

# 第四章 电路定理

---

- 叠加定理
- 替代定理
- 戴维宁定理和诺顿定理
- 最大功率传输定理
- 特勒根定理
- 互易定理

# § 4-1 叠加定理

## 一、线性系统及其性质

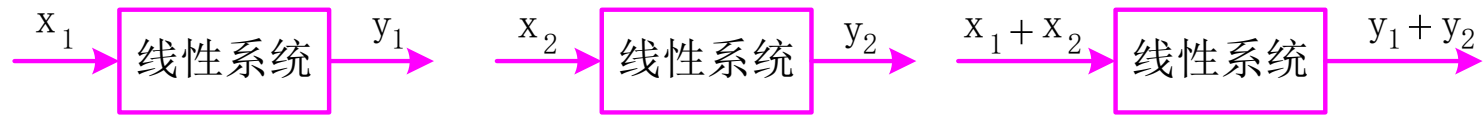
**线性系统：**由线性电路元件组成并满足线性性质的电路。

**线性性质：**

1. **齐次性：**若线性系统的输入为 $x$ 时，输出为 $y$ ，则当输入为 $Kx$ 时，输出为 $Ky$ 。



2. **可加性：**若线性系统的输入为 $x_1$ 时，输出为 $y_1$ ，当输入为 $x_2$ 时，输出为 $y_2$ ；则当输入为 $x_1+x_2$ 时，输出为 $y_1+y_2$ 。



## § 4-1 叠加定理

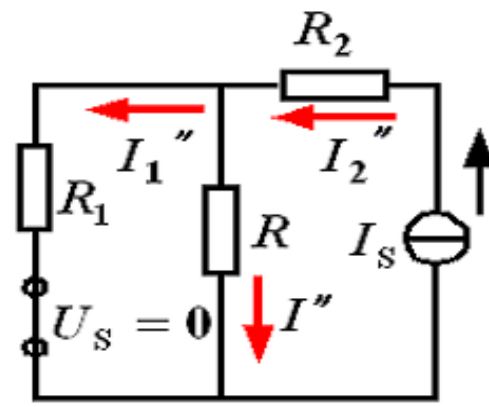
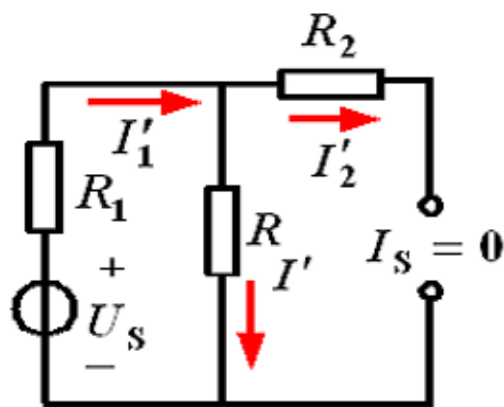
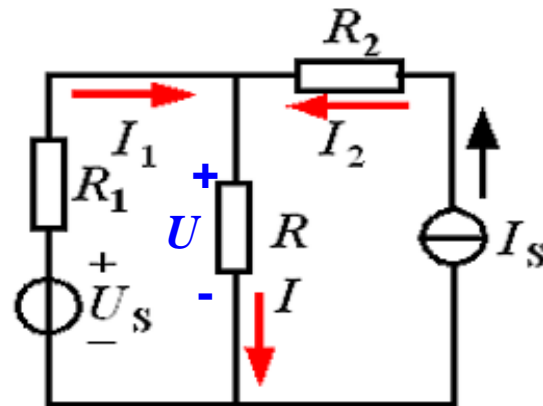
$$I = \frac{1}{R_1 + R} U_s + \frac{R_1}{R_1 + R} I_s$$

$$U = \frac{R}{R_1 + R} U_s + \frac{R_1 R}{R_1 + R} I_s$$

$$I' = \frac{1}{R_1 + R} U_s$$

$$I'' = \frac{R_1}{R_1 + R} I_s$$

$$I = I' + I''$$



$$I_1 = I_1' - I_1'' \quad I_2 = -I_2' + I_2'' \quad (\text{正负号由电流方向确定})$$

## § 4-1 叠加定理

运用叠加定理步骤：

1、各独立源  
单独作用时电  
路的响应

除源

对于电流源，令其源电流  $I_s$  为零（开路）。  
对于电压源，令其源电压  $U_s$  为零（短路）。

2、电路实际响  
应为独立源单独  
作用时响应的代  
数和

叠加

如分电流（电压）与原电流（电压）正方向一致时，取“+”，不一致，取“-”。

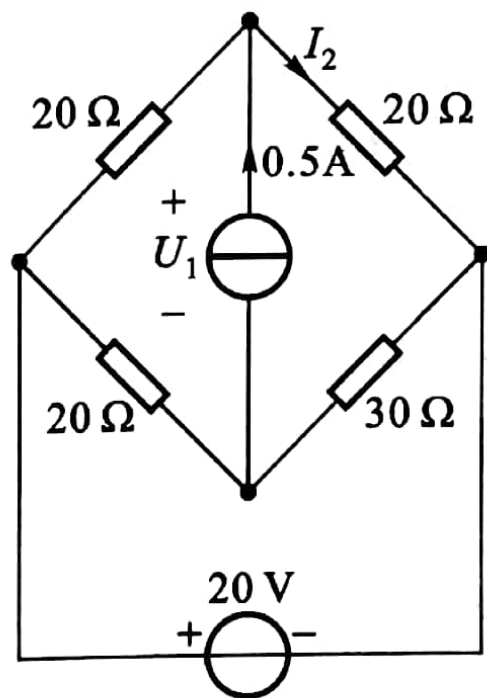
## § 4-1 叠加定理

---

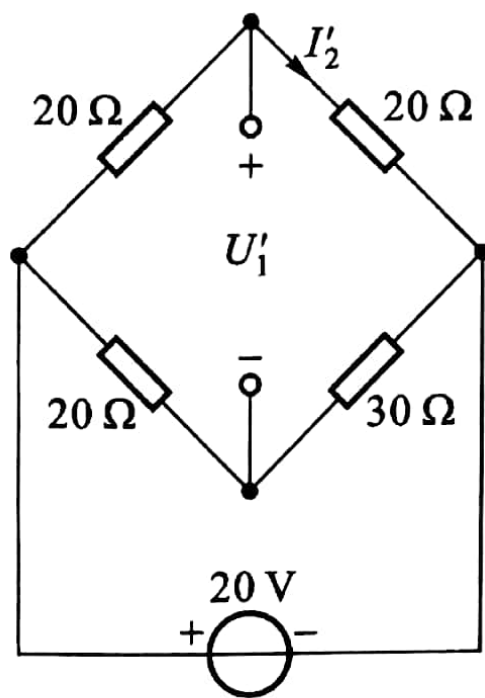
■ 运用叠加定理注意：

- 1、只适用线形电路；
- 2、功率不适合叠加定理；
- 3、各分电路中保留受控源，受控源不能单独作用。

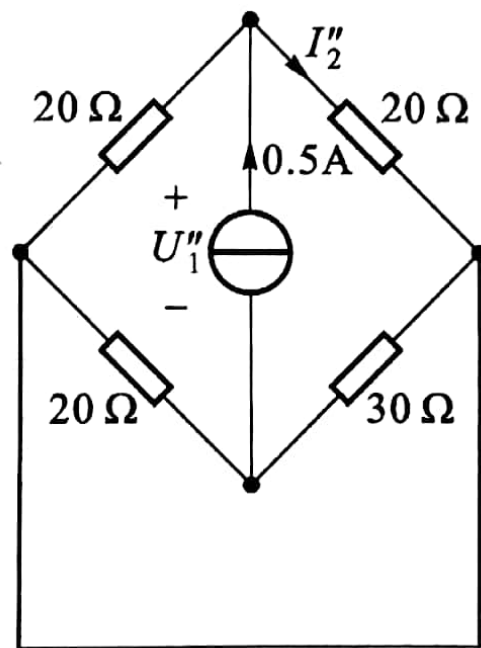
**例 4-1** 试用叠加定理计算图 4-2(a)所示电路中的  $U_1$  与  $I_2$ 。



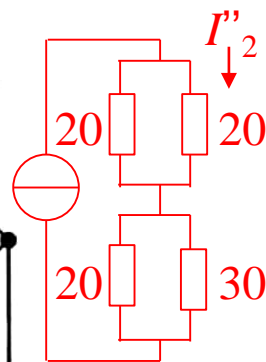
(a)



(b)



(c)



(b) 电阻两两串联再并联

$$U'_1 = \left( \frac{20}{20+20} \times 20 - \frac{30}{20+30} \times 20 \right) \text{V} = -2\text{V}$$

$$I'_2 = \frac{20}{20+20} \text{A} = 0.5\text{A}$$

(c) 电阻两两并联再串联

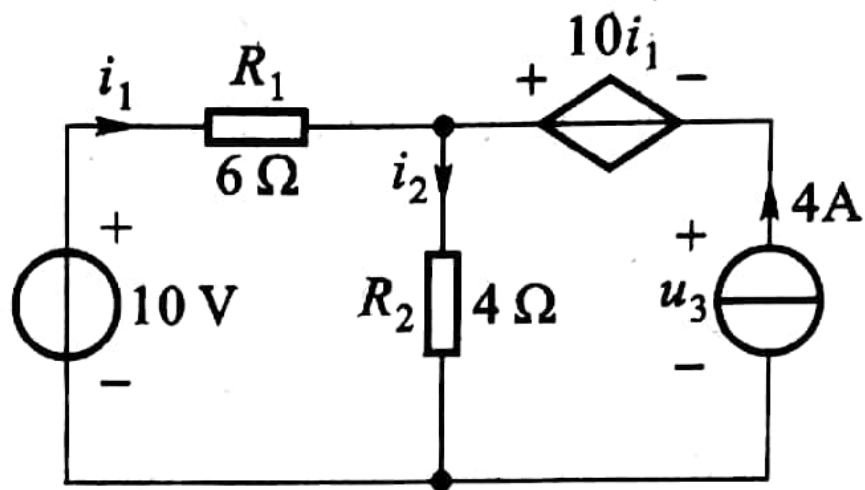
$$U''_1 = \left( \frac{20 \times 20}{20+20} + \frac{20 \times 30}{20+30} \right) \times 0.5\text{V} = 11\text{V}$$

$$I''_2 = \frac{20}{20+20} \times 0.5\text{A} = 0.25\text{A}$$

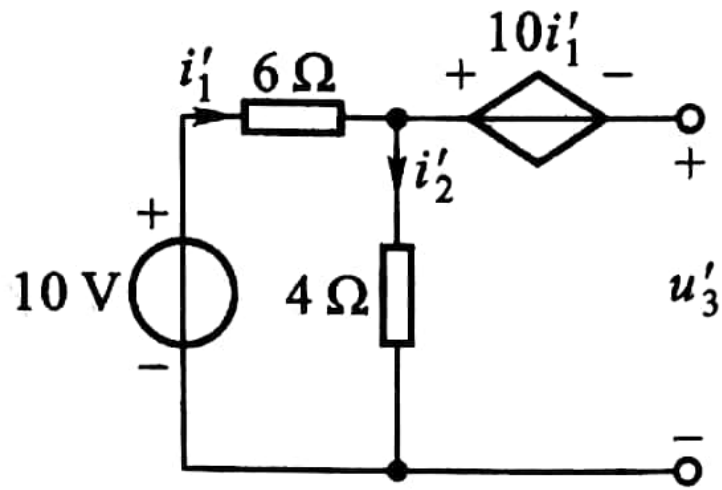
$$U_1 = U'_1 + U''_1 = (-2 + 11)\text{V} = 9\text{V}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = (0.5 + 0.25)\text{A} = 0.75\text{A}$$

## 例4-2 求电压 $u_3$



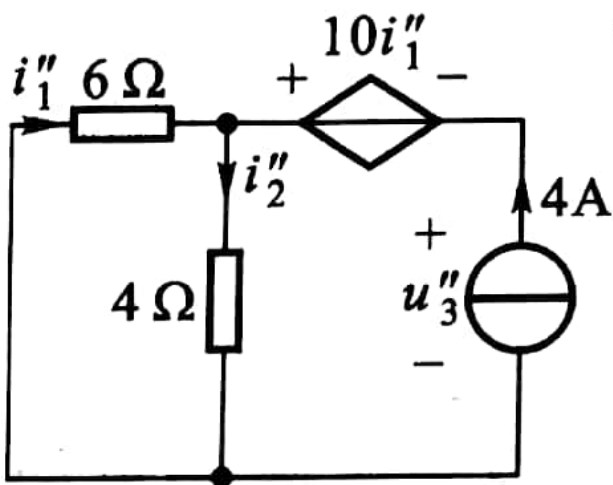
(a)



(b)

$$i'_1 = i'_2 = \frac{10}{6+4} \text{ A} = 1 \text{ A}$$

$$u'_3 = -10i'_1 + 4i'_2 = (-10 + 4) \text{ V} = -6 \text{ V}$$



(c)

(c)

$$i''_1 = -\frac{4}{6+4} \times 4 \text{ A} = -1.6 \text{ A}$$

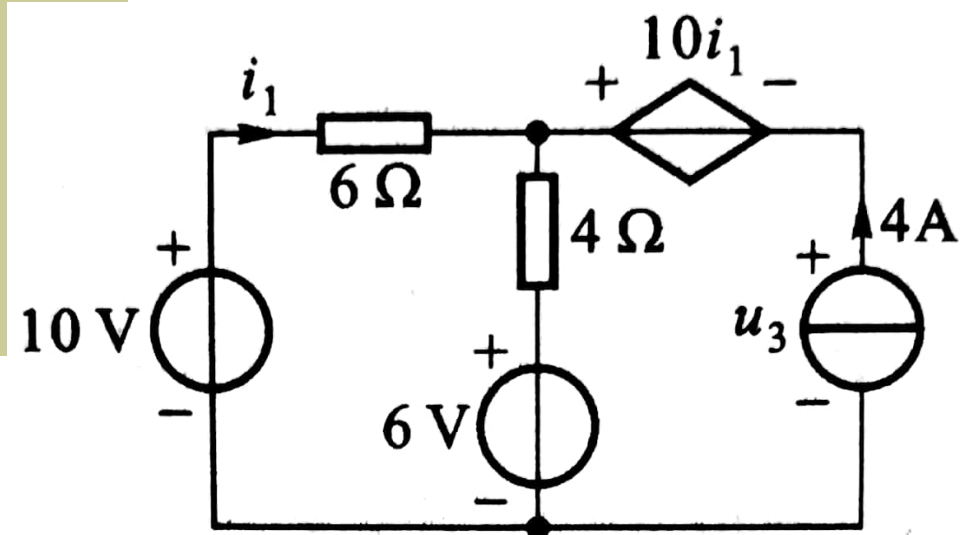
$$i''_2 = 4 + i''_1 = 2.4 \text{ A}$$

$$u''_3 = -10i''_1 + 4i''_2 = 25.6 \text{ V}$$

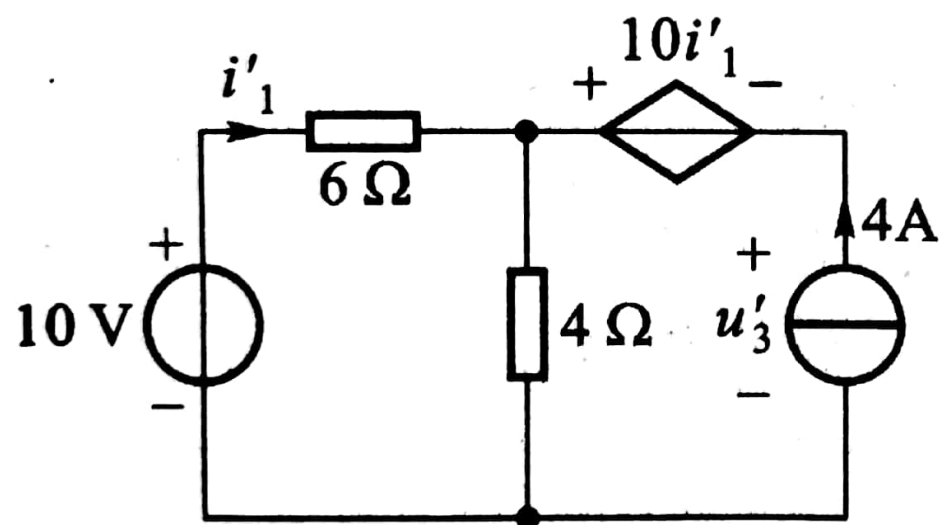
最终

$$u_3 = u'_3 + u''_3 = 19.6 \text{ V}$$

## 例4-3 在R2处增加一个6V电压源

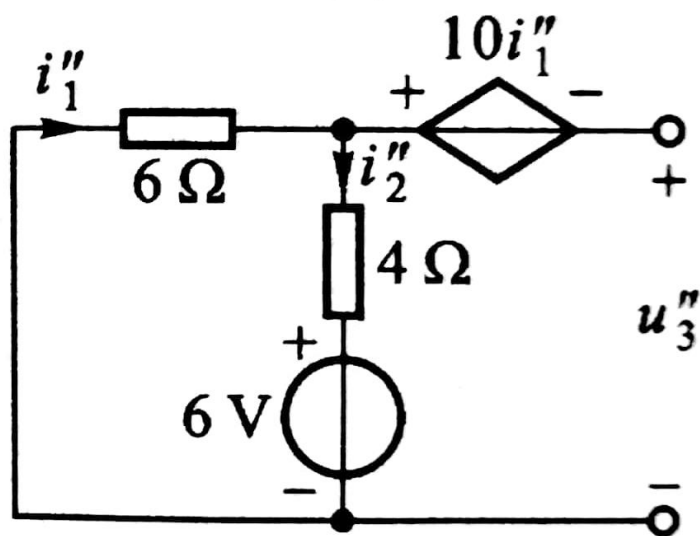


(a)



(b)

由上题得到  $u'_3 = 19.6 \text{ V}$



(c)

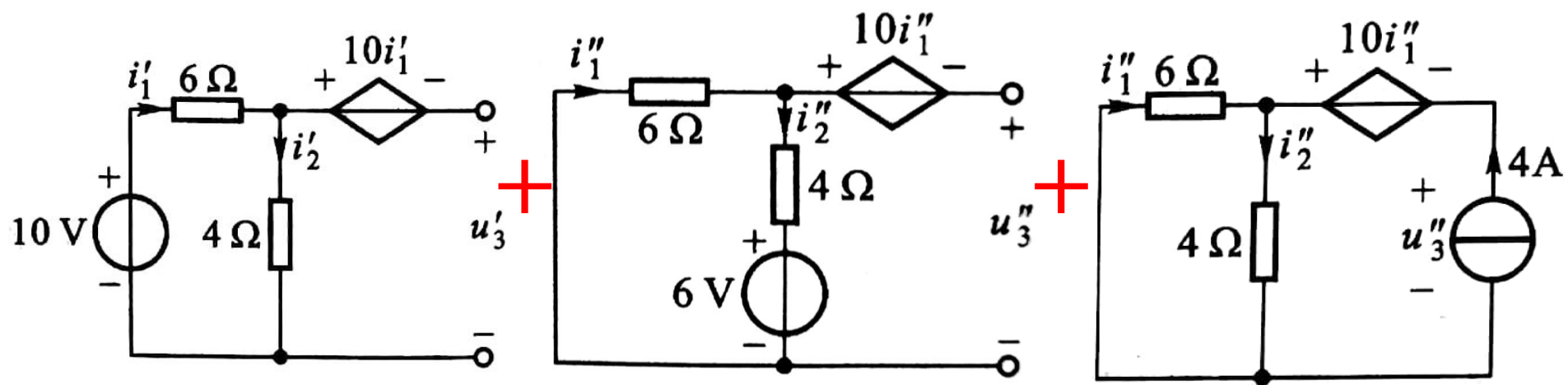
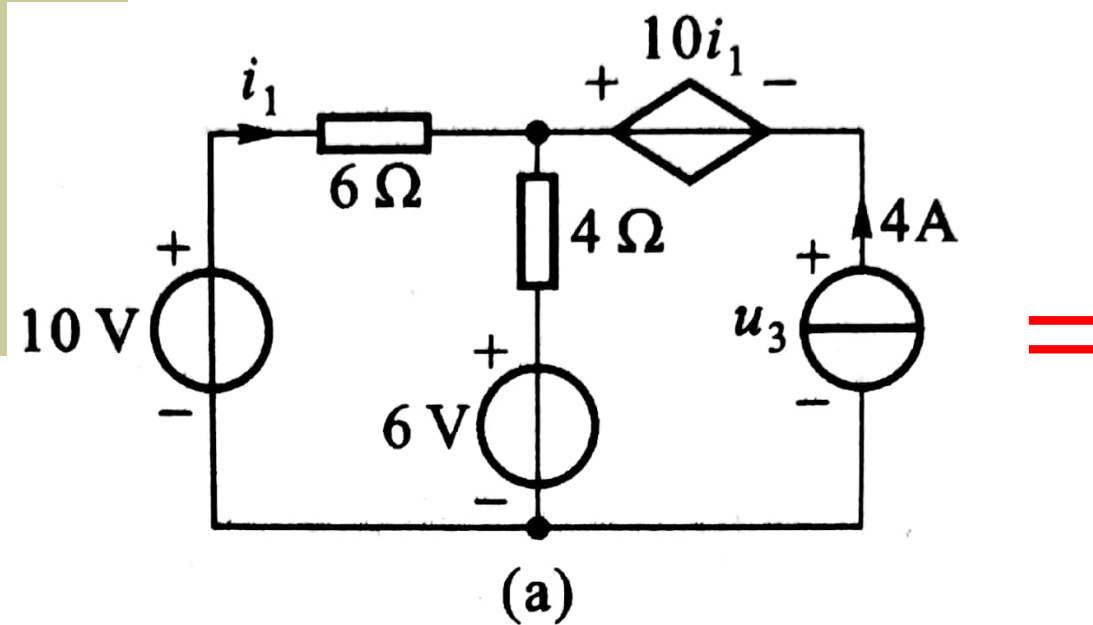
(c) 
$$i''_1 = i''_2 = \frac{-6}{6+4} \text{ A} = -0.6 \text{ A}$$

$$u''_3 = -10i''_1 + 4i''_2 + 6 = 9.6 \text{ V}$$

最终  $u_3 = u'_3 + u''_3 = 29.2 \text{ V}$

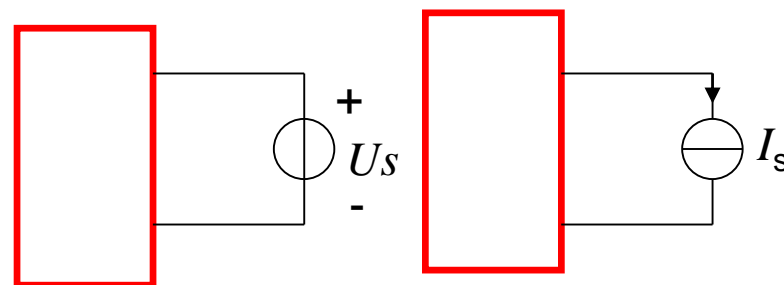
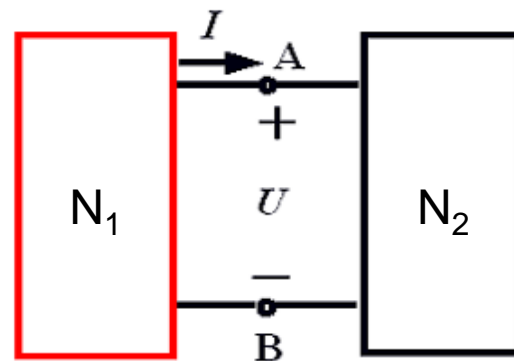


# 例4-3



## § 4-2 替代定理

- 对于有唯一解的电路网络，若某支路或某个一端口的电压为 $U$ ，流过的电流为 $I$ ，则无论此支路或端口有什么元件组成，总可以用电压值为 $U$ 的电压源或电流值为 $I$ 的电流源替代，替代后电路中的全部电压和电流保持不变。

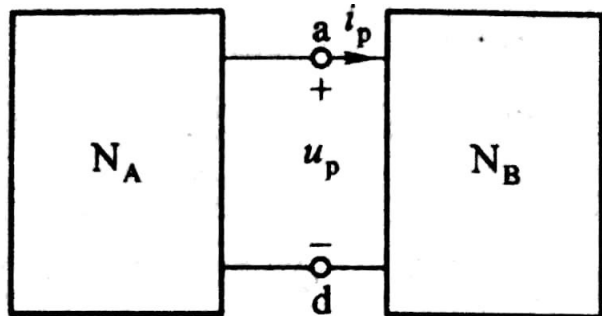


$$U_s = U$$

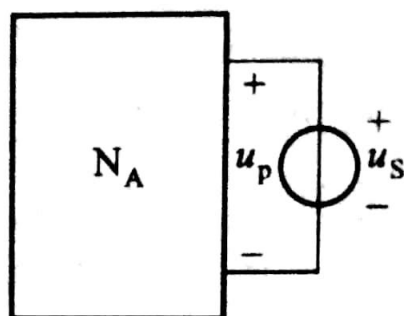
$$I_s = I$$

## § 4-2 替代定理

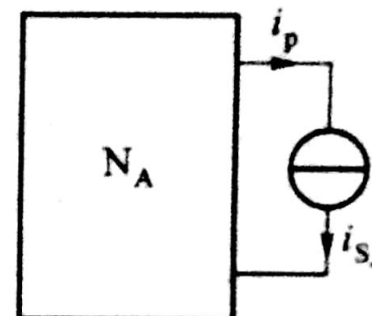
### 替代定理:



(a)

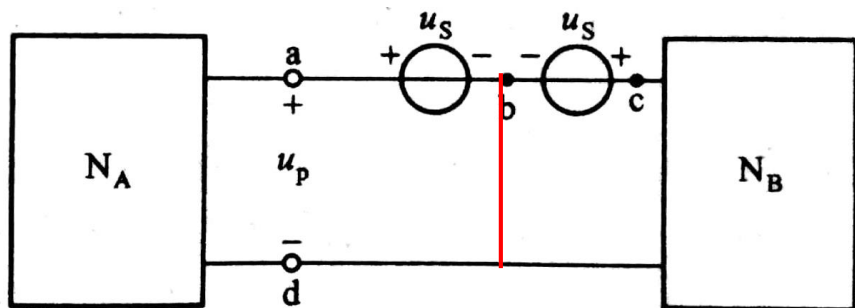


(b)



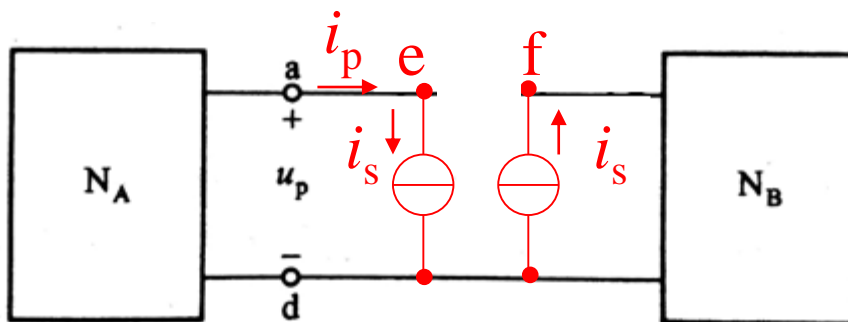
(c)

电压源替代的证明:



结点电压: 参考点  $u_d=0$ ,  $u_a=u_p$ ,  $u_b=u_a-u_s$   
当  $u_s=u_p$  时,  $u_b=0$ , 相当于  $b$  与  $d$  短接

电流源替代的证明:



$e$  点向右流出的电流:  $i=i_p-i_s$   
当  $i_s=i_p$  时, 从  $e$  到  $f$  的电流为 0,  
相当于断开

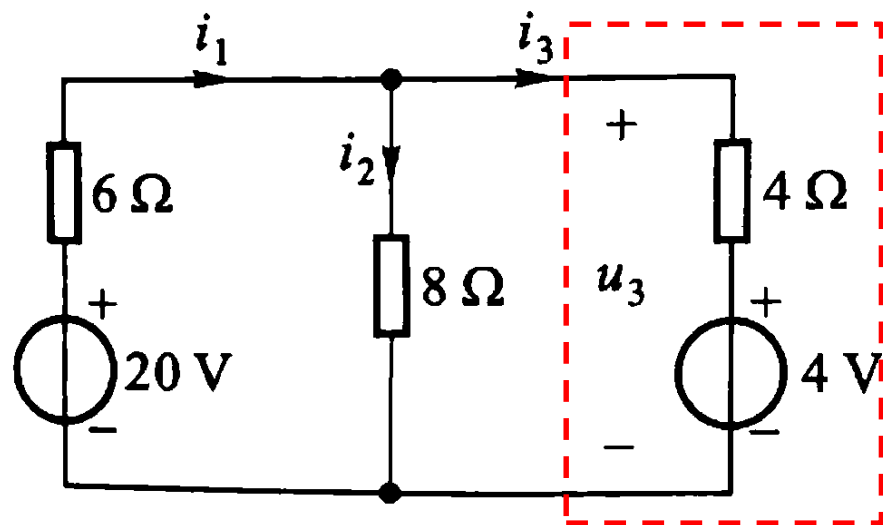
## § 4-2 替代定理

---

### ■ 替代定理说明：

替代定理是电路参数和结构确定的条件下，将某一支路用支路电压或支路电流表示，一旦其他支路参数或结构发生变化，则原来确定的支路电流和电压也将发生变化，原来的替代就不再使用。

## § 4-2 替代定理



(a)

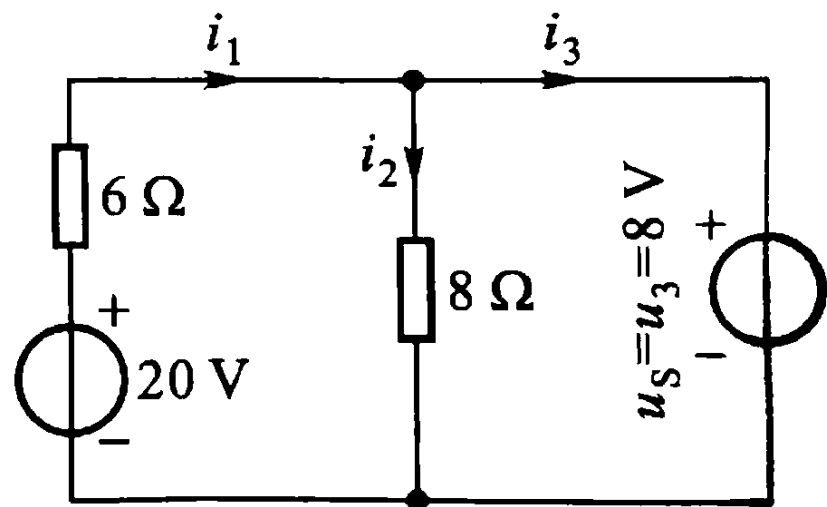
结点电压法:

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right)U = i_1 - i_3 = \frac{20}{6} + \frac{4}{4}$$

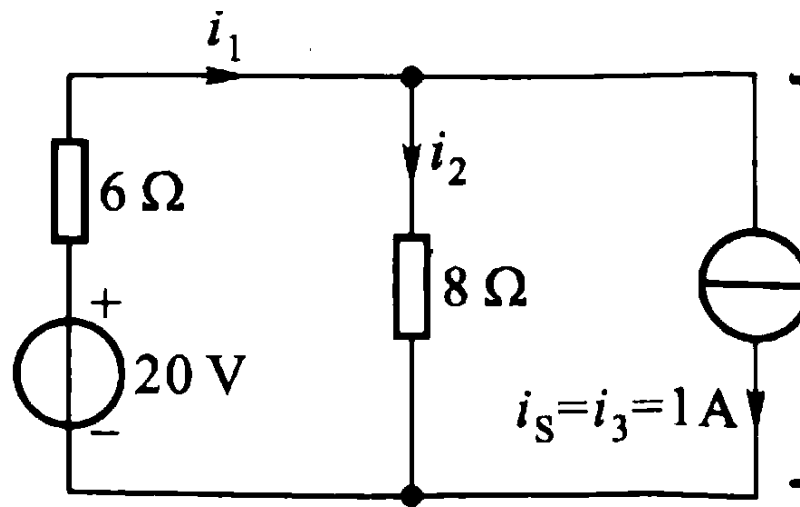
得

$$u_3 = 8\text{V}$$

$$i_1 = 2\text{A}, \quad i_2 = 1\text{A}, \quad i_3 = 1\text{A}$$



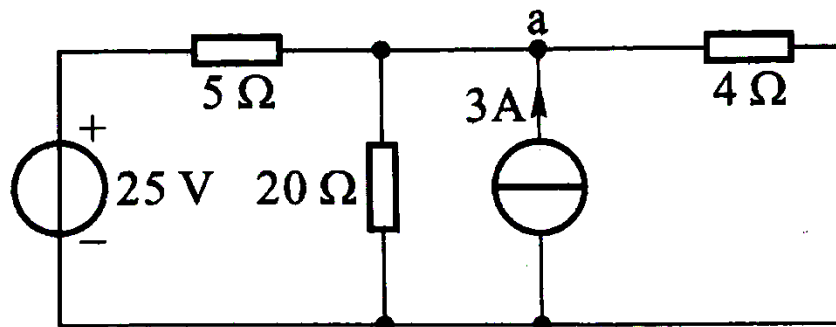
(b)



(c)

## § 4.3 戴维宁及诺顿定理

含电阻、电源的一端口如何简化？



$$u_{ao} = 2 \times \left( 8 + \frac{U}{4} \right)$$

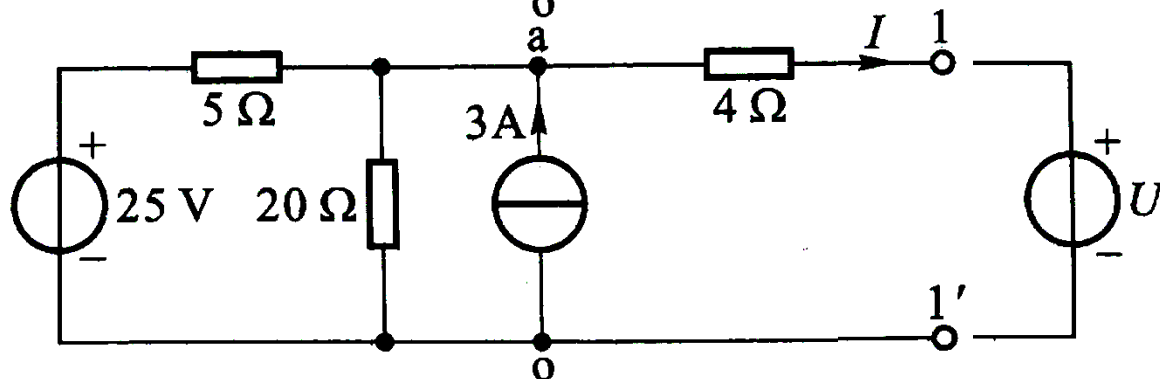
把  $u_{ao}$  放回原电路，由KVL，  
右边网孔有

$$4I + U - u_{ao} = 0$$

即

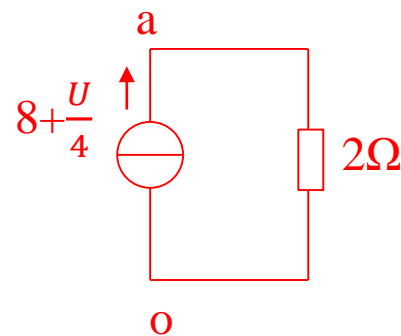
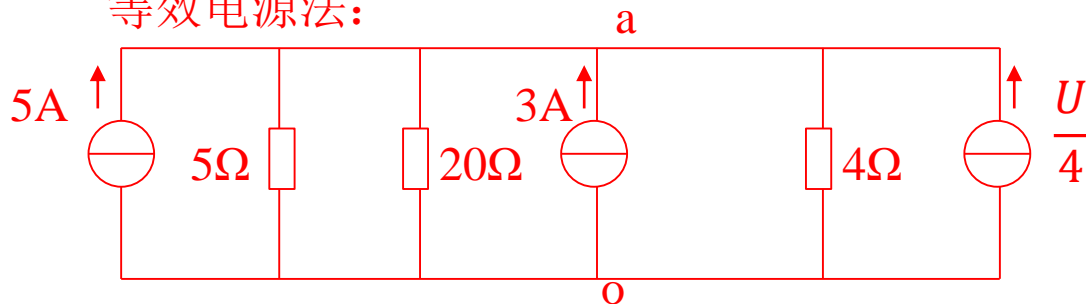
$$4I + U - 2 \times \left( 8 + \frac{U}{4} \right) = 0$$

$$8I + U - 32 = 0$$



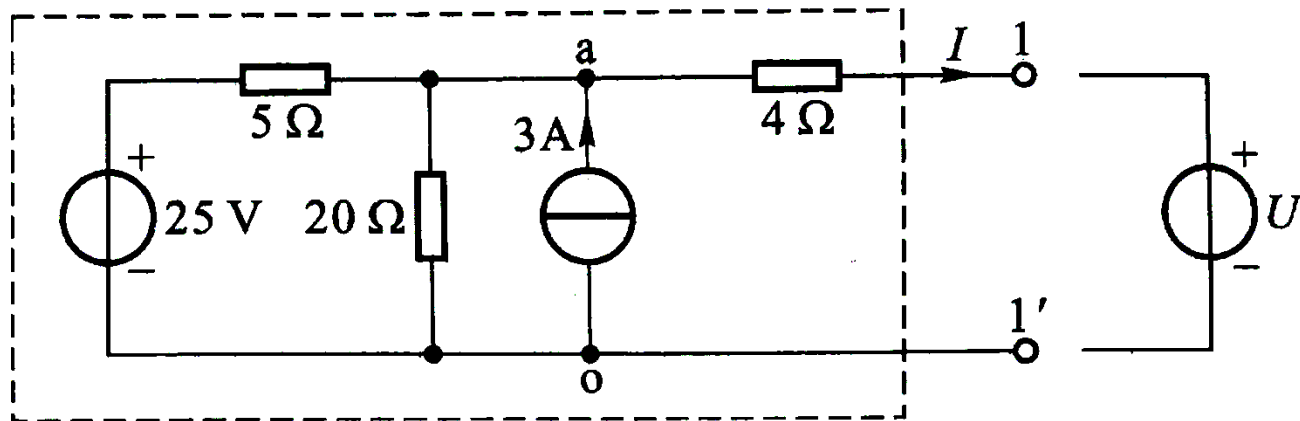
结点电压法:  $U_{ao} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20} \right) = \frac{25}{5} + 3 + \frac{U}{4}$

等效电源法:



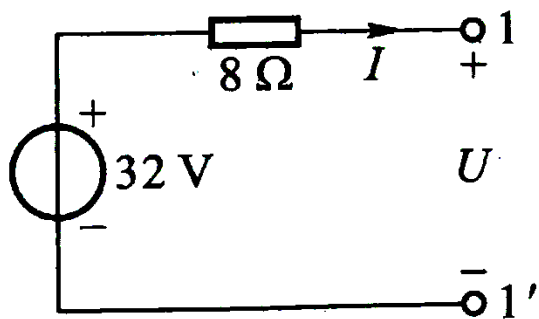
## § 4.3 戴维宁及诺顿定理

含电阻、电源的一端口如何简化？



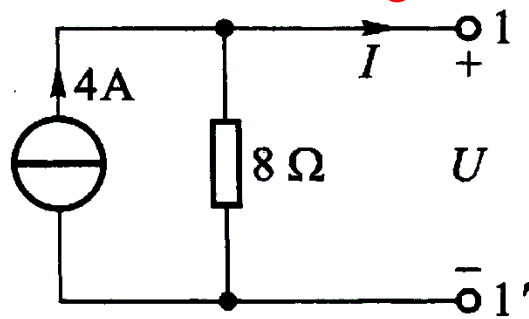
(a)

$$U = 32 - 8I$$



(b)

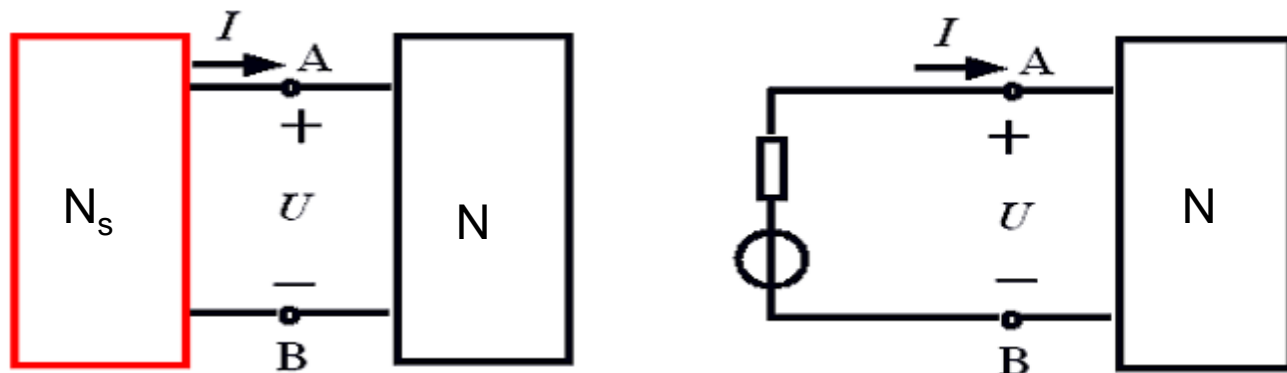
$$I = 4 - \frac{U}{8}$$



(c)

## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

**戴维宁等效定理：**任一有源二端线性网络 $N_s$ ，可用一电压源与一电阻串联的组合模型等效代替。



**等效电阻：**一端口内全部独立电源置零后的输入电阻。

**等效电压：**一端口的开路电压。

除源

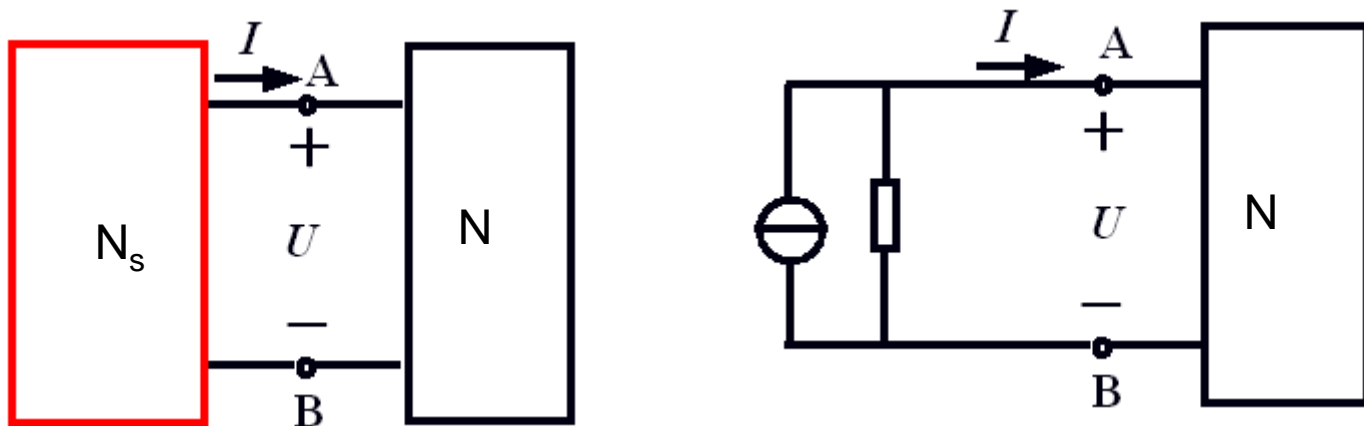
所有电压源输出为零（视为短路）

所有电流源输出为零（视为开路）



## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

**诺顿等效定理：**任一有源二端线性网络 $N_s$ ，可用一电流源与一电阻并联的组合模型等效代替。



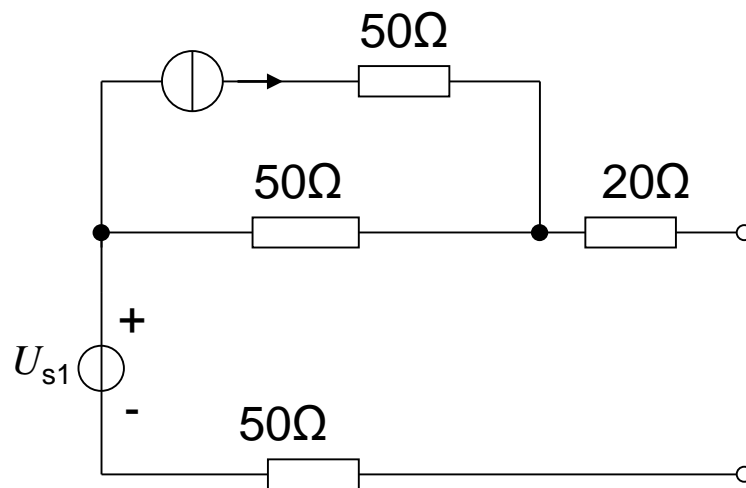
**等效电阻：**一端口内全部独立电源置零后的输入电阻。

**等效电流：**一端口的短路电流。

## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

- 求输入端电阻 $R_{in}$ 的方法:

### 1. 电阻等效变换:

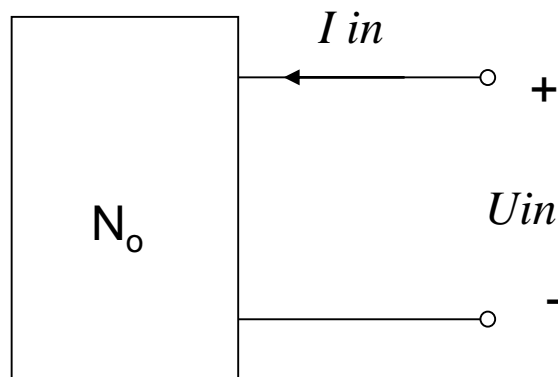


## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

- 求输入端电阻 $R_{in}$ 的方法：

2、比例法：

$$R_{in} = \frac{U_{in}}{I_{in}}$$



独立源置零

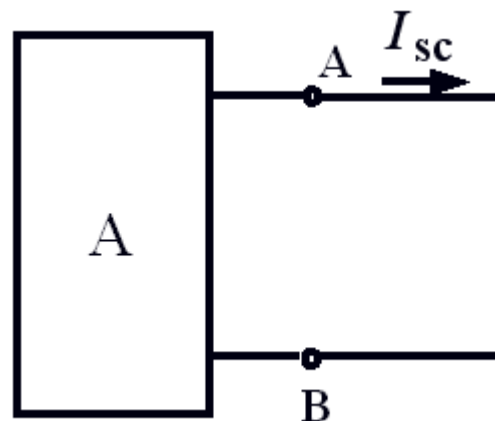
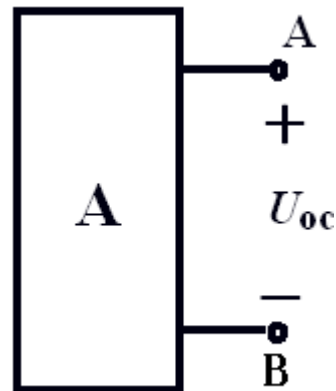
受控源保留

## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

■ 求输入端电阻 $R_{in}$ 的方法:

3、开路短路法:

$$R_{in} = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$$



独立源和受控源都保留

## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

戴维宁和诺顿定理应用说明：

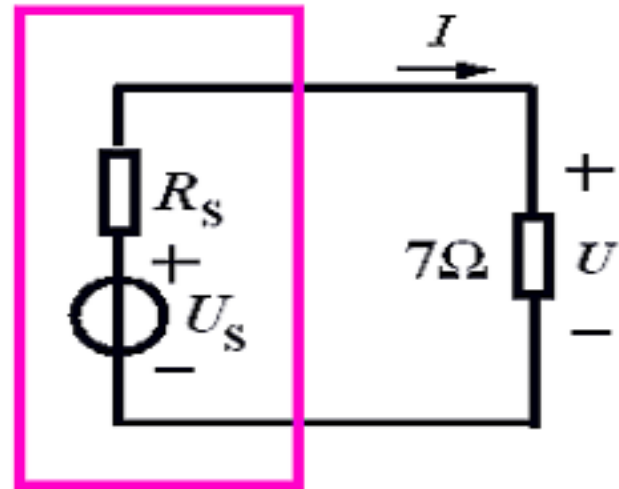
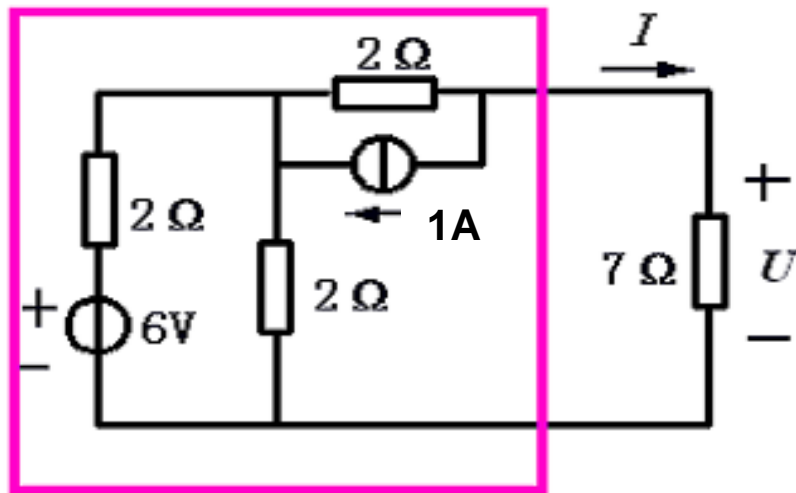
- 1、此定理主要用于化简电路，或与其它定理相结合，分析复杂电路；
- 2、输入端电阻 $R_{in}$ 的值可能为正，也可能为负，也可能为无穷大或零；

$R_{eq} = 0, u_{oc}$ 有限值，则存在无伴电压源，不存在诺顿等效

$G_{eq} = 0, i_{sc}$ 有限值，则存在无伴电流源，不存在戴维宁等效

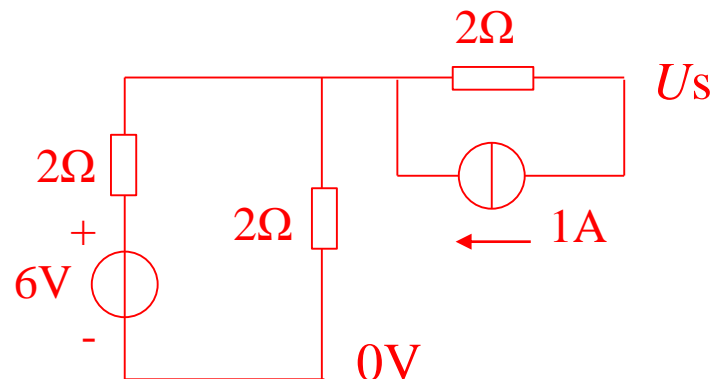
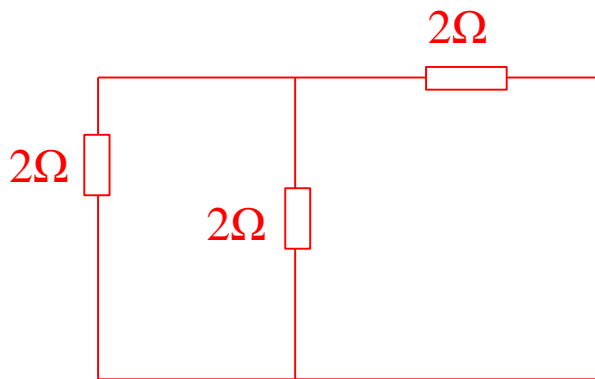
## § 4.3 戴维宁及诺顿定理

例：求下图红框中的等效电路



等效电阻： $R_s=3\Omega$

等效电压： $U_s=1V$



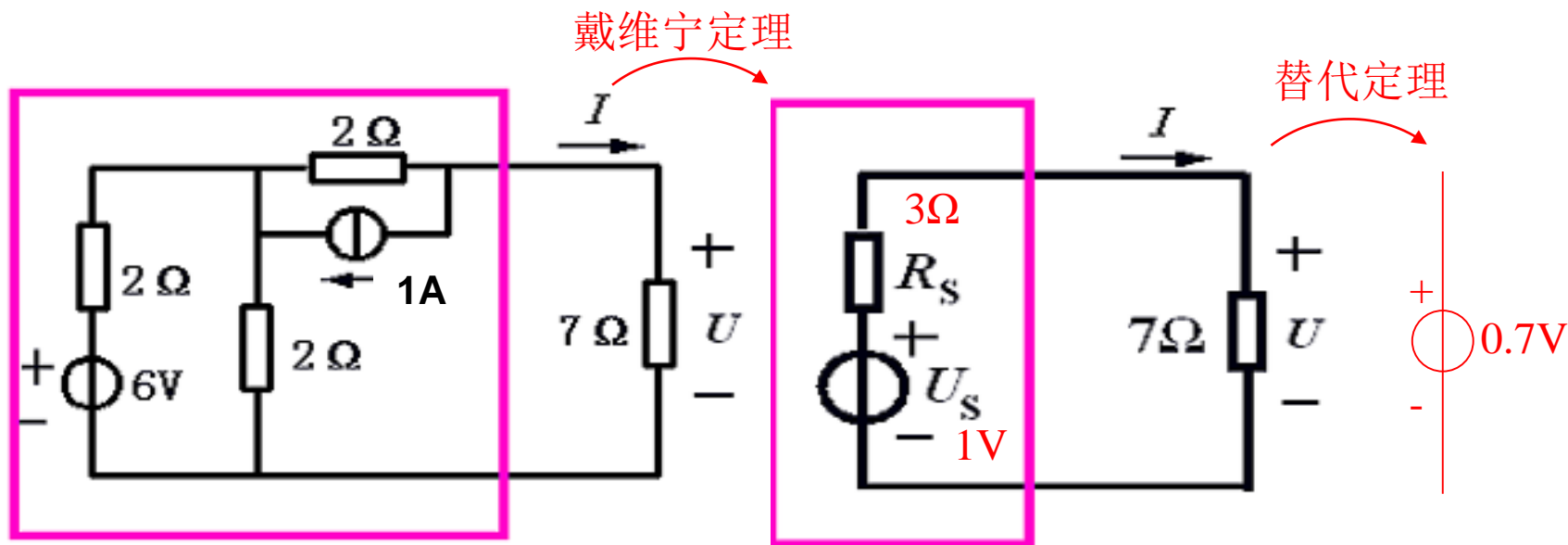
## § 4.3 戴维宁及诺顿定理

戴维宁和诺顿定理：

在一端口网络的整个伏安特性曲线上都有效

替代定理：

对伏安特性曲线上的特定一点进行等效置换

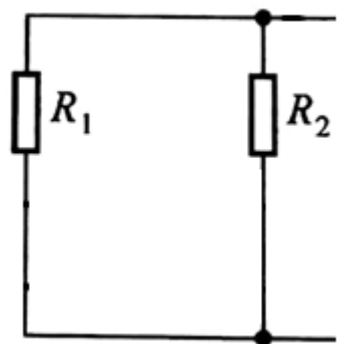
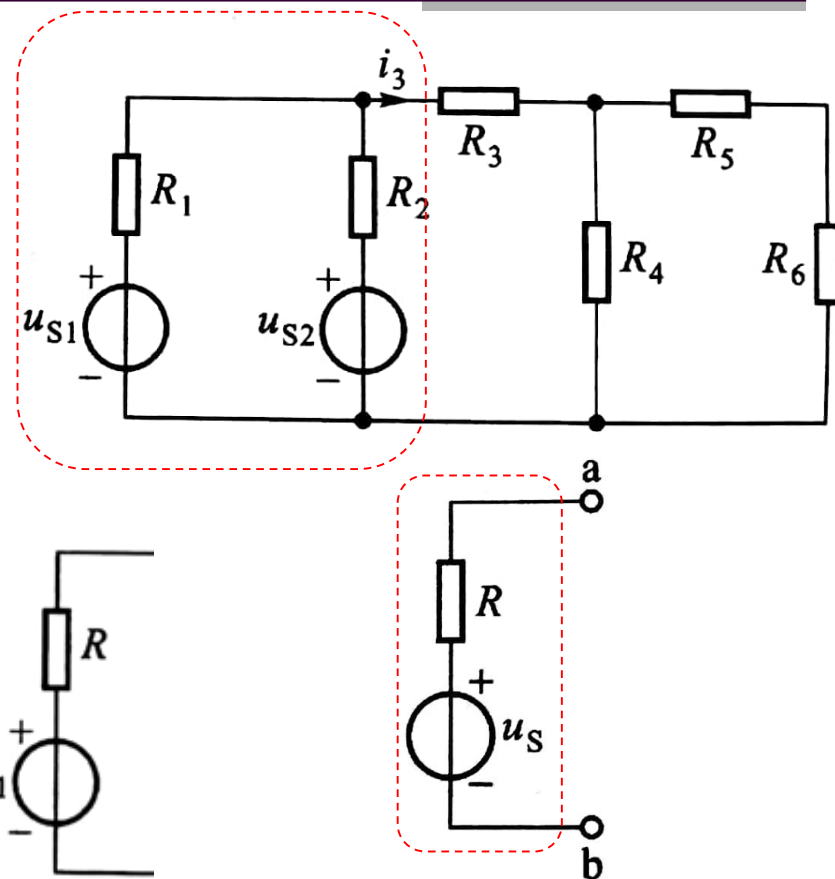


戴维宁和诺顿定理与右边 $7\Omega$ 电阻无关，对其它阻值也适用。

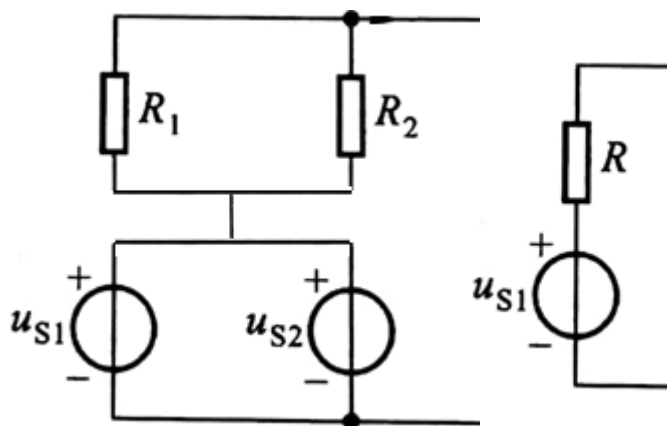
替代定理：当 $7\Omega$ 电阻改变时，原来的替代定理就不能用了。

## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

例 4-5 图 4-11 所示电路中, 已知  $u_{S1} = 40 \text{ V}$ ,  $u_{S2} = 40 \text{ V}$ ,  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 5 \Omega$ ,  $R_4 = 10 \Omega$ ,  $R_5 = 8 \Omega$ ,  $R_6 = 2 \Omega$ , 求通过  $R_3$  的电流  $i_3$ 。



等效电阻:  
 $R=1.33\Omega$



等效电压:  
由于  $u_{S1}=u_{S2}$   
电路为开路,  
可得  $u_S=40\text{V}$

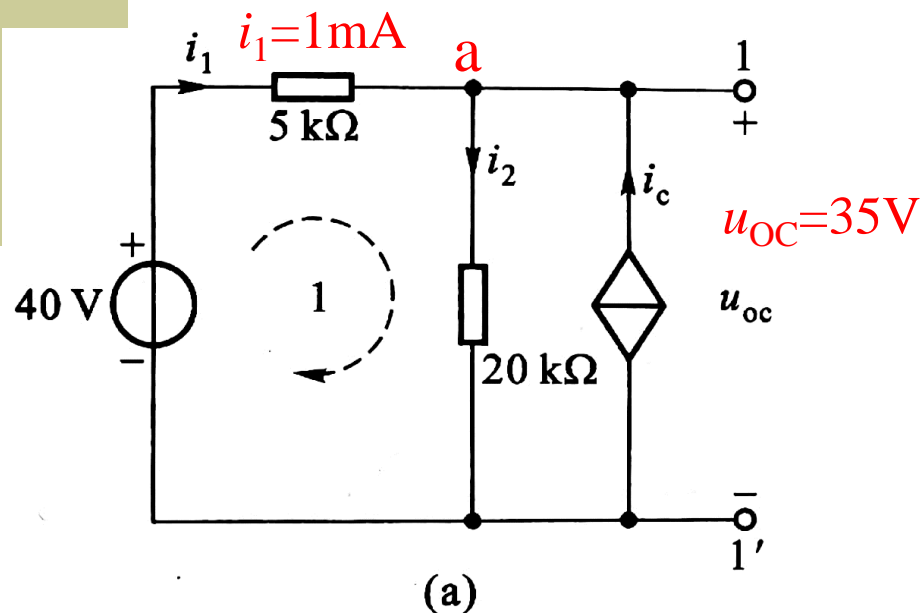
$R_3, R_4, R_5, R_6$  等效  
为  $10\Omega$

$$i_3 = \frac{40}{1.33 + 10} = 3.53\text{A}$$



## § 4-3 戴维宁及诺顿定理

### ■ 例4-7

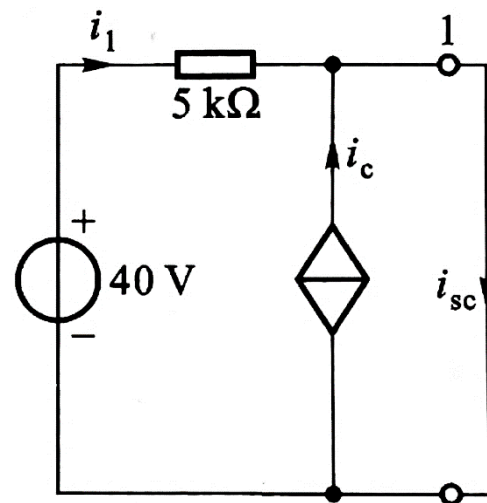


含有受控源，采用开路短路法求等效电阻，此时独立电源和受控源都保留。

1-1'开路：对结点a采用结点电压法，结点a的电压为 $u_{OC}$

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{20}\right)u_{OC} = \frac{40}{5} + i_c, i_c = 0.75i_1$$

$$u_{OC} = 40 - 5i_1 = 20(i_1 + i_c)$$

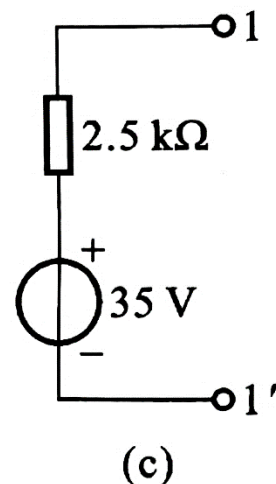


1-1'短路，求短路电流 $i_{SC}$   
此时20kΩ电阻可去除。

$$i_1 = \frac{40}{5} = 8\text{mA}$$

$$i_{SC} = i_1 + i_c = 1.75i_1 = 14\text{mA}$$

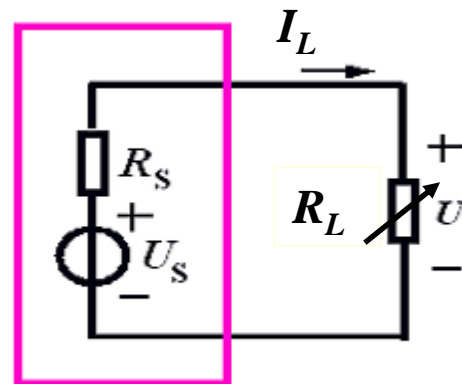
$$R_{eq} = \frac{u_{OC}}{i_{SC}} = \frac{35}{14} = 2.5\text{k}\Omega$$



## § 4-4 最大功率传输定理

- 负载 $R_L$ 所获得的功率：

$$\begin{aligned} P_L &= I_L^2 R_L = \left( \frac{U_S}{R_S + R_L} \right)^2 R_L \\ &= \frac{U_S^2}{R_S + R_L} \cdot \frac{R_L}{R_S + R_L} = P_S \cdot \eta \end{aligned}$$



$P_S$ 为电源发出的功率， $\eta$ 为传输效率。

$$\frac{dP_L}{dR_L} = U_S^2 \left[ \frac{(R_S + R_L)^2 - R_L \times 2(R_S + R_L)}{(R_S + R_L)^4} \right] = 0$$

$$\text{当 } R_L = R_S \text{ 时, } P_{L \max} = \frac{U_S^2 R_S}{(2R_S)^2} = \frac{U_S^2}{4R_S}$$

## § 4-4 最大功率传输定理

### ■ 最大功率传输定理说明：

1、传输功率最大时，传输效率不一定最大。

一般在电力传输时，要求传输效率尽量大，  
信号传输时，要求传输功率尽量大。

2、当 $R_s=R_L$ 时，传输功率最大，此时又称负载匹配。在高频电路设计中负载匹配是很重要的考虑问题。

## § 4-4 特勒根定理

### ■ 特勒根定理一：

对于一个具有**n**个结点**b**条支路的电路，假设各支路电压和支路电流取关联参考方向，并令

$(i_1, i_2, \dots, i_b)(u_1, u_2, \dots, u_b)$ 为**b**条支路的电压和电流，则对于任何时间有

$$\sum_{k=1}^b u_k i_k = 0$$

也称为功率守恒定理。

## § 4-4 特勒根定理

### ■ 特勒根定理二：

对于两个具有 $n$ 个结点 $b$ 条支路的电路，它们具有相同的图，但有内容不同的支路构成。假设各支路电压和支路电流取关联参考方向，并令  $(i_1, i_2, \dots, i_b)$ 、 $(u_1, u_2, \dots, u_b)$  和  $(\hat{i}_1, \hat{i}_2, \dots, \hat{i}_b)$ 、 $(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_b)$  为两电路 $b$ 条支路的电压和电流，则对于任何时间有

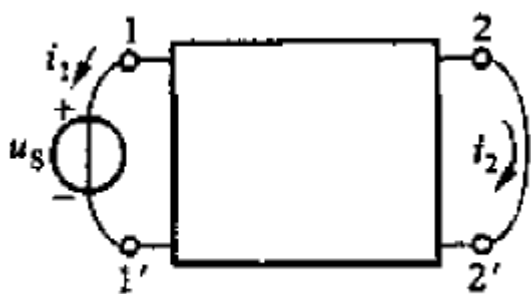
$$\sum_{k=1}^b \hat{u}_k i_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^b u_k \hat{i}_k = 0$$

也称为拟功率守恒定理。

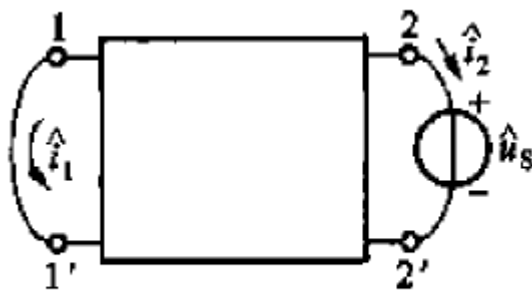
## § 4-5 互易定理

### ■ 互易定理:

对于一个仅含线形电阻只有一个激励的电路，在保持将独立源置零后电路拓扑结构不变的条件下，激励和响应互换位置后，响应和激励的比值保持不变。



(a)  $N$



(b)  $\hat{N}$

$$\frac{i_2}{u_s} = \frac{\hat{i}_1}{\hat{u}_s}$$

## § 4-5 互易定理

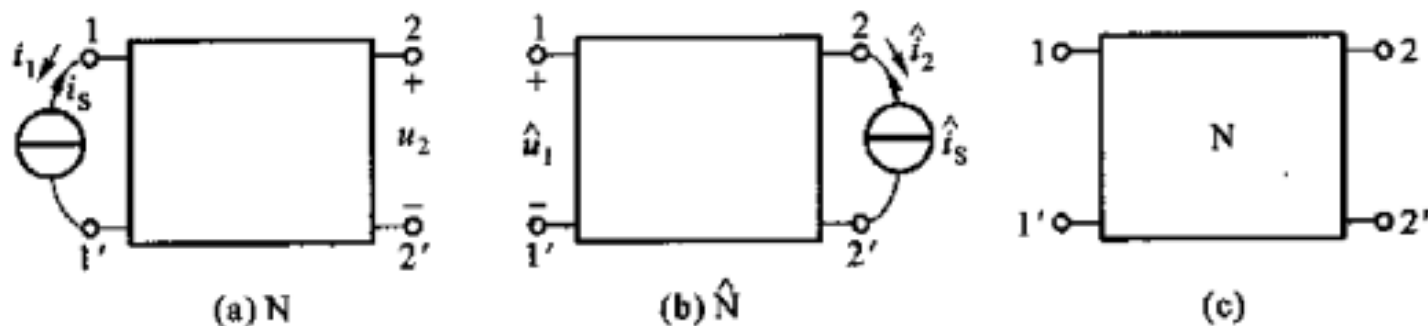


图 4-22 互易定理的第二种形式

代入  $i_1 = -i_s, i_2 = 0; \hat{i}_1 = 0, \hat{i}_2 = -\hat{i}_s$ , 有

$$u_2 \hat{i}_s = \hat{u}_1 i_s$$

即

$$\frac{u_2}{i_s} = \frac{\hat{u}_2}{\hat{i}_s}$$

## § 4-5 互易定理

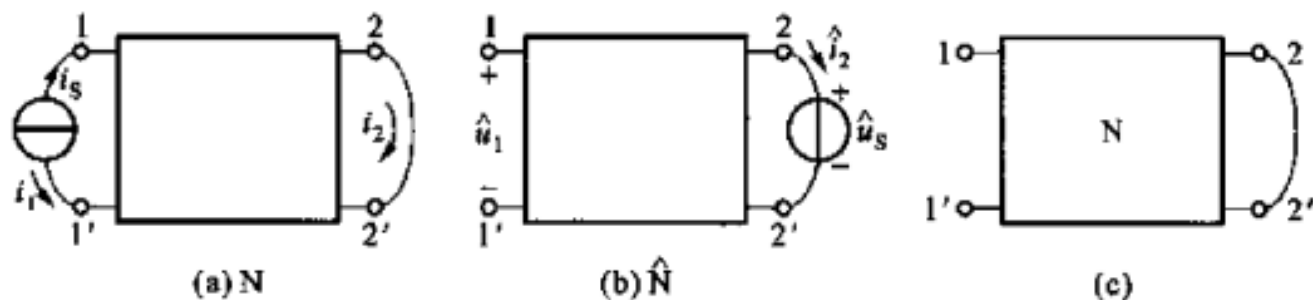


图 4-23 互易定理的第三种形式

对图 4-23(a)、(b)应用特勒根定理,可以得到

$$u_1 \hat{i}_1 + u_2 \hat{i}_2 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2$$

代入  $i_1 = -i_s, u_2 = 0; \hat{i}_1 = 0, \hat{u}_2 = \hat{u}_s$ , 便可得

$$-\hat{u}_1 i_s + \hat{u}_s i_2 = 0$$

即

$$\frac{i_2}{i_s} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_s}$$



# 作业

---

## ■ P107

4-3

4-12

4-16

4-21