Tema 1:

1. Durante las campañas locales, 8 candidatos republicanos y 5 demócratas son nominados para presidentes de la junta escolar.
   a) Si el presidente es uno de esos candidatos, ¿cuántas posibilidades hay para que uno de ellos sea elegido como ganador?

   Respuesta: Según la regla de la suma, las posibilidades son de $\frac{8}{5} = 3$

   b) ¿Cuántas posibilidades existen para que un par de candidatos (uno de cada partido) se opongan entre sí para las eventuales elecciones?

   Respuesta: Según la regla del producto, las posibles parejas son $8 * 5 = 40$

2. Durante las campañas locales, 8 candidatos republicanos y 5 demócratas son nominados para presidentes de la junta escolar.

   ¿Qué principio de conteo se usa en (a)? y ¿en (b)?

   Respuesta: Los distintos principios de conteo son:
   - Para A: La regla de la suma
   - Para B: La regla del producto

3. Con el fin de juntar fondos para una nueva alberca municipal la cámara de comercio de cierta ciudad patrocina una carrera. Cada participante paga una cuota de inscripción de $5 y tiene la probabilidad de ganar uno de los trofeos de distinto tamaño que se entrega a los primeros 8 corredores que llegan a la meta.
   a. Si 30 personas entraron a la carrera, ¿cuántas formas serán posibles entregar los trofeos?

Respuesta: Para un total de 30 jugadores, de los cuales solo 8 tienen la posibilidad de ganar, la permutación puede representarse de la siguiente manera: $P = \frac{30!}{22!}$

b. Si Roberta y Clara son dos participantes en la carrera, ¿De cuántas formas se pueden entregar los trofeos del modo que ellas queden entre los tres primeros lugares?

Respuesta: 870

4. Evalúe cada uno de los siguientes casos:

- P (7,2) = 42
- P (8,4) = 1680
- P (10,7) = 604,800

5. De cuántas formas es posible ordenar los símbolos a, b, c, d, e, e, e, e, e, de forma que ninguna se quede junta a la otra sin repetir los casos.

Respuesta: 4! = 24

6. Evalúe cada uno de los siguientes casos:

- C (10,4) = 210
- C (12,7) = 792
- C (14,12) = 91
- C (15/10) = 3003

7. Cuántas permutaciones hay para las 8 letras siguientes: ¿a, c, f, g, i, t, w, x?

Respuesta: 8! = 40320

8. De cuántas maneras posibles se puede repartir unos 10 centavos entre 5 niños si no hay restricciones

- $x1+x2+x3+x4+x5= 10$: (5+10-1/ 10) = 14/10=
    - R= n=5, r=10
- Si al menos un niño recibe un centavo
    - R= 5+5-1 / 5= 9/5
- Si el niño más grande recibe al menos 2 centavos
    - R= 5+8-1/8=12/8

9. ¿Cuántas permutaciones es posible con las letras m, r, a, f, t?

Respuesta: $P\binom{5}{3} = 60$

10. ¿Enliste las combinaciones posibles de (7)?

- afm
- afr
- aft
- amr
- amt
- art
- fmr
- fmt
- frt
- mrt

Tema 2

1. Determine si cada una de las sentencias es una declaración
    a) En 2003 George W. Bush fue el presidente de EUA
    b) x+3 es un entero positivo
    c) 15 es un número par
    d) ¿Qué hora es?

    Respuesta: Los incisos a, c y d son declaraciones. El b no lo es.

2. Demostrar que, para cualquier par de enteros *x* y *y*, el producto *xy* es par si y solo si *x* es par o *y* es par.

    Respuesta: Se puede decir que el producto de dos números es par siempre que uno de los dos números sea par. Suponiendo que $y = 2n$, entonces la multiplicación de un número par con otro cualquiera se puede deducir de la siguiente manera: $xy = 2mn$.

3. Demuestre, o demuestre que es falso: existen enteros positivos y m, n son cuadrados perfectos, entonces $m + n$ es un cuadrado perfecto

    Respuesta: Esto no es verdad, dado que la suma de 2^2 y 1^2 es 5, número que no posee un cuadrado perfecto.

4. Si n es un entero impar, entonces $n + 11$ es par.

    Respuesta: Dado que n es impar tenemos que $n = 2a + 1$ para los enteros. entonces $n + 11 = (2a + 1) + 11 = 2a + 12) = 2(a + 6)$; $a + 6$ es entero, entonces $n + 11$ es par.

5. Sean p, q, r las proporciones para un triángulo abc particular; p: el triángulo abc es isósceles; q: el triángulo abc es equilátero; q: el triángulo abc es equiángula. traduzca las siguientes frases a español
   a) $q -> p$
   b) p^ q
   c) $p -> q$
   d) $r -> p$
   e) $q <> r$

   Respuesta:

   a) si el triángulo abc es equilátero, entonces es isósceles
   b) si el triángulo ABC no es isósceles, entonces no es equilátero
   c) Triángulo ABC es equilátero si y sólo si es equiángula
   d) el triángulo ABC es isósceles pero no es equilátero
   e) si el triángulo ABC es equiángula, entonces es isósceles

6. Demuestre que, para todo entero n, n^2 es par si y sólo si n es par.

   Respuesta: Sea un número entero par. Entonces 2 es factor de n, por tanto, se puede expresar como $n = 2m$ para algún entero m. Se sigue qué. $n^2 = 2\,(m)^2 = 4^2$ Ahora, 4m² se puede escribir como $2(2m^2)$ donde $2m^2$ es también un entero, por lo que $2(2m^2)$ es par y como $2(2m^2) = n^2$, llegamos a que n^2 es par.

7. Sea $p(x)$ la proposición abierta de "$X^2 = 2x$" donde el universo comprende todos enteros. determine si cada una de las proposiciones son verdaderas o falsas
   a) p(0)
   b) p(1)
   c) p(2)

d) p(-2)

Respuesta:

a) x=0, verdadero

b) x= 1, verdadero

c) x=1, verdadero

d) x=!, falso

8. Sea $p(x)$, $q(x)$ las siguientes proposiciones abiertas: p(x): $x \;<=\; 3 \quad q(x): x + 1$ es impar

Si el universo consta de todos los enteros x. ¿cuáles son los valores de verdad de las siguientes proposiciones?

a) p (1)

b) q (1)

Respuesta:

a) $P(3)V(Q(3)\,V \sim R(3)) -> \; 3 <= 3$, es verdadera dado que 3 es igual o idéntico que 3, si evaluamos en 3+1=4, comprobamos que la proposición es falsa puesto que 4 no es un número primo, tanto que $3 > 0$ es verdadero, pero como se pide la negación, esto automáticamente se convierte en falso.

b) $\sim P(3)\hat{}(Q(3)\,V \sim R(3)) -> \; 3 <= 3$, esta preposición si es verdadera dado que 3=3, pero la negación nos dice que 3+1= 4, por lo que es falsa, pues 4 no es un numero primo, 3>0 es verdadero dado que 3 es mayor que 0, pero el paréntesis dice que (falso V verdadero= a verdadero.

9. Demostrar que 2 es irracional.

Respuesta: Suponemos que 2 es racional y llegamos a una contradicción. Supongamos que 2 es racional, por lo tanto $2 = m/n$ donde m y n son números enteros, con n≠0.

Podemos suponer que la fracción m/ n es una fracción reducida (irreducible), es decir, que m y n no tienen factores en común. ahora: $2 = m/n -> 2 = m^2/n^2 -> 2n^2 = m^2, m^2$ es par $->$ m^2 es par asi, m= 2p, p∈>Z, $m^2= 4p^2$ Sustituyendo este resultado en la ecuación tenemos:

$2n^2 = 4p^2 -> n^2$ es par -> n es par