1. Материальная точка. Твёрдое тело. Система отсчета. Число степеней свободы механической системы.

Материальная точка - тело, размерами которого можно пренебречь.

Твердое тело – тело, деформациями которого можно в условиях данной задачи пренебречь.

Система отсчета - совокупность неподвижных друг относительно друга тел, по отношению к которым рассматривается движение, и отсчитывающих время часов.

Число степеней свободы механической системы - количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы.

2. Кинематика материальной точки. Траектория, перемещение и путь.

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучается движение тел без учета взаимодействий между ними, т.е. без выяснения причин, вызывающих или изменяющих состояние движения.

Кинематические переменные: векторные величины, используемые для описания движения ($\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{\omega}$…)

Траектория – геометрическое место точек, которое последовательно проходит движущийся объект.

$\Delta\vec{r}$ –вектор **перемещения** по траектории.

Перемещение определяется законом наращивания скорости: $d\vec{r}=\vec{v}dt$.

Чтобы определить перемещение точки за конечный интервал времени Δt , необходимо этот интервал разбить на очень малые промежутки dt, определить малые перемещения $\overrightarrow{dr}$ и суммировать их.

В результате получим:

$\Delta\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\,dt$, или $\vec{r}(t) + \vec{r_0} = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t)\,dt$

Длина кривой линией, ограничивающая вектор перемещения **называется путем,** проходимым телом.

Рассмотрим случай прямолинейного равномерного движения $\upsilon = const$. Вынося υ за знак интеграла, получим

$$\vec{r} = \vec{r_0} + \vec{v}(t - t_0)$$

3. Кинематика материальной точки. Скорость и ускорение. Вычисление пройденного пути.

Пример вычисления пути при a = const ускорении:

Из закона наращивания скорости:

$dv=adt$; $\rightarrow \int_{v_0}^{v(t)} dv = \int_{t_0}^{t} adt$; $\rightarrow v|_{v_0}^{v(t)} = at|_{t_0}^{t} \rightarrow$

$\rightarrow v(t)-v0=a(t-0)=at$.

Подставим $v(t)$ в закон наращивания координаты *(dx = v(t) *dt)*:

$\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_{t_0}^{t} (v_0 + at)\,dt$;

$S(t) = x(t) - x_0(t) = \int_{t0}^{t} v_0 dt + \int_{t0}^{t} atdt = v_0(t) + \frac{at^2}{2}$;

Среднее значение функции на интервале от $x1$ до $x2$:

$< y >= \frac{1}{x_2-x_1}\int_{x_1}^{x_2} y(x)dx$;

Для скорости:

$< v >= \frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2} v(t)dt = \frac{r_{12}}{t_2-t_1}$; $\rightarrow S(t) = \int_{t1}^{t2} v(t)dt$;

При криволинейном движении используют эквивалентность данного движения 3-м последовательным по координатным осям:

$dx=vxdt$ – закон наращивания координаты x при движении по Ox со скоростью vx .

$dvx=\omega xdt$ – закон **наращивания скорости** vx при движении по Ox с ускорением ωx.

Скорость частицы v может изменяется со временем как по величине так и по направлению. Быстрота изменения вектора v, как и быстрота изменения любой функции времени, определяется производной вектора v по t. Обозначив эту производную как w получим ускорение частицы w= $\lim_{\Delta t\to\infty}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \frac{dv}{dt}$

4. Кинематика материальной точки. Тангенциальное и нормальное ускорения.

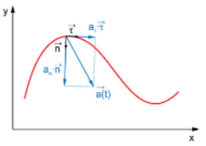
Тангенциальное ускорение — компонента ускорения, направленная по касательной к траектории движения. Характеризует изменение модуля скорости, в отличии от нормальной компоненты, характеризующей изменение направления скорости.

Нормальное ускорение - составляющая ускорения тела, характеризующая быстроту изменения направления вектора скорости (вторая составляющая, тангенциальное ускорение, характеризует изменение модуля скорости). Направлено к центру кривизны траектории

$$a_t = \frac{dv}{dt};\ a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$\vec{w} = \vec{w_\tau} + \vec{w}_n$$

$$w = \sqrt{|w_\tau|^2 + |w_n|^2}$$



5. Кинематика вращательного движения твёрдого тела. Угловая скорость и угловое ускорение.

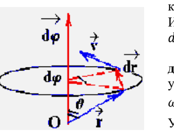
Абсолютно твердое тело – система жестко-связанных материальных точек.

При вращательном движении твердого тела каждая его точка движется по окружности, центр каждой окружности находится на некоторой неподвижной оси.

Пусть есть ось Z. Рассмотрим движение точки по спиральной траектории.

θ – угол наклона $\vec{r}$ к оси Z.

За бесконечно малый интервал dt точка совершает перемещение $d\vec{r}$, поворачиваясь при этом около окружности на угол $d\varphi$. При повороте на беск. малый угол $d\varphi$ недостаточно скалярного представления угла. Беск. малому повороту против час. стрелки соответствует вектор $d\vec{\varphi}$ (направление из начала коорд. по оси).



Из рисунка: $d\varphi=drR$; $R=r\cdot sin\theta$; $dr=r\cdot sin\theta\cdot d\varphi$; $d\vec{r}= d\vec{\varphi}\times\vec{r}$.

Угловой скоростью вращ. движения называется изменение угла поворота за единицу времени:

$\omega=\lim_{\Delta t-0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$

Угловая скорость является единой кинематической характеристикой для всех точек тверд. тела. Вектор $\vec{w}$ может изменяться как за счёт изменения скорости вращения тела вокруг оси, так и за счет поворота оси вращения в пространстве.

$$T = \frac{2\pi}{w}\text{ - период; } \nu = \frac{1}{T} = \frac{w}{2\pi}\text{ – частота; } [\nu]\text{=1 Гц.}$$

Угловая скорость направлена вдоль оси, вокруг которой вращается тело, в сторону определяемую правилом правого винта.

Угловое ускорение – быстрота изменения угловой скорости за ед. времени.

$$\beta =\lim_{\Delta t-0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{dw}{dt}$$

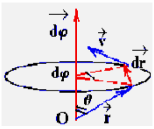
6. Кинематика вращательного движения твёрдого тела. Связь между угловыми и линейными кинематическими величинами.

Отдельные точки вращающегося тела имеют различные линейные скорости $\vec{v}$. Скорость каждой из точек непрерывно изменяет свое направление. Величина скорости v определяется скоростью вращения тела w и расстоянием R рассматриваемой точки от оси вращения.

$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{R}$ – связь между линейной и угловой скоростью при вращательном движении.

Вывод:

$v = \lim_{\Delta t-0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t-0} R\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\lim_{\Delta t-0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\frac{d\varphi}{dt} = Rw$;



Из рисунка следует, что векторное произведение $\vec{w}\times\vec{r}$ совпадает по направлению с вектором $\vec{v}$ и имеет модуль, равный $wr\sin\theta = wR$, то

$$\vec{v} = \vec{w}\times\vec{r}$$

7. Причины изменения скорости тела. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.

Причина – действие на тело силы.

Первый закон Ньютона (или закон инерции) - всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние. В обоих состояниях ускорение равно нулю.

Инерциальная система отсчета – такая система отсчета, в которых любое тело находится в состоянии покоя или движется равномерно и прямолинейно, если на него не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано. Существование систем, обладающих указанным свойством, постулируется первым законом Ньютона.

8. Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея.

Всякое механическое явление при одних и тех же начальных условиях протекает одинаково в любой инерциальной системе отсчёта.

Рассмотрим 2 системы отсчета, движущиеся друг относительно друга с постоянной скоростью v0. Одну из этих систем обозначенную на рисунке буквой K, будем условно считать неподвижной. Тогда вторая система K' будет двигаться прямолинейно и равномерно.

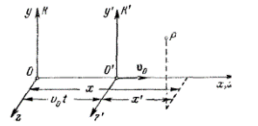


Рис. 43.

Выберем координатные оси x, y, z системы K и оси x', y', z' системы K' так, чтобы оси x и x' совпадали, а оси y и y',а также z и z' были параллельны друг другу. Найдем связь между координатами x,y,z некоторой точки P в системе K и координатами x',y',z' той же точки в системе K'. Если начать отсчет времени с того момента, когда начала координат обеих систем совпадали, то, как следует из рисунка 43, x = x'+v_0t. Также очевидно, что y=y',z=z'. В классической механике предполагается, что время в обеих системах течет одинаковым образом, т.е. t=t'. Имеем: x = x'+v_0t , y=y', z=z', t=t' – преобразования Галилея.

Отсюда:

$\dot{x} = \dot{x}' + v_0$ или $v_x = v_x' + v_0$; $\dot{y} = \dot{y}'$или $v_y = v_y'$; $\dot{z} = \dot{z}'$или $v_z = v_z'$ - правило сложение скоростей в классической механике; отсюда $v = v' + v_0$; дифференцируем: $\dot{v} = \dot{v}'$или $w = w'$; отсюда следует, что ускорение какого-либо тела во всех системах отсчета, движущихся друг относительно друга прямолинейно и равномерно, оказывается одним и тем же.

Вывод: уравнение динамики не изменяются при переходе из одной инерциальной системы отсчета к другой;

Принцип относительности Галилео: все механические явления в различных инерциальных системах отсчета протекают одинаковым образом.

9. Масса и импульс. Второй закон Ньютона. Уравнение движения материальной точки в инерциальной системе отсчета.

Инертность - свойство тел "противиться "попыткам изменить его состояние движения.

Масса - величина, показывающая, как тело сопротивляется изменению скорости (насколько оно инертно) и как участвует в гравитационном взаимодействии (как сильно притягивается к Земле).

Импульс тела (Количество движения) - Векторная физическая величина, являющаяся мерой механического движения и равная произведению массы тела на его скорость.

$\vec{p} = m\vec{v}$

/*В случае протяженного тела, движущегося непоступательно нужно представить тело как совокупность материальных точек с массами Δm_i определить импульсы этих точек, а затем сложить их векторно. **P=**$\sum_i \Delta\boldsymbol{m}_i\boldsymbol{v}_i$

Закон сохранения: Полный импульс замкнутой системы двух взаимодействующих частиц остается постоянным

P=p1+p2=const;*/

Второй закон Ньютона:

Скорость изменения импульса равна действующей на тело силе $\vec{F}$. $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$

Заменив $\vec{p}$ на $m\vec{v}$ получим $\vec{F}$=m$\vec{w}$, $\vec{w}$ - ускорение. Можем сформулировать так: произведение массы тела на его ускорение равно действующей на тело силе.

Уравнение движения материальной точки в инерциальной системе отсчета: F=mw

10. Уравнение движения материальной точки в неинерциальной системе отсчета.

Любая неинерциальная система движется относительно инерциальной с некоторым ускорением. При описании движения в неинерциальной системе отсчета можно пользоваться уравнениями Ньютона. Если наряду с силами, обусловленными воздействием тел друг на друга, учитывать так называемые силы инертности, которые следует полагать равными произведению массы тела на взятую с обратным знаком разность его ускорений по отношению к инерциальной системе и неинерциальной системам отсчета.

$mw' = F + F_{in}$, где F_{in} - силы инерции

F_{in} = -ma

11. Состояние механической системы. Сохраняющиеся величины. Силы внутренние и внешние. Замкнутая система.

Замкнутая система - система тел, взаимодействующих только между собой и не взаимодействующих с другими телами.

Состоянием механической системы называется набор одновременных значений радиус-векторов и скоростей всех ее точек.

Внутренняя сила – такая сила, которая действует со стороны тела, входящего в эту систему тел;

Внешние силы – такие силы, которые действует со стороны тела, не входящего в эту систему тел;

Для замкнутых систем сохраняются три физические величины: энергия, импульс и момент импульса.

12. Импульс системы. Законы изменения и сохранения импульса системы.

Пусть, кроме внутренних сил $\overrightarrow{F_{ik}}$, на систему действуют внешние силы, результирующая которых равна $\vec{F_i}$, запишем уравнение $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ для N частиц

$\dot{p_1} = \overrightarrow{F_{12}} + \overrightarrow{F_{13}} + \dots + \overrightarrow{F_{1k}} + \dots + \overrightarrow{F_{1N}} + \vec{F_1} = \sum_{k=2}^{N}\overrightarrow{F_{1k}} + \vec{F_i}$;

$\dot{p_N} = \overrightarrow{F_{N1}} + \overrightarrow{F_{N2}} + \dots + \overrightarrow{F_{Nk}} + \dots + \overrightarrow{F_{N,N-1}} + \overrightarrow{F_N} = \sum_{k=1}^{N-1}\overrightarrow{F_{Nk}} + \overrightarrow{F_N}$

Сложим N уравнений. Имеем

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} + \dots + \overrightarrow{p_N}) = \sum_{i=1}^{N}\vec{F_i}$$

Импульс системы - сумма импульсов частиц образующих механическую систему.

$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N}\vec{p_i}$=$\sum_{i=1}^{N} m_i * \vec{v_i}$ $\rightarrow$ импульс – аддитивная величина

$\frac{d}{dt}\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} F_i$; - закон сохранения импульса

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы материальных точек остаётся постоянным.

Закон изменения импульса: скорость изменения момента импульса системы равна векторной сумме моментов внешних сил, действующих на части этой системы.

13. Центр масс. Уравнение движения центра масс. Система центра масс.

Центр масс системы - точка, положение которой задается радиус-вектором r_c, определяемым следующим способом:

$r_c = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots + m_i r_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i r_i}{m}$

m_i - масса i-той частицы, r_i - радиус вектор определяющий положение этой частицы, m - масса системы.

$mw_c = \sum F_{вн}$ - **Уравнение движения**

Система центра масс - система отсчета, в которой центр масс покоится.

Импульс системы частиц может быть представлен в виде произведения суммарной массы частиц на скорость центра масс системы: p=mv_c

14. Работа и мощность силы.

Рассмотрим траекторию движения с точками 1 и 2, по которой движется тело под действием силы $\vec{F}$.

Пусть за время dt тело совершает перемещение $d\vec{r}$. Тогда

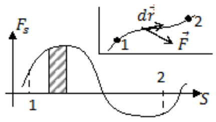
$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$, где:

δA – элементарная работа = площади под графиком функции.

$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F_s dS$

dS может быть представлена в таком виде: $d\vec{S} = \vec{v} dt$;

$A = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \vec{v} dt$ – работа, совершаемая за промежуток от t_1 до t_2



Мощность – работа, совершаемая в единицу времени.

P = $\frac{dA}{dt} = \vec{F}\vec{v}$ (скалярное произведение векторов силы и скорости)

$A = \frac{kx^2}{2}$ – работа, которая нужно совершить, чтобы удлинить пружины на x

$A = \frac{1}{2}\frac{ES}{l_0}(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}EV\varepsilon^2, где\ V = Sl_0 - объем\ стержня, \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ – относительное удлинение

15. Кинетическая энергия частицы и закон ее изменения.

Кинетическая энергия - скалярная функция, являющаяся мерой движения материальных точек, образующих рассматриваемую механическую систему, и зависящая только от масс и модулей скоростей этих точек.

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

Вывод формулы кинетической энергии: записываем второй закон Ньютона, которую впоследствии правую и левую часть умножаем на $d\vec{r} = \vec{v} * dt$. Ускорение расписываем через закон наращивания скорости, потом $\vec{v}$ вносим под знак дифференциала.

Закон изменения: Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил (равнодействующей всех сил), действующих на тело:

$$\Delta T = \sum A$$

Работа результирующих всех сил, действующих на частицу, идет на приращение кинетической энергии частицы;

$$\int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \int_1^2 \vec{F} * d\vec{r} \rightarrow A_{12} = T_2 - T_1$$

16. Понятие силового поля. Консервативные силы. Потенциальная энергия частицы в силовом поле.

Силовое поле – поле, в котором частица в каждой точке пространства подвержена воздействию других тел.

Виды силовых полей:

-Нестационарные (изменяются со временем),

-Стационарные (постоянные во времени),

-Однородное – поле, в котором действующие на частицу силы одинаковы по величине и направлению во всех точках.

Центральное-направление силы действующей на частицу, в любой точке пространства проходит через неподвижный центр, а величина силы зависит от rдо центр.

Консервативные силы - силы называются консервативными, если совершаемая ими работа между точками не зависит от формы траектории.

Возьмем стационарное поле консервативных сил, например электростатическое поле, в котором мы перемещаем частицу (заряд) из разных точек P_i в некоторую фиксированную точку O (точку отсчета). Найдем работу сил поля. Поскольку она не зависит от пути, то остаётся зависимость её только от положения т. P, поскольку положение т. O — фиксировано, т.е. зависит от пределов интегрирования. Это значит, что данная работа будет некоторой функцией радиус-вектора $\vec{r}$ точки P:

$$A_{PO} = \int_P^O \vec{F} d\vec{r} = U(\vec{r})$$

Функцию U(r) называют **потенциальной энергией частицы в поле сил.**

17. Связь между силой потенциального поля и потенциальной энергией.

Пространство, в котором действуют консервативные силы, называется потенциальным полем. Каждой точке потенциального поля соответствует некоторое значение силы F, действующей на тело, и некоторое значение потенциальной энергии $E_п$.

Значит, между силой $\vec{F}$ и $E_п$ есть связь.

Известно, что $dA = \vec{F} d\vec{r}$; с другой стороны, $dA = -dE_п$, следовательно $\vec{F} d\vec{r} = -dE_п$, тогда

$$\vec{\boldsymbol{F}} = -\frac{\boldsymbol{d}E_п}{\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{r}}}$$

18. Полная механическая энергия частицы в силовом поле. Законы ее изменения и сохранения.

Полная механическая энергия частицы – энергия механического движения и взаимодействия, равная сумме кинетической и потенциальной энергий: $E = E_k + E_p$

Закон сохранения механической энергии частицы: полная механическая энергия частицы в стационарном поле консервативных сил остается неизменной во времени, если внешние силы отсутствуют или таковы, что не совершают работы в течение рассматриваемого времени:

$E = E_k + E_p = const$

Закон изменения механической энергии частицы: изменение механической энергии частицы равно сумме работ всех неконсервативных сил, действующих на частицу.

19. Механическая энергия системы частиц. Законы изменения и сохранения механической энергии системы.

Закон сохранения механической энергии - полная механическая энергия системы тел, на которые действуют лишь консервативные силы остается постоянной.

Механическая энергия системы определяется как

$E = \boldsymbol{T} + \boldsymbol{U}_{вз} + U_{вн}$, где $\boldsymbol{U}_{вз}$ – **потенциальная энергия взаимодействия системы, T - кинетическая энергия.**

Закон изменение механической энергии системы равно сумме работ всех (как внутренних, так и внешних) неконсервативных сил, действующих на частицы **системы**.

20. Момент импульса частицы и момент силы относительно некоторой точки. Уравнение моментов.

Момент импульса частицы — физическая величина, характеризующая количество вращательного движения и зависящая от того, сколько массы вращается, как она распределена в пространстве и с какой угловой скоростью происходит вращение. Момент импульса относительно точки O : M=[r,p]=[r,mu]

[]-векторное произведение

Момент силы относительно некоторой точки – псевдовектор N=[r,F],где r – радиус вектор точки приложения силы

Уравнение моментов: производная момента импульса относительно некоторой точки равна суммарному моменту сил относительно той же точки:$\frac{dL}{dt} = \sum_i M_i$

21. Момент импульса системы. Законы изменения и сохранения момента импульса системы.

Моментом импульса системы относительно точки O называется векторная сумма моментов импульсов частиц, входящих в систему: M = $\sum_i M_i$

Закон сохранения: Момент импульса замкнутой системы материальных точек остается неизменным

Закон изменения момента импульса системы скорость изменения момента импульса системы равна векторной сумме моментов внешних сил M, действующих на части этой системы. d**L**/dt = **M**

22. Момент импульса тела относительно оси. Момент инерции тела относительно оси. Теорема Штейнера.

Момент импульса относительно оси - называется величина, равная проекции на эту **ось** вектора **момента импульса,** определенного **относительно** произвольной

точки O данной **оси** z $M_z = [rp]_{прz}$

Тогда момент импульса системы тел относительно оси: $M = \sum_i [r_i p_i]_{прz}$

Теорема Штейнера Момент инерции тела относительно данной оси A равен сумме момента инерции I_C относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния a между осями

$I_a = I_C + ma^2$

23. Уравнение динамики твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

$\mathbf{I}\frac{d\vec{w}}{dt} = \vec{\boldsymbol{M}}$

или

M=I$\mathscr{E}$

24. Кинетическая энергия вращающегося твёрдого тела. Работа внешних сил при вращении твёрдого тела.

Кинетическая энергия вращающегося тела равна половине произведения момента инерции на квадрат угловой скорости в трех случаях: 1) для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси; 2) для тела, вращающегося вокруг одной из главных осей инерции; 3) для шарового волчка.

$\boldsymbol{T} = \frac{1}{2} * \boldsymbol{Iw^2}$

Работа внешних сил при вращении твёрдого тела

При вращении твердого тела его потенциальная энергия не изменяется, поэтому элементарная работа внешних сил равна приращению кинетической энергии тела: $dA = dE_K$

Работа равна A=$\int_0^{\varphi} M d\varphi$;

25. Уравнение свободных колебаний под действием квазиупругой силы и его общее решение.

$\ddot{x} + w_0^2 x = 0$

Все физические системы (не только механические), описываемые этим уравнением, способны совершать свободные гармонические колебания, так как решением этого уравнения являются гармонические функции вида:

$\boldsymbol{x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)}$

26. Гармонический осциллятор. Энергия гармонического осциллятора.

Гармонический осциллятор — система, которая при выведении её из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы F, пропорциональной смещению x:

$$\boldsymbol{F = -kx}$$

Энергия гармонического осциллятора:

$$E = \frac{K * x^2}{2} = \frac{m * \omega^2}{2} * (A * \cos(w(t) + \alpha))^2$$

27. Сложение гармонических колебаний.

$$x_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \alpha_1)$$
$$x_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \alpha_2)$$

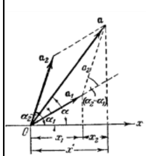
Построим по правилам сложения векторов результирующий вектор a.Видно, что проекция этого вектора на ось x равна сумме проекций слагаемых векторов $x = x_1 + x_2$. Следовательно, вектор a представляет собой результирующее колебание. Этот вектор вращается с той же угловой скорость w как и векторы a_1 и a_2, так что результирующее движение будет гармоническим колебанием с частотой w , амплитудой a и начальной фазой α

$$x(t) = a\cos(\omega t + \alpha)$$

Из построения видно:

$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos[\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)] = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos[(\alpha_2 - \alpha_1)]$=

$$tg\alpha = \frac{a_1 \sin(\alpha_1) + \alpha_2 \sin(\alpha_2)}{a_1 \cos(\alpha_1) + a_2 \cos(\alpha_2)}$$



28. Физический и математический маятники (малые колебания без затухания).

Математический маятник – материальная точка, подвешенная на длинной нерастяжимой нити (масса нити пренебрежимо мала)

Отклонение такого маятника от состояния равновесия характеризуется углом φ, образованным нитью с вертикалью. При отклонении от состояния равновесия возникает вращательный момент N равный $mgl\sin\varphi$ Он стремиться вернуть маятник в состояние равновесия, значит

$$N = -mgl\sin\varphi$$

Уравнение динамики вращательного движения:

$ml2\,\ddot{\varphi} = -mgl\sin\varphi$

упростим

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0$$
$$\ddot{\varphi} + w_0^2\varphi = 0$$

$$\varphi = a\cos(w_0 t + \alpha)$$

Период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Физический маятник – это абсолютно твердое тело, имеющее точку подвеса, не совпадающую с центром масс.

Период колебаний $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$,

I - момент инерции маятника относительно оси проходящей через точку подвеса.

Уравнения вр. момент. = математ маятнику.

29. Затухающие колебания. Уравнение затухающих колебаний и его решение.

Уравнение затухающих колебаний:

$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + w_0^2 x = 0$, где $2\beta = r/m, w_0^2 x = k/m$

Можно так $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2\beta\frac{\partial x}{\partial t} + w_0^2 x = 0$

Затухающие колебания — колебания, энергия которых уменьшается с течением времени.

Решение уравнения:

$$x(t) = Ae^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha)$$

30. Вынужденные колебания и его решение.

В качестве исходного уравнения рассмотрим 2й закон Ньютона:

$$m\omega = F_{упр} - F_{сопр} + F_{вн}$$

Колебания называются вынужденными, если они происходят под действием внешней силы.

Случай, когда внешнее воздействие является периодическим:

$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0\cos(\omega t)$ ω - частота внешнего воздействия

ω_0- частота собственных колебаний

2й закон Ньютона приведем к стандартной форме:

$$f_0 = \frac{F}{m}$$

$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота вынужденных колебаний

Из уравнения следует, что результирующее колебание, которое соответствует сумме 3-х колебаний, из левой стороны уравнения должно совпадать с f_0;

$x_{общ}(t) = Ae^{-\beta t}\cos(\omega_1 t + \alpha)$ – общее решение однородного ур-ния

$x_{неодн}(t) = B\cos(\omega t - \varphi)$ – частное решение неоднородного ур-ния

<u>Теорема:</u>

$x(t) = x_{общ}(t) + x_{неодн}(t)$

$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 = f_0\cos(\omega t)$

$x' = -\omega S sin(\omega t - \varphi)$

$x'' = -\omega^2 B cos(\omega t - \varphi)$

$B cos(\omega t - \varphi)\omega^2 - 2\beta B sin(\omega t - \varphi)\omega + \omega_0^2 B cos(\omega t - \varphi)$

$2\beta B\omega\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + (\omega_0^2 - \omega^2)\beta\cos(\omega t - \varphi)$

$$= f_0\cos(\omega t - \varphi + \varphi)$$

Поскольку будем использовать векторную диаграмму, изменим аргумент cos справа добавляя и отнимая φ

части ур-ния.

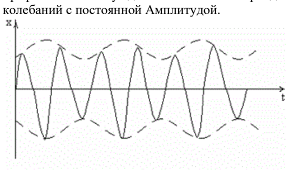
$f_0^2 = (2\beta B\omega)^2 + ((\omega_0^2 - \omega^2)\beta)^2$

$tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$

Амплитуда частного решения является функцией частоты $B(\omega)$ внешней вынужденной силы.

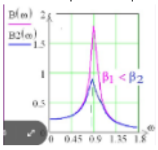
$B(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{4\beta^2\omega^2 + \omega_0^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega^4}}$

График закона вынужденных колебаний перейдет в режим колебаний с постоянной Амплитудой.



31. Явление резонанса, определение его характеристик.

Резонанс – резкое возраст амплитуды вынужденных колебаний при изменении частоты воздействия на систему



Амплитуда вынужденных колебаний:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{4\beta^2\omega^2 + (\omega_0^2 + \omega^2)^2}}$$

Чтобы определить резонансную частоту, нужно найти максимум функции вынужденных колебаний или, что то же самое, минимум выражения, стоящего под корнем в знаменателе. Продифференцировав это выражение под корнем в знаменателе по частоте и приравняв нулю, мы получим условие, определяющее ω_0:

$\frac{d}{d\omega}(4\beta^2\omega^2 + (w_0^2 + \omega^2)^2) = 0$

$-4(\omega_0^2 + \omega^2) * \omega + 8\beta^2\omega = 0$

Уравнение имеет три решения: w = 0 и $w = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Решение равное нулю, соответствует максимуму знаменателя. Из остальных двух решений отрицательное должно быть отброшено, как не имеющее физ. смысла (частота не может быть отриц). Таким образом, для резонансной частоты получается одно значение: $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

Подставим $\omega_{рез}$ в формулу для ампл. вын. колеб. получаем:

$A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}$

Выражение для определения резонансной частоты. Чем меньше β, тем больше $A_{рез}$. Из формулы амплитуды вытекает, что при малом затухании (т.е. при $\beta \ll w0$) амплитуда при резонансе приближенно равна

$A_{рез} \sim \frac{f_0}{2\beta\omega_0}$

32. Основные характеристики напряжений в упругих средах. Распространение волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Фронт волны и волновая поверхность.

Нормальное напряжение – физ. вел., равная отношению силы к площади поверхности, на которую действует сила, когда сила перпендикулярно поверхности $\sigma = \frac{F_n}{S}$

Тангенциальное напряжение – такое напряжение, при котором сила направлена по касательной $\tau = \frac{F_\tau}{S}$

Волна – периодический во времени и пространстве процесс колебания частиц среды,кот распространяется с опред скоростью.

При прохождении волны, частицы среды не увлекаются волной, а прод совершать колебательные движения около полож равновесия.

Волна назыв **продольной**, если напр распространение волны и напр колеб точек среды ‖. Такие волны – результат норм напряж в упругой среде. (возник в жид и газооб средах)

Волна назыв **поперечной**, если нар колеб точек среды _|_ напр распр волны. Такие волны возник при тангенц напр

Характерным для волновых проц явл наличие времени запаздывания при передаче фазы движ

Фронт волны — геом место точек, до кот доходят колебания к моменту времени t

Волновая пов – геом место точек простр, колебл в одной фазе. Могут иметь любую форму. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы.

33. Фазовая скорость волны. Длина волны.

Длина волны – расстояние λ, на которое распространяется волна за время равное периоду колебаний частицы среды.

$\lambda = \upsilon * T$

Длину волны также можно определить, как расстояние между ближайшими точками среды, колеблющихся с разностью фаз, равной 2π

Фазовая скорость – скорость перемещения фазы.

$\upsilon = \frac{dx}{dt}$ – dx – место, где фаза имеет зафиксированное значение

34. Плоские и сферические волны. Уравнение плоской и сферической волн.

Уравнение волны – выражение которое, дает смещение колеблющейся частицы как функцию ее кооржинат x, y , z и времни t.

Волновая пов – геом место точек простр, колебл в одной фазе. Могут иметь любую форму. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы, отсюда волна или **плоская**, или **сферическая**.

В плоской волне волнов поверх представляют собой множество параллельных друг другу плоскостей, в сферической волне – множество концентрических плоскостей.

Уравнение плоской волны (и продольной, и поперечной):

$\xi = a\cos[\omega * \left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \alpha]$

a – амплитуда колебаний, α – начальная фаза, которая определяется выбором начала отсчета x и t, υ – фазовая скорость.

Уравнение сферической волны:

$\xi = \frac{a}{r}\cos[\omega t - kr + \alpha]$

'a' – постоянная величина, численно равная амплитуде на расстояние от источника, равная единице. Размерность 'a' равна размерности колеблющейся величины, умноженной на размерность длинны. k – волновое число $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\upsilon}$

35. Волновое уравнение для плоской волны. Связь скорости плоской волны с характеристиками упругой среды.

Пусть смещение точек среды происходит по направлению Y, а волна распространяется по x; v – скорость движения фазы волны.

Запишем уравнение: $y(x,t) = Asinwt$; т.к. для волнового процесса характерно явление волнового запаздывания со временем $\tau = \frac{x}{\upsilon}$, то уравнение примет вид: $y(x,t) = Asinw(t - \tau)$ Где k – волновое число, которое показывает сколько длин волн укладывается на 2π: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\upsilon}$; $\omega * \tau = \frac{x}{v} = \frac{\omega}{v} * x = kx \rightarrow y(x,t) = Asin(wt - kx)$

Зафиксируем какое-либо значение фазы: $w*t = k*x = C$

Теперь возьмем производную от уравнение по времени: $\omega\frac{dt}{dt} - k\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow \omega = kv$

Таким образом скорость распр. волны в уравнении есть скорость перемещения фазы, в связи с чем ее называют фазовой скоростью: $\upsilon = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$

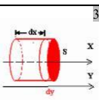
Волновое уравнение имеет вид:

$\frac{\partial^2 y}{dx^2} = \frac{1}{\upsilon^2} * \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ Чтобы его проверить сопоставим первые производные по времени и координате от $y(x,t)$, описывающих плоскую волну.

$$-Aw^2\sin(wt - kx) = -\frac{1}{\upsilon^2}Ak^2\sin(wt - kx)$$

Так как $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\upsilon}$, то получаем: 1=1. Верно.

36. Энергия плоской упругой волны.



Рассмотрим продольную волну.

dy - абсолютная деформация объема, которая определяет смену точек среды. *dV=S* dx*, *dm=S*dx*ρ* , т.к. среда обладает упругими свойствами, то в соответствии с законом Гука можно ввести изменение потенциальной энергии:

$dE_п = \frac{k(dy)^2}{2}$

Кинетическая энергия объема определяется скоростью смещения точек среды: $dE_k = \frac{dm\upsilon_y^2}{2}$

В соответствии с законом Гука: $k = \frac{ES}{dx}, \upsilon_y = \frac{dy}{dt}$ – положение точек среды. $\frac{dy}{dx} = \frac{F}{ES} = \varepsilon$ (dy – абсолютная деформация, dx – первоначальный размер). Понадобится фазовая скорость: $\upsilon_y = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Полная энергия элемента dV: $dW = \frac{k(dy)^2}{2} + \frac{dm\upsilon_y^2}{2} = \frac{1}{2} * (\rho S dx) * \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} * \frac{ES}{dx} * (\frac{dy}{dx})^2 dx^2$

Пусть колебания происходят по закону sin: $y(x)$=$a$sin (ωt−kx)

$\frac{dy}{dt} = \omega\,a\cos(\omega t - kx), \frac{dy}{dx} = -kacos(\omega t - kx)$

Значит $dW = \frac{1}{2} * (\rho S dx) * \omega^2 a^2\cos^2(\omega t - kx) + \frac{1}{2} * ES * dx * k^2 ** a^2cos^2(\omega t - kx) = \frac{1}{2} * S * a^2 * \cos^2(wt - kx) * dx * (\rho\omega^2 + Ek)$;

$\rho\omega^2 + Ek = \rho\omega^2 + \upsilon^2\rho\frac{\omega^2}{\upsilon^2} = 2\rho\omega^2$

$dW = S\rho a^2\omega^2\cos(wt - kx)^2\,dx$

$$w = \frac{1}{S}\frac{dW}{dx} = \rho a^2\omega^2\cos(wt - kx)^2$$

37. Вектор Умова.

Вектор Умова - физическая скалярная величина, которая определяет направление и величину переноса потока энергии.

Плотность потока энергии(u) - величина численно равная количеству энергии, переносимой волной в единицу времени через единицу площади поверхности, е площадка ортогональна к направлению распространению волны. U=$\left(\frac{dW_{ср}}{dS}\right) = \frac{1}{2}w^2\rho a^2 v$

$j = \omega * \vec{\upsilon}$ – вектор Умова

$dW = \omega * dV = \omega * dS\,\upsilon dt = jdSdt$

38. Термодинамический и статический методы исследования. Термодинамические параметры. Термодинамическое равновесие. Обратимые и необратимые процессы. Квазистатический процесс.

Система называется **макроскопической**, если она образована огромным число микрочастиц. Состояние системы задается с помощью **термодинамич. параметров (*p, V, T*)**. Если параметры системы имеют определенное значение в определенное время, то состояние называется **равновесным**.

Процессом называется совокупность последовательных состояний системы. Процесс называется **обратимым**, если параметры системы можно повторить. Равновесные процессы - обратимы. Для неравновесных маловероятно повторение исходящих параметров, возвращение в исходящее состояние.

В качестве системы будет рассматриваться идеальный газ, в котором частицы практически не взаимодействуют, столкновение чаще происходит со стенками сосуда.

Статистический метод: макроскопические свойства системы изучаются на основе молекулярно-кинетических представлений и методов.

Системы находятся в равновесных системах. Изучение свойств системы сводится к отысканию средних значений физических величин, которые характеризуют систему как целое.

Термодинамический метод: изучает тепловые свойства макроскопической системы, не обращаясь к их макроскопическому строению.

В силу своей общности он ограничен в общности исследования. Не дает детальных результатов.

Квазистатический процесс - бесконечно медленный переход термодинамич. системы из одного равновесного состояния в другое, при к-ром термодинамич. состояние в любой момент времени бесконечно мало отличается от равновесного и его можно рассматривать как состояние равновесия термодинамического.

39. Понятие функции распределения (плотности вероятности) случайной величины.

1) Дискретное число испытаний (процесс, где происходит изменение). Полное число испытаний – сумма $\Sigma N_i = N$, где N_i/N – относительная частота появления результата.

Вероятностью появления величины x_i и x_j при дискретном измерении называется следующая величина $P_i = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{N_i}{N}\right)^1$

Теорема о сложении вероятностей: Вероятность того, что при изменении будет появляться величина x_i и x_j, определяется суммой вероятностей i-го и j-го событий.

Следствие: нормировка полной вероятности на единицу. $\sum_{i=1}^k P_i = \sum_{i=1}^k \lim_{N\to\infty}\left(\frac{N_i}{N}\right)^1 = \lim_{N\to\infty}\left(\sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N}\right)^1 = \lim_{N\to\infty}\frac{N}{N}$

Теорема о произведении вероятностей: Вероятность того, что одновременно получается результат x_i и x_j, равен произведению вероятностей i-го и j-го событий.

Среднее значение величины x при дискретном измерении определяется как $\langle x \rangle = \sum_{i=1}^k \frac{x_i N_i}{N} = \sum_{i=1}^k (x_i P_i)$

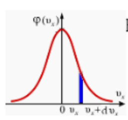
Непрерывный спектр величины x

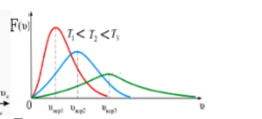
Пусть задана *f(x)*, которая определяет вероятность того, что при измерениях x мы попадаем в коридор от *x* до *x+dx*, так что – вероятность. Тогда функция f(x) называется функцией распределения вероятностей (плотность вероятности) В соответствии с нормировкой вероятности:

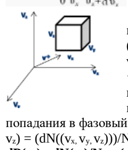
$P = \int_a^b f(x)dx = 1$

Функция плотности вероятности используется для определения средних величин при непрерывном спектре измеряемой величины: <x> = ∫$xf(x)dx$

40. Распределение молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла).





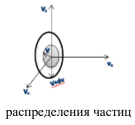


Пусть при измерении модуля скорости мы попадаем в интервал от v до dv

(v_x, v_x+dv_x) – для v_x; (v_y, v_y+dv_y) – для v_y; (v_z, v_z+dv_z) – для v_z.

← Куб соответствует объему в фазовом пространстве, в который попадает значение конца вектора скорости. Вероятность попадания в фазовый объем определяется формулой: dP (v_x, v_y, v_z) = (dN((v_x, v_y, v_z)))/N= f(v) $dv_x\,dv_y\,dv_z$

dP(v_x)= dN(v_x)/N= y(v_x) dv_x – вероятность того, что при измерении проекции v_x мы получаем результат в интервале от v_x до v_x+dv_x.



F(v)=y(v_x)*y(v_y)*y(v_z) – вероятность одновременно измерить 3 проекции.

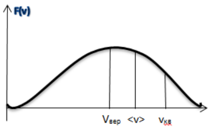
← Если измерять скорость по модулю от v до dv, то мы все время будем попадать в шаровой слой фазового пространства радиусом R.

Максвелл получил функцию распределения частиц по скоростям путем сравнивания величины плотности вероятности для модуля с плотностью распределения вероятностей для проекции.

$\varphi(v_x) = (\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{1}{2}} * exp(-\frac{mv_x^2}{2kT})$; $dP = f(v) * 4\pi v^2 dv$

$F(v) = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} * v^2 * \exp(-\frac{mv^2}{2kT})$; $F(v) = 4\pi v^2 f(v)$

41. Средняя, среднеквадратичная и наиболее вероятная скорости молекул.



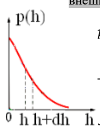
$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

$<v>=\int_0^\infty vF(v)dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$v_{\text{кв}} = \sqrt{\int_0^\infty v^2F(v)dv} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

$v_{\text{вер}}:<v>:v_{\text{кв}}$=1:1,13:1,22

42. Распределение молекул идеального газа по координатам во внешнем поле (распределение Больцмана).



$p = \rho g h \qquad dp = -\rho g dh$

$p = nkT$

$\rho = \frac{m_1 * N}{V}, m_1$ – масса одной частицы

$$\frac{dN}{V} * k * T = \frac{-m_1 N g}{V} dh$$

$$\int_{N_0}^{N_z} \frac{1}{N} dN = \int_0^z \frac{-m_1 g}{kT} dh$$

$$N_z = N_0 * \exp\left(\frac{-m_1 g z}{kT}\right) = N_0 * \exp\left(\frac{-\varepsilon_p(z)}{kT}\right)$$

$$dN_{x,y,z} = N_0 * \exp\left(\frac{-\varepsilon_p(x,y,z)}{kT}\right) * dx * dy * dz$$

43. Распределение Максвелла – Больцмана.

Формула распределение Максвелла-Больцмана

$$d\omega = \left[\frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right)dp_x dp_y dp_z\right] \cdot \left[\frac{\exp\left(-\frac{u}{kT}\right)dV}{\int \exp\left(-\frac{u}{kT}\right)dV}\right]$$

Распределения Максвелла-Больцмана – единый закон, описывающий движение молекулы в идеальном газе. Закон Максвелла дает описание распределения молекул за кинетическими энергиями, закон Больцмана – распределение за потенциальными энергиями.

Формула распределение Максвелла-Больцмана – громоздкая, но видно, что она представляет собой произведение двух предыдущих. Функция Максвелла-Больцмана учитывает положение молекул и их движение. По теории вероятности, эти две величины независимы друг от друга. Распределение по скоростям или импульсам не зависит от точки пространства, в котором заключен газ. Функция распределения Максвелла-Больцмана описывает не только состояние невырожденного идеального газа, но и энергетическое состояние свободных электронов в газовом разряде. Уравнение позволяет перейти к макроскопическому описанию свойств и явлений системы через микроскопическое описание свойств отдельных молекул среды.

44. Электрический заряд и его свойства. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Принцип суперпозиции сил.

Электрический заряд — это физическая скалярная величина, определяющая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии.

Свойства:

- Электрический заряд существует в двух видах: как положительный, так и отрицательный

$e = 1{,}6 * 10^{-19}$Кл – *элементарный заряд*

$q = N * e$ – *электрический заряд*

- В любой электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов не изменяется, это утверждение выражает *закон сохранения электрического заряда:*

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$$

- Электрический заряд является релятивистски инвариантным: его величина не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется он или покоится

- *Закон Кулона:* сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними

$$F_{\text{кл}} = \frac{kq_1q_2}{r^3} * \vec{r}, \text{где } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{\text{Н} * \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 * 10^{-12}$

Поле точечного заряда: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q}{r^3} * \vec{r}$

$\vec{E}$ – напряжённость электрического поля, которую можно определить как силу, действующую на единичный положительный неподвижный заряд

Принцип суперпозиции: Напряженность поля системы точечных неподвижных зарядов равна векторной сумме напряженности полей, которые создавали бы каждый из зарядов по отдельности.

$$E = \sum E_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i}{r_i^3}\vec{r}$$

45. Электростатическое поле. Напряженность E электростатического поля. Принцип суперпозиции полей. Напряженность электростатического поля точечного заряда и системы зарядов.

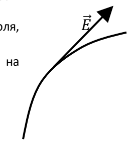
Заряд – количественная мера способности к взаимод-ю

Электростатика рассм-ет взаимод-е частиц или тел, обладающих нек. количественной мерой, характ. данное взаимод-е – электр. заряд.

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элемент. заряд.

Силов. полем наз. пространство, кажд. точка которого снабжена вкт-ром нек. силы.

Вкт-ром E $^{\rightarrow}$ наз. напряж. электр. поля, которая явл. его силов. характеристикой.



$\vec{F} = q\vec{E}$ – сила, действующая на вбрасываемый заряд.

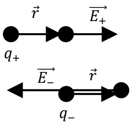
Поле точ. заряда имеет вкт-р $\vec{E}$ следующего вида:

$\vec{E} = k\frac{q}{r^3}\vec{r}$; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$;$[\vec{E}] = 1\frac{\text{В}}{\text{м}}$

Для визуализации элетростат. поля исп.ся понят. силов. линий:

1.Напр-е вкт-ра $\vec{E}$ выбир. таким образом, что силов. линии проводятся так, что вкт-р $\vec{E}$ явл. касат. к ним.

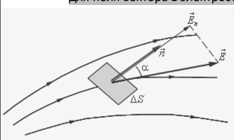
2. Плотн. силов. линий пропорц. $|\vec{E}|$.



$$\frac{N}{S} \sim E$$

Эл.стат. поле от с-мы зарядов находится по принципу вкт-рной суперпоз. полей: $\vec{E} = \sum_{i=1}^{k} \vec{E_i}$

46. Поток векторного поля E через поверхность. Теорема Гаусса для поля вектора E электростатического поля.

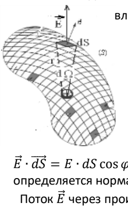


Рассм. поле $\vec{E}$ и элемент. площадку dS. $\vec{n}$ – вкт-р нормали к площ. dS. Тогда $\overrightarrow{dS} = \vec{n} \cdot dS$ – ориент. площ. Пусть $\vec{E}$ сост. угол α с $\vec{n}$, тогда потоком $\vec{E}$ наз. величина $d\Phi = \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = E \cdot dS \cos\alpha$

$$E_n = E\cos\alpha; \qquad d\Phi = E_n dS$$

Поток вкт-ра опред. его нормаль. составляющей. С точки зрения силов. линий: элемент. поток равен числу силов. линий dN пересек. площ. dS. $\quad d\Phi = dN$

Т-ма Гаусса (интегр. форма): Поток $\vec{E}$ эл.стат. поля через произв. замкн. поверхн. $S_\text{п}$ числ. равен суммар. внутр. заряду, деленному на ε_0: $\oint_{(S_\text{п})} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0}$ на поток влияют только внутр. заряды.



Важно: 1) поверхн. замкн.; 2) поток опред. только зарядами внутри поверхности; 3) поверхн. может быть произв., она не явл. реальной физ. поверхностью. Поверхн. наз. замкн., если произв. контур на ней путем непр. деформации можно стянуть в точку.

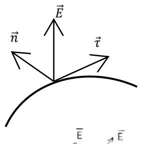
Исследуем статическое электр. поле. $d\Phi = \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = E \cdot dS\cos\varphi = E_n dS$– это зн., что элемент. поток $d\Phi$ определяется нормальной составляющей E_n.

Поток $\vec{E}$ через произв. замкн. поверхность будет определятся $\sum$ счетного числа элемент. потоков соотв. числа элемент. площ. из кот. склад. замкн. поверхн.

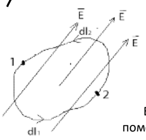
Результат т. Гаусса: определяет $\vec{E}$ на поверхности $S_\text{п}$

При подсчете потока для всей поверхности должна выбир.ся однотипная нормаль (внутр. или внеш.).

47. Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля.



$$\vec{E} = E_n\vec{n} + E_\tau\vec{\tau}$$



Рассм. поле $\vec{\text{E}}$, в кот. нах. произв. замкнут. контур. Рассм. две точки 1,2 на контуре. $\overrightarrow{dl}$ – беск. малый элемент контура, определенн. на векторе касат.$\vec{\tau}$. $\quad \overrightarrow{dl} = dl \times \vec{\tau}$.

Тогда сумма интегралов: $\oint_L \vec{E}\,\overrightarrow{dl} = \int_1^2 \vec{E}\overrightarrow{dl_1} + \int_2^1 \vec{E}\overrightarrow{dl_2}$

Если поменять пред. интегрир., то знак помен.:

$$\int_1^2 \vec{E}\overrightarrow{dl_1} - \int_1^2 \vec{E}\overrightarrow{dl_2}$$

Т.к. поле вект. $\vec{\text{E}}$ явл. полем консервативной силы, то работа ее не зависит от траектории.

Теорема о циркуляции: Циркуляция вектора $\vec{\text{E}}$ по замкнутому контуру равна 0.

$$\oint_L \vec{E}\overrightarrow{dl} = 0;$$
$$\vec{E}\overrightarrow{dl} = (\vec{E}\vec{\tau})dl = E_\tau dl$$

Т-ма о цирк. опр. тангенс. составляющую $\vec{\text{E}}$.

$$\oint_L \text{E}_\tau \text{dl} = 0$$

48. Потенциал электростатического поля. Потенциал поля точечного заряда и системы зарядов.

Работа консерв. силы измеряется убылью потенциала. φ_1 и φ_2 – потенц. единичн. заряда в указ. точках.

$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}\,\overrightarrow{dl}$; $[\varphi] = 1\text{В}$

Потенциал – это величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда в данной точке поля.

Элементарная убыль потенциала: $-d\varphi = \vec{E}\overrightarrow{dl}$;

Потенциал поля точечного заряда: $\varphi = k\frac{q}{r}$; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Принцип суперпозиции справедлив и для потенциала.

Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$\varphi = k\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}$$

49. Связь потенциала и напряженности электростатического поля.

Из уравнений для $\vec{\text{E}}$ в интегральной форме следует:

$\vec{E}\overrightarrow{dl} = -d\varphi$ (для ∀ перемещ.)

Рассмотрим независимые перемещения заряда по осям x, y, z.

$E_x dx = -d\varphi$

$E_y dy = -d\varphi$

$E_z dz = -d\varphi$

$\vec{E}$ в ортонормированном базисе: $\vec{E} = E_x\vec{\imath} + E_y\vec{\jmath} + E_z\vec{k}$

Заменяя проекции $\vec{\text{E}}$: $E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$; $E_y = -\frac{d\varphi}{dy}$; $E_z = -\frac{d\varphi}{dz}$, получаем соотношение между $\vec{\text{E}}$ и скаляром φ:

$$\vec{E} = -\left(\frac{d\varphi}{dx}\vec{\imath} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{\jmath} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{k}\right)$$

Если воспользоваться оператором набла: $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi = -\overrightarrow{grad}\varphi$

$\vec{E}\overrightarrow{dl} = E_l dl$; $E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$;

$dl = |\overrightarrow{dl}|$ – элементар. путь; E_l – проекция $\vec{E}$ на перемещ. $\overrightarrow{dl}$.

Эквипотенциальные поверхности – поверх-ти, во всех т. которой потенциал φ имеет одно и тоже знач.

50. Электрическое поле диполя в дальней зоне.

Эл. диполем называется с-ма разноим. зар. одинак. величины, находящихся на нек. расст. друг от друга $\vec{l}$.

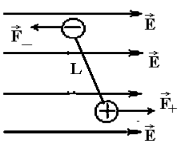
$\varphi = k\frac{p\cos\vartheta}{r^2}$ - потенциал поля диполя

Электр. хар-ка диполя – электр. момент диполя $\vec{p} = q \cdot \vec{l}$. ($\vec{l}$ и $\vec{p}$ сонаправленны, а q > 0)

$E = k\frac{p}{r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\vartheta}$ – общ. форм. поля диполя

В частности , при ϑ = 0 и ϑ = π/2 получим:

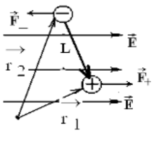
$$E_{||} = k\frac{2p}{r^3};\ E_{\perp} = k\frac{p}{r^3}$$



Рассм. диполь в однор. поле $\vec{E}$. На каждый заряд действ. сила, однако напр. между ними 180°. В итоге возн. момент пары сил, который ориент. диполь по силе поля. Результ. сила, которая действ. на диполь, является векторной суммой $\vec{F} = q\vec{E}_+ - q\vec{E}_-$. Если в точках на краю диполя напр. поля отличается, можно ввести $\Delta\vec{E} = \vec{E}_+ - \vec{E}_-$.

Введём изм. $\vec{E}$ по длине диполя. Тогда $\Delta\vec{E}$ можно определить $\Delta\vec{E} = \frac{\partial\vec{E}}{\partial L}L$. Так как сила это $q \cdot \vec{E}$, то в однор. поле на диполь будет действовать сила $\vec{F} = q \cdot \Delta\vec{E} = q \cdot \frac{\partial\vec{E}}{\partial L}L$. Исп. понятие дипольного момента: $\vec{F} = p \cdot \frac{\partial\vec{E}}{\partial L}$. В проекции $\overrightarrow{F_x} = p \cdot \frac{\partial\overrightarrow{E_x}}{\partial L}$.

51. Момент сил, действующих на диполь в электрическом поле. Потенциальная энергия диполя в электростатическом поле.



Восп. моментом сил, чтобы найти энерг. (момент сил точки - $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$). В силу аддитивности $\vec{M} = \vec{r_1} \times \vec{F_+} + \vec{r_2} \times \vec{F_-} = q(\vec{r_1} - \vec{r_2}) \cdot \vec{E}$.(при однор. поле $\vec{F_+} = q\vec{E}, \vec{F_-} = -q\vec{E}$).Из геом. векторов находим $\vec{r_1} - \vec{r_2} = \vec{L}$.

$\vec{M} = q(\vec{r_1} - \vec{r_2}) \cdot \vec{E} = q\vec{L} \cdot \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$. – момент сил, который повор. диполь. ($\overrightarrow{M = \vec{p} \times \vec{E}}$)

Опред. энергию диполя как алг. сумму пот. энергии заряда. $W_n = q \cdot \varphi_+ \pm q \cdot \varphi_- = q(\varphi_+ - \varphi_-)$.

$\varphi_+ - \varphi_- = \frac{\partial\varphi}{\partial L}L$; где $\frac{\partial\varphi}{\partial L}$ – прозв. потенц. по направ. вектора $\vec{L}$.

С помощью ф-лы связи потенц. и напряжённости ($E_L = -\frac{d\varphi}{dL}$) получим: $\varphi_+ - \varphi_- = -E_L L = -\vec{E}\vec{L}$

Тогда пот. энергия будет равна $W_n = -q(\vec{E} \cdot \vec{L}) = -\vec{p}\vec{E}$ в поле E. ($W_n = -\vec{p}\vec{E}$)

Пот. энерг. минимальна, когда $\vec{E}\ ||\ \vec{p}$.

52. Плотность и сила тока. Основы теории Друде для классической электропроводности металлов.

В процессе этого движения через сечение проводника перенос. электрический заряд частицами, которые им обладают.

Количественная характеристика постоянного тока – сила тока.

$I = \frac{dQ}{dt}$ - для тонкого проводника

Если ток неравномер. распред., вводится понят. плотности тока.

$j = \frac{dI}{dS}$ (является вектором)

Под током dI понимается поток вектора $\vec{\jmath}$: $\quad dI = \vec{\jmath}\overrightarrow{dS}$

При протекании тока в Ме, направленность может измен. за счет рассеивания электронов на атомных плоскостях и узлах решетки.

Изменение направленности движения уменьшает силу тока.

Существует колич. характеристика – величина сопротивления.

Плотность тока – локальн. характ-ка процесса протекания тока.

Пусть dQ находится в объеме: $\quad dQ = \rho dV = \rho dSdl$

Подставим заряд в ток: $\quad dI = \frac{dQ}{dt} = \rho\frac{dl}{dt}dS = \rho v dS$

ρ - объемная плотность заряда

$j = \frac{dI}{dS} = \rho v$; $\vec{\jmath} = qn\,\vec{v}$

$n = \frac{N}{V}$ – концентрация; $\rho = qn = \frac{qN}{V} = \frac{Q}{V}$;

$I = \int_S \vec{\jmath}\overrightarrow{dS}$ – сила тока через ∀ поверхность

53. Уравнение непрерывности. Закон Ома в локальной (дифференциальной) форме.

Полный ток, через замкнутую поверхность: $I = \oint_S \vec{j}\overrightarrow{dS}$

Если ток вых. из поверхн. то этот процесс влечет уменьш. заряда. $\oint_S \vec{j}\overrightarrow{dS} = -\frac{dq}{dt}$

Для токов, которые входят, заряд будет наращиваться, но скалярное произведение <0

$\oint_S \vec{j}\overrightarrow{dS} = -\frac{dq}{dt}$ <u>- уравнение непрерывности электрического тока (в интегральной форме)</u>

Если заряд не меняется – процесс стационарный.

Условие стационарности: $\frac{dq}{dt} = 0; \oint_S \vec{j}\overrightarrow{dS} = 0$

Уравнение непрерывности в дифференциальной форме:

$\vec{\nabla}\vec{j} = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}; div\,\vec{j} = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}$ (локальная формулировка)

Условие стационарности: $\frac{dq}{dt} = 0; \vec{\nabla}\vec{j} = 0$

I, U, R – характеристики тока

$$I = {}^{U}/_{R}$$

$\mathrm{R} = \rho\frac{l}{S}$, $\rho = \frac{1}{Q}$; ρ – удельное сопротивление

U=El ; I=jS; U=El=jS $\rho\frac{l}{S}$

$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E};\ \vec{j} = \sigma\vec{E}$ - локальная формулировка закона Ома

σ – удельная электрическая проводимость

Сторонние силы – неэлектростатические силы (силы Лоренца, хим. Силы)

Пусть $\vec{E}^*$ - напряженность сторонней силы, тогда закон Ома в обобщенной форме (в случае неоднородного участка):

$j = \sigma(\vec{E} + \vec{E}^*)$ что верно в силу суперпозиции полей

Рассмотрим работу сторонних сил. Для этого преобразуем закон Ома и домножим справа скалярно на dl:

$$j\frac{\overrightarrow{dl}}{\sigma} = (\vec{E} + \vec{E}^*)\overrightarrow{dl}$$

$$\int_{(12)} \rho j dl = \int_{(12)} \vec{E}^*\overrightarrow{dl} + \int_{(12)} \vec{E}\overrightarrow{dl}$$

$$\int \rho\, j\frac{\overrightarrow{dl}}{dS}dS = \int \rho(j\,dS)\frac{\overrightarrow{dl}}{dS} = \int \rho\frac{dl}{dS}dI = \int R\,dS$$

$$\int_{(12)} RdI = \varepsilon + \varphi_1 - \varphi_2$$

$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon$ – закон Ома для неоднородного участка

54. Вектор магнитной индукции. Магнитное поле равномерно движущегося заряда.

Вектор индукции магн. поля – силовая хар-ка магнитного поля. Она определяет F, с которой поле действует на проводники с током, … на электрич. Заряды, которые движутся.

Магнитное поле порождается токами(движущимися электрическими зарядами)

[B]=1 Тл (рис(1.1))

$F_A = I\cdot l\cdot B\cdot\sin\alpha$ – сила Ампера

$\vec{F}_л = q\cdot\vec{r}\times\vec{B}$ - сила Лоренца

$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N}\vec{B}_i$ – векторный принцип суперпозиции для вектора магнитной индукции.

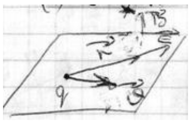
$\vec{F}_л = \vec{F}_{магнитн.} + \vec{F}_{электр.}$ $\vec{F}_л = q(\vec{r}\times\vec{B} + E)$

Пусть заряд движется равномерно со скоростью $\vec{v}$.

$\vec{E}\,||\,\vec{r}$ (коллинеарны при q>0)

$\vec{B}\perp\vec{E}$

Определить $\vec{B}$ для наблюдателя в точке с радиус-вект. $\vec{r}$.



Экспериментально получено: $B \sim q|\vec{v}| \sim 1/r^2$

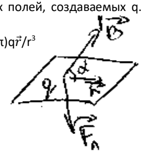
$\vec{B} = (\mu_o/4\pi)q\cdot\vec{r}\times\vec{v}/r^3$ μ_o – магнитная постоянная. $\mu_o/4\pi = 10^{-7}$Гн/м

Сравним величины эл-ких и магнитных полей, создаваемых q. Из определения электрического поля:

$\vec{E} = (1/4\pi\varepsilon_o)q\vec{r}/r^3$ $\vec{E}\varepsilon_o = (1/4\pi)q\vec{r}/r^3$

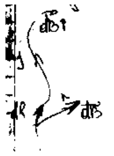
$\vec{B} = (\mu_o/4\pi)q\cdot\vec{r}\times\vec{v}/r^3 = \mu_o\varepsilon_o\cdot\vec{v}\times\vec{E}$ =>

=> $\vec{B} = (1/c^2)\,\vec{v}\times\vec{E}$ - величина, связанная с релятивистским преобразованием.



55. Магнитное поле стационарного тока. Закон Био-Савара-Лапласа.

Закон Б.-С.-Л. Позволяет установить индукцию магнитного поля проводника с током I на расстоянии r от него.



$\overrightarrow{dl} = \vec{\tau}dl$

Рассмотрим закон Б.-С.-Л., исходя из поля точечного заряда

$\overrightarrow{dB} = (\mu_o/4\pi)\cdot dq\cdot\vec{r}\times\vec{v}/r^3$

$\vec{j} = qn\vec{v} = (qN\vec{v})/V = (Q/V)v$

$\vec{j} = \vec{\tau}\frac{dq}{dSdt}$; $dq = \rho dSdl$; $\vec{v} = \tau\frac{dl}{dt}$ =>

$\vec{j} = \rho\vec{v}$

Требуется перейти от заряда к плотности тока.

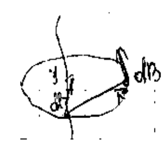
$\overrightarrow{dB} = (\mu_o/4\pi)\cdot dq\cdot\ \vec{r}\times\vec{v}/r^3 = (\mu_o/4\pi)\cdot\rho\cdot dV\cdot\vec{r}\times\vec{v}/r^3 = (\mu_o/4\pi)\cdot(\vec{j}\times\vec{r}/\ r^3)dV$ - Связь между плотностью тока и индукцией, которая его порождает. Переход от плотности тока к току (j →I):

Перейдём к тонким проводникам. Будем считать $\vec{j}$ || оси проводника. Тогда

$(\vec{j}S)dl = I\cdot dl$ $\vec{j}\,||\,dl$

$\overrightarrow{dB} = (\mu_o/4\pi)\cdot(\vec{j}\,dV)\times\vec{r}/\,r^3$

$\overrightarrow{dB} = (\mu_o/4\pi)\cdot I\cdot(\overrightarrow{dl}\times\vec{r})/\,r^3$ - закон Б.-С.-Л. для тонких проводников.



Источником магнитного поля являются токи

∃ некоторое расстояние $\vec{r}$, для которых $|\overrightarrow{dB}|$ будет оставаться неизменным, а сам вектор будет касательной.

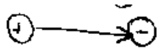
Это место называется силовыми линиями.

$|\vec{B}| \sim N$

$|\vec{B}|$ определяет число силовых линий через произвольную площадку.

Силовые линии магнитного поля отличны от электростатических

Магнитное поле	***Электростатическое поле***
зарядов нет, линии замкнуты сами на себе	нужны заряды



56. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля.

Рассм. произвольную замкн. поверхность Sn, обхватывающую вкт-р-объем простр. Пусть данную поверхн. пересекают с линии. Выбер. единый тип нормали для поверхн. – внешний (n_1 - на входе силов. линии в поверхность, n_2 - на выходе силов. линии из поверхности).

Угол между n_1 и n_2 – тупой, между B_1 и B_2 – острый.

$d\Phi = \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS}$ поток.

$|\vec{B}|$ - плотн. силов. линий. $|\vec{B}| = \frac{dN}{dS}$

$d\Phi$ - число силов. линий, $d\Phi = dN$

Силов. линии магн. поля замкн.. Рассм. поток вкт-ра через поверхность.

$$\oint_{(Sn)} \vec{B}\cdot\overrightarrow{dS} = -\int_{(Sn)} B_{n_1}dS + \int_{(Sn)} B_{n_2}dS = -N_1 + N_2 = 0$$

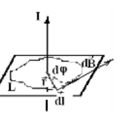
Алгебраический поток – поток для входящих линий.

Поскольку силов. линии неразрывны, то число входящих = числу выходящих. Интеграл по полной поверхности = 0.

Т-ма: Поток вкт-ра магн. индукции через произвольную поверхность = 0

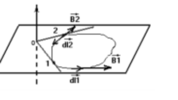
57. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в интегральной и дифференциальной форме.

Рассм. линейн. ток I перпенд. нек. плоскости, в кот. нах. замкн. контур.



1. Рассм. случай, когда L охват. ток I. <u>Цель</u> – рассчитать велич. циркуляц. Рассм. элемент контура dl, который нах. на радиус-вкт-ре l от проводника. Пусть на этом элем. проводн. создает поле B. Угол dφ - ширина dl для наблюдат. $B(r) = \frac{\mu I}{2\pi r}$. Определим циркуляцию по вектору B. $\oint_{(L)} \vec{B}\cdot\overrightarrow{dl} = \oint_{(L)} B_\tau dl = \oint_{(L)} \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{dl}{r}$ = (замена перемен., что прив. к замене пределов) = $\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi}d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\,2\pi = \mu_0 I$

$\oint\vec{B}\overrightarrow{dl} = \mu_0 I$ - **Для линейн. тока циркуляция B по замкн. контуру L пропорц. величине силы тока I.** Если токов неск., и они отлич. напр-ями, то циркуляция пропорц. алгебраич. сумме токов (токи считаются «+», если с острия их напр-я обход контура происх. против час. стрелки)



$\oint \boldsymbol{Bdl} = \mu_0(\mathbf{I_1} + \mathbf{I_2})$

2. Линейн. ток перпенд. плоск., контур по отнош. к которой явл. внешним. В соотв. с построен.ми: контур L можно разбить на две части (внешн. и внутр.). Обход контура против час. стрелки. Рассм. циркуляцию B по контуру L:

$\oint_{(L)}\vec{B}\overrightarrow{dl}$ = $\oint_{(12)} B_{1\tau}dl + \oint_{(21)} B_{2\tau}dl$ = (выполняем замену перемен., меняем пределы) = $\frac{\mu I}{2\pi}\left(\int_0^{\varphi 1}d\varphi - \int_0^{\varphi 1}d\varphi\right) = 0$

Если контур не охв. ток, то циркуляц 0.

Т-ма (о *циркуляции*) Циркул. B по замкн. контуру L равна произв. магн. постоянной μ на алгебраическую сумму токов, охваченных контуром. $\oint\overrightarrow{\boldsymbol{B}}\overrightarrow{\boldsymbol{dl}} = \mu_0(\mathbf{I_1} + \mathbf{I_2})$ **– интегр. форма**

Для перехода к локальной форм-ке т-мы о циркуляции, путем непрер. деформации контур стянем в точку с коорд. (x, y, z). $\oint\overrightarrow{\boldsymbol{B}}\overrightarrow{\boldsymbol{dl}} = \mu_0\mathbf{I}$ Разделим левую и правую часть на S - величина площади, огран-ной контуром L. $\frac{\oint\vec{B}\vec{dl}}{S} = \frac{\mu_0 I}{S}$ => $\lim_{s\to 0}\frac{\oint Bdl}{S} = \lim_{s\to 0}\frac{\mu_0 I}{S}$

Рассм. правую часть: $\lim_{s\to 0}\frac{\mu_0 I}{S} = \mu_0 j$ Рассм. левую часть:

$\lim_{s\to 0}\frac{\oint Bdl}{S} = \lim_{s\to 0}\frac{F(B)}{S}$ =(расстояние как разность нек. функций.Результатом будет производн.,однако это должна быть вкт-р-производн.) = ∇ x B. **Локальная форм-ка т-мы о циркуляции:** ∇ x B = μ_0j; rot B= μ_0j

59. Проводники в электростатическом поле. Поле внутри проводника и у его поверхности. Распределение заряда в проводнике.

Для равновесия зарядов на проводнике необходимо

- Металл обладает высокой концентрацией свободных электронов (около $10^{25}м^{-3}$)

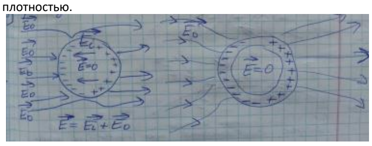
1) Потенциал внутри проводника должен быть постоянным $\varphi(x,y,z) = const$, это означает, что вектор $\vec{E}$ поля везде должен быть равен нулю

2) Вектор напряжённости $\vec{E}$ на поверхности проводника должен быть в каждой точке направлен по нормали к ней

3) При равновесии зарядов поле в каждой точке отсутствует, поэтому поток вектора электростатического поля через поверхность равен нулю.

Согласно теореме Гаусса сумма зарядов внутри поверхности также будет равна нулю.

4) В равновесном состоянии, ни в каком месте внутри проводника не может быть избыточных зарядов – все они распределяются по поверхности проводника с некоторой плотностью.



60. Энергия электрического поля.

$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd$ – энергия заряж. конденсатора

(U/d равняется напряж. поля в зазоре, а Sd = V)

$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^2}{2}V = \frac{V}{2}\vec{E}\vec{D}$

$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^2}{2}$ – объёмная плотность энергии

$$\omega = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} = \frac{\vec{D}^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

Заменив в формуле ($\omega = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$) D его значением получим для ω следующее выражение:

$$\omega = \frac{\vec{E}(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})}{2} = \frac{\varepsilon_0\vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{E}\vec{P}}{2}$$

Первое слагаемое совпадает с плотностью энергии поля $\vec{E}$ в вакууме, а второе представляет собой энергию, затрачиваемую на поляризацию диэлектрика.

61. Полярные и неполярные молекулы. Поляризация диэлектриков. Поляризованность. Поле внутри диэлектрика. Связанные и сторонние заряды. Диэлектрическая восприимчивость.

Поляризованность. Поле внутри диэлектрика. Связанные и сторонние заряды. Диэлектрическая восприимчивость.+

Неполярные молекулы – это молекулы у которых центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают. Они не обладают собственным дипольным моментом.

Полярные молекулы – это молекулы у которых центры тяжести зарядов разных знаков сдвинуты относительно друг друга. Они обладают собственным дипольным моментом.

Поляризация диэлектриков – это процесс при котором под действием внешнего поля результирующий дипольный момент диэлектрика становится отличным от нуля.

Поляризованность - векторная физическая величина, равная дипольному моменту единицы объёма вещества, возникающему при его поляризации, количественная характеристика диэлектрической поляризации.

$$P = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N} p_i$$

Поле внутри диэлектрика

Поле в диэлектрике явл. суперпозицией поля $E_{стор}$, создаваемого сторонними зарядами, и поля $E_{связ}$ связанных зарядов. Результирующие поле наз. микроскопическим(или истинным):

$$E_{микро} = E_{стор} + E_{связ}$$

В качестве хар-ки поля используется усредненное по физически бесконечно малому объему значения величины.

$$E = \langle E_{микро}\rangle = \langle E_{стор}\rangle + \langle E_{связ}\rangle$$

Заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, называются **связанными**. Под действием поля могут лишь немного смещаться из своих положений равновесия.

Заряды, которые, хотя и находятся в пределах диэлектрика, но не входят в состав его молекул, а также заряды, расположенные за пределами диэлектрика, называются **сторонними.**

Диэлектрическая восприимчивость вещества — физическая величина, мера способности вещества поляризоваться под действием электрического поля

62. Теорема Гаусса для вектора поляризованности.

Теорема Гаусса для вектора поляризованности: поток вектора поляризованности среды через произвольную замкнутую поверхность численно равен величине некомпенсированных "связанных" зарядов внутри этой поверхности, взятой с обратным знаком. $\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\vec{p_i}}{\Delta V} = \frac{N}{\Delta V} * \frac{\sum_{i=1}^{N}p_i}{N} = n * \langle\vec{p_z}\rangle$

63. Вектор электрического смещения. Диэлектрическая проницаемость. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения.

Вектор электрического смещения – вектор величины, определяемой соотношением(вспомогательная величина, источниками которой явл. только сторонние заряды p).

$$D = \varepsilon_0 E + P\ (1)$$

Где ε_0 - электрическая постоянная, E – напряженность, P – поляризованность диэлектрика.

Если в формулу (1) подставить выражение для P, то мы получим:

$$D = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 xE = \varepsilon_0(1 + x)E$$

Безразмерную величину $\varepsilon = 1 + x$ называют диэлектрической проницаемостью.

Теорема Гаусса для вектора электрического смещения: **поток электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности сторонних зарядов.**

$\oint_s \overline{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{d}\overline{\boldsymbol{S}} = \oint_S \boldsymbol{D_n dS}$ = значок суммы от $\boldsymbol{i = 1}$ до $\boldsymbol{N(q_{i\ стор.})}$

64. Условия на границе двух диэлектриков.

Линии вектора D могут начинаться и заканчиваться только на свободных зарядах. При совмещении двух сред с разными ε и σ вектор D пройдет без разрыва с преломлением. $\Phi_D = D_{1n}S_1 + D_{2n}S_2$.

то есть $D_{1n} = -D_{2n}$, по модулю равны. Заменяем: $\varepsilon_0\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_0\varepsilon_2 E_{2n}$.

То есть $\frac{D_{1\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{E_{1n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.

$\frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.

(Подробнее стр.69 том 2 Савельев)

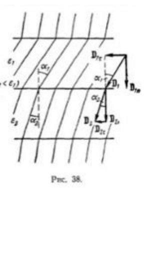


Рис. 38.

69. Вектор напряженности магнитного поля и теорема о его циркуляции. Условия для магнитного поля на границе двух магнетиков.

По аналогии с D для напряженности E из-за того, что конечное B есть сумма магнитного поля тока и намагниченного тела, поле которого нам не известно, вводится величина H, напряженность магнитного поля. $H = \frac{B}{\mu_0} - J = \frac{B}{\mu_0\mu}, \mu = 1 + \chi$

и теорема о циркуляции: **циркуляция вектора напряженности магнитного поля по некоторому контуру равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром.**

$\oint H_l\,dl = \sum i = \oint j_n\,dS$.

Такой аналог создан в том числе потому, что раньше считалось, что есть и магнитные массы, как электрические заряды.

Условия для магнитного поля на границе 2-х магнетиков.

$\Phi_D = B_{1n}S_1 + B_{2n}S_2$.

то есть $B_{1n} = -B_{2n}$, по модулю равны. Заменяем: $\mu_0\mu_1 H_{1n} = \mu_0\mu_2 H_{2n}$.

То есть $\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$. $\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$. $\frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$.

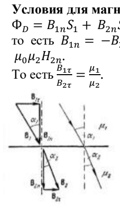
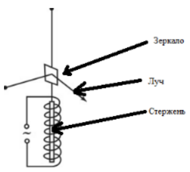


Рис. 81.

66. Магнитные моменты атомов. Опыт Эйнштейна-Д'Хааса.

Магнитный момент атома слагается из орбитальных и собственных моментов входящих в его состав электронов, а также из магнитного момента ядра (который обусловлен магнитными моментами входящих в состав ядра элементарных частиц – протонов и нейтронов). Магнитный момент ядра значительно меньше моментов электронов; поэтому при рассмотрении многих вопросов им можно пренебречь и считать, что магнитный момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов.

Опыт Эйнштейна-Д'Хааса



$$P_m = \frac{evr}{2}$$

Исходя из этого эксперимента они вычислили отношение магнитного момента к механическому.

$$\frac{P_m}{M} = -\frac{e}{2m}, \vec{M} \uparrow\downarrow \overrightarrow{P_m}$$

67. Намагниченность. Токи намагничивания.

Введём понятие вектора намагниченности.

Вектор намагниченности $\vec{J}$ – отношение магнитного момента малого объёма ΔV вещества этого объёма.

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{\Delta V}\overrightarrow{P_m}$$

где $\overrightarrow{P_m}$ – магнитные моменты атомов.

Физический смысл $\vec{J}$ – это магнитный момент единицы объёма вещества.

Различают два типа тока, создающих магнитное поле:

1) Микротоки – токи, обусловленное движением электронов в атомах, молекулах.
2) Макротоки – токи проводимости.

Важно отметить, что магнитное поле создаётся любыми токами, независимо от природы.

Вещество становится намагниченным под действием магнитного поля и создает собственное магнитное поле, то есть $B = B_0 + B'$. В покое $B' = 0$, так как круговые токи молекул беспорядочны и уравновешивают друг друга. Под действием поля эти токи обретают ориентацию, из-за чего порождается поле B'. Намагниченность характеризуется вектором намагниченности $J = \frac{\sum p_m}{\Delta V}$, где p_m — магнитный момент отдельной молекулы, а ΔV — бесконечно малый объем. Токи намагничивания: $\oint B_l\,dl = \mu_0 \sum i + \mu_0 \sum I_M$, I_M — неизвестный нам ток. $\sum I_M = \oint J_l\,dl, \oint(\frac{B}{\mu_0} - J)\,dl = \sum i$

68. Теорема о циркуляции вектора намагниченности.

Циркуляция вектора J по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме токов намагничивания, охватываемых контуром L

$I_M = \oint J dl$, то есть намагниченность порождает ток в теле.

$\vec{\nabla} \times \vec{J} = \vec{j}'$ - дифф. форма уравнения

т.е. ротор вектора намагниченности равен плотности тока намагничивания той же точке пространства

Поскольку в магнетиках, помещённых во внешнее магнитное поле, возникают токи намагничивания , то циркуляция вектора $\vec{B}$ будет определяться не только токами проводимости , но и токами намагничивания:

$$\oint_L \vec{B} dl = \mu_0(I + I')$$

Единицей напряжённости магнитного поля в СИ – ампер на метр (1А/м)

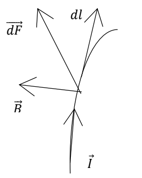
Для упрощения изучения поля в магнетиках вводят вспомогательный вектор. Пусть циркуляция векторов $\vec{B}$ и $\vec{J}$ берётся по одному контуру L:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0(I + \oint_L \vec{J} d\vec{l}),\quad \oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}\right) d\vec{l} = I$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

58. Контур с током в магнитном поле, момент сил. Сила, действующая на контур в неоднородном магнитном осесимметричном поле. Работа сил магнитного поля при перемещении проводника с током.

Замкнутый ток в магнитном поле



Задача Дано: Однор. магн. поле ($\vec{B}_{\text{опис}} = const$). Рассм. элемент с током dl в поле с индукц. B.

B ⊥ плоск., действ.сила Ампера (вект.произвед.)

Определим силу Ампера: $\overrightarrow{dF} = I[dl, B]$.Просумм. силу Амп. по всей длине контура:$F = \oint I[dl, B]$

Воспольз. однородностью поля: если $B = const$, её можно вынести из-под знака интегр., I также.

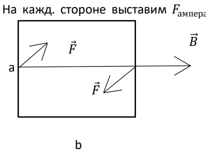
$\oint dl = 0$, т.к.перемещ. 0; $F = I[\oint dl, B] \Rightarrow F = 0$.

!В однородном поле на проводник с током силы не действуют.

Рассм. момент сил, действующих на замкнутый контур с током

Возьмём прямоуг. контур, ток по час. стрелке, поле B в плоскости.

На кажд. стороне выставим $F_{\text{ампера}}$, действ. на проводник.



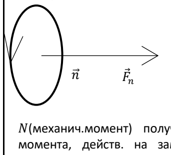
На гориз. участке $F_a = 0$, т.к. dl ↑↑ B, $\sin\alpha = 0$. Для верт. участков **a** эти силы отличны от 0 и напр. в разн. стороны. В механике это называется парой сил.

На прямоугол. рамку с током в однородном поле действует момент пары сил F, величина кот. не завис. от выбора начала коорд-т, а определ-тся только расст. **b**. $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$ Силы не действ., но действ. момент сил.

Модуль каждой силы: $F = IBa$, т.к. $\sin 90^\circ = 1$

$N = Fb = IBab = ISB = P_m B$; S-площадь контура, $|IS| = P_m$ момент пары сил

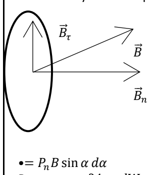
Вектор магнитного момента P_m. Рассмотрим малый кольцевой



ток I с вектором нормали $\vec{n}$. Тогда вкт-ром магн. момента P_m контура с током наз. $\vec{P}_m = IS\vec{n}$ опис. магн. св-ва замкнутых токов.

«Суммируя» опред. P_m(магн.момент) и N(механич.момент) получим $\vec{N} = \vec{P}_m \times \vec{B}$ – вкт-р механич. момента, действ. на замкн. контур (завис. тлко от магн. момента).

Основное свойство замкнутых токов по отношению к магнитному полю – ориентация. **Рассмотрим** виток с током $\vec{I}$ во внешнем поле, вектор $\vec{B}$ которого составляет угол α с магнитным моментом $\vec{P}_m$

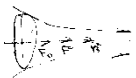


Рассм. неоднород. магн. осисимметричное поле. $(B \neq const)$

Работа магнитных сил $\delta A = N d\alpha =$ • - работа момента внеш. сил для поворота N на $d\alpha$ со стор. момента

•$= P_n B \sin\alpha\, d\alpha$

В механике $\delta A = dW$ - закон превращения энергии



$dW = P_n B \sin\alpha\, d\alpha$

$W = \int dW = -P_n B \cos\alpha + const$ – энергия, которую приобретает виток при довороте на α

$W = -\vec{P}_n \cdot \vec{B}$

!Виток обладает энергией во внешнем поле.

Воспользуемся связью силы и энергии поля $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}W$, тогда для проекции F на ось X, в направлении которой действует $\vec{B}$

$$F_x = -\frac{dW}{dx} = P_m \frac{dB}{dx}\cos\alpha$$

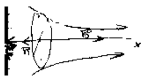
$\frac{dB}{dx}$ – мера неоднородности магнитного поля по оси X

!В неоднородном поле силы действуют в направлении градиента поля B.

Смещение витка вдоль оси X

1)Если $grad > 0$ и проекция > 0, то $F_x > 0$

$$\frac{\partial B}{\partial x} > 0\,, P_n > 0\ \Rightarrow \mathrm{F} > 0$$



контур втягивается в область сильного поля

!Движение будет поступательным

2)Если $\frac{\partial B}{\partial x} > 0\,, P_n < 0\ \Rightarrow \mathrm{F} < 0$

контур выталкивается из области сильного поля

65. Сегнетоэлектрики и их электрическая структура.

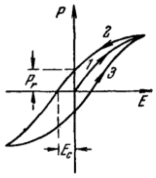
Нелинейный характер поляризации сегнетоэлектрика.

Сегнетоэлектрики – группа веществ, которые могут обладать спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью в отсутствие внешнего поля.

Сегнетоэлектриками могут быть только кристаллические вещества, причем такие, у которых отсутствует центр симметрии. Взаимодействие частиц в кристалле сегнетоэлектрика приводит к тому, что их дипольные моменты спонтанно устанавливаются параллельно друг другу. В исключительных случаях одинаковая ориентация дипольных моментов распространяется на весь кристалл. Обычно же в кристалле возникают области, в пределах каждой из которых дипольные моменты параллельны друг другу, однако направления поляризации разных областей бывают различны, так что результирующий момент всего кристалла может быть равен нулю.

Нелинейный характер поляризации сегнетоэлектрика.

При изменениях поля значения поляризованности P(а следовательно, и смещение D) отстают от напряженности поля E, в результате чего P и D определяются не только величиной E в данный момент, но и предшествующими значениями E.



- петля гистерезиса.

При первоначальном включении поля поляризованность растет с E в соответствии с ветвью 1. Уменьшение P происходит по ветви 2. При обращении E в нуль вещество сохраняет значение поляризованности P_r, называемое остаточной поляризованностью. Только под действием противоположно направленного поля поля напряженности E_c поляризованность становиться равной нулю.

70. Диа- и парамагнетизм. Ферромагнетизм. Магнитная структура ферромагнетика.

Диамагнетизм - один из видов магнетизма, проявляющийся в намагничивании вещества в направлении, противоположном действующему на него внешнему магнитному полю.

Диамагнетики – вещества, которые намагничиваются в направлении, противоположном внешнему полю. Магнитные моменты атомов диамагнетиков в отсутствие внешнего поля равны нулю

Парамагнетизм - один из видов магнетизма, проявляющийся в намагничивании вещества в направлении, совпадающему действующему на него внешнему магнитному полю.

Парамагнетики - вещества, атомы и молекулы которых обладают собственным магнитным моментом даже в отсутствие внешнего поля. В обычном (не намагниченном) состоянии магнитные моменты атомов парамагнетика ориентированы хаотично.

Ферромагнетизм - появление спонтанной намагниченности при температуре ниже температуры Кюри вследствие упорядочения магнитных моментов, при котором большая их часть параллельна друг другу.

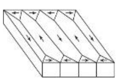
Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура T_c, при которой области спонтанного намагничения распадаются и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. Эта температура называется температурой Кюри.

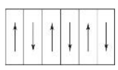
Ферромагнетики – это твердые вещества с кристаллической структурой, обладающие, вообще говоря, самопроизвольной намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. В отличие от диа- и парамагнетиков, ферромагнетики представляют собой так наз. сильномагнитные вещества(индукция магнитного поля в них может в десятки, сотни и тысячи раз превышать индукцию внешнего поля).

Магнитная структура ферромагнетика

МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА, совокупность макроскопич. областей магнитоупорядоченного вещества, различающихся, в зависимости от конкретного типа магнитного упорядочения, направлениями векторов намагниченности M, а так же размером, формой и др. особенностями, связанными, в частности, с кристаллографич. структурой образца и геометрией его поверхности.

На M. с. в ферромагнетиках большое влияние оказывают внешние воздействия: изменение темп-ры, упругие напряжения и, что особенно важно для практич. приложений, постоянные и переменные магнитные поля. Нагрев и последующее охлаждение образцов (определённые режимы для разных магнитных материалов) могут приводить к изменению их кристаллич. структуры, а следовательно, и к изменению магнитной доменной структуры.





71.Кривая намагничивания ферромагнетика. Принцип магнитной записи информации.

Ферромагнетики — вещества, способные сохранять намагниченность в отсутствии внешнего магнитного поля. Железо, никель, кобальт и др. Из-за своих сильномагнитных свойств кривая насыщения (слева) имеет нелинейный вид. Также явно наличие гистерезиса. Даже после обнуления (точки 2 и 5) внешнего поля сохранятся поле B_r— остаточная индукция, и намагничение J_r— остаточное намагничивание.

Точка 3 достигается при наличии коэртицивной силы, противоположной изначальному намагничиванию. Если намагничение достигает насыщения (1 и 4), то это *максимальная петля гистерезиса*, если нет, то *частный цикл* (пунктирный график).

Принцип магнитной записи информации

Принцип магнитной записи электрических сигналов на движущийся магнитный носитель основан на явлении остаточного намагничивания магнитных материалов. Запись и хранение информации на магнитном носителе производится путем :

1. преобразования электрических сигналов в соответствующие им изменения магнитного поля,
2. воздействия поля на магнитный носитель
3. сохранения следов этих воздействий в магнитном материале длительное время, благодаря явлению остаточного магнетизма.

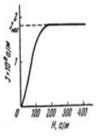


Рис. 101.

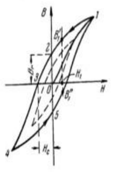


Рис. 102.