

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2016 级信息类一元函数微分学统考试卷（A 卷） 2016 年 11 月 12 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  有极限是函数  $f(x)$  在点  $x_0$  连续的 ( ):

(A) 充分条件; (B) 必要条件; (C)充分必要条件; (D) 不充分, 也不必要条件.

(2) 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列无穷小量中最高阶的是( ):

(A)  $2x^2$ ; (B)  $1 - \cos x$ ; (C)  $\sqrt{1+x^2} - 1$ ; (D)  $3x^3$ .

(3) 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{(x-1)^2}$  的值为 ( ):

(A)  $\infty$ ; (B) 1; (C) 0; (D) -1;

(4) 设  $f(x) = x^2 \ln(1+x)$ , 则 (3 阶导数)  $f'''(0)$  是( ):

(A) 6; (B) 5; (C) 4; (D) 3.

(5) 曲线  $y^3 = 6y - x^2$  在  $(-2,2)$  处的切线斜率为( ),

(A) 1/3; (B) 2/3; (C) 1/2; (D) 1.

二、填空题 (每小题 4 分):

(1) 设  $f(x) = \begin{cases} x \arctan(1/x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  则  $f'_-(0) =$  \_\_\_\_\_

(2) 设  $f(x)$  为可导函数, 且  $f'(1) = 1$ , 令  $F(x) = f(1/x) - f(x^2)$ , 则  $F'(1) =$  \_\_\_\_\_

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + (e^x - 1)}{\ln(1 + 4x)} =$  \_\_\_\_\_

(4) 设函数  $f(x) = x(x+1)(x+2) \dots (x+16)$ , 则  $f'(0)$  为 \_\_\_\_\_ ,

(5) 设  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\frac{x^2+1}{x+1} - (ax+b)] = 1$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_

草稿区

一题得分

二题得分

姓名

学号

专业

任课教师



三、求下列极限：（每小题 5 分）

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} (\cos \frac{1}{x} + 3 \sin \frac{1}{x})^x;$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x};$$

三题 得分	
----------	--

$$(3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + e^x)^{1/x}$$

四、求下列函数的导数（每小题 5 分）：

- $$(1) \text{ 设 } y = (x^2 + x + 2)^{x+1}, \text{ 求 } \frac{dy}{dx};$$

$$(2) \text{ 设 } y = y(x) \text{ 是参数方程 } \begin{cases} x = \ln(1+t^3) \\ y = t^2 \sin t \end{cases} \text{ 所确定的函数, 求 } \frac{dy}{dx};$$

$$(3) \text{ 设 } y = y(x) \text{ 由方程 } \arctan \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) \text{ 所确定, 求 } \frac{dy}{dx}$$

四题 得分	
----------	--

草稿

姓名
学号
专业
任课教师



五、证明下列不等式：（每小题 6 分）

(1) 当  $\frac{\pi}{2} \geq x > 0, (1 + \sin x) \ln(1 + \sin x) > x \cos x;$

(2) 当  $x > 0, 2\ln(1 + x) < x + \frac{x}{1 + x}$

六、求函数  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 6$  的极值.（本题 6 分）

五 题 得分	
-----------	--

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

七、(6分) 设函数  $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^\alpha \cos \frac{1}{x^\beta}, & x > 0 \end{cases}$ , 其中  $\alpha, \beta > 0$ , 试分别讨论  $\alpha, \beta$  满足什么条件时,

(1)  $f'(0)$  存在; (2)  $f'(x)$  在  $x = 0$  处连续。

七题 得分	
----------	--

八、(6分) 设  $f(x)$  在区间  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  内可导, 且  $f(0) = 0, f(1) = 1$ ,

证明: (1) 存在  $\xi \in (0,1)$ , 使  $f(\xi) = 1 - \xi$ ;

(2) 存在不同的  $\alpha, \beta \in (0,1)$ , 使  $f'(\alpha)f'(\beta) = 1$

八题 得分	
----------	--

草稿区