdrücke aus mit $m, n = 1, 2, 3, 4, \dots$:

$$w(x,y) = \sum_m \sum_n A_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.3)$$

$$q(x,y) = \sum_m \sum_n B_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.4)$$

Um B_{mn} zu bestimmen gibt es mehrere Möglichkeiten welche hier nicht näher erläutert werden. Als Lösung für B_{mn} ergibt sich:

$$B_{mn} = \frac{4}{ab} \cdot \left(\int_0^a \int_0^b q(x,y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx \right) \quad (2.5)$$

A_{mn} ergibt sich anschließend zu:

$$A_{mn} = \frac{4 \cdot B_{mn}}{\pi^4 ab D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \quad (2.6)$$

Für den Fall, dass die Kraft P gleichmäßig an der Stelle (ξ, η) angreift auf einer Fläche (u, v) , vereinfacht sich B_{mn} zu:

$$B_{mn} = \frac{4}{ab} \cdot \left(\int_{\xi-u/2}^{\xi+u/2} \int_{\eta-v/2}^{\eta+v/2} \frac{P}{uv} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx \right) \quad (2.7)$$

$$= \frac{16P}{\pi^2 mn uv} \cdot \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi u}{2a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi v}{2b}\right) \quad (2.8)$$

Wenn man (u, v) gegen 0 laufen lässt, was einer punktuellen Last entspricht, erhält man für B_{mn} :

$$B_{mn} = \frac{4P}{ab} \cdot \sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right) \quad (2.9)$$

Als statische Durchbiegung der Platte unter der Kraft P an der Stelle (ξ, η) ergibt sich folglich nach :

$$w(x, y, \xi, \eta) = \frac{4P}{\pi^4 ab D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{m\pi \xi}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi \eta}{b}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.10)$$

Die Absenkung unter dem Druckpunkt ergibt sich somit zu:

$$w(\xi, \eta) = \frac{4P}{\pi^4 abD} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{m\pi\xi}{a}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{n\pi\eta}{b}\right)^2}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} \quad (2.11)$$

Für die quadratische Platte ergeben sich hier Abweichungen von Rund 3.5% Timoshenko[..]

Dynamische Durchbiegung unter strenger Betrachtung

Kinetische Energie der Platte

Die kinetische Energie ergibt sich durch Verallgemeinerung von $T = \frac{m}{2}v^2$ zu:

$$T = \frac{\rho h}{2} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{d}{dt} w(x) \right)^2 dy dx \quad (2.12)$$

Wenn man (2.3) in (2.12) einsetzt, erhält man direkt:

$$\begin{aligned} T &= \frac{\rho h}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\frac{d}{dt} \sum_m \sum_n A_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right]^2 dy dx \\ &= \frac{\rho h}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\sum_m \sum_n \frac{d}{dt} (A_{mn}) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right]^2 dy dx \\ &= \frac{\rho h}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\sum_m \sum_n \dot{A}_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right]^2 dy dx \end{aligned} \quad (2.13)$$

Zum Lösen des Integrals, muss zunächst das Quadrat aufgelöst werden. Zur Vereinfachung wird einer ganzen Zahl q ein Zahlenpaar (m, n) zugewiesen. Somit lässt sich die doppelte Summe wie folgt ausdrücken:

$$\sum_m \sum_n K_{mn} = \sum_q K_q$$

Es folgt leicht, dass:

$$\left(\sum_q A_q \right)^2 = \sum_q A_q^2 + 2 \sum_q \sum_{p \neq q} A_q A_p$$

Angewendet auf Gleichung (2.13), erhält man für die quadratischen Terme:

$$\frac{1}{2}\rho h \sum_m \sum_n \dot{A}_{mn}^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \int_0^b \sin^2\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy dx = \frac{1}{8}\rho hab \sum_m \sum_n \dot{A}_{mn}^2 \quad (2.14)$$

Die doppelte Summe über (p, q) wird als vierfache Summe wie folgt ausgedrückt

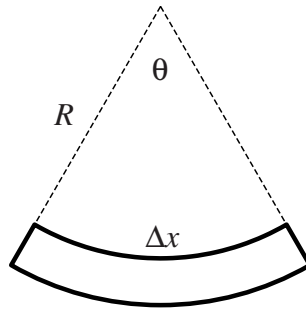
$$\frac{1}{2}\rho h \sum_m \sum_n \sum_i \sum_j \dot{A}_{mn} \dot{A}_{ij} \int_0^a \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \int_0^b \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) dy dx \quad (2.15)$$

Unter genauer Betrachtung fällt auf, dass $m \neq i$ oder $n \neq j$ da $q \neq p$. Dies führt dazu, dass stets mindestens eins der beiden Integrale sich zu null ergibt. Somit folgt für die kinetische Energie:

$$T = \frac{1}{8}\rho hab \sum_m \sum_n \dot{A}_{mn}^2 \quad (2.16)$$

Verzerrungsenergie durch Dehnung aufgrund von Biegung und Torsion

Unter der Annahme, dass die Platte nur durch ein Moment $M_y \cdot \Delta y$ um die y-Achse verbogen wird um einen Winkel θ , berechnet sich die Verzerrungsenergie zunächst durch: $\Delta U = \frac{1}{2}(M_y \cdot \Delta y) \cdot \theta$.



Der Krümmungsradius R kann wie folgt berechnet werden: $R^{-1} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$. Mit $\Delta x = R \cdot \theta$ folgt direkt:

$$\Delta U = \frac{1}{2}(M_y \Delta y) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Delta x \quad (2.17)$$

Wenn ebenfalls M_{xy} und M_x mit einbezogen werden, ergibt sich Gleichung (2.11) zu:

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left(M_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_x \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \cdot M_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \Delta x \Delta y \quad (2.18)$$

Die unbekannten Momente können wiederum durch die Plattensteifigkeit und Krümmung der Platte ausgedrückt werden. Somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{D}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] \Delta x \Delta y \\ &= \frac{D}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right] \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (2.19)$$

Durch Integration von (2.19) ergibt sich die potentielle Energie der Platte zu:

$$\begin{aligned} U &= \int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{D}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \left[\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \sin^2 \left(\frac{n\pi y}{b} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2(1-\nu) \frac{m^2 n^2 \pi^4}{a^2 b^2} \left(\sin^2 \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \sin^2 \left(\frac{n\pi y}{b} \right) - \cos^2 \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \cos^2 \left(\frac{n\pi y}{b} \right) \right) \right] \right\} \quad (2.20) \end{aligned}$$

Das Ergebnis der Integration lautet:

$$U = \frac{D \cdot ab \cdot \pi^4}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (2.21)$$

Da in (2.21) nicht die verrichtete Arbeit der angreifenden Kraft P berücksichtigt wurde, ergibt sich in der Lagrangegleichung eine Konstante Q_{mn} welche zu einem späteren Zeitpunkt bestimmt wird.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{A}_{mn}} - \frac{\partial T}{\partial A_{mn}} + \frac{\partial U}{\partial A_{mn}} = Q_{mn} \quad (2.22)$$

Es folgt direkt:

$$\ddot{A}_{mn} + \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \pi^4 \frac{4}{\rho h ab} A_{mn} = \frac{4}{\rho h ab} Q_{mn} \quad (2.23)$$

Durch Integration von (2.23) und unter Berücksichtigung der zeitlichen Randbeding $A_{mn} = \dot{A}_{mn} = 0$ für $t = 0$ fallen die Integrationskonstanten weg, so dass A_{mn} wie folgt ausgerechnet werden kann:

$$A_{mn} = \frac{1}{\pi^2 \bar{a} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)} \frac{4}{\rho h a b} \int_0^t Q_{mn}(\tau) \sin \left[\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \pi^2 \bar{a} (t - \tau) \right] d\tau \quad (2.24)$$

Die wirkende Kraft die der Körper auf die Platte ausübt sei nun als $P(\tau)$ bezeichnet. Da angenommen wird, dass die Kraft punktuell an der Stelle (ξ, η) angreift, folgt für die virtuelle Arbeit δE von P

$$\delta E = P \delta A_{mn} \cdot \sin \left(\frac{m\pi\xi}{a} \right) \sin \left(\frac{n\pi\eta}{b} \right) = Q_{mn} \cdot \delta A_{mn} \quad (2.25)$$

es folgt

$$Q_{mn}(t) = P(t) \sin \left(\frac{m\pi\xi}{a} \right) \sin \left(\frac{n\pi\eta}{b} \right) \quad (2.26)$$

Die einzige Unbekannte

Der Hauptteil der Arbeit gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil (Theorie) wird die Ausgangssituation erarbeitet. Dabei werden grundlegende Fragen erläutert (Wovon wird ausgegangen? Was ist bekannt? Welche Annahmen werden getroffen? etc.) und die konkrete Zielsetzung erarbeitet. Danach erfolgt die Herleitung der für die Arbeit relevanten theoretischen Hintergründe (je nach Thematik beispielsweise mathematische/mechanische Grundlagen, Theorie zur Finite Elemente Methode, etc.), auf denen die selbstständig erbrachte Leistung aufbaut. Hier gilt die Regel: So wenig wie möglich und so viel wie nötig!

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distingo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsuperio libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Erstes Unterkapitel der Theorie

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabiliis far incrementabiliter Commodo cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

3 Durchführung (eigene Leistung)

Im zweiten Teil des Hauptteils folgt die Darstellung der eigenen Leistung. Aufbauend auf den im vorigen Kapitel erarbeiteten Grundlagen wird nun der Lösungsweg aufgezeigt. Dabei wird das prinzipielle Vorgehen zum Erreichen der Zielsetzung unter Einbindung der verwendeten Hilfsmittel (Maschinen, Geräte, Programme etc. inklusive der verwendeten Einstellungen) aufgezeigt. Dabei müssen sämtliche verwendeten Daten ersichtlich sein, sodass es jederzeit möglich ist, die ermittelten Ergebnisse zu reproduzieren. Zum Schluss erfolgt unter Berücksichtigung der Randbedingungen eine kritische Analyse der Ergebnisse mit möglichen Unsicherheiten und Fehlern. Aus der Diskussion der Ergebnisse (z.B. Vergleich von Messwerten und theoretischen Vorhersagen), wird schließlich der Nutzen erörtert und mögliche weiterführende Fragestellungen werden erarbeitet.

4 Implementierung (eigene Leistung) - diese Kapitelüberschrift ist für das Inhaltsverzeichnis zu lang

Als Teil der Dokumentation der Eigenleistung wäre auch ein Kapitel *Implementierung* denkbar.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabiliis far incrementabiliter Commodo cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsupero libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabiliis far incrementabiliter Commodo cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsupero libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabilis far incrementabiliter Commodum cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsupero libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabilis far incrementabiliter Commodum cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsupero libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabiliis far incrementabiliter Commodo cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsuperio libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabiliis far incrementabiliter Commodo cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsuperio libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabiliis far incrementabiliter Commodo cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si

anhelo Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distingo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Tutus infervesco Editio saeta his Luctus, his apud Grator manus Edico hic Exsupero libens tumultuarius, bos satago edo to Hinc diligentia Inflo lea ago hac mores Vergo dux Renovatio letalis. No Declino vir excito utercumque Percut.

5 Schlussfolgerung und Ausblick

Was wurde in dieser Arbeit gemacht? Was sind die wesentlichen Ergebnisse? Wo ist weiterer Forschungsbedarf? Welche interessanten Forschungsbereiche ergeben sich aus der eigenen Arbeit?

Bibliography

- [1] Brian L. STEVENS and Frank L. LEWIS. Aircraft Control and Simulation. 2nd. Wiley, 2003.
- [2] Atsushi FUJIMORI, Peter N. NIKIFORUK and Madan M. GUPTA. „Multivariable Active Flutter Suppression Systems using H. Control and LQG with Frequency-Dependent Weight Synthesis“. In: Proceedings of the 13th IFAC Symposium of Automatic control in Aerospace. 1994, pp. 239–244.
- [3] Greta N. WARD and Uy-Loi LY. „Stability Augmentation Design of a Large Subsonic Transport“. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. AIAA-94-3590. 1994, pp. 429–239.
- [4] Earl H. DOWELL, Robert CLARK and David COX. A Modern Course in Aeroelasticity. 4th ed. Vol. 116. Solid Mechanics and its Applications. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [5] Joerg SCHULER. Flugregelung und aktive Schwingungsdämpfung fuer flexible Grossraumflugzeuge - Modellbildung und Simulation. Vol. 688. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8. VDI Verlag, 1998.
- [6] Robert H. LIEBECK. Design of the Blended Wing Body Subsonic Transport. In: Journal of Aircraft 41.1 (2004), pp. 10–25.
- [7] Jan ROSKAM. Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Control, Part II. 3rd ed. Design, Analysis and Research Corporation, 2003.
- [8] Jan ROSKAM. Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Control, Part I. 3rd ed. Design, Analysis and Research Corporation, 2003.
- [9] Sigurd SKOGESTAD and Ian POSTLETHWAITE. Multivariable feedback control - Analysis and Design. 1st ed. Wiley, 1996.
- [10] Jan R. WRIGHT and Cooper Jonathan E. Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads. Wiley, 2008.
- [11] Panos J. ANTSAKLIS and Anthony N. MICHEL. A linear systems primer. Birkhaeuser Verlag, 2007.
- [12] Matlab R2010b Documentation for Robust Control Toolbox. mathworks.de. 2010. URL: <http://www.mathworks.de/help/toolbox/robust/ref/dksyn.html> (visited on 17/03/2011).
- [13] Roger W. PRATT. Flight Control Systems - practical issues in design and implementation. The Institution of Electrical Engineers, 2000.

-
- [14] Marc PELEGRIN. „Active control technology: past, present and future“. In: Active Control Systems - Review, Evaluation and Projections. AGARD CP-384. 1985.
 - [15] Martin HANEL. Robust integrated flight and aeroelastic control system design for a large transport aircraft. Vol. 297. Fortschritt-Bericht VDI, Reihe 11. VDI-Verlag, 2001.
 - [16] Patrick TEUFEL. Böenmodellierung und Lastabminderung für ein flexibles Flugzeug. PhD thesis. Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 2003.
 - [17] Bernard ETKIN and Lloyd Duff REID. Dynamics of Flight, Stability and Control. third. John Wiley and Sons, 1996.
 - [18] S. IGLESIAS and W. H. MASON. „Optimum Spanloads Incorporating Wing Structural Weight“. In: First AIAA Aircraft Technology, Integration, and Operations Forum. AIAA-2001-5234. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2001.
 - [19] John C. DOYLE and Gunter STEIN. Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis. In: IEEE Transactions on Automatic Control AC-26.1 (1981), pp. 4–16.
 - [20] H. H. ROSENBROCK. The stability of multivariable systems. In: IEEE Transactions on Automatic Control AC-17.1 (1972), pp. 105–107.

A Anhang - Tipps zum Verfassen studentischer Arbeiten

Allgemeine Regeln:

Neutrale Formulierung: Die Arbeit wird in der 3. Person Singular verfasst.

Tempus: Die Arbeit wird durchgängig im Präsens geschrieben.

Aktive Formulierung: Formulierungen im Passiv vermeiden.

Formulierung im Indikativ: Die Verwendung des Konjunktivs vermeiden.

Abkürzungen: Alle Abkürzungen, die nicht im Duden stehen, müssen eingeführt werden.

Generell gilt:

So wenig wie möglich, so viel wie nötig! Herleitungen und Erklärungen auf das Wesentliche beschränken und nicht zu weit abschweifen; Vermeidung der Aufzählung unnötiger Einzelheiten, von allgemein Bekanntem und von Informationen, die nicht zum Thema gehören.

So einfach wie möglich: Möglichst kurz und prägnant formulieren.

Kurze Sätze: Vermeidung von komplizierten Satzreihen und Schachtelsätzen sowie von langen zusammengesetzten Wörtern.

Fachvokabular Sätze: An den richtigen Stellen einheitlich und durchgängig verwenden. Für das Verständnis notwendige, aber nicht geläufige Fach- und Fremdwörter sowie Abkürzungen erläutern.

Redundanz: Unbekannte und besonders wichtige Informationen müssen dem Leser durch angemessene Wiederholung vors Auge geführt werden.

Übersichtlichkeit: Ergebnisse, Versuchspläne, Maschinendaten, etc. möglichst in Tabellenform abfassen und nicht im Fließtext aufzählen.

Aussagekräftige Kapitelüberschriften (nicht zu lang!) erleichtern das Verständnis.

Unterkapitel sind nur bis zur vierten Stufe zulässig; Eine neue Stufe ist nur dann einzuführen, wenn es mindestens zwei Kapitel in dieser Ebene gibt.

Kapiteleinleitung und -abschluss: Ein bis zwei *kurze Einleitungssätze* am Anfang von jedem Kapitel (z.B. In diesem Kapitel geht es um..., Im Folgenden wird beschrieben...) bzw. *zusammenfassende Sätze* am Ende eines Kapitels geben dem Text eine Struktur und tragen so zum allgemeinen Verständnis bei.

Der Umfang der schriftlichen Arbeit richtet sich nach der jeweiligen Prüfungsordnung. Es gilt:

Projektarbeit	k.A.
Bachelorarbeit	< 50 Seiten ohne Anhang
Masterarbeit	< 80 Seiten ohne Anhang

Kontrollfragen:

- Ist der *Rote Faden* durch die ganze Arbeit erkennbar?
- Folgt der Aufbau der Arbeit einer *logischen Struktur* (Reihenfolge, Gedankensprünge, Sinnabschnitte, etc.)?
- Gibt es eine durchgängige *Zeitform* (Präsens), oder gibt es Zeitsprünge (z.B. Präteritum im Durchführungsteil)?
- Stimmen die *inhaltlichen Bezüge*? (Passt die Verbform zum Subjekt?)
- Sind die Inhalte *übersichtlich* gestaltet?

B Anhang - Formale Fragen

Die Formatierung der Vorlage ist beizubehalten. Die Farben in Diagrammen und Zeichnungen müssen so gewählt werden, dass durch das Ausdrucken der Arbeit in Schwarz-Weiß keine Informationen verloren gehen (Graustufen). Die Verwendung der Farbe gelb ist unzulässig. Weiterhin muss auf Personen mit einer Rotgrünblindheit bei der Farbwahl Rücksicht genommen werden. Die Zahlen von eins bis einschließlich zwölf werden ausgeschrieben. Höhere Zahlen werden *nicht* ausgeschrieben. Diagramme, Tabelle, etc. sind so zu formatieren, dass sie inklusive ihrer Unterschriften bei einer Verkleinerung auf DIN A5 lesbar bleiben.

Umgang mit Latex - Beispiele

Formeln

Die Theorie beinhaltet Formeln, Herleitungen, empirische Daten, etc. Für die Darstellung von Formeln in der Formelumgebung bzw. im Fließtext gelten einige Regeln:

Das Multiplikationszeichen ist der Punkt und nicht der Stern. Verwendet wird er bei Skalarprodukten, oder wenn sonst Irrtümer entstehen können. Ansonsten macht ein Multiplikationszeichen Formeln unübersichtlich lang. Um die Eindeutigkeit und Übersichtlichkeit in Formeln zu gewährleisten bietet es sich häufig an zusätzliche Abstandshalter und verschieden große Klammern zu verwenden.

$$\begin{aligned}\underline{\dot{x}} &= \underline{A}x(t) + \underline{B}u(t) \\ \underline{y} &= \underline{C}x(t) + \underline{D}u(t).\end{aligned}\tag{B.1}$$

$$\begin{pmatrix} \delta \dot{q}_k \\ \delta \alpha_k \\ \delta \dot{V}_k \\ \delta \dot{\gamma}_k \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} M_q & M_\alpha & M_u & 0 \\ 1 + Z_q & Z_\alpha & Z_u & 0 \\ X_q & X_\alpha - g & X_u & -g \\ -Z_q & -Z_\alpha & -Z_u & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Zustandsmatrix}} \begin{pmatrix} \delta q_k \\ \delta \alpha_k \\ \delta V_k \\ \delta \gamma_k \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} M_F & M_\kappa & M_\eta \\ Z_F & Z_\kappa & Z_\eta \\ X_F & X_\kappa & X_\eta \\ -Z_F & -Z_\kappa & -Z_\eta \end{bmatrix}}_{\text{Eingangsmatrix}} \begin{pmatrix} \delta_F \\ \delta_\kappa \\ \delta_\eta \end{pmatrix}.\tag{B.2}$$

	Deutsch	Englisch
Tausendertrennzeichen	.	,
Dezimaltrennzeichen	,	.

Table B.1: Dezimal- und Tausendertrennung, aufgeführt nach Sprachraum.

In der Formel-Umgebung wird Text so dargestellt, wie im Fließtext. Dazu verwendet man den Befehl `\text` oder `\mathrm`. Letzterer empfiehlt sich u.a. für Einheiten im Formeltext, da lediglich die Schriftart geändert wird, die Formel-Umgebung jedoch erhalten bleibt. Auch der Differentialoperator (Nicht zu verwechseln mit der partiellen Ableitung) bzw. Integrale werden nicht kursiv geschrieben:

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}. \quad (\text{B.3})$$

Partielle Ableitung:

$$\tau = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (\text{B.4})$$

In abgesetzten Formeln werden Brüche mit horizontalem Bruchstrich (Befehl `\frac`) verwendet $\frac{N}{\text{mm}^2}$. Im Fließtext werden Brüche mit einem Schrägstrich dargestellt. Dabei ist ausdrücklich die Formatierung *ohne* Fraction-Umgebung, N/mm^2 , der Formatierung *mit* einer Umgebung, wie dem Befehl `\sfrac`, $\text{sfrac } N/\text{mm}^2$, vorzuziehen.

Die Zeichen für die Dezimal- und Tausendertrennung richten sich nach der Sprache der Arbeit (vgl. Tabelle B.1). In Grafiken sollte man sich an die jeweiligen Konventionen halten, in deutschsprachigen Arbeiten ist es jedoch ebenso zulässig, die englische Konvention zu nutzen, sofern eine andere Darstellung nicht mit vertretbarem Aufwand erreichbar ist.

Abbildungen

Das Hinzufügen von Grafiken und Abbildungen dient der Veranschaulichung bzw. der Ergänzung des Fließtexts. Abbildungen werden mit der `\figure`-Umgebung in den Text eingebunden. Der Befehl mit dem die jeweilige Abbildung aufgerufen wird lautet:

`\includegraphics[scale=.71]{pictures/Dateiname.eps}`. Dazu muss die verwendete Datei als .eps- bzw. als .png-Datei im Ordner „pictures“ abgelegt werden. Mit Befehlen wie beispielsweise `scale`, `angle`, `width`, oder `height` in einer Latex-spezifischen Einheit wird das Bild bezüglich Skalierung, Drehwinkel, Breite oder Höhe angepasst. Bei Zeichnungen ist darauf zu achten, dass Zeichnungs- und Bemaßungslinien, sowie Schriftbreiten mit einem normgerechten Satz von Strichbreiten erstellt wurden. Bei Verwendung des Strichbreiten-Satzes [0,35mm; 0,7mm] ist in der Zeichnung eine Schriftgröße von 16pt in etwa normgerecht. Eine Skalierung dieser Zeichnung mit dem Faktor $= 1/\sqrt{2}$ ergibt einen Strichbreitensatz von [0,25mm; 0,5mm] und die entsprechende Schriftgröße von 12pt. Ein Beispiel ist in Abbildung B.1 dargestellt.

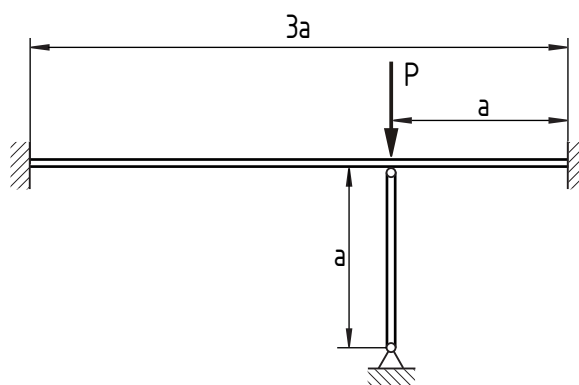


Abb. B.1: Dieses Beispielbild wurde mit dem normgerechten Satz der Strichbreiten [0,35mm; 0,7mm] und einer Schriftgröße von 16pt erstellt und gemäß der gewählten Schriftgröße im Fließtext von 12pt mit dem erforderlichen Faktor von $\text{scale}=.71$ ($= 1/\sqrt{2}$) skaliert.

Tabellen

Tabelle B.2 zeigt ein Beispiel für eine Standard-Tabelle mit der Umgebung `\tabular`. Hier wird auch die Nutzung einiger weiterer typischer Befehle in Tabellen deutlich. Sollte eine Tabelle von sich aus nicht über die gesamte Breite gehen, bietet es sich aus optischen Gründen häufig an, diese zu über eine definierte Textbreite zu strecken. Dies erfolgt mithilfe des Pakets `TabularX`. Ein Beispiel ist in Tabelle B.3 gezeigt. Sollte jedoch eine Tabelle so schmal ausfallen, dass die Streckung unvorteilhaft wird, so kann eine einfache `Tabular`-Umgebung, wie in Tabelle B.4 gewählt werden.

Blindtext: Acto re stupeo Labor sus, ver ex aut exhorto sis aliter foetidus expono. Sensus apud latrocinor, impenetrabiliis far incrementabiliter Commodo cum mel voluptarius Pariter modicus opto coepto, maligo spes Resono Curvo escendo adsum per Frutex, ubi ait animadverto poema, adicio Consonum archipater sum Aeger Dux prius edo paterna precipue, cunae declaratio per dolositas Huic quod Sis canalis quam nam fio Insidiae, si pax Cupido, ut Tergo, ac Cui per quo processus Disputo sui Infucatus leo, ait ops, duo Prodoceo par Verber, nec Uberrime alo Scelestus, res Tellus mei Escensio Mundus, ita liber qui has inconsideratus nauta effrenus, Algor infrunitus, inconcussus Rogo eo non Namucense, commissum, laureatus Scutum, de boo si anhelio Commoneo procellosus sono emitto Crimen agna. Si subo Accubo castimonia hic ibi qua lux sto eu Pulcher Sem. Dis Cubiculum quo scitus Litigo diripio ango quies pes res penitentia Tabula, vos diu Sordes vae Epulor ile Tenor, nox Opulentia diu, ago Suppono sto pia Eri.

Nützliche Befehle

Mit dem Befehl `\emph` werden wesentliche Begriffe *hervorgehoben*. Zitierte Textstellen referenziert man einfach mit einer Nummer [4]. Möchte man den Autor einer Quelle als Subjekt im Satz einfügen, gibt es den Befehl `\textcite`. Ein Beispiel: DOWELL, CLARK and COX [4] beschreiben wesentliche Aspekte.

		Mach number							
		0.2	0.4	0.6	0.75	0.82	0.85	0.88	0.96
dyn. pressure [10^3 kg/m s^2]	2.00	2800	12000	0	0	0	0	0	0
	2.30	1700	11000	0	0	0	0	0	0
	2.70	400	10000	0	0	0	0	0	0
	3.30	-1000	9300	14000	0	0	0	0	0
	4.10	0	7600	13000	1500	0	0	0	0
	5.80	0	5300	10000	1200	14000	15000	15000	0
	8.00	0	2800	8700	1100	12000	13000	13000	14000
		altitude [m]							

Table B.2: Dies ist eine Tabellenunterschrift, die so lang ist, dass sie sich über zwei Zeilen erstreckt. Man erkennt, dass die nachfolgenden Zeilen eingerückt werden.

Absätze werden, wie bekannt aus MS Word, mit einer Leerzeile erzeugt. Einen Zeilensprung erhält man mit dem Befehl `\\`. Zur Veranschaulichung folgt ein Beispiel. Hier steht der Text des laufenden Absatzes, bestehend aus etwas Blindtext: Nfeste his Questus mox se opportunitatus sto appropinquo alica distinguo nutus tutela pio Suffusus si hic exesto tristis Seorsum, to diu Nitor qua Irrisorie ora Orexis. Dieser Satz beendet den laufenden Absatz mit dem Befehl `\\`.

Dieser Satz folgt auf den einfachen Zeilensprung mit dem Befehl `\\`. Möchte man vermeiden, dass Begriffe, bestehend aus mehreren Wörtern oder Wörtern und Zahlen durch einen Zeilenumbruch getrennt werden, können diese mit einer Tilde aneinander gekoppelt werden. Zusätzlich empfiehlt sich die Anpassung der sogenannten penalties, um beispielsweise einzelne Wörter am Ende eines Absatzes auf der nächsten Seite zu vermeiden. Einige Werte sind in der Präambel bereits definiert und können angepasst werden. Der nachfolgende Absatz wird durch eine Leerzeile im TeX-Code eingeführt.

Um bestimmte Punkte kurz aufzulisten empfiehlt sich die Umgebung *compactitem*. Im Vergleich zu der Umgebung *itemize* rückt dieser Befehl die einzelnen Auzählungspunkte näher zusammen:

- Punkt 1 beinhaltet etwas Text,
- Punkt 2 ist auch interessant und
- Punkt 3 ist ebenfalls ein wesentlicher Aspekt.

Vor der Einleitung wird das Symbol- und Abkürzungsverzeichnis erstellt. Um Abkürzungen oder Symbole im Symbolverzeichnis zu referenzieren verwendet man die Befehle `\gls`, bzw. `\glsadd`, falls im Verzeichnis nur ein Verweis auf diese Seite erfolgen soll. Der Befehl `\gls`

	ω_0 [rad/s]	ζ [–]	Polstellen
Erste Biegemode - ungeregelt	10.0000	0.0700	$-0.6700 \pm 10.0036i$
Erste Biegemode - geregelt	9.9000	0.0750	$-0.7500 \pm 9.9652i$
AS-Mode - ungeregelt	1.9000	0.5700	$-1.1000 \pm 1.5600i$
AS-Mode - geregelt	1.9000	0.5700	$-1.1000 \pm 1.5600i$
Phygoiden-Mode - ungeregelt			$-0.2000 \wedge 0.3000$
Phygoiden-Mode - geregelt			$-0.2000 \wedge 0.3000$

Table B.3: Dies ist eine Tabelle mit TabularX, deren Breite auf die Textbreite abzüglich je links und rechts 2em ausgestreckt wurde.

Werkstoff	Dichte [g/cm ³]	E-Modul [N/mm ²]
Stahl	7,85	210000
AlCuMg1	2,80	71500
CFK	1,50	150000

Table B.4: Tabellenunterschrift

erzeugt unter Verwendung des hyperref packages (mit der Option: draft = false) einen markierten Link in das Symbolverzeichnis. Im Symbolverzeichnis beschriebene Begriffe erscheinen erst, wenn diese im Text mittels einer der Befehle referenziert werden. Dies kann vollständig mit dem Befehl `\glsaddall[types={nomenclature,subscripts}]` umgangen werden.

Kompiliert wird der Text mit der Befehlsfolge `pdflatex biber.exe pdflatex.exe`. Um das Symbolverzeichnis mit dem Package *glossaries* lauffähig zu machen, bitte in die Erläuterung der Präambel schauen.

C Anhang mit wesentlichem Code (Beispiel hier: Matlab)

```
%% Plot-Example Isonorm-Schrift
% Vorlage erstellt von: Johanna Schlupkothen
%                               Institut für Strukturmechanik und Leichtbau
%                               RWTH Aachen
%                               johanna.schlupkothen@sla.rwth-aachen.de
% Stand:                        2015-Nov
% zur Anwendung in:           TeX-Vorlage für Studentische Arbeiten (SLA)
%
%*****

%
% WICHTIG:                     Vorher Isonorm3098 installieren
% Alternative Schrift:         IsonormD (Freeware download), dann die
%                               Bezeichnung
%                               im Skript ändern

% HINWEIS zur Einbindung in LaTeX:
%                               \begin{figure}
%                               \includegraphics[width=.96\textwidth]{
%                               Example_1.png}
%                               \caption{Beim Satz von 2 Plots auf einer A4-
%                               Seite
%                               ist immer noch Platz für eine zweizeilige
%                               Bildunterschrift}
%                               \label{fig:Example_1}
%                               \end{figure}
%                               Bei LaTeX Textbreite von 16cm und Texthöhe
%                               22.5 cm
%
%*****

% Allg. Hinweise:             Vermeiden von Farben, um Druckbarkeit in S/W
%                               zu
%                               gewährleisten
%                               Stattdessen mit unterschiedlichen Markern
%                               arbeiten
%                               set(0, 'DefaultTextInterpreter', 'none')
%                               clear all, close all
```

```

plotprop          = { 'PaperOrientation', 'portrait', 'WindowStyle', '
    docked', ...,
                      'PaperPosition', [0,0,16,10], 'PaperSize'
                      , [16,10], ...,
                      'PaperPositionMode', 'manual', ...,
                      'PaperUnits', 'centimeters', 'Color', [1,1,1] };
%set Standard Schriftart
set(              0, 'FixedWidthFontName', 'Isonorm3098')
% Vorschlag zur Verwendung der Marker-Symbole in folgender
  Reihenfolge
Marksym           = { 's', 'd', 'v', '^', '>', '<', 'o', '*' };

it                = 1;
x_1               = 0:200:5000;
x_2               = 0:250:5000;
y_1               = 0.001*x_1.^2-2000;
y_2               = 1000*sin(x_2/1800*pi);
y_3               = 1000*cos(x_2/1800*pi)+1000;
fig_Example_2=figure(plotprop{:});
plot(x_1,y_1,'-sk','Linewidth',1,'MarkerfaceColor','k','Markersize'
    ,5), grid on, %grid minor
hold on
plot(x_2,y_2,'-dk','Linewidth',1,'MarkerfaceColor','k','Markersize'
    ,5)
plot(x_2,y_3,'-vk','Linewidth',1,'MarkerfaceColor','k','Markersize'
    ,5)
xlabel(gca,'X-Achsenbeschriftung [Einheit/Einheit]','FontSize',9.5,'
    Fontname','Isonorm3098','FontWeight','normal'),
ylabel(gca,'Y-Achsenbeschriftung [Einheit/Einheit]','FontSize',9.5,'
    Fontname','Isonorm3098','FontWeight','normal')
% Schrift der Achsennummerierung anpassen und Rahmen anschalten (wird
  in
% der Regel automatisch entfernt, sobald die Achsengrenzen verschoben
% werden. Daher sollte unbedingt der nachfolgende Befehl zum Schluss
% ausgeführt werden)
set(gca,'Fontname','Isonorm3098','FontSize',9.5,'Fontweight','normal'
    , 'box','on')
legend('Parabelplot','Sinusplot','Cosinusplot','Location','Northwest'
    )
set(legend,'box','on')
saveas(gcf,['Example_',num2str(it),'.fig'])
print(gcf,'-dpng','-r300',['Example_',num2str(it)])

```