

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2020 级信息类一元函数微分学统考试卷 (A 卷) 2020 年 11 月 29 日

(说明: 答案务必写在装订线右侧, 写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 对数列 $\{a_n\}$, 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A, (A \neq 0)$, 则当 n 充分大时, 必有 ():

(A) $|a_n| \leq A$; (B) $|a_n| \leq |A|$; (C) $|a_n| \leq (1/2)|A|$; (D) $|a_n| \geq (1/2)|A|$.

(2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $(2/3)(\cos x - \cos 2x)$ 是 x^2 的():

(A) 等价无穷小; (B) 高阶无穷小; (C) 同阶, 但不等价无穷小; (D) 低阶无穷小.

(3) 设函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n[f(x_0 + \frac{1}{n}) - f(x_0 - \frac{1}{n})] = ()$:

(A) $f'(x_0)$; (B) $-f'(x_0)$; (C) $2f'(x_0)$; (D) 0;

(4) 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$, 则曲线 $y = f(x)$

在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为(): (A) -1; (B) -2; (C) 1/2; (D) 2;

(5) 设函数 $f(x) = \frac{1 - e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的(),

(A) 可去间断点; (B) 连续点; (C) 无穷间断点; (D) 跳跃间断点.

二、填空题 (每小题 4 分):

(1) 设 $f(x) = (x-1)^2 e^{x-1}$, 则 $f^{(100)}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin x + (e^x - 1)}{\ln(1+2x)} = \underline{\hspace{2cm}}$,

(3) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y - x e^y = 2$ 所确定, 则 $y'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) 设函数 $f(x)$ 有任意阶导数, 且满足 $f'(x) = [f(x)]^2$, 则当 $n \geq 2$, $f^{(n)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$,

(5) 设函数 $f(x) = x^x$, 则 $f'(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

草稿区

一题得分	
------	--

二题得分	
------	--

姓名

学号

专业

任课教师

三、求下列极限：（每小题 5 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-4x} - \sqrt{1+6x}}{x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \frac{1}{2x} + \cos \frac{2}{x})^x$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$

四、求下列函数的导数（每小题 5 分）：

(1) 设 $y = \arctan(\frac{1-x}{1+x})$, 求 $\frac{dy}{dx}$;

(2) 设 $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2) \dots (e^{nx} - n)$, 其中 $(n \geq 2)$ 为自然数, 求 $f'(0)$;

草稿区

三题 得分	
----------	--

四题 得分	
----------	--

姓名

学号

专业

任课教师

(3) 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = 3t + t^3 \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{t=1}$

五、证明下列不等式: (每小题 6 分)

(1) 当 $x > 0, e^x > 1 + (1 + x) \ln(1 + x)$;

(2) 当 $1 > x > 0, \arcsin x < \frac{x}{1 - x^2}$

六、(6 分) 求函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ 的极值.

草稿区

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

姓名
学号
专业
任课教师

七、(6分) 求函数 $f(x) = x^4 - 2x^2 - 31$, 在区间 $[-2,3]$ 上的最大值, 最小值.

七题 得分	
----------	--

草稿区

八、(6分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1/3$,

证明: 分别存在 $\xi \in (0, \frac{1}{2}), \eta \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使 $f'(\xi) + f'(\eta) = \xi^2 + \eta^2$

八题 得分	
----------	--