

南开大学 2020 级“一元函数积分（信）”结课统考试卷（A 卷）2021 年 1 月 4 日

姓名_____学号_____专业_____任课教师_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 设函数 $f(x) = e^{-|x|}$, 则 $\int f(x)dx = (\quad)$:

一题得分	
------	--

(A) $\begin{cases} -e^{-x} + C_1, x \geq 0 \\ e^x + C_2, x < 0 \end{cases}$; (B) $\begin{cases} -e^{-x} + C, x \geq 0 \\ e^x + C, x < 0 \end{cases}$; (C) $-e^{-|x|} + C$; (D) $\begin{cases} 2 - e^{-x} + C, x \geq 0 \\ e^x + C, x < 0 \end{cases}$

(2) 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\ln(x + e^y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} = (\quad)$: (A) 1; (B) 不存在; (C) -1; (D) 0(3) 数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 \frac{x^{n-1}}{1+x^2} dx = (\quad)$: (A) 0; (B) 1; (C) 1/2; (D) 不存在

(4) 设 $f(x, y) = \begin{cases} (x \sin \frac{1}{y})(y \sin \frac{1}{x}), xy \neq 0 \\ 0, xy = 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y) = (\quad)$:

(A) 0; (B) 1; (C) 不存在; (D) -1

(5) 设函数 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 点某邻域有定义, 且满足 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y) - f(0, 0) + 2x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$,则 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处 (\quad) :

(A) 不连续; (B) 连续, 但两个偏导数都不存在; (C) 两个偏导数存在, 但不可微; (D) 可微

二、填空题（每小题 4 分）：

(1) 设函数 $f(t)$ 满足 $\ln f(t) = \cos t$, 则 $\int \frac{tf'(t)}{f(t)} dt =$ _____

二题 得分	
----------	--

(2) 设 $f(x)$ 为连续可导函数, 满足 $f(5) = 2, \int_0^5 f(x) dx = 3$, 则 $\int_0^5 xf'(x) dx =$ _____

(3) 点 $(2, 1, -2)$ 到平面 $3x + 4z = 3$ 的距离为 _____

(4) 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $2z + e^z = x^2 y$ 所确定, 则 $dz =$ _____

(5) 平面 $x + 2y + z - 1 = 0$ 与 $x - 2y + 3z + 1 = 0$ 之间的夹角为 _____

三、求下列不定积分：（每小题 6 分）

(1) $\int \frac{x^3}{(1+x^2)^5} dx;$

三题 得分	
----------	--

(2) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx;$

(3) $\int (\cos x - \sin x) e^{-x} dx;$

四、求下列定积分（每小题 7 分）：

(1) $\int_0^2 x|x-1| dx;$

(2) $\int_0^2 \sqrt{\frac{2-x}{2+x}} dx;$

四题 得分	
----------	--

(3) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx$

五、（8 分）设二元函数 $f(u,v)$ 具有连续二阶偏导数， $z = f(2x-3y, x+2y)$ ，试求 $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y};$

五题 得分	
----------	--

草稿区

六、(7 分) 设 $a_n = \int_0^{\pi/4} (\tan x)^n dx, n \geq 1$, 试求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n$

六题 得分	
----------	--

七、(6 分) 证明: $\int_0^{\pi/2} \sin(\sin x) dx < \int_0^{\pi/2} \cos(\cos x) dx$

七题 得分	
----------	--

草稿区