§1 Векторные величины и операции над ними

Вектор – класс направл отрезков. 2 характер: длина и направление. Рассм кардинатн способ зад вектора. Базис – система 3 вект, модули которых =1, а они сами ортогон друг другу. I-ось x, j-ось y, k-ось z. $\vec{i}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $\vec{j}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ $\vec{k}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ $\vec{k}=\vec{i}\times\vec{j}$

Кинемат переменн – вел-ны, кот опис движ кинематики. В лин алгебре показ, что люб вект мб разложенна проекции в ортонрмир базисе. Резальтат произвед 2х вект получ число – скаларное произв. Вектор – векторное(получ вектор перпендик множителям) Правило направл вект: результ вект произв направл так, что если смотреть с острия вект, то кратчайший поворот от а к б выглядит происход против ч.с. (все ф-лы по произведениям). Любой вект мб представл как произв его модуля на един вектор е. (ф-ла) определение углов между вект осущ при помощ исполь 2х способов нахожд результ скалярн произв.

§2. Кинематические переменные.

– векторные величины, используемые для описания движения ($\vec{r}$,$\vec{v}$,$\vec{\omega}$…)

Траектория – геометрическое место точек, которое последовательно проходит движущийся объект.

$\Delta\vec{r}$ – вектор перемещения по траектории.

Длина кривой линией, ограничивающей вектор перемещения называется путем, проходимым телом.

Для определения быстроты перемещения по траектории введем понятие вектора скорости $\vec{v}$:

$\Delta r=\vec{r}(t)-v0$.

$\vec{v}(t)=\vec{r'}(t)=d\vec{r}(t)dt$.

Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории движения (из геометрического смысла производной.

Введем понятие вектора ускорения как быстроту изменения скорости объекта:

$\vec{\omega}=d\vec{v}(t)dt$.

Разложим вектор перемещения по осям координат:

$\vec{r}(t)=x(t)\cdot\vec{i}+y(t)\cdot\vec{j}+z(t)\cdot\vec{k}$.

Данное разложение указывает, что любое сложное движение можно заменить на 3 поступательных движения вдоль осей.

Подставим координатное представление $\vec{r}$ в определение $\vec{v}$:

$\vec{v}=d\vec{r}dt=ddt(x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}+z\cdot\vec{k})=vx\cdot\vec{i}+vy\cdot\vec{j}+vz\cdot\vec{k}$.

$vx=dxdt$.

И в определение $\vec{\omega}$:

$\vec{\omega}=d\vec{r}dt=ddt(vx\cdot\vec{i}+vy\cdot\vec{j}+vz\cdot\vec{k})=ddtvx\cdot\vec{i}+ddtvy\cdot\vec{j}+ddtvz\cdot\vec{k}$.

§3 Перемещение, путь, средние значения:

Перемещение определяется законом наращивания скорости: $d\vec{r}=\vec{v}dt$.

При криволинейном движении используют эквивалентность данного движение 3-м последовательным по координатным осям:

$dx=vxdt$ – закон наращивания координаты x при движении по $0x$ со скоростью vx .

$dvx=\omega xdt$ – закон наращивания скорости vx при движении по $0x$ с ускорением ωx.

Пример вычисления пути при const ускорении=a:

Из закона наращивания скорости:

$dv=adt$; $\int dvv(t)v0=\int adtt\kappa0$;

$v|v(t)v0=at|t\kappa0$

$v(t)-v0=a(t-0)=at$.

Подставим $v(t)$ в закон наращивания координаты:

$\int dxx(t)x0=\int(v0+at)dtt\kappa0$.

$S(t)=x(t)-x0(t)=\int v0dtt\kappa0+a\int tdtt\kappa0=v0(t)+at22$.

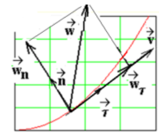
Среднее значение функции на интервале от $x1$ до $x2$:

$\langle y\rangle=1x2-x1\int y(x)dxx2x1$.

Для скорости:

$\langle v\rangle=1t2-t1\int v(t)dtt2t1$.

§4. Ускорение при криволинейном движении



Рассмотрим криволинейную траекторию. Пусть материальная точка имеет $\vec{\omega}$. Введем локальный базис из векторов касательной и нормали:

Разложим $\vec{\omega}$ в локальн. базисе;

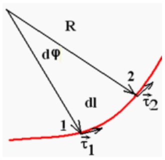
представим $\vec{v}$ как:

$\vec{v}=v\cdot\vec{\tau}+0\cdot\vec{n}$.

$\omega=dvdt=ddtv\cdot\vec{\tau}+vddt\cdot\vec{\tau}$.

$\omega=\omega\tau\cdot\vec{\tau}+\omega n\cdot\vec{n}$.

$\omega\tau=ddtv$.



Установим вид нормальной составляющей ωn: Рассмотрим 2 точки на траектории: пусть перемещение между ними происходит за время dt, а радиус-вектор поворачивается на угол $d\varphi$; $\tau1,\tau2$ – положение вектора касательной в т. 1,2.

dl – хорда, совпадающая с дугой.

Выполним параллельный перенос $\tau2$ к $\tau1$, чтобы имели общее начало. Тогда:

$d\vec{\tau}=\vec{\tau2}-\vec{\tau1}$.

Использую определение угла в радианах, получим:

$d\varphi=dlR=|d\vec{\tau}||\vec{\tau}|$.

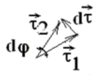
Угол между $\tau1$и $\tau2$мал => $d\tau\perp\tau1$ или $d\tau\perp\tau2$ => $d\tau=0\cdot\vec{\tau}+|d\tau|\cdot\vec{n}$.

$d\tau dt=|d\tau|\cdot\vec{n}dt=dl\cdot\vec{n}dt\cdot R=vR\cdot\vec{n}$ $(dldt=v)$.

$\omega n=vd\tau dt=v2R\cdot\vec{n}$.

Полное ускорение:

$\omega=\sqrt{(ddtv)2+(v2R)2}$.



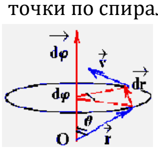
$\vec{\omega}=\omega\vec{t}+\omega\vec{n}=(ddtv)\cdot\vec{\tau}+(v2R)\cdot\vec{n}$.

§5. Кинематика твердых тел. Вращение вокруг неподвижной оси.

Абсолютно твердое тело – система жестко-связанных материальных точек.

При вращательном движении твердого тела каждая его точка движется по окружности, центр каждой окружности находится на некоторой неподвижной оси.

Пусть есть ось Z. Рассмотрим движение точки по спиральной траектории.



Θ – угол наклона $\vec{r}$ к оси Z.

За бесконечно малый интервал dt точка совершает перемещение $d\vec{r}$, поворачиваясь при этом около окружности на угол $d\varphi$. При повороте на беск. малый угол $d\varphi$ недостаточно скалярного представления угла. Беск. малому повороту против час. стрелки соответствует вектор $d\vec{\varphi}$ (направление из начала коорд. по оси).

Из рисунка: $d\varphi=drR$; $R=r\cdot sin\theta$;

$dr=r\cdot sin\theta\cdot d\varphi$; $d\vec{r}=d\vec{\varphi}\times\vec{r}$.

Угловой скоростью вращ. движения называется изменение угла поворота за единицу времени:

$\vec{\omega}=ddt\vec{\varphi}$.

Угловая скорость является единой кинематической характеристикой для всех точек тверд. тела.

$T=2\pi\omega$; $v=\omega2\pi$; $[v]=1$Гц.

$\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$ – связь между линейн. и угловой скоростью при вращ. движении.

$v=\omega rsin\theta=\omega R$.

Угловое ускорение – быстрота изменения угловой скорости за ед. времени.

$\vec{\beta}=ddt\vec{\omega}$.

Найдем связь между лин. ($\vec{w}$) и угловым ($\vec{\beta}$) ускорением:

$\vec{w}=ddt\vec{v}=ddt\vec{\omega}\times\vec{r}=(ddt\vec{\omega})\times\vec{r}+\vec{\omega}\times(ddt\vec{r})=\vec{\beta}\times\vec{r}+\vec{\omega}\times\vec{v}$.

$|\vec{\beta}\times\vec{r}|=\beta\cdot r\cdot sin\theta=\beta R=w\tau$.

Из опред-ия вект. произведения вектор $\vec{\beta}\times\vec{r}$ направлен по касательной к окружности.

$|\vec{\omega}\times\vec{v}|=\omega\cdot v\cdot\sin(\pi2)=\omega v=v2R=wn$.

Полное линейное ускорение:

$\vec{w}=w\tau\cdot\vec{\tau}+wn\cdot\vec{n}$.

$|\vec{w}|=R\cdot\sqrt{\beta2+\omega4}$.

§6 Принцип относительности Галилея. Преобразование Галилея.

Рассмотрим две системы отсчета: xOy – неподвижную; x'O'Y' –подвижную, движ. со скор. $\vec{V}$. И пусть происходит некот. физ. событие А, радиус-век. которого $\vec{r}$ в неподв. и $\vec{r'}$ в подвижн.

Все инерциальные сист-мы по своим физ. свойствам эквивалентны друг другу.

$dt=dt'$

Для установления связи между пространственными координатами используется правило сложения векторов.

Между координатами этого события устанавливаются отношения:

$\vec{r}=\vec{V}t+\vec{r'}$

Покажем, что преобразования не противоречат принципу. Возьмем производную от левой и правой части:

$ddt\vec{r'}=ddt\vec{r}-\vec{V}ddt$

$\vec{v'}=\vec{v}-\vec{V}$

Возьмем производную по времени от этого соотношения. Т.к. $\vec{V}=const$, то оно не изменяется. Получили равенство $\vec{w'}=\vec{w}$. => в инерциальных системах ускорения не изменяются.

§7 Вектор импульса частицы.

Второй закон Ньютона как ур-е движения.

Масса – мера инертности тела (способности препятствовать изменению своей скорости движения)

Импульс (p) – количественная мера движения

$\vec{p}=m\vec{v}$ dp/$dt=\vec{F}$

Импульс изменяется, если на тело действует сила, $m=const$

$mddt\vec{v}=m\vec{w}$

$\vec{w}$(ускорение)$=\vec{F}m$

Подставим (-1) в (-2): $d\vec{v}=\vec{w}dt=\vec{F}mdt$

$\vec{v}(t)=\int\vec{F}mdt$

$d\vec{r}=\vec{v}dt$

$\vec{r}(t)=\int\vec{v}dt$

§8 Импульс с-мы частиц. Закон. сохр. импульса системы.

Импульс системы – сумма импульсов частиц, входящих в систему.

$\vec{p}=\sum \vec{p_i} ni=1$

Из системы выделим частицу с импульсом $\vec{p_i}$, для которой выполняется 2 з-н Ньютона:

$d\vec{p_i}dt=\vec{F_i}$ $d\vec{p_i}=\vec{F_i}dt$

Причиной изменения импульса i-той частицы является действие на нее результирующей силы:

$\vec{p_i2}-\vec{p_i1}=\int \vec{F_i}dtt2t1$

изм. импульса импульс силы.

Возьмем производную по времени от левой и правой части определения импульса системы:

$ddt\vec{p}=\sum(ddt\vec{p_i})ni=1$

Необходимо показать, что быстрота изменения импульса равна 0.

Пусть после взаимодействия импульсы частиц поменялись. Разложим $d\vec{p_i}dt$ в виде двух слагаемых:

$d\vec{p_i}dt=\sum \vec{F_{ik}}+\vec{F_i}k$(внеш)

Тогда:

$ddt\vec{p}=\sum(ddt\vec{p_i})ni=1=ddt\vec{p}=\sum(\sum \vec{F_{ik}}k$(внеш)$)ni=1+\sum \vec{F_i}ni=1$

По третьему закону Ньютона:

$\sum \vec{F_i}ni=1=0$

$ddt\vec{p}=\sum \vec{F_i}$внешни$=1$

Если внешние силы отсутствуют, или ими можно пренебречь, то импульс системы частиц сохраняется.

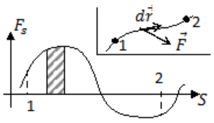
Слабый закон сохранения импульса.

Пусть e – орт, соответствует такому направлению, что Fвнеш$\vec{}\cdot\vec{e}=0$. Тогда:

$d\vec{p}dt\cdot\vec{e}=F$внеш$\vec{}\cdot\vec{e}$

$d\vec{p}dt\cdot\vec{e}=ddt(\vec{p}\cdot\vec{e})=dpedt$ => $pe=const.$

§9 Работа и мощность. Консервативные силы.



Рассмотрим траекторию движения с точками 1,2 по которой движется тело под действием силы $\vec{F}$.

Пусть за время dt тело совершает перемещение $d\vec{r}$. Тогда

$\delta A=\vec{F}\cdot d\vec{r}$, где:

δA – элементарная работа = площади под графиком функции.

Пример: Результат работы упругой силы $F=-k\vec{r}$

$\delta A=\vec{F}\cdot d\vec{r}=-k\vec{r}d\vec{r}$.

Можно показать, что $\vec{r}\cdot d\vec{r}=r(dr\vec{})$.

Тогда:

$\delta A=-kd(r22)$

$\int\delta A(1,2)=-k\int dr2r1(r22)$

$A12=-kr22|r2r1=-k2(r22-r12)$

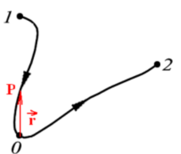
Мощность:

W=F$\vec{}dr\vec{}dt$ $W=\delta Adt$ $W=\vec{F}\cdot\vec{v}$

Силы называются консервативными, если совершаемая ими работа между точками 1,2 не зависит от формы траектории.

Если в каждой точке пространства задан $\vec{F}$, то говорят, что задано поле вектора $\vec{F}$. Поле силы называется стационарным, если оно не изменяется во времени.

§10 Потенциальная энергия частицы в поле. Связь потенциальной энергии и силы поля.



Энергия является функцией состояния системы.

Потенциальная энергия – функц. состоян., завис. только от координат, т.е. она определяется взаимным расположением частей системы.

Работа является функцией процесса, производимого над системой.

Рассмотрим замкнутую траекторию с точками 1,2 и выделим направление движения ab. Поместим начало координат в т. O в произвольное место на траектории и будем рассматривать отклонения от нее на $\vec{r}$ (радиус-вектор)

Работа по перемещению на участке PO будет определятся как:

$APO=\int\vec{F}d\vec{r}OP=U(\vec{r})$.

С другой стороны данная работа будет определятся перемещением $\vec{r}$. В этом случае $U(\vec{r})$ будет называться потенциальной энергией матер. точки, помещенной в точку P. Потенциальная энергия определяется неоднозначно, зависит от выбора точки отсчета (т. O).

Учитывая это определение, получим, что работа по перемещения из т. 1 в т. 2:

$A12=A10+A02=A10-A20$

(Если пределы интегрир. взаимно меняются, то изм. знак перед интегралом)

Можно сказать, что $A12$ будет определена некоторой разностью функций, т.е. работа на всем участке будет определена разностью потенциальной энергии.

$A12=\int\vec{F}d\vec{r}21=U1-U2$

!Работа консервативных сил определяется убылью потенциальной энергии!

Тогда в дифференциальн. виде можно записать:

$\vec{F}d\vec{r}=-dU$ $Fr=-dUdr$ проекции на оси

$Fx=-dUdx$ $Fy=-dUdy$ $Fz=-dUdz$

Сила называется потенциальной, если она имеет следующий вид:

$\vec{F}=-dUdx\cdot\vec{i}-dUdy\cdot\vec{j}-dUdz\cdot\vec{k}$

Чуточку упростим:

Оператор вектор производной (набла):

$\vec{\nabla}=\vec{i}\cdot ddx+\vec{j}\cdot ddy+\vec{k}\cdot ddz$

Тогда: $\vec{F}=-\vec{\nabla}U$ (такой вид производной называется градиентом)

Сила есть мера однородности потенциальной энергии в пространстве.

§11 Кинетическая энергия, полная энергия частицы.

Кинетическая энергия – функция состояния системы, зависит от скорости движения ее частей.

Рассмотрим определение элементарной работы δA и воспользуемся 2-ым законом Ньютона как уравнением движения:

$\delta A=\vec{F}\cdot d\vec{r}=md\vec{r}d\vec{r}dt=m\vec{v}d\vec{v}$ – окончательное выражение для работы, скорость изменяется от $\vec{v}$ до $\vec{v}+d\vec{v}$

После раскрытия скалярного произведения можно перенести модуль скорости под дифференциал:

$\vec{v}\cdot d\vec{v}=vdv$

$\delta A=md(r22)=d(m\cdot v22)=dT$

$\int\delta AA120=\int dTT2T1$

$A|A120=T|T2T1$

$A12-0=T2-T1$=>

$A12=T2-T1=m2(v22-v12)$

δA – работа всех сил для данного параграфа

$\vec{F}=\vec{F}_{конс}+\vec{F}_{стор}$

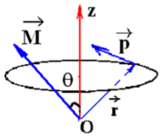
$\delta A=\delta A_{конс}+\delta A_{стор}=-dU+\delta A_{стор}$

В работе всех сил выделим слагаемое, связанное с консервативными силами:

И выполним подстановку в изменение кинетической энергии:

d(T+U)=δAстор

Сумма потенциальной и кинетической энергии называется полной энергией частицы, тогда изменение полной механической энергии частицы сопровождается работой сторонних сил



§12.Момент импульса частицы. Уравнение момента.

Рассмотрим Oz, начало которого находится в точке O, которая находится на радиус-векторе r, её импульс = p.

Для того, чтобы описать движение частицы на удалении от центра, вводится новая векторная хар-ка – момент импульса, кот одновременно учитывает 2 величины: r и p(вект).

Количественная хар-ка выражается векторным произведением. M=r×p При движении частицы вектор M будет описывать коническую поверхность к Oz.

N=r×F – момент силы

Рассмотрим, как связан момент силы и момент импульса

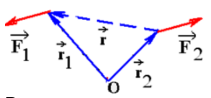
$ddt\vec{M}=ddt(\vec{r}*\vec{p})=(ddt\vec{r})*\vec{p}+r*ddtp$

$d\vec{r}dt=V$; $d\vec{p}dt=\vec{F}$; $ddt\vec{M}=\vec{r}*\vec{F}$

Упростим произведение момента импульса.

Уравнение момента: $d\vec{M}dt=\vec{N}$ – Связь момента импульса и момента силы

Силы, приложенные к разным точкам, но не действующие вдоль линии, соединяют эти точки.



Рассмотрим начало координат O. r1, r2(радиус-вект) определяем положение точек 1, 2 .

Задача: вычисление момента силы относительно O.

$\vec{F2}=-\vec{F1}$ $\vec{N}=\vec{r}1*\vec{F}1+\vec{r}2*\vec{F}2=(\vec{r}1-\vec{r}2)*\vec{F}1=r*\vec{F}1$

Момент пары сил относительно произвольной точки не зависит от выбора этой точки и определяется расстоянием между точками

§13 .Закон сохранения момента импульса системы.

Рассмотрим i-ую точку системы частиц.

Запишем уравнение момента: $d\vec{M}dt=\vec{N}$

Момент сил преобразует сумму внутренних и внешних сил. Рассмотрим момент внутренних сил:

$\vec{N}i=\vec{N}i$внеш$+\vec{N}i$внутр $F1||r$ =>

$\vec{N}i$внутр $=0$

$\sum\vec{N}iNi=1=\sum(\vec{N}i$внеш$+\vec{N}i$внутр$)=$

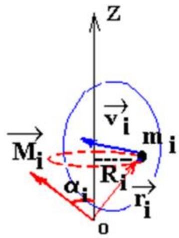
$\sum(\vec{N}i$внеш$)=Ni=1Ni=1\vec{N}i$внеш $ddtM=ddt\sum MiNi=1$ (Сумма моментов сил всех частиц)

$ddt\vec{M}=\vec{N}$внеш - Момент импульса системы изменяет импульс внешних сил

Вектор момента импульса системы ($\vec{M}$) сохраняется для замкнутых систем или когда внешним воздействием можно пренебречь.

Пусть существует некоторый единственный вектор $\vec{e}$

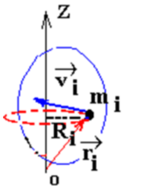
$|\vec{e}|=1,\vec{N}$внеш $*\vec{e}=0$=> $d\vec{M}dt*\vec{e}=\vec{N}$внеш $*\vec{e}$ $dMedt=0$ => $Me-const$



§14.Момент импульса тела относительно неподвижной оси. Момент инерции.

Основное уравнение динамики вращательного движения.
Oz – закрепленная ось вращения
r, m, v – радиус-векторы
Требуется выразить момент импульса тела через характеристики движения твердого тела как целого. Рассмотрим проекцию i-ой точки на Oz:
Mzi=$Micos(\alpha i)$= $mi*ri*vi*\cos(\alpha i)$= $mi*ri*wz*Ri*\cos(\alpha i)$= $miwzRi2$ Mz= $miwzRi2$ => Mz= $\sum MziNi$=1= $wz\sum miRi2$
По определению: проекция момента импульса на ось – сумма моментов проекций точек
Множитель в виде суммы является характеристикой распределения массы по объёму тела
Mz=$wzIz$,где Iz= $\sum miRi2$– Момент инерции твердого тела
Момент инерции тела характеризует инертные свойства твердого тела.
Для исследования изменения момента импульса тела, рассмотрим производную от угловой скорости по времени $dMzdt$=$Iz*$ $dwzdt$=Nz
Рассмотрим систему 2х уравнений, получаем уравнение динамики твердого тела при вращательном движении: $Iz*$ $dwzdt$=Nz $Iz*$ βz=Nz
Ось, относительно которой вращается тело в отсутствие внешних сил, называется свободной осью. Можно показать, что существует 3 свободных оси, которые называются главными осями. Вращение относительно главной оси называется устойчивым.
ТЕОРЕМА Штейнера: Пусть имеется какое-то тело и центр массы (С)
Момент инерции твердого тела относительно произвольной оси равен моменту инерции этого тела относительно оси, проведенной параллельно данной через центр масс + произведение массы на квадрат расстояния между осями.

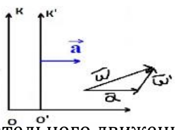
§15.Кинетическая энергия вращающегося тела. Работа по вращению твёрдого тела.
Кинетическая энергия тела будет определяться как алгебраическая сумма



Ек составных частей тела. Рассмотрим Oz твердого тела вращающегося около Oz, выделим материальную точку М. линейная скорость точки = Vi. Определим кинетическую энергию i-ой точки. Далее рассмотрим кинетическую энергию вращающегося твердого тела
Ei= $\sum m1*(wz*Ri)22ni$=1 Ei= $m1*Vi22$= $m12$ $(wz*Ri)2$ E= $wz22$ $\sum mi$ $Ri2$=ni=1 $Iz*wz22$
Если поменять ось, инерция изменится.
Работа – мера инерции
δA=dE=E,$w*dwz$= $wz*Iz*dwz$
$Iz*ddt*wz$=Nz wz= $d\varphi dt$ $Iz*dwz$= $Nzdt$ $d\varphi$= wz dt δA= $Nz*wz*dt$= $Nz*d\varphi$=$F\vec{}*dS\vec{}$ A= $\int Nz*d\varphi\varphi 2\varphi 1$

§16.Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.
Силы инерции приложены только к действующему телу(на которые они действ); невозможно указать тело, которое эти силы вызывает.
$\bar{w} - \bar{w}' = \bar{a}$.
$\bar{w}' = \bar{w} - \bar{a} = \frac{1}{m} \cdot \bar{f} - \bar{a}$.
$\overline{f_{in}} = -m(\bar{w} - \bar{w}') = -m\bar{a}$.

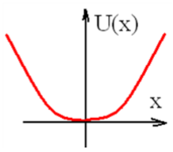
$m\bar{w}' = \bar{f} + \overline{f_{in}}$.



$\overline{f_{in}}$
$= -m\overline{w_0}$
– для поступательного движения
$\overline{f_{in}}$
$= mw^2R$
– для вращательного движения
(К-неподв сист отсч. К'-движ с ускор а)
1) если наблюдатель находится на тележке, которая движется с ускорением w0 , то условием равновесия тела явл равенство равнодействующей всех сил нулю. $\bar{f} + \overline{f_{in}} + \bar{P} = 0$
Такой же пример и для вращательного движения можно привести – центробежная сила инерции.
2) $\overline{f_{упр}} + \overline{f_{in}}$=0.

17 сила Кориолиса
- сила, кот присутств при движ относ вращ системы отсчета
Если расм диск,кот вращ Против ч.с., то шарик выпущ из точки О со скор V' в точку А будет смещ в точку В, так, как будто на него действ сила F_k, перпенд скор движ.

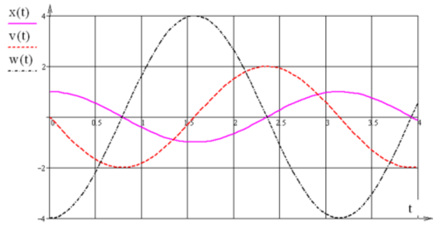
18. Малые колебания. Гармонический осциллятор
Мех колеб – движения, отлич той или иной степ повтореня во времени. Время T, через кот колеб повтор, наз периодом, при этом тело возвращ в исх точку.
Будем рассм свободн колеб(без внешн возд). Рассм проц колеб с точки зрения пот эн, в этом случ необходимо: 1 наличие мин пот эн. 2 наличие возвращ силы при откл тела от полож равновесия. Рассм графи некот функ пот эн, мин пот эн которой нах в точке x=0.



mU(x) x=0
F= -(d\dx)U(x)
$(d/dxU(x))_{x=0}$ =0
Восп опред пот силы, сила наз потенциальной, если она имеет вид:
(D^2/dx^*2U(x))>0
Люб ф-ию можно разложить на ряд Маклорена
U(x)=U(x)+(d/dx*U(x))*x+0.5*(d^2/dx^2U(x))*x^2+0(x^2)
Пот эн содержит только 3 слогаемых
Пост знач произв в ряд разложений
U(x)= 0.5*(d^2/dx^2U(x))*x^2=(K*x^2)/7
K=d^2*U/d*x^2U(x)=-K*x
m*w=F –привлечем доп. 2 зн Ньютона
m*x"=-k*x
x"+w(0)^2*x=0

19. Решение уравнения гармонических колебаний. Начальные условия.
X"+W^2*x=0
X(t)=A*cos(w0*t+f(0))
Знак «-« относ к аргументу в функ, т.е.к фазе функц sin.
Va=W0*A – амплитуда скорости
A*cos (w0*0+f0)
-A*W0*sin(w(t)*0+f(0))=V0
Надо найти A и ϕ_0 чтобы реш был точным.
COS(f0)=x0/A
SIN(f0)=-V0/(A*W0)
F0=ARCTaN(-V0/W0*x0)
Для опр A воспольз тригономерт еденицей
1=sin^2f(0)+cos^2(f0)
1=x(0)^2/A^2+ (V(0)^2/A^2*w^2)

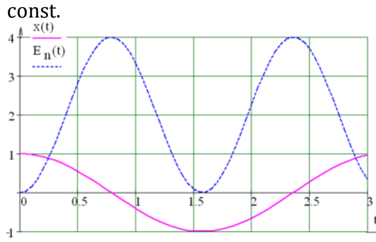
A^2=x^2+V^2/W^2
w(t)=d/dt*V(t)=-A*w(0)*cos(w(0)*t)



Различ фаз колеб по указ функц приводит к тому, что они достиг макс значения в разное время

20 Энергия гармонического осциллятора
Осциллятор - мат точка, колеб по теореме sin или cos
$E = \frac{K*x^2}{2} = \frac{m*\omega^2}{2} * (A * \cos(w(t) + \alpha))^2$

Пониж степ для того, чтобы уст частоту нов колеб и их амплитуду. Частота колеб пот эн в 2р больше частоты коорд колеб. Поскольку пот эн явл квадр формой, то знач колебл ф-ии явл сугубо полож велич
E=m*V^2=m/2*(-A*W*Sin (w(t)+a))^2= =m*(w*A)^2/4*[2*(wt+a)]
Фазы колеб кин и пот эн не совпад
Разница в кобеб = П
Выражение для полной эн гарм осц имеет сл вид:
E=(w^2*m*A^2*[cos^2(w0t+a)+sin^2(wt+a)])/2=(w^2*m*A^2)/2
Полн эн-ия не явл ф-ей времени => она const.



21. Уравнение колебания математического и физического маятника
Математический маятник – материальная точка, подвешенная на длинной нерастяжимой нити (масса нити пренебрежимо мала)
Для определенности рассмотрим фазу движения справа налево
L – рад-вектор положения материальной точки. Переменная, которая будет испытывать гарм колеб откло на угол меньше α. Будем считать, что отклонения у нас маленькие, так что sinα = α. Поскольк колеба пр под действ моментов сил, необх исп уравнен динамики, кот связывает моменты сил и моменты импульсов мат точки.
$\vec{N} = \frac{d\vec{M}}{dt}$ $=> \vec{M}$ – несохраняемая величина
Рассмотрим проекцию уравнения моментов на ось z, которая проходит через точку подвеса, перпендикулярно плоскости рисунка
$\frac{dM_z}{dt} = N_z$ $\vec{V} = \vec{w} * \vec{L}$ С помощью $\vec{L}$ определяется положение в пространстве; L – длина нити.
Вектор w направлен так, что с его острия вращение – против часовой стрелки.
$\vec{N} = \vec{L} * \overrightarrow{mg}$
Момент сил – "значение вектора силы"

Момент силы натяжения = 0 (sin=0(угол между ними = 180))

$\vec{M} = \vec{L} * mV$ – относительно точки подвеса

Там, где начинается L, начинаются $\vec{M}, \vec{N}$

Выбираем ось движения по направлению скорости. Ось вращения Z –относительно $\vec{w}$, перпендикулярна плоскости рисунка.

Момент вектора импульса ⊗,момент вектора сил ⊙

Проекция на ось Oz:

$N_z = -Lmgsin\varphi$ (φ – угол между mg и L)

$N_z = |\vec{N}|cos\pi \quad M_z = LmVsin\frac{\pi}{2}$

$mL\frac{dV}{dt} = -mgLsin\varphi$

Перейдем от линейной скорости к угловой и воспользуемся малостью колебаний:

$sin\varphi \approx \varphi \quad w = \frac{d\varphi}{dt} \qquad V = \vec{w} * L^2$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}sin\varphi = 0 \quad w_0^2 = \frac{g}{l} \qquad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + w_0^2\varphi = 0;\ \varphi'' + w_0^2\varphi = 0$

$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(w_0 t + \alpha$(начальная фаза))

$w_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}\ ;\ T = \frac{2\pi}{w_0}$

Физический маятник – это абсолютно твердое тело, имеющее точку подвеса, не совпадающую с центром масс.

Пусть физический маятник движется справа налево. Т. к. тело твердое, то воспользуемся основным уравнением динамического движения.

$I_z * \beta_z = N_z$ – момент сил, под которыми происходит движение

$\vec{N} = \vec{L} * mg; \qquad N_z = -Lmgsin\varphi$

$I_z\frac{dw}{dt} = -mgLsin\varphi$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgL}{I_z}sin\varphi = 0 \qquad w_0^2 = \frac{mgL}{I_z}\ ;\ w_0^2 = \frac{g}{L\text{пр}}$ (Lпр – приведенная длина маятника)

Приведенная длина – длина тонкого математического маятника, частота которого совпадает с физическим:

$L\text{пр} = \frac{I_z}{mL}$

$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + w_0^2\varphi = 0$ – уравнение колебаний

$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(w_0 t + \alpha$(начальная фаза))- *закон колебаний*

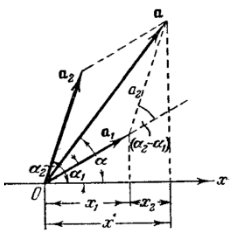
22 Сложение колебаний. Вектор-диаграмма

$x_1(t) = a_1\cos(\omega t + \alpha_1)$

$x_2(t) = a_2\cos(\omega t + \alpha_2)$

ω – совпадает с циклической частотой вектора вращения a_1 или a_2

Наша цель – получение



результирующего закона колебаний:

$$x(t) = a\cos(\omega t + \alpha)$$

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2\cos[\pi - (\alpha_2 - \alpha_2)]$$

$$tg\alpha = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{a_1\sin(\alpha_1) + a_2\sin(\alpha_2)}{a_1\cos(\alpha_1) + a_2\cos(\alpha_2)}$$

23 Уравнение затухающих колебаний и его решение. Логарифмический декремент затухания

$m\omega = -F_c - F_{\text{упр}}$

$m\frac{d^2}{dt^2}x = -r\frac{d}{dt}x - kx$

$\frac{d^2}{dt^2}x + 2\beta\frac{d}{dt}x + \omega_0^2 x = 0$

$2\beta = \frac{r}{m}$

β - коэффициент затухания

$x(t) = Ae^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha)$

В затухающих колебаниях A – переменная

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$\frac{A(0)}{A(\tau)} = e;\ \ \frac{Ae^0}{Ae^{-\beta\tau}} = e$

$e^{\beta\tau} = e; \quad \tau = \frac{1}{\beta}$

Как уменьшается A за T ?

$A(t) = ae^{-\frac{t}{\tau}}$

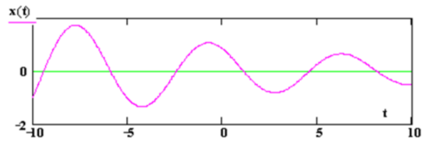
$\frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{ae^{-\frac{t}{\tau}}}{ae^{-\frac{(t+T)}{\tau}}} = \frac{e^{\frac{t}{\tau}}}{e^{-\frac{t}{\tau}}e^{-\frac{T}{\tau}}} = e^{\frac{T}{\tau}}$

$\lambda = \ln\left(e^{\frac{T}{\tau}}\right) = \frac{T}{\tau}$ – логарифмический декремент затухания

$\frac{\tau}{T} = N_e$- число колебаний, амплитуда которых убывает в e раз

$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$- добротность осциллятора

$\frac{1}{\lambda} = N_e$



24. Уравнение вынужденных колебаний и его решение

В качестве исходного уравнения рассмотрим 2й закон Ньютона:

$$m\omega = F_{\text{упр}} - F_{\text{сопр}} + F_{\text{вн}}$$

Колебания называются вынужденными, если они происходят под действием внешней силы.

Случай, когда внешнее воздействие является периодическим:

$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0\cos(\omega t) \qquad \omega$ - частота внешнего воздействия

ω_0- частота собственных колебаний

2й закон Ньютона приведем к стандартной форме:

$$f_0 = \frac{F}{m}$$

$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота вынужденных колебаний

Из уравнения следует, что результирующее колебание, которое соответствует сумме 3-х колебаний, из левой стороны уравнения должно совпадать с f_0;

$x_{\text{общ}}(t) = Ae^{-\beta t}\cos(\omega_1 t + \alpha)$ – общее решение однородного ур-ния

$x_{\text{неодн}}(t) = B\cos(\omega t - \varphi)$ – частное решение неоднородного ур-ния

<u>Теорема:</u>

$x(t) = x_{\text{общ}}(t) + x_{\text{неодн}}(t)$

$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 = f_0\cos(\omega t)$

$x' = -\omega S\sin(\omega t - \varphi)$

$x'' = -\omega^2 B\cos(\omega t - \varphi)$

$B\cos(\omega t - \varphi)\omega^2 - 2\beta B\sin(\omega t - \varphi)\omega + \omega_0^2 B\cos(\omega t - \varphi)$

$2\beta B\omega\cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + (\omega_0^2 - \omega^2)\beta\cos(\omega t - \varphi) = f_0\cos(\omega t - \varphi + \varphi)$

Поскольку будем использовать векторную диаграмму, изменим аргумент cos справа добавляя и отнимая φ части ур-ния.

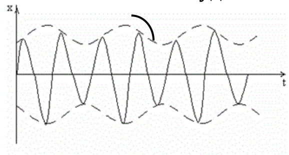
$f_0^2 = (2\beta B\omega)^2 + ((\omega_0^2 - \omega^2)\beta)^2$

$tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$

Амплитуда частного решения является функцией частоты $B(\omega)$ внешней вынужденной силы.

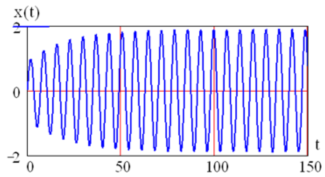
$B(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{4\beta^2\omega^2 + \omega_0^4 - 2\omega^2\omega_0^2 + \omega^4}}$

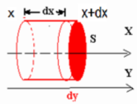
График закона вынужденных колебаний перейдет в режим колебаний с постоянной Амплитудой.



25 Резонанс.Резонансные кривые

Резонанс – резкое возраст ампл вынужд колеюи при некот значении частоты внешн силы





Для упрощ расси достиж экстримума знаменателем ф-ии. Будем ориентир на достиж знамен минимуму по w, тогда Bw достиг макс. ..

Резонансные кривые – графики кривыхЮ завис коэф затух В как параметра. При увел затух ампл, В пониж по вел-не, а резонансн частота смещ в обл малых частот.

26 Упругое напряжение. Закон Гука. Энергия упругих напряжений.

Если после прекращения действия силы, тело принимает прежние размеры и форму, это упругая деформация.

Δl – абс. деф., если деф происх в направлении $Fn \rightarrow \varepsilon$ – отн. деф.; $\varepsilon = \Delta ll$

Норм. напряжение: $\sigma = FnS$, $[\sigma]$=1 Па Для небольших деф. и упругих напряж. установлено, что $\varepsilon = \alpha * \sigma$, где α=1E (E – модуль Юнга – табличное)

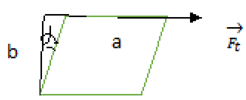
$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} * \frac{F_n}{S} \Leftrightarrow F_n = \frac{\Delta lES}{l}$=k$\Delta l$, где k- коэф. Упругости

E: численно равен такому Fn, при кот. Относительное изменение размеров ε=1 и не превзойдён предел упругости анпряжения

$$W_n = A = \frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{ES\Delta l^2}{2l} = \frac{ESl\Delta l^2}{2l^2} = \frac{E\varepsilon^2}{2}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b} = \gamma$$

$\tau = \frac{F_t}{S}$ – касательное напр $\qquad \gamma \sim \tau \qquad \gamma = \frac{1}{G}\tau$



G – модель сдвига, числ равен такому $Ft\rightarrow$, при кот ε=1 и не превзойдён предел упр деф

$$W_n = \frac{G\gamma^2}{2}$$

27 Распространение волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны.

Волна – периолический во времени и пространстве процесс колебания частиц среды,кот распространяется с опред скоростью.
При прохождении волны, частицы среды не увлекаются волной, а прод совершать колебательные движения около полож равновесия.
Волновая пов – геом место точек простр, колебл в одной фазе.
Волна назыв продольной, если напр распространение волны и напр колеб точек среды ||. Такие волны – результат норм напряж в упругой среде(возник вж, тв и газ телах)
Волна назыв поперечной, если нар колеб точек среды _|_ напр распр волны. Такие волны возник при тангенц напр.
Характерным для волновых проц явл наличие времени запаздывания при передаче фазы движ
Волновым вектором назыв вектор k на $n\rightarrow$, где k-волновое число, кот показ сколько длин волн уклад на 2π.

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \vec{k} = k\vec{n}$$

В изотропных средах напр распр волны опред напр вектора k
Луч- линия, в каждой точке кот $k\rightarrow$ явл касательной.

28 Уравнение плоской волны. Одномерное волновое уравнение.

Пусть смещение точек среды происх по напр Y, а волна распр по X; ϑ –движ фазы волны

$$Y = a\sin(wt),\ \tau = \frac{x}{\vartheta}$$

для волнового проц хар явл волнового запаздывания

$$y = a\sin(w(t-\tau)) = a\sin(wt - w\tau),$$

$$w\tau = \frac{wx}{\vartheta} = \frac{2\pi x}{\vartheta T} = \frac{2\pi x}{\lambda} = kx \Leftrightarrow y = a\sin(wt - kx)$$

Определение формы волновой пов: wt-kx=c, t=t1, x=(wt1-c)/k=c1óформа плоская
Понятие волны как мин расст между точками, колеб в одной фазе: $\varphi2-\varphi1=2\pi n$ => wt-kx2-(wt-kx1)=$2\pi n$ => x2-x1=- $2\pi n/k$
Понятие периода(измер в одной коорд т X, но в разное время): : $\varphi2-\varphi1=2\pi n$ => wt-kx2-(wt-kx1)=$2\pi n$ =>w$\Delta t=2\pi n$ => $\Delta t=2\pi n/w$
Ур-ние плоской волны-ф-я 2-ух переменных; сущ связь между вторыми произв:

$$\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{1}{\vartheta^2}\frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = ka\cos(wt-kx) \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = -k^2 a\sin(wt-kx)$$

$$\frac{dy}{dt} = wa\cos(wt-kx) \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -w^2 a\sin(wt-kx)$$

Подстановка:

$$k^2 a\sin(wt-kx) = \frac{1}{\vartheta^2} w^2 a\sin(wt-kx) \Leftrightarrow k = \frac{w}{\vartheta} = \frac{2\pi}{\vartheta T} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

29. Гармонические, плоские и сферические волны.

Волна называется гармонической, если колебания точек среды происходят с одинаковыми циклическими частотами ω по закону *sin* или *cos*.
$\varphi(x,y,z,t) = A(x,y,z)\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0)$ *– уравнение волны*
$\vec{k}$*- волновой вектор,* $\vec{r}$*–радиус-вектор.* $\vec{k} = k\cdot\vec{n}$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Уравнение волны удовлетворяет волновому уравнению.
$K = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \frac{2\pi T}{\lambda T} = \frac{\omega}{v}$
При движении волны из одной среды в другую частота не меняется, а длина волны изменяется.
1)A(x,y,z)=a – плоская волна. (если A=const, то волна называется плоской)
2)A(x,y,z)=a(если A обратно пропорционально радиус-вектору, то волна называется сферической)
Под скоростью гармонической волны понимается фазовая скорость, т.е. скорость перемещения фазы волны.

$$r = \omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0$$

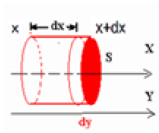
– геометричес место точек, кол в однфа
В случае однородной среды векторы $\vec{k}, \vec{n}, \vec{v}$ коллинеарны.
Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следовательно, волновых поверхностей существует бесконечное множество, в то время как волновой фронт каждый момент времени только один. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы. Соответственно волна в этих случаях называется плоской или сферической.

$$v_{\text{продольной волны}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}\ v_{\text{поперечной волны}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

(G-модуль Юнга, модуль сдвига)
Длина волны определяется как минимальное расстояние между точками пространства, в которых фазы колебаний совпадают. Период гармонических колебаний–минимальный временной интервал, когда колебания в данной координатной точке имеют одинаковые интервалы.

30. Скорость продольной волны

Пусть одномерная волна распределяется вдоль направления X. Смещение точек в волне характеризуется y. Рассмотрим элементы V бесконечно малого пространства dV, которое имеет форму цилиндра. Площадь - S, высота dx. Под действием волны основание изменяется от x до x+dx.



dV=S·dx
dm=S · dx · ρ

$$\varsigma = E\cdot\varepsilon = E\frac{dy}{dx}$$

$$\varsigma = \frac{F_x}{S} \rightarrow F_x = S\cdot E\cdot\frac{dy}{dx}$$

Рассмотрим 2й закон Ньютона в проекции на Ох для данного цилиндра:

$$ma_x = F_{xdx} - F_x, a_x = \frac{d^2y}{dt^2}\quad y - \text{смещение цилиндра.}$$

$$F_{xdx} - F_x = S\cdot E\cdot\left[\frac{dy(x+dx)}{dx} - \frac{dy}{dx}(x)\right]$$

Разложим производную $\frac{dy(x+dx)}{dx}$:

$$\frac{dy(x+dx)}{dx} = \frac{dy}{dx}(x) + \frac{d^2y}{dx^2}dx + O(dx^2)$$

$O(dx^2)$- означает, что мы пренебрегаем всеми слагаемыми начиная от dx до dx^2.Подставим разложенную функцию в [ ].

$$dma_x = F_{xdx} - F_x, a_x$$

$$dm = \rho Sdx$$

$$a_x = \frac{d^2y}{dt^2}$$

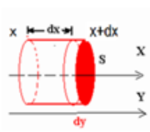
$\rho Sdx\cdot\frac{d^2y}{dt^2} = S\cdot E\cdot\frac{d^2y}{dx^2}dx, \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{\rho}{E}\frac{d^2y}{dx^2}$ - преобразованный 2ой закон Ньютона с учетом малости dx.
С другой стороны существует одномерное волновое уравнение следующего вида $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2y}{dx^2}$. Из сравнения этих уравнений получаем выражение для фазовой скорости продольной волны. $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

31. Энергия продольной волны.

Рассмотрим продольную волну. dy - абсолютная деформация объема, которая определяет смену точек среды. dV=S·dx, dm=S · dx · ρ , т.к. среда обладает упругими свойствами, то в соответствии с законом Гука можно ввести изменение потенциальной энергии.

$$dE_n = \frac{k(dy)^2}{2}$$

Кинетическая энергия объема определяется скоростью смещения точек среды



$$dE_k = \frac{dm\, v_y^2}{2}$$

В соответствии с законом Гука: $K = \frac{ES}{dx}, v_y = \frac{dy}{dt}$ –положение точек среды. $\frac{dy}{dx} = \varepsilon$ (dy – абсолютная деформация, dx – первоначальный размер)

$\varepsilon = \frac{F}{ES}$, понадобится также фазовая скорость $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Полная энергия элемента dV: $dW = dE_k + dE_n, dW = \frac{k(dy)^2}{2} + \frac{dm\, v_y^2}{2} =$

$$= \frac{1}{2}(\rho Sdx)\cdot\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{ES}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx^2$$

Пусть колебания происходят по закону sin:

$$y(x) = a\sin(\omega t - kx)$$

$$\frac{dy}{dt} = \omega a\cos(\omega t - kx), \frac{dy}{dx} = -k a\cos(\omega t - kx)$$

Значит $dW = \frac{1}{2}(\rho Sdx)\cdot a^2\cdot\cos(-\omega t + kx)^2\cdot\omega^2 + \frac{1}{2}ESdx\cdot a^2\cdot\cos(-\omega t + kx)^2\cdot k^2$

$$d\omega = S\rho a^2\omega^2\cos^2(wt - kx)dx$$

$$\omega = \frac{1}{S}\frac{d\omega}{dx} = \rho a^2\omega^2\cos(wt - kx)\quad 2$$

32. Поток и плотность потока энергии. Вектор Умова

Поток энергии – количество энергии, переносимое волной за единицу времени через площадку перпендикулярную к направлению распространения волны.
Для удобства вводится среднее значение потока энергии (т.к. процесс периодический). Функция состояния объема будет все время изменяться.
$W_{ср}=1/T\int_0^T dW = 1/T\int_0^T wSdx = 1/T\int_0^T wSvdt$, где w – плотность
Учитывая фазовую скорость волны dx=vdt =>

$W_{ср}=1/T\int_0^T \rho(aw)^2\cos\left(\frac{-2\pi}{T}t+kx\right)^2 Svdt$; $W_{ср}=\frac{1}{2}w^2\rho a^2 Sv$

$$\int_0^T \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t+kx\right)\ dt$$

$$\tau=\frac{2\pi}{T}t-kx \qquad d\tau=\tau' dt=\frac{2\pi}{T}dt$$

$dt=\frac{T}{2\pi}\int_{-kx}^{2\pi-kx}\cos^2(\tau)\ \ d\tau=\frac{T}{2\pi}\int_{-kx}^{2\pi-kx}(\frac{\cos\ (2\tau)+1}{2})d\tau=\frac{T}{4\pi}\int_{-kx}^{2\pi-kx}dt+\frac{T}{4\pi}\int_{-kx}^{2\pi-kx}\cos\ (2\tau)\ \ d\tau=$

Используя графический смысл определенного интеграла $\int_{-kx}^{2\pi-kx}\cos\ (2\tau)\ \ d\tau=0$ (т. к его величина=сумме площадей под функцией. А на участке 2π сумма площадей $=0$)

$=\frac{T}{4\pi}\int_{-kx}^{2\pi-kx}dt=\frac{T}{4\pi}\tau\oint_{-kx}^{2\pi-kx}=\frac{T}{4\pi}\frac{2\pi-kx+kx}{1}=\frac{T}{2}$

Плотность потока энергии(u)- величина численно равная количеству энергии, переносимой волной в единицу времени через единицу площади поверхности, е площадка ортогональна к направлению распространению волны.

$U=\left(\frac{dW_{ср}}{dS}\right)=\frac{1}{2}w^2\rho a^2 v$

$j^-=\frac{1}{2}w^2\rho a^2 v^-$ – вектор Умова (определяет направление и величину переноса потока энергии)

33.Опыт Майкельсона-Морли. Постулаты относительности Ньютона.

Постулаты Ньютона:

1)пр-во имеет 3 измерения,

2)существует ещё одно измерение-время, которое невозможно определить без связи с движением->время не являлось самостоятельной координатой.

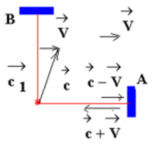
3)размеры твердого тела и интервалы времени в разных инерциальных системах едины.

существовал з-н инерции галилея-ньютона.

4)принцип дальнодействия

Майкельсон и Морли решили проверить и вычислить относительную скорость движения эфира.

Интерферометр Майкельсона-Морли: система зеркал установленных на



каменной плите площадью 1.5 мкв и толщ 30см, которая плавала на ртутной подушке и может поворачиваться на 360гр в горизонтальной поверхности.

Принцип измерения скорости эфира был основан на том, что должна существовать разность времени при прохождении светового сигнала через расстояние ОА и ОВ.

Не соответствует эксперимент теоретическому времен указывает на то, что принцип относительности Галилея не выполняется для света.

34. Постулаты Эйнштейна

Предложил сохранить:

1)евклидность материи.

2)выполняется з-н инерции Галилея - Ньютона.

Предложил отказаться:

1)неизменность геометрии размеров твердых тел и временные интервалах в разных инерциальных системах отсчета.

2)отказаться от преобразований Галилея.

3)принцип дальнодействия.

Эйнштейн выдвинул новые постулаты:

1)принцип относительности-все физические явления протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета (инвариантны при переходе из одной системы в другую). все И.С.О. равноправны между собой.

2)скорость света в вакууме не завис от движения источника и одинакова во всех направлениях. В связи с постулатами Эйнштейна пространство стало 4-х мерным, а время - независимой переменной

35. Преобразования Лоренца

Пусть в некоторой координатной точке происходит событие А.

$$x'=\gamma*(x-vt)$$
$$\lim_{\frac{v}{c}\to 0}\gamma=1$$
$$x'=c*t'$$

Замечание: в соответствии с постулатами Эйнштейна, время течет в разных системах отсчета:

$$t\neq t'$$
$$x=\gamma*(x'+vt'),\qquad x=c*t$$
$$c*t'=\gamma*(c*t-vt)$$
$$c*t=\gamma*(c*t'-vt')$$
$$\gamma^2=\frac{1}{(1-\frac{v}{c})^2},\qquad y'=y,\qquad z'=z$$
$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$
$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$
$$\boldsymbol{t'=\frac{t-vt*x}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},t'=\frac{c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}}$$

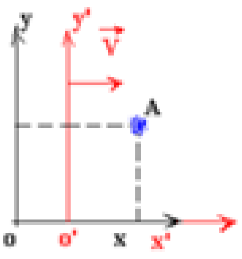
– в разных конспектах по разному

$$t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}*x'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Преобразования Лоренца:

1)переход в преобразования Галилея в случае малых скоростей.

2)скорость света является предельной.

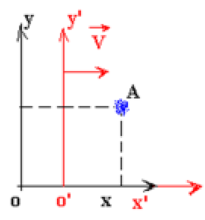


3)скорость движения физических объектов не может превышать скорость света

$$1-\left(\frac{v}{x}\right)^2>0$$

36. Относительное понятие одновременности. Относительность длин и промежутков времени

$$t_1'=\frac{t_1-\frac{v*x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$
$$t_2'=\frac{t_2-\frac{v*x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$



β- относ знач скор,

$$\beta=\frac{v}{c}$$

Рассм врем интервал из неподв сист

$$\Delta t'=t_2'-t_1'=\frac{\Delta t-\frac{v*\Delta x}{c^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Два события называются одновременными, если временной интервал для них расхождения =0.

Исходя из $\Delta t'$ следует: если два события неподвижны в системе одновременно, то они разделены пространственной интервалом Δx, то они не будут одновременны в системе координат.

$\Delta t=0,$ тогда $\Delta t'<0 <=> t_2'<t_1'$

Длинна в подвижной системе

$$x_2'-x_1'=\frac{x_2-vt-x_1+vt}{\sqrt{1-\beta^2}}$$
$$\Delta l=l*\sqrt{1-\beta^2}$$

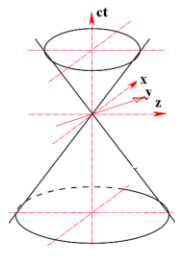
Время для неподвижного наблюдателя

$$t_1=\frac{t_1'+\frac{v*x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}},\qquad t_2=\frac{t_2'+\frac{v*x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$
$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}},\qquad \Delta t'=\Delta\tau$$
$$\Delta\tau=\Delta t*\sqrt{1-\beta^2},\quad \Delta\tau<\Delta t$$

37. Интервал причинности

Из постулата Эйнштейна следует, что пространство 4-хмерное. Интервал между точками в 4х мерном пространстве может быть определен след образом.

$\Delta S^2=c^2\Delta t^2-\ x^2-\ \Delta y^2-\Delta z^2-$ является уравнением поверхности 2го рода и является конусом в 4мерном пространстве



С помощью преобразований Лоренца можно показать, что квадрат. интервала не зависит от И.С.О., т.е. он является ивариантным.

$\Delta S^2=\ \Delta S'^2$ $\Delta S^2>0$

1. $c^2\Delta t^2\ >\ \Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2$

Во внутренней части конической поверхности $\Delta S^2>0$ –времени подобный – это означ, что 2 соб, разделенных пространственным интервалом могут быть связаны с помощью электромагнитных сигналов. Данные точки, связанные данным интервалом, обладают причинно-следственными связями.

2. $\Delta S^2<$ -пространственно подобный; $c^2\Delta t^2\ <\ \Delta x^2+\ \Delta y^2+\Delta z^2$

3. $\Delta S^2=0$ - световой интервал. На поверхности конуса $\Delta S^2=0$

$\Delta x^2+\ \Delta y^2+\Delta z^2=0$

38. Релятивисткий закон преобразования скоростей

Рассмотрим координатные преобразования Лоренца, определим проекцию вектора скорости

$t=\frac{t'+\frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $Vx=\frac{d}{dt}x=\frac{dx'+Vdt'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{dt'+\frac{Vdx}{c^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{dx'+Vdt'}{\sqrt{1-\beta^2}}*\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{dt'+\frac{Vdx}{c^2}}=\frac{\frac{d}{dt'}x'+V}{1+\frac{V\ d}{c^2dt}*x'}$

$Vx=\frac{dx}{dt}=\frac{\frac{dx'}{dt'}+V}{1+\frac{V\ dx_1}{c^2dy_1}}=\frac{V'x+V}{1+\frac{V*V'x}{c^2}}$ $Vy=\frac{dy}{dt}=\frac{dy'}{dt'}=\frac{dy'}{dt'+\frac{Vdx}{c^2}}\sqrt{1-\beta^2}=\frac{\frac{dy'}{dt'}}{1+\frac{V\frac{dx}{dt'}}{c^2}}\sqrt{1-\beta^2}$

В отличие от проекции Vx, Vy является не только функцией Vy', то и Vx', т. е. на проекцию Vy влияет движение по Vx

$$Vy = \frac{Vy' \sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{V * Vx}{c^2}}$$

Аналогично для Vz: $Vz = \frac{Vy' \sqrt{1-\beta^2}}{1+\frac{V * V'x}{c^2}}$

Рассмотрим частный случай: $Vx = \frac{Vx'+V}{1+\frac{VV'_x}{c^2}} = \frac{Vx'+c}{1+\frac{cV'_x}{c^2}} = c -$

Формула показывает, что С – одинакова во всех измерениях

39. Релятивистский импульс. Связь энергии и импульсов СТО

$p=\frac{mv}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$, $E=\frac{mc2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ =>

$p^2[1-(\frac{v}{c})^2]= m^2v^2$, $p^2[1-(\frac{v}{c})^2]=m^2c^2(\frac{v}{c})^2$

Находим $\beta^2=(\frac{v}{c})^2$

$(\frac{v}{c})^2=\frac{p^2}{p^2+c^2m^2}$, $E=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{p^2}{c^2m^2}}}= c\sqrt{p^2+c^2m^2}$

$(E/c)^2-p^2=(mc)^2=inv$ – инвариант

Релятивистский инвариант – физическая величина, которая имеет разные значения в разных инерциальных системах.

Для векторов E^- и p^- можно: $p^-=(E^-/c^2)v^2$ => $p^-/E^- = v/c^2$

Исследуем выражение для вектора импульса, когда v=c: p=E/c

Если частица движется со скоростью с, то р пропорционально Е.

Какая масса у частиц, которые движутся со скоростью света? Для этого рассмотрим :

$pc=c\sqrt{p^2+c^2m^2}$ => m=0.

Верно и обратное, если масса =0 , то v=c.

В отличии от классической механики, импульс безмассовой частицы не равен 0.

(m=0, $p_{кл}=mv=0$, $p_{рл}=E/c$).

Скорость света не достигается.

40. Макроскопическая система. Статистические и термодинамические методы исследований

Система называется макроскопической, если она образована огромным число микрочастиц.

Состояние системы задается с помощью т/д параметров (p, V, T).Если параметры системы имеют определенное значение в определенное время, т состояние называется равновесным.

Процессом называется совокупность последовательных состояний системы.

Процесс называется обратим, если параметры системы можно повторить.

Равновесные процессы - обратимы.

Неравновесные маловероятные повторения исходящих параметров, возвращение в исходящее состояние

В качестве системы будет рассматриваться идеальный газ, в котором частицы практически не взаимодействуют, столкновение чаще происходит со стенками сосуда.

Статистический метод: макроскопическае свойства системы изучаются на основе малекулярно-кинетических представлений и методов. Системы находятся в равновесных системах. Изучение свойств системы сводится к отысканию средних значений физических величин, которые характеризуют систему как целое.

Термодинамический метод: изучает тепловые свойства макроскопической системы не обращаясь к их макроскопическому строению.

В силу своей общности он ограничен в общности исследования. Не дает детальных результатов.

Оба метода взаимодополняют друг друга и обычно иползуются вместе.

41. Основное уравнение МКТ

$$p = \frac{1}{3}nm_0\overline{\upsilon^2}$$

$$\overline{E} = \frac{3}{2}kT \quad p = \frac{2}{3}n\overline{E}$$,

получим

. (24.2)

p = nkT ,

$$n = \frac{N}{V} \text{ ,)} \quad N = \nu N_A$$

$$p = \frac{\nu N_A}{V}kT \quad . \quad pV = \nu RT$$

$$\nu = \frac{m}{M} \text{ , (26.6)} \quad pV = \frac{m}{M}RT$$

.

. (26.8)

Изотермический процесс

$$PV = const$$

Изохорный процесс.

$$p_0V = \frac{m}{M}RT_0$$

и

$$pV = \frac{m}{M}RT$$,

Изобарный процесс.

$$V = V_0 \alpha T$$

42.Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа

Внутренняя энергия идеального газа – энергия частиц газа за вычетом кинетической и потенциальной энергии как целого.

Рассмотрим 1 моль идеального газа: $U=T*_\beta$, β - коэфициент пропорциональности.

Рассмотрим изохорный процесс.

Теплоёмкостью при изохорном процессе называется количество внутренней энергии, необходимое для нагревания идеального газа на 1 ^{0}С

$C_v= \sigma Q/ dT= dU/dT$ – молярная теплоемкость.

Воспользуемся 1 началом т/д:

$\sigma Q= \sigma A+dU$, $dU=0$ => $\sigma A=0$.

$U=C_{v*} T$

Рассмотрим изобарный процесс. Введем понятие C_p – молярная теплоёмкость.

Используем 1-е начало т/д:

$C_p= \sigma Q/dT= \sigma A/dT+dU/dT=pdV/dT+C_vdT/dT= R*C_v$ =>> $C_p= R*C_v$

Пусть $\gamma= C_p/C_v=(R+ C_v)/ C_v= R/ C_v +1$.

γ-1=R/ C_v. =>> C_v=R/(γ-1), C_p= Rγ/(γ-1)

Процесс называется адиобарным, если он идет без теплообмена с окружающей средой.

43 .Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы

Число степеней свободы – число независимых переменных (координат), с помощью которых может быть определено положение системы.

ΔN=1 для задания положения одной точки необходимо 3 координаты.

Рассм 2 точки с упругой связью.

Закон На каждую степень свободы приходится в среднем одно и то же количество энергии 1/2kT, тогда <E> будет определяться как <E>= ikT/2

$U=N_a<E>=kTN_a/2=Na * (R/N_a) *T/2=RT/2$ =>> U=RT/2

Воспользуемся определением теплоемкостей: C_v= RdT/dt=iR/2;

C_p=(i+2)R/2

$\gamma= C_p/C_v=(i+2)/2$ - показатель адиобаты.

44. Элементы теории вероятности

1) Дискр число исп(процесс, где происходит изменение)

Полн число испытаний – сумма $\sum N_i=N$, где N_i/N - относительная частота появления результата

Вероятностью появления величины x_i и x_y при дескретном измерении называется следующая величина P_i=lim N_i/N

Теорема о сложении вероятностей

Вероятность того, что при измерении будет появляться величина x_i и x_y определяется суммой вероятностей i-того и j-того событий.

Следствие: нормировка полной вероятности на единицу

$\sum P_i=\sum \lim N_i/N=\lim\sum(N_i/N)=\lim (\sum N_i)/N=\lim N/N=1$

Теорема о произведении вероятностей

Вероятность того, что одновременно получится результат x_i и x_y равен произведению вероятностей.

Среднее значение величины x при дискретном измерении определяется как

$<x>= (\sum x_i N_i)/N=\sum x_i(N_i/N)$, $k\to\infty$

$<x>=\sum x_iP_i$

Непрерывный спектр величины х

Пусть задана f(x), которая определяет вероятность того, что при измерениях х мы попадаем в коридор от x до x+dx, так что

dP=f(x)dx – вероятность

Тогда функция f(x) называется функцией распределения вероятностей(плотность вероятности)

В соответствии с нормировкой вероятности

$\int dP=\int f(x)dx=1$

Функция плотности вероятности используется для определения средних величин при непрерывном спектре измеряемой величины

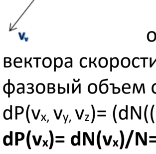
$<x>= {}^{x2}\int_{x1} x\, f(x)\, dx$

45. Распределение Максвела

Пусть при измерении модуля скорости мы попадаем в интервал от v до dv

(v_x, v_x+dv_x) – для v_x; (v_y, v_y+dv_y) – для v_y; (v_z, v_z+dv_z) – для v_z.

(Ри1)Кубок соответствует объему в фазовом пространстве, в который п

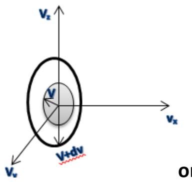


опадает значение конца вектора скорости. Вероятность попадания в фазовый объем определяется формулой:

$dP(v_x, v_y, v_z)= (dN((v_x, v_y, v_z)))/N= f(v)\, dv_x\, dv_y\, dv_z$

$dP(v_x)= dN(v_x)/N= y(v_x)\, dv_x$ – вероятность того, что при измерении проекции v_x мы

получаем результат в интервале от v_x до v_x+dv_x.
$F(v)=y(v_x)*y(v_y)*y(v_z)$ – вероятность одновременно измерить 3 проекции.



(Рисунок 2) Если измерять скорость по модулю от v до dv, то мы все время будем попадать в шаровой слой фазового пространства радиусом R. Максвелл получил функцию распределения частиц по скоростям путем сравнивания величины плотности вероятности для модуля с плотностью распределения вероятностей для проекции.

46. Фазовое пространство скоростей

$dF/dv=0$,

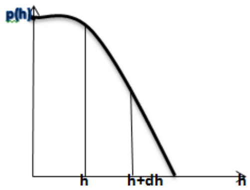
$\mathbf{V_{вер} = \sqrt{(2kT/m)}}$,

$\mathbf{<v> = {}_0\int^{\infty} vF(v)dv = \sqrt{(8kT/m)}}$,

$\mathbf{v_{кв} = \sqrt{(\int v^2F(v)dv)} = \sqrt{(3kT/m)}}$

$V_{вер} : <v> : v_{кв} = 1 : 1{,}13 : 1{,}22$

47.Функция распределения Больцмана



$p=nkT$, $p=p(h) \Rightarrow n=n(h)$

$p= \rho gh$, $dp=- \rho gdh$, m_1- масса одной частицы $\rho= m_1*N/v$

$(dN/V)*kT= - (m_1Ng * dh)/ V$

${}^{N1}\int_{N0} dN/N={}^{z}\int_0 -(m_1g\, dh)/(kT)$

$N_z=N_0 \exp(-(m_1g\, z)/(kT))=N_0\exp(-(\varepsilon_p(z))/kT)$

$dN_{x,y,z}=n_0\exp(-(\varepsilon_p(x,y,z))/kT)dxdydz$