线性代数方程组的求解

袁略真
3130103964
生物信息学
浙江大学

2016 年 3 月 20 日

1 线性代数方程组的解法

1.1 解析法

线性代数方程组的精确求解可使用高斯消去法. 高斯消去法通过不断消元,得到x_n的解,然后回代得到其余变量的解. 每次消元有如下通式:

$$\begin{cases} B_k^k = \dfrac{B_k^{k-1}}{A_{kk}^{k-1}} \ k = 1,..,n \\ A_{kj}^k = \dfrac{A_{kj}^{k-1}}{A_{kk}^{k-1}}, \\ A_{ij}^k = A_{ij}^{k-1} - A_{ik}^{k-1} * A_{kj}^k, \ i,j = k+1,..,n \\ B_j^k = B_j^{k-1} - A_{jk}^{k-1} * B_k^k \end{cases} \tag{1}$$

1.1.1 改进的列主元素消去法

原始的列主元素消去法需要将系数矩阵A的行互换(如第k和第j行).这通常需要申请一片暂时的空间,进行3*(n-k+1)次赋值操作.

改进的方法是将第j行加到第k行上去(A(k,k)同号时加,异号时减).方程组的解不变.

1.2 数值法

数值法求解线性方程组可用塞得尔迭代法.相比于高斯消元法,迭代法实现起来更简单,并且可以处理非线性方程组.

迭代法需要给定'解'的初值,然后根据如下形式解反复迭代,直到收敛.若能收敛,则收敛到精确解.

$$x_i = \frac{B_i}{A_{ii}} - \frac{1}{A_{ii}} \sum_{j=1, j\neq i}^{n} A_{ij} x_j, \ i = 1,2,..,n$$

2 求解结果

高斯消元法(使用列主元素消去法与否结果相同):

$$\mathbf{x} = [1,2,3,1]^T$$

塞得尔迭代法(迭代28次收敛,$\varepsilon = 0.00001$):

$$\mathbf{x} = [1,2,2.99999,0.999982]^T$$