

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2016 级“一元函数积分（信）”结课统考试卷（A 卷） 2017 年 1 月 2 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

一 题 得分	
-----------	--

(1) 设  $f(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\cos t} (2 + \sin t) dt$ , 则  $f(x) =$  ( ):

(A) 为负常数; (B) 为正常数; (C) 恒为零; (D) 不为常数。

(2) 在  $(-\infty, +\infty)$  上,  $F'(x) = f(x)$ , 则  $\int f(\sqrt{x}-1) \frac{dx}{\sqrt{x}} =$  ( ):

(A)  $F(\sqrt{x}-1)$ ; (B)  $F(\sqrt{x}-1) + C$ ;

(C)  $\frac{1}{2}F(\sqrt{x}-1) + C$ ; (D)  $2F(\sqrt{x}-1) + C$

(3) 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \int_0^{x^2} \frac{\sin 2t}{t} dt, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ , 则当  $a$  取( )时, 函数  $f(x)$  在  $x=0$  点连续:

(A) 2; (B) 1; (C) -1; (D) 0

(4) 设  $f(x)$  为可导函数,  $z = e^x - f(2x+y)$ , 则偏导数  $\frac{\partial z}{\partial x}$  为 ( ):

(A)  $e^x + f'(2x+y)$ ; (B)  $e^x - f'(2x+y)$ ; (C)  $e^x - 2f'(2x+y)$ ; (D)  $e^x + 2f'(2x+y)$

(5) 下列结论正确的是( ),

(A) 若偏导数  $f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0)$  存在, 则  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续;

(B) 若偏导数  $f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0)$  存在, 则  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  可微;

(C) 若  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  可微, 偏导数  $f'_x(x, y), f'_y(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续;

(D) 若偏导数  $f'_x(x, y), f'_y(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续, 则  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续;

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

二、填空题（每小题 4 分）:

(1)  $\int_0^{10} |x-5| dx =$  \_\_\_\_\_

(2) 设  $f(x) = 4x - \int_0^1 f(t)dt$  为连续函数, 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_

(3)  $yOz$  平面上的曲线  $y^2 + 3z^2 = 1$  绕  $z$  轴旋转一周, 所得旋转曲面的方程为 \_\_\_\_\_

(4) 设  $f(x)$  为连续函数, 满足  $\int_{-1}^{x^3-1} f(t)dt = x$ , 则  $f(7) =$  \_\_\_\_\_

(5) 曲线  $y = 1 - x^2, (0 \leq x \leq 1)$  与  $x$  轴,  $y$  轴所围的图形绕  $x$  轴旋转所得旋转体的体积= \_\_\_\_\_

三、求下列不定积分：（每小题 6 分）

(1)  $\int \frac{x^2}{(x+1)^8} dx ;$

(2)  $\int e^x \ln(1+e^x) dx ;$

(3)  $\int \frac{x^2}{1+x^2} \arctan x dx ;$

二题 得分	
----------	--

三题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

四、求下列定积分（每小题 7 分）：

(1)  $\int_0^{1/2} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

四题 得分	
----------	--

(2)  $\int_{-1}^1 (|x| + 2016x)e^{-|x|} dx;$

(3)  $\int_{-1}^1 \frac{\sin^2(\frac{\pi}{2}x)}{1+3^x} dx$

五、（8 分）设函数  $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\cos(x^2+2y^2)^{-1}, & x^2+y^2>0 \\ 0, & x=y=0\end{cases}$  ,试讨论  $f(x,y)$  在 (0,0) 点是否连续、是否可微？

五题 得分	
----------	--

草稿区

姓名
学号
专业
任课教师



六、(7分) 求函数  $f(x) = \int_1^{x^2} (x^2 - t) e^{-t^2} dt$  的单调区间与极值。

六题 得分	
----------	--

七、(6分) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上二次连续可导，且  $f(\frac{a+b}{2}) = 0$ ，

取  $M = \max\{|f''(x)|; x \in [a, b]\}$ ，证明：

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \frac{M}{24} (b-a)^3$$

七题 得分	
----------	--

草稿区