

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2015 级信息类一元函数微分学统考试卷（A 卷） 2015 年 11 月 28 日

草稿区

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x} = 1$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x)$ 与()是等价无穷小:

(A) $\ln(1-x)$; (B) $\sin |x|$; (C) $\sqrt{1+2x}-1$; (D) $1-\cos |x|$.

(2) 设 $f(x)=|x \sin x| e^{\cos x}, x \in (-\infty,+\infty)$, 则函数 $f(x)$ 是():

(A) 有界函数; (B) 单调函数; (C) 周期函数; (D) 偶函数.

(3) 设 $f(x)$ 对任意 x 满足 $f(x+1)=af(x)$, 且 $f'(0)=b$, 其中 a, b 为非零常数, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处 ():

(A) 不可导; (B) 可导, 且 $f'(1)=a$; (C); 可导, 且 $f'(1)=ab$

(D) 可导, 且 $f'(1)=b$.

(4) 设函数 $f(x)=(\sin x) \sin \frac{1}{x}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的():

(A) 可去间断点; (B) 跳跃间断点; (C) 无穷间断点; (D) 振荡间断点.

(5) 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处有连续的导函数, 又 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = 1$, 则 $x=1$ 是函数 $f(x)$ 的(),

(A) 驻点, 但不是极值点; (B) 驻点, 且是极小值点; (C) 驻点, 且是极大值点; (D) 以上答案都不正确.

二、填空题（每小题 4 分）:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}) =$ _____

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+1}{3x-1} \sin \frac{1}{x+1} =$ _____

(3) 函数 $y = \ln[\cos(\arctan x)]$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

一 题	
得分	

二 题	
得分	

姓名

学号

专业

任课教师

(4) 设曲线 $y = ax^2 + bx$ 在点(1,0)处的切线与直线 $y = x$ 平行, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

(5) 设 $f(x) = \begin{cases} (\cos x)^{1/x^2}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

三、求下列极限: (每小题 5 分)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3\sqrt{n}} - \sqrt{n-\sqrt{n}})$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x})$;

三 题	
得分	

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{n!}$

四、求下列函数的导数 (每小题 5 分):

(1) 设 $y = (1+x+x^2)^x$, 求 $\frac{dy}{dx}$;

四 题	
得分	

(2) 设 $y = y(x)$ 是参数方程 $\begin{cases} x = at \cos t \\ y = at \sin t \end{cases}$ 所确定的函数, ($a \neq 0$), 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$;

草稿

姓名

学号

专业

任课教师



(3) 设 $y = y(x)$ 由方程 $y \sin x - \cos(x - y) = 3y$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$

(4) 设 $f(x) = x^2 \ln(1 + x)$, 求 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的 2014 阶导数值.

五、证明下列不等式: (每小题 6 分)

(1) 当 $x > 0, \ln(1 + x) > \frac{\arctan x}{1 + x}$;

(2) 当 $\frac{\pi}{2} > x > 0, \sin x + \tan x > 2x$

五 题	
得分	

草稿

姓名
学号
专业
任课教师



六、设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上连续, 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内可导, 且 $f(0) = 0$,

证: 存在 $\xi \in (0, \frac{\pi}{2})$, 使 $f'(\xi)\cos\xi - f(\xi)\sin\xi = 0$. (本题 7 分)

六 题	
得分	

七、(6 分) 设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内有二阶导数, 且 $f'(\frac{a+b}{2}) = 0$,

证明: 存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $\frac{4}{(b-a)^2} |f(b) - f(a)| \leq |f''(\xi)|$

七题	
得分	

草稿区