

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2019 级“多元函数微积分（信）”结课统考试卷（A 卷） 2020 年 9 月 4 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、求曲面  $x^3 + y^2 + z^3 = 1$  上点  $(-1,1,1)$  处的切平面与法线方程.(本题 10 分)

一题得分	
------	--

二、求函数  $f(x,y,z) = x - y + z$  在闭区域  $\Omega: \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{4} + (z-2)^2 \leq 1$  上的最大值、最小值（10 分）

二题得分	
------	--

三、计算下列二重积分：（每小题 8 分）

(1)  $\iint_D (1-x-y) dx dy$ ，其中  $D: x, y \geq 0, x+y \leq 1$ ；

三题得分	
------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



(2)  $\iint_D |y - x^2| dx dy$ ，其中区域  $D$  为：  $0 \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1$

四、计算下列三重积分（每小题 8 分）：

(1)  $\iiint_{\Omega} (1 + z^4) dx dy dz$ ，其中  $\Omega$  为由曲面  $z = x^2 + y^2, z = 1$  所围的区域；

(2)  $\iiint_{\Omega} e^{|z|} dx dy dz$ ，其中  $\Omega$ ：  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

四题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

五、计算下列曲线积分与曲面积分：（每小题 10 分）

（1）设曲线积分  $\int_C 2xydx + (2y + \varphi(x))dy$  与路径无关，  $\phi'(x)$  连续， 且  $\phi(0) = 0$ ，  
求积分：  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} 2xydx + (2y + \phi(x))dy$

五题 得分	
----------	--

（2）求曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} (x - y)^2 dS$ ， 其中  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, (R > 0)$

六、（10 分）求曲线积分  $I = \oint_L \frac{(x - y)dy - (x + y)dx}{x^2 + y^2}$ ， 其中 L 是以 (1,0) 为中心，  $R$  为半径  
（  $R > 0, R \neq 1$  ）的圆周， 取逆时针方向；

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



七、(10 分) 设  $f(u)$  具有连续导函数， $\Sigma$  是曲面  $z = x^2 + y^2 + 6$ ， $z = 8 - x^2 - y^2$

所围立体表面的外侧，求曲面积分： $\iint_{\Sigma} \frac{1}{z} f(\frac{e^x}{z}) dydz + ydzdx + f(\frac{e^x}{z}) dxdy$

七题 得分	
----------	--

八、(8 分) 设有区域  $D = \{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 2\}$ ,

试求二重积分： $\iint_D |xy - 1| dxdy$

八题 得分	
----------	--

草稿区