2023-2024年《概率论与数理统计》期末考试

一、选择题（每题2分，共7题）

1.对于一个完全随机设计的实验中， S_T总偏差平方和， S_A效应平方和和S_E误差平方和；假设实验次数为n, 因素A有r个水平；定义$MS_A=\frac{S_A}{r-1}$,$MS_E=\frac{S_A}{n-r}$,$MS_T=\frac{S_T}{n-1}$,则下面判断正确的是（ ）

$A. MS_A > MS_E$

$A. MS_T > MS_E$

$C. S_A > S_E$

$D. S_T > S_E$

2.设$F_1(x)$与$F_2(x)$分别为随机变量X_1和X_2的分布函数.为使$F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$是某一随机变量的分布函数，下列给定各组数值中应取（　　）

$A. a=0.6, b=-0.4$

$B. a=\frac{2}{3}, b=\frac{2}{3}$

$C. a=-0.5, b=1.5$

$D. a=0.5, b=-1.5$

3.设$F_1(x)$与$F_2(x)$为两个分布函数，其相应的概率密度$f_1(x)$与$f_2(x)$是连续函数，则必为概率密度函数的是（　　）

$A.\ f_1(x)f_2(x)$

$B. 2f_2(x)F_1(x)$

$C.\ f_1(x)F_2(x)$

$D.\ f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x)$

4.设随机变量X的密度函数为$\varphi(x)$,且$\varphi(x)=\varphi(-x)$,$F(x)$是X的分布函数，则对任意实数a，有（ ）

$A. F(-a)=1-\int_0^a\varphi(x)dx$

$B. F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a\varphi(x)dx$

$C. F(a)=F(-a)$

$D. F(-a)=2F(a)-1$

5.设X_1, X_2, X_3为随机变量，且$X_1\sim N(0,1)$，$X_2\sim N(0,2^2)$，$X_3\sim N(5,3^2)$，$p_i=P\{-2\le X_i\le 2\}(i=1,2,3)$，则（　）

$A.\, p_1 > p_2 > p_3$

$B.\, p_2 > p_1 > p_3$

$C.\, p_3 > p_1 > p_2$

$D.\, p_1 > p_3 > p_2$

6.已知随机变量X服从二项分布，且$E(X)=2.4$，$D(X)=1.44$，则二项分布的参数n，p的值为（ ）

$A.\, n = 4, p = 0.6$

$B.\, n = 6, p = 0.4$

$C.\, n = 8, p = 0.3$

$D.\, n = 24, p = 0.1$

7.设X是一随机变量，$E(X)=\mu$，$D(X)=\sigma^2$（μ，$\sigma > 0$常数），则对任意常数c，必有（）

$A.\, E(X-c)^2 = E(X)^2 - c^2$

$B.\, E(X-c)^2 = E(X-\mu)^2$

$C.\, E(X-c)^2 < E(X-\mu)^2$

$D.\, E(X-c)^2 \geq E(X-\mu)^2$

二、填空题（每题2分，共7题）

1.设随机变量X服从标准正态分布，即$X \sim N(0,1)$,则$E(Xe^{2X}) =$______

2.设随机变量X的数学期望$E(x) = \mu$，方差$D(x) = \sigma^2$，则由切比雪夫不等式，有$P\{|X-\mu| \geq 3\sigma\} \leq$____

3.随机变量X与Y相互独立，且$X \sim N(1,2), Y \sim N(1,4)$，则$D(XY) =$______

4.设 A、B为两独立事件, 且$P(A \cup B) = 0.6, P(A) = 0.4$, 则 $P(B) =$_____

三、解答题（每题12分，共6题）

1.在某城市中发行三种报纸A、B、C，经调查，订阅A报的有45%，订阅B报的有35%，订阅C报的有30%，同时订阅A及B报的有10%，同时订阅A及C报的有8%，同时订阅B及C报的有5%，同时订阅A、B、C报的有3%．试求下列事件的概率：

（1）只订一种报纸的；

（2）恰好订两种报纸的；

（3）不订阅任何报纸的；

2.设随机变量X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}x^2,0<x<3\\0,else\end{cases}$$

令随机变量

$$Y=\begin{cases}2,X\le 1\\X,1<x<2\\1,x\ge 2\end{cases}$$

(1)求Y的分布函数；

(2)求概率$P\{X\le Y\}$.

3.设X和Y是两个相互独立的随机变量，其概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}1,0\le x\le 1\\0,else\end{cases}$$

$$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y},y>0\\0,y\le 0\end{cases}$$

求随机变量$Z=X+Y$的概率密度.

4.设随机变量X的分布函数为

$$F(x;\alpha;\beta)=\begin{cases}1-(\frac{\alpha}{x})^{\beta},x>\alpha\\0,x\leq\alpha\end{cases}$$

其中参数$\alpha>0,\beta>1$,设$X_1,X_2,...X_n$为来自总体X的简单随机样本.

(1)当$\alpha=1$时，求未知参数β的矩估计量；

(2)当$\alpha=1$时，求未知参数β的最大似然估计量；

(3)当$\beta=2$时，求未知参数α的最大似然估计量.