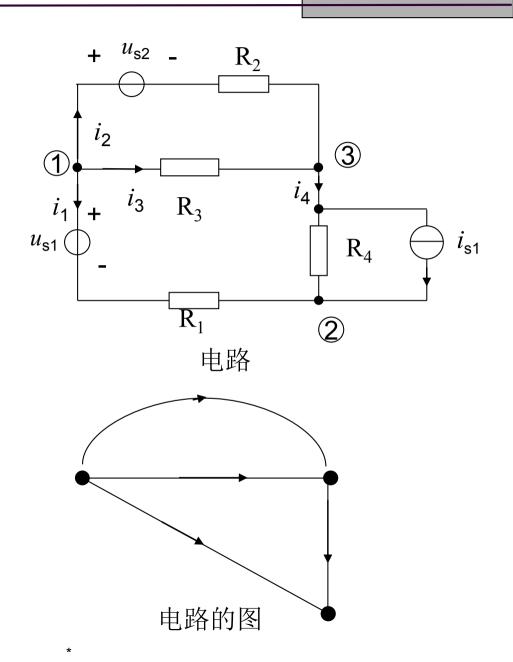
第三章电阻电路的一般分析方法

- KCL和KVL的独立方程数
- 支路电流法
- ■网孔电流法
- ■回路电流法
- ■结点电压法

§ 3-1 电路的图

电路中的每条支路用一 条有方向的线段表示, 该方向即是支路电流的 参考方向,这样即构成 电路的图。



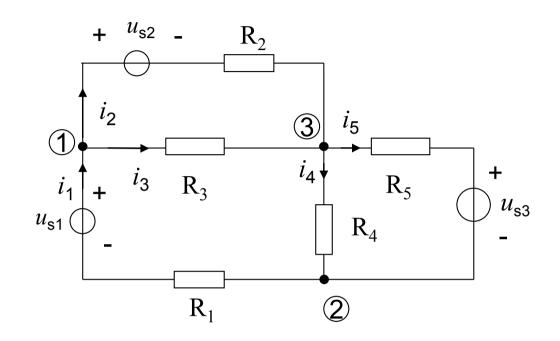
结点1:
$$i_2 + i_3 - i_1 = 0$$
 (1)

结点2:
$$i_1 - i_4 - i_5 = 0$$
 (2)

结点3:
$$i_4 + i_5 - i_2 - i_3 = 0$$
 (3)

(1) + (2) 可以得到 (3)

可以看出,上面三个方程不是独立方程组,由其中任意俩个方程可以得出第三个方程,所以独立方程数为2。



回路1:
$$u_{s2} + u_2 - u_3 = 0$$

回路2:
$$u_3 + u_4 + u_1 - u_{s1} = 0$$

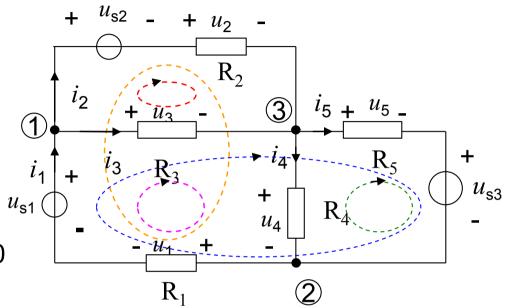
回路3:
$$u_5 + u_{s3} - u_4 = 0$$

回路4:
$$u_{s2} + u_2 + u_4 + u_1 - u_{s1} = 0$$

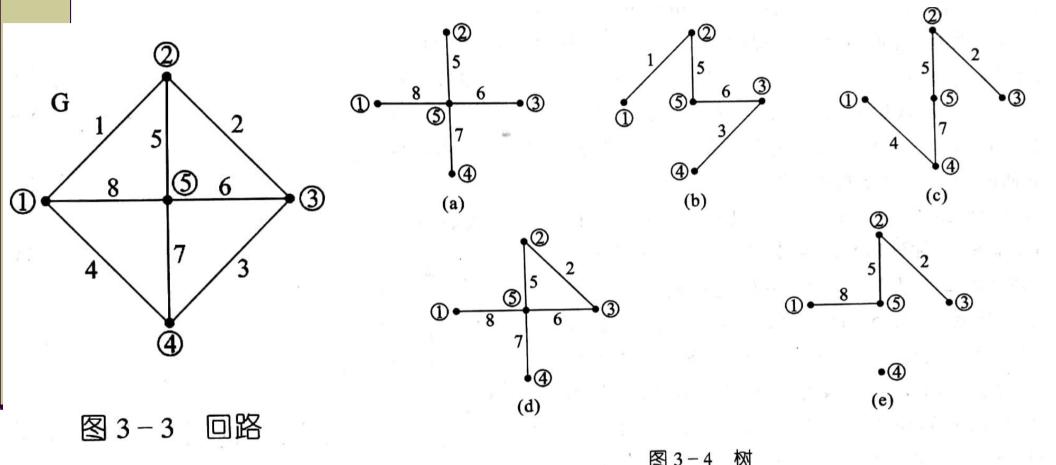
回路5:
$$u_3 + u_5 + u_{s3} + u_1 - u_{s1} = 0$$

回路1 + 回路2 = 回路4

可以看出,上面五个方程不是独立方程组,其中回路1,2,3的电压方程是独立的,所以独立方程数为3。



■确定独立回路的办法



树:包含G的全部结点且不包含任何回路的连通子图 单连支回路(基本回路):对G的任意的一个树,加入一个连支形成的回路

■确定独立回路的办法

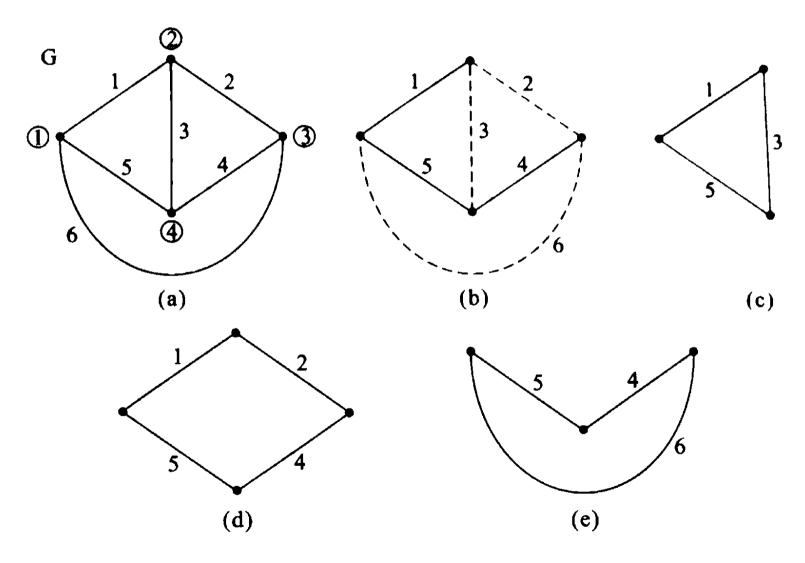


图 3-5 基本回路

■确定独立回路的办法

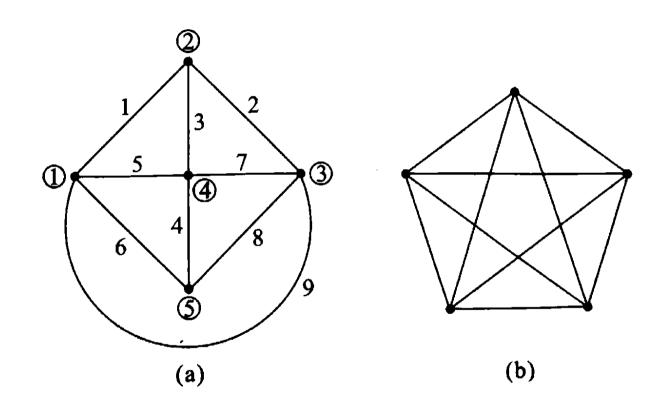


图 3-6 平面图与非平面图

平面图: 不出现支路交叉

■确定独立回路的办法

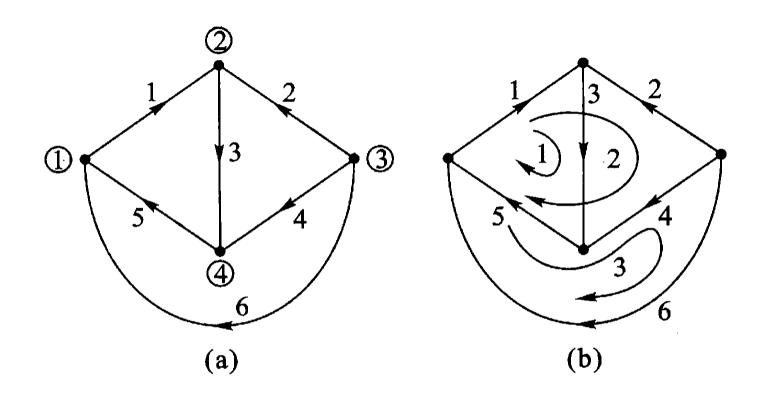


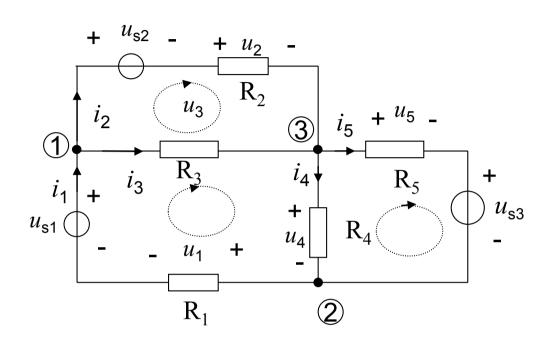
图 3-7 基本回路的 KVL 方程

树支: n-1

连支: b-(n-1)=b-n+1

连支数=独立回路数

- 具有n个结点b个支路的电路,其独立的KCL方程数为n-1;独立的 KVL方程数为b-n+1。
- 列写KCL方程组时,一般先指定一个结点为参考结点,列写其他 n-1个结点的电流方程,即构成一组独立的KCL方程组;
- 列写KVL方程组,一般先指定一个回路,列写KVL方程,然后增加回路方程,并且新增加的回路中有一个新的支路(即此支路在前面的所有回路中都没有出现过),直到电路中所有的支路都被列入回路方程,这样即构成了一组对的KVL方程组;



b条支路, n个结点。

KCL独立方程: n-1

KVL独立方程: b-(n-1)

VCR方程: b

共2b个未知量(每条之路一个电流、一个电压)

§ 3-3 支路电流法

以支路电流为变量,利用独立的 结点KCL方程,回路KVL方程来 求解电路的方法。

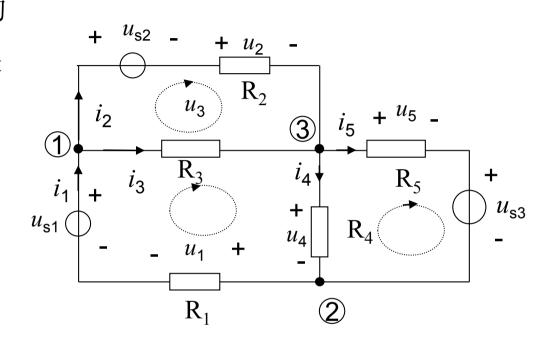
结点1:
$$i_2 + i_3 - i_1 = 0$$

结点3:
$$i_4 + i_5 - i_2 - i_3 = 0$$

回路1:
$$u_{s2} + R_2 i_2 - R_3 i_3 = 0$$

回路2:
$$R_3 i_3 + R_4 i_4 + R_1 i_1 - u_{s1} = 0$$

回路3:
$$R_5 i_5 + u_{s3} - R_4 i_4 = 0$$



b条支路, n个结点。

KCL独立方程: n-1

KVL独立方程: b-(n-1)

VCR方程: b

共2b个未知量(每条之路一个电流、一个电压)

§ 3-3 支路电流法

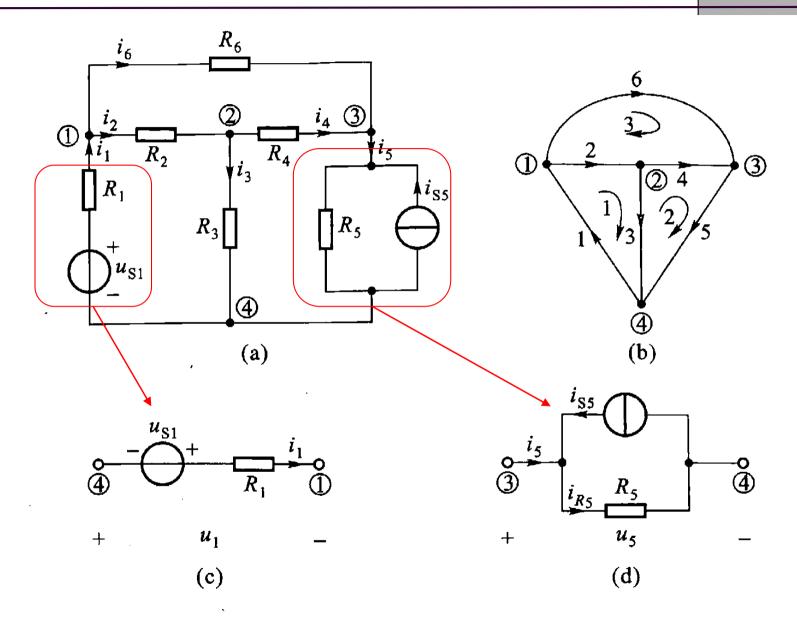
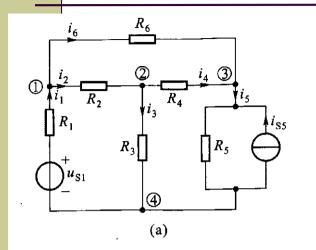


图 3-8 支路电流法

§ 3-3 支路电流法

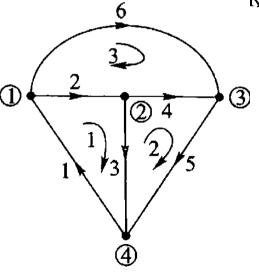


$$\left. \begin{array}{l}
 u_1 + u_2 + u_3 = 0 \\
 -u_3 + u_4 + u_5 = 0 \\
 -u_2 - u_4 + u_6 = 0
 \end{array} \right\}$$
(3-2)

1)代入式(3-2),得

$$-u_{S1} + R_{1}i_{1} + R_{2}i_{2} + R_{3}i_{3} = 0
-R_{3}i_{3} + R_{4}i_{4} + R_{5}i_{5} + R_{5}i_{5} = 0
-R_{2}i_{2} - R_{4}i_{4} + R_{6}i_{6} = 0$$
(3-3)

把上式中的 u_{si} 和 $R_5 i_{ss}$ 项移到方程的右边后,与在独立结点①、②、③处列出的 KCL 方程联列,就组成了支路电流法的全部方程



$$-i_{1} + i_{2} + i_{6} = 0$$

$$-i_{2} + i_{3} + i_{4} = 0$$

$$-i_{4} + i_{5} - i_{6} = 0$$

$$R_{1}i_{1} + R_{2}i_{2} + R_{3}i_{3} = u_{S1}$$

$$-R_{3}i_{3} + R_{4}i_{4} + R_{5}i_{5} = -R_{5}i_{SS}$$

$$-R_{2}i_{2} - R_{4}i_{4} + R_{6}i_{6} = 0$$
(3-4)

式(3-4)中的 KVL 方程可归纳为

$$\sum R_k i_k = \sum u_{Sk} \tag{3-5}$$

§ 3-4 网孔电流法

结点1:
$$i_2 - i_3 - i_1 = 0$$

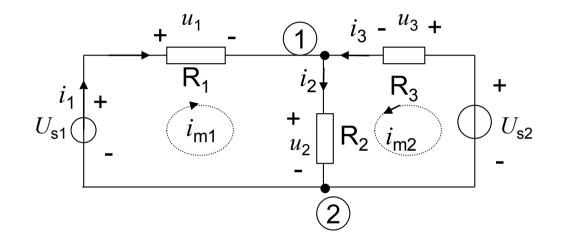
$$i_2 = i_3 + i_1$$

假设回路电流 i_{m1} , i_{m2}

$$i_1 = i_{m1}$$

$$i_3 = i_{m2}$$

$$i_2 = i_{m1} + i_{m2}$$



§ 3-4 网孔电流法

以网孔电流为变量,列出每一个 网孔回路的电压方程

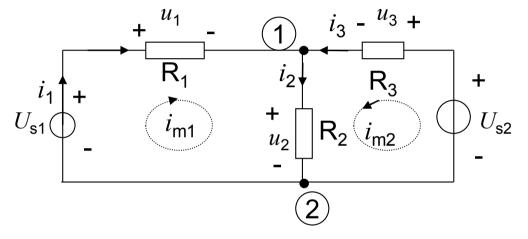
回路1:
$$R_1 i_{m1} + R_2 (i_{m1} + i_{m2}) - u_{s1} = 0$$

回路2:
$$R_3 i_{m2} + R_2 (i_{m1} + i_{m2}) - u_{s2} = 0$$

整理两方程得:

回路1:
$$(R_1+R_2)i_{m1}+R_2i_{m2}=u_{s1}$$

回路 2:
$$R_2 i_{m1} + (R_2 + R_3) i_{m2} = u_{s2}$$



自阻:回路中所有电阻之和,自阻总为正,例如 R_1+R_2 , R_2+R_3

互阻:两个回路的共有电阻,例如R₂,互阻可能为正,也可能为负。

如果两个回路电流流过互阻的方向相同,则互阻为正;

如果两个回路电流流过互阻的方向相反,则互阻为负。

§ 3-4 网孔电流法

网孔电流方程的一般形式:

$$R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} + R_{13}i_{m3} + \dots + R_{1m}i_{mm} = u_{S11}$$

$$R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} + R_{23}i_{m3} + \dots + R_{2m}i_{mm} = u_{S22}$$

$$R_{31}i_{m1} + R_{32}i_{m2} + R_{33}i_{m3} + \dots + R_{3m}i_{mm} = u_{S33}$$

$$R_{m1}i_{m1} + R_{m2}i_{m2} + R_{m3}i_{m3} + \dots + R_{mm}i_{mm} = u_{Smm}$$

下标m表示网孔 (mesh)

下标m (斜体的)表示第m个网孔

双下标的电阻 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 、 R_{mm} 是各网孔的自阻

不同下标的电阻 R_{12} 、 R_{13} 、 R_{21} 是网孔间的互阻

 i_{m1} 、 i_{m2} 、 i_{mm} 是各网孔的电流

§ 3-5 回路电流法

以回路电流为变量,列出回路电 压方程的分析方法。

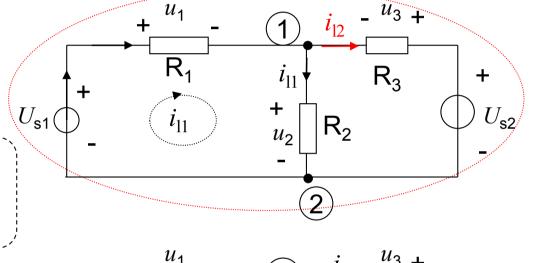
回路1: $R_1(i_{11}+i_{12})+R_2i_{11}-u_{s1}=0$

回路2: $R_1(i_{11}+i_{12})+R_3i_{12}+u_{s2}-u_{s1}=0$

整理两方程得:

回路1: $(R_1+R_2)i_{11}+R_1i_{12}=u_{s1}$

回路**2:** $R_1 i_{11} + (R_1 + R_3) i_{12} = u_{s1} - u_{s2}$



 i_2

(2)

 R_3

 $\overline{\mathsf{R}_{\scriptscriptstyle{1}}}$

 i_{m1}

与网孔电流法对比:

网孔1:
$$(R_1+R_2) i_{m1} + R_2 i_{m2} = u_{s1}$$

网孔 2:
$$R_2 i_{m1} + (R_2 + R_3) i_{m2} = u_{s2}$$

$$i_{\text{m1}} = i_{|1} + i_{|2}$$
 $i_{\text{m2}} = -i_{|2}$

回路电流法与网孔电流法结果相同

回路电流法中的自阻、互阻的定义与网孔电流法相同

 $i_{m1} = i_{|1} + i_{|2}$ $i_{m2} = -i_{|2}$

§ 3-5 回路电流法

回路电流方程的一般形式:

$$R_{11}i_{11} + R_{12}i_{12} + R_{13}i_{13} + \dots + R_{1l}i_{1l} = u_{S11}$$

$$R_{21}i_{11} + R_{22}i_{12} + R_{23}i_{13} + \dots + R_{2l}i_{1l} = u_{S22}$$

$$R_{31}i_{11} + R_{32}i_{12} + R_{33}i_{13} + \dots + R_{3l}i_{1l} = u_{S33}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$R_{l1}i_{11} + R_{l2}i_{12} + R_{l3}i_{13} + \dots + R_{ll}i_{1l} = u_{Sll}$$

下标l表示回路(loop)

下标1(斜体的)表示第1条回路

双下标的电阻 R_{11} 、 R_{22} 、 R_{33} 、 R_{ll} 是各回路的自阻

不同下标的电阻 R_{12} 、 R_{13} 、 R_{21} 是回路间的互阻

 i_{11} 、 i_{12} 、 i_{1l} 是各回路的电流

§ 3-4 网孔电流法 § 3-5 回路电流法

相同点:

- ■自阻、互阻的概念与正负取值规则相同
- ■各网孔、回路中电压源的取值规则相同

不同点:

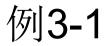
- 网孔电流:沿网孔连续流动的假想电流 回路电流:在回路中连续流动的假想电流
- 网孔电流法仅适用于平面电路回路电流法适用于平面或非平面电路

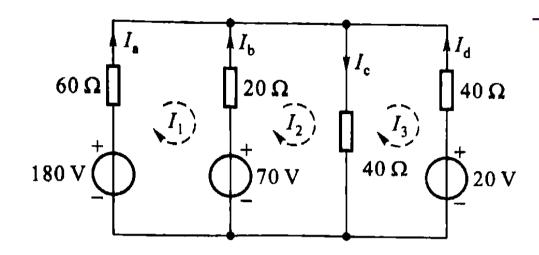
§ 3-4 网孔电流法 § 3-5 回路电流法

■ 备注:

- 1、含无伴电流源支路的电路,应用回路电流法进行分析时, 把电流源两端的电压作为附加变量,列入KVL方程,同 时增加电流源支路的电流源电流与回路电流的关系方程。
- 2、含无伴电流源支路的电路,应用回路电流法进行分析时,如果电流源支路只包含在一个回路中,则该回路电流就是电流源的电流。
- 3、当电路中含有受控电源时,把它们按独立电源处理。

(1) 选取网孔电流 $I_1 \, I_2 \, I_3$,如图 3-10 所示。





网孔电流方程为

$$R_{11} = (60 + 20) \Omega = 80 \Omega$$

$$R_{22} = (20 + 40) \Omega = 60 \Omega$$

$$R_{33} = (40 + 40) \Omega = 80 \Omega$$

$$R_{12} = R_{21} = -20 \ \Omega$$

$$R_{13} = R_{31} = 0$$

$$R_{23} = R_{32} = -40 \Omega$$

$$U_{\rm Si1} = (180 - 70) \text{ V} = 110 \text{ V}$$

$$U_{\rm S22} = 70 \, \rm V$$

$$U_{S33} = -20 \text{ V}$$

$$80I_1 - 20I_2 = 110$$

$$-20I_1 + 60I_2 - 40I_3 = 70$$

$$-40I_2 + 80I_3 = -20$$

(3) 用消去法或行列式法,解得

$$I_1 = 2 A$$

$$I_2 = 2.5 \text{ A}$$

$$I_3 = 1 \text{ A}$$

(4) 指定各支路电流如图 3-10 所示,有

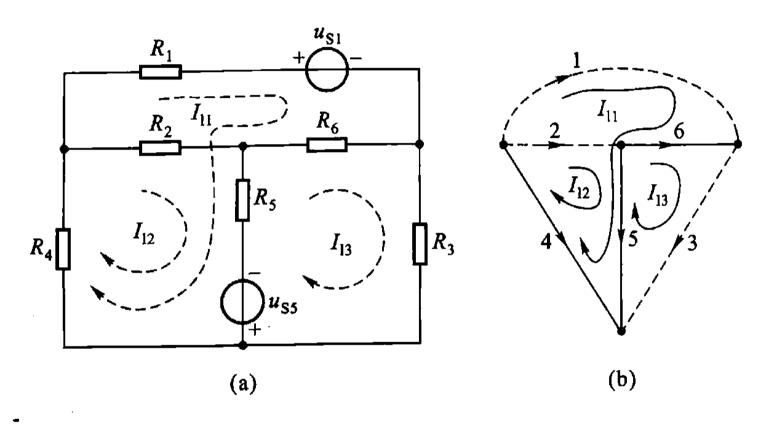
$$I_{\rm a} = I_{\rm 1} = 2$$
 A

$$I_b = -I_1 + I_2 = 0.5 \text{ A}$$

$$I_c = I_2 - I_3 = 1.5 \text{ A}$$

$$I_d = -I_3 = -1 \text{ A}$$

例 3-2 给定直流电路如图 3-12(a)所示,其中 $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \Omega$, $R_4 = R_5 = R_6 = 2 \Omega$, $u_{S1} = 4 \nabla$, $u_{S2} = 2 \nabla$ 。试选择一组独立回路,并列出回路电流方程。



解 电路的图如图 3-12(b)所示,选择支路 $4\sqrt{5}$ 为树, 3 个独立回路(基本回路) 绘于图中。连支电流 $I_1\sqrt{I_2}$ 、 I_3 即为回路电流 $I_1\sqrt{I_2}$ 、 I_3 。在三个基本

回路列出以回路电流 I_{11} 、 I_{12} 、 I_{13} 为变量的 KVL 方程分别为

图 3-12 例 3-2图

$$R_{1}I_{11} + u_{S1} + R_{6}(I_{11} - I_{13}) + R_{5}(I_{11} + I_{12} - I_{13}) - u_{S6} + R_{4}(I_{11} + I_{12}) = 0$$

$$R_{2}I_{12} + R_{5}(I_{12} + I_{11} - I_{13}) - u_{S6} + R_{4}(I_{11} + I_{12}) = 0$$

$$R_{6}(I_{13} - I_{11}) + R_{3}I_{13} + u_{S6} + R_{5}(I_{13} - I_{11} - I_{12}) = 0$$

$$(3-9)$$

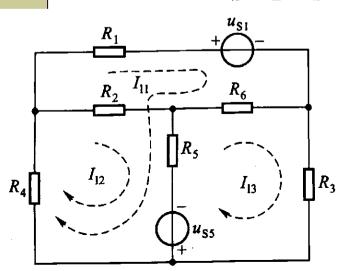
代入数字,并经整理后,可得

$$7I_{11} + 4I_{12} - 4I_{13} = -2$$

$$4I_{11} + 5I_{12} - 2I_{13} = 2$$

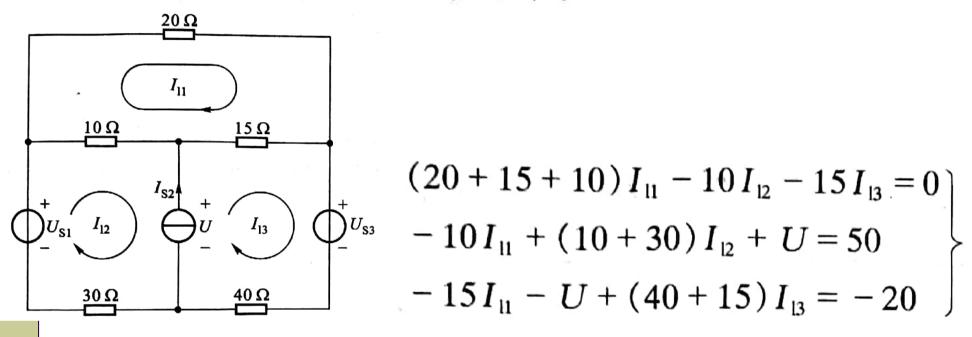
$$-4I_{11} - 2I_{12} + 5I_{13} = -2$$
(3-10)

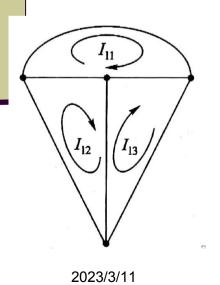
解出 I_1 、 I_2 、 I_3 后,可根据以下各式计算支路电流



$$I_1 = I_{11}$$
 $I_2 = I_{12}$
 $I_3 = I_{13}$
 $I_4 = I_{11} - I_{12}$
 $I_4 = I_{11} + I_{12} - I_{13}$
 $I_6 = -I_{11} + I_{13}$

例 3-3 图 3-13 所示电路中 $U_{S1} = 50 \text{ V}$, $U_{S3} = 20 \text{ V}$, $I_{S2} = 1 \text{ A}$, 此电流源 为无伴电流源。试用回路法列出电路的方程。





无伴电流源所在支路有 I_{12} 和 I_{13} 通过,故附加方程为 $I_{13}-I_{12}=1$

方程数和未知变量数相等。

§ 3-6 结点电压法

 $\left(\frac{U_{N_1}-U_{S_1}}{R_1} + \frac{U_{N_1}-U_{N_2}}{R_3} + \frac{U_{N_1}-U_{S_2}-U_{N_3}}{R_2} \right) = 0$

My-yr

Unz_Unz

以结点电压为变量的电路分析方法。

结点**1**:
$$i_2 + i_3 - i_1 = 0$$

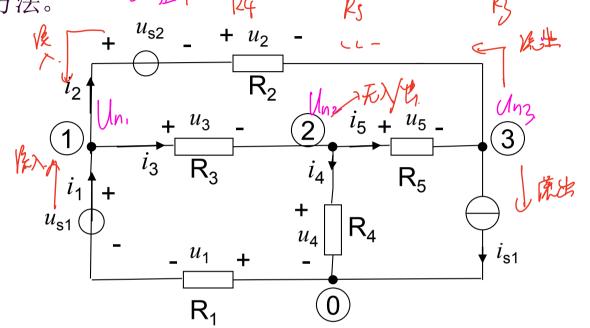
结点2:
$$i_4 + i_5 - i_3 = 0$$

结点3:
$$-i_2 - i_5 + i_{s1} = 0$$

取结点0作为参考,结点1、2、

3的结点电压为 u_{n1} 、 u_{n2} 、 u_{n3} ,

代入上面的结点KCL方程:



$$(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})u_{n1} - \frac{1}{R_3}u_{n2} - \frac{1}{R_2}u_{n3} = \frac{u_{s1}}{R_1} + \frac{u_{s2}}{R_2}$$

$$-\frac{1}{R_3}u_{n1} + (\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5})u_{n2} - \frac{1}{R_5}u_{n3} = 0$$

$$\frac{5}{R_2} - \frac{1}{R_2} u_{n1} - \frac{1}{R_5} u_{n2} + (\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}) u_{n3} = -\frac{u_{s2}}{R_2} - i_{s1}$$

自导:结点所连接所有电导之和, 总为正;

互导:两个独立结点之间的电导, 总为负。

§ 3-6 结点电压法

结点电压方程的一般形式:

$$G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} + \dots + G_{1(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{S11}$$

 $G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} + \dots + G_{2(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{S22}$
.....

$$G_{(n-1)1}u_{n1} + G_{(n-1)2}u_{n2} + G_{(n-1)3}u_{n3} + \dots + G_{(n-1)(n-1)}u_{n(n-1)} = i_{S(n-1)(n-1)}u_{n-1}$$

下标n表示结点(node)

下标n(斜体的)表示第n个结点

双下标的电导 G_{11} 、 G_{22} 、 G_{33} 、 $G_{(n-1)(n-1)}$ 是各结点的自导,总为正

不同下标的电导 G_{12} 、 G_{13} 、 G_{21} 是结点间的互导,总为负

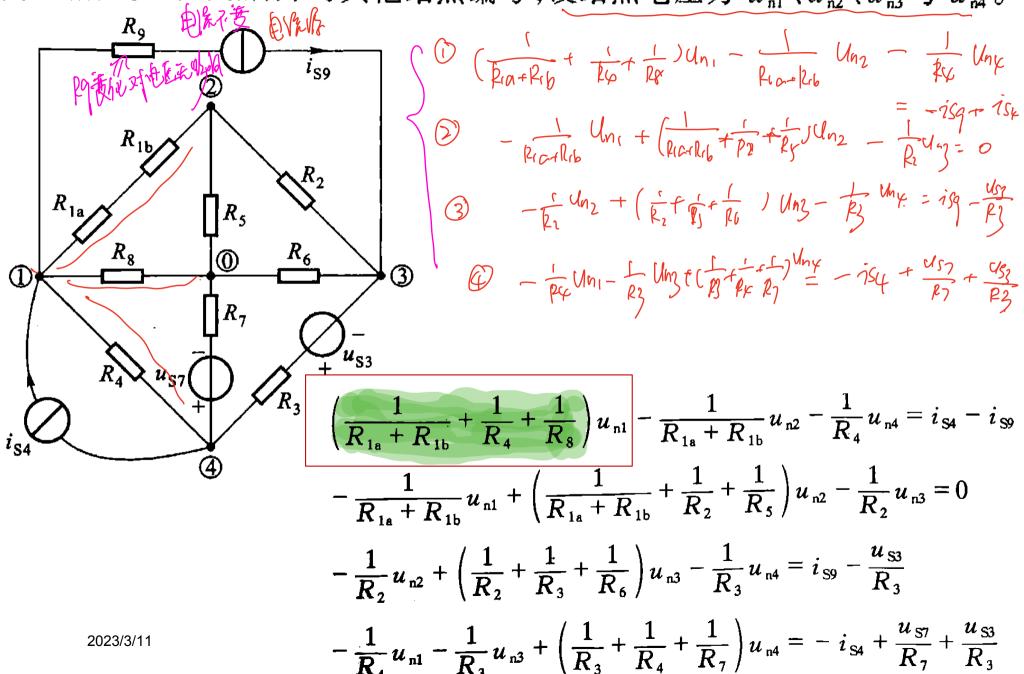
等式右边 i_{S11} 、 i_{S22} 、 $i_{S(n-1)(n-1)}$ 是流向结点的电流源的代数和,流入取+,流出取-

§ 3-6 结点电压法

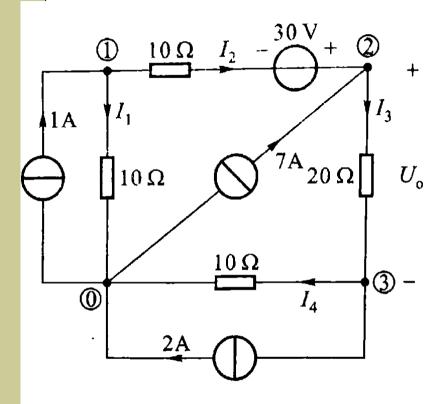
■ 备注:

- 1、含无伴电压源支路的电路,应用结点法进行分析时,如果电压源的低电位端就是参考结点时,那么电压源另一端的结点电压就是电压源的值。
- 2、含无伴电压源支路的电路,应用结点法进行分析时,如果电压源的两端都不是参考结点时,增加电压源支路的电流作为附加变量,列入KCL方程,同时增加电压源支路两端结点电压与电压源电压的关系方程。
- 3、当电路中含有受控电源时,把它们按独立电源处理。

例 3-5 列出图 3-17 所示电路的结点电压方程。



例3-6



$$\left\{ \begin{array}{ll} + & \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) U_{\text{n1}} - \frac{1}{10} U_{\text{n2}} = 1 - \frac{30}{10} \\ \\ U_{\text{o}} & - \frac{1}{10} U_{\text{n1}} + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) U_{\text{n2}} - \frac{1}{20} U_{\text{n3}} = 7 + \frac{30}{10} \\ \\ - \frac{1}{20} U_{\text{n2}} + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) U_{\text{n3}} = -2 \end{array} \right\}$$

$$0.2 U_{n1} - 0.1 U_{n2} = -2$$

$$-0.1 U_{n1} + 0.15 U_{n2} - 0.05 U_{n3} = 10$$

$$-0.05 U_{n2} + 0.15 U_{n3} = -2$$

$$U_{\rm n1} = 40 {\rm V}$$
 $U_{\rm n2} = 100 {\rm V}$
 $U_{\rm n3} = 20 {\rm V}$

例3-7

例 3 - 7 图 3 - 19 所示电路中, u_{S1} 为无伴电压源的电压。试列出此电路的结点电压方程。

解 设无伴电压源支路的电流为 i,电路的结点电压方程为

$$(G_1 + G_3) u_{n1} - i - G_3 u_{n2} = 0$$

- $G_3 u_{n1} + (G_2 + G_3) u_{n2} = i_{s2}$

补充的约束关系为

和i。

$$u_{\rm n1} = u_{\rm S1}$$

由上列3个方程,可以联立解得 $u_{n1} \setminus u_{n2}$

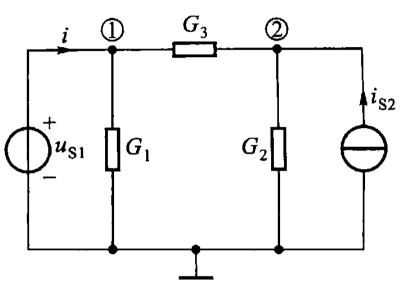


图 3-19 例 3-7图

例 3-8 图 3-20 电路中独立源与 CCVS 都是无伴电压源。试列出_{其结}点电压方程。

解 选择参考结点及标明独立结点,结点电压分别为 U_{n1} 、 U_{n2} 、 U_{n3} 。独立电压源一端为参考结点,故结点①不列方程;对 CCVS 两端作包含结点②与③的封闭面 S,对 S 列 KCL 方程为

$$\frac{U_{\rm n2} - U_{\rm n1}}{R_1} + \frac{U_{\rm n2}}{R_2} - g_{\rm m} U + \frac{U_{\rm n3}}{R_3} = 0$$

附加方程

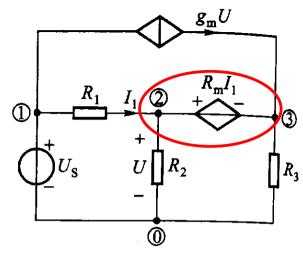


图 3-20 例 3-8图

$$U_{\rm n1} = U_{\rm S}$$
 $U_{\rm n2} - U_{\rm n3} = R_{\rm m} I_{\rm 1}$

其中控制量 U 与 I_1 可以结点电压来表示,即

$$U = U_{n2}$$

$$I_{1} = \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_{1}}$$

经整理可得3变量方程组

$$-\frac{1}{R_{1}}U_{n1} + \left(\frac{1}{R_{1}} + \frac{1}{R_{2}} - g_{m}\right)U_{n2} + \frac{1}{R_{3}}U_{n3} = 0$$

$$U_{n1} = U_{S}$$

$$-\frac{R_{m}}{R_{1}}U_{n1} + \left(1 + \frac{R_{m}}{R_{1}}\right)U_{n2} - U_{n3} = 0$$

例3-8

■ 方法二(结点电压法):

结点1:
$$u_{n1} = U_{S}$$
 (1)

结点2:
$$-\frac{1}{R_1}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_{n2} = i$$
 (2)

结点3:
$$\frac{1}{R_3}u_{n3} = g_m U - i$$
 (3)

附加 $U = u_{n2}$ (4)

$$u_{\rm n2} - u_{\rm n3} = R_m I_1 = R_m \frac{u_{\rm n1} - u_{\rm n2}}{R_1}$$
 (结点2、3之间的电压关系) (5)

将(3)和(4)带入(2),得
$$-\frac{1}{R_1}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - g_m\right)u_{n2} + \frac{1}{R_3}u_{n3} = 0$$

由(5),得 $-\frac{R_m}{R_1}u_{n1} + \left(1 + \frac{R_m}{R_1}\right)u_{n2} - u_{n3} = 0$

课后作业

P76

- **3-5**
- **3**-7
- **3-8**
- **3-12**
- **3-14**
- **3-18**
- **3-23**