

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2018 级“多元函数微积分（信）”结课统考试卷（A 卷） 2019 年 4 月 20 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、求曲面 $x^2 + y^2 + z^3 = 1$ 上点 $(1,-1,-1)$ 处的切平面与法线方程.(本题 10 分)

一题得分	
------	--

二、求函数 $f(x,y,z) = (x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2$ 在区域 $D: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ 上的最大值、最小值（10 分）

二题得分	
------	--

三、计算下列二重积分：（每小题 8 分）

(1) $\iint_D |x^2 + y^2 - 1| dx dy$ ，其中 $D: x^2 + y^2 \leq 4$ ；

三题得分	
------	--

草稿区

姓名
学号
专业
任课教师



(2) $\iint_D (x+y)dxdy$ ，其中区域 D 为直线 $y+x=2$ 与坐标轴所围成的三角形区域。

四、计算下列三重积分（每小题 8 分）：

(1) $\iiint_{\Omega} (\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2})dxdydz$ ，其中 Ω 为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 所围的区域（ $a,b,c>0$ ）；

四题 得分	
----------	--

(2) $\iiint_{\Omega} (1+z^3)dxdydz$ ，其中 Ω 是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}, z=1$ 所围成的区域。

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

五、计算下列曲线积分与曲面积分：（每小题 10 分）

(1) 设 C 为曲线 $y = \sqrt{\pi}x^2$ 从 $O(0,0)$ 到 $A(1,\sqrt{\pi})$ 的曲线段，求积分 $\int_C \cos y^2 dx - 2xy \sin y^2 dy$

五题 得分	
----------	--

(2) 求 $I = \iint_{\Sigma} z^3 dS$ ，其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, (R > 0)$ 在第一卦限部分

六、（10 分）求曲线积分 $I = \oint_L \frac{(x + 4y)dy + (x - y)dx}{x^2 + 4y^2}$ ，其中 L 是单位圆： $x^2 + y^2 = 1$ ，
取逆时针方向；

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名
学号
专业
任课教师



七、(10 分) 设 Σ 是曲面 $z = \sqrt{4 - (x^2 + y^2)}$ 的外侧，

求曲面积分： $I = \iint_{\Sigma} yx \, dydz + xdzdx + x^2 \, dxdy$

七题 得分	
----------	--

草稿区

八、(8 分) 设 Ω 是由曲面 $x^2 + (y - z)^2 = 4, z = 0, z = 1$ 所围成的立体区域，求三重积分：

$$I = \iiint_{\Omega} (y - z)^2 z^2 \, dxdydz$$

八题 得分	
----------	--