

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2018 级“一元函数积分(信)”结课统考试卷 (A 卷) 2019 年 1 月 7 日

(说明: 答案务必写在装订线右侧, 写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

一题
得分

(1) 设 $f(x)$ 是连续函数, $F(x) = \int_{1/x}^{\ln x} f(t)dt$, ($x > 0$), 则 $F'(x) =$ ();

(A) $f(\ln x) + f(1/x)$; (B) $f(\ln x) - f(1/x)$; (C) $(1/x)f(\ln x) + (1/x^2)f(1/x)$; (D) $(1/x)f(\ln x) - (1/x^2)f(1/x)$

(2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} =$ (): (A) $\frac{1}{2} \arcsin \sqrt{x} + C$; (B) $\arcsin \sqrt{x} + C$;

(C) $2 \arcsin(2x-1) + C$; (D) $\arcsin(2x-1) + C$

(3) 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \arcsin t dt}{\ln(1+x^2)} =$ ()

(A) 1; (B) 1/2; (C) 2; (D) 0

草

(4) 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + 2y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & x = y = 0 \end{cases}$, 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 为 ():

(A) 连续且偏导数存在; (B) 连续但不可微; (C) 不连续但偏导数存在; (D) 不连续且偏导数不存在

(5) 设有直线 $L: \begin{cases} x + 3y + 2z + 1 = 0 \\ 2x - y - 10z + 3 = 0 \end{cases}$, 平面 $\pi: 4x - 2y + z - 2 = 0$, 则它们的位置关系为(),

(A) L 平行于 π ; (B) $L \perp \pi$; (C) L 在 π 上; (D) 不确定

(信) A4--1

二、填空题 (每小题 4 分):

(1) $\lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \frac{y^2 \sin x}{2x^2 + y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 设 $\ln x = \int_2^{x^2+1} f(t)dt, (x \geq 1)$, 其中 $f(x)$ 为连续函数, 则 $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) yOz 平面上的曲线 $y^2 + 8z^2 = 1$ 绕 z 轴旋转一周, 所得旋转曲面的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$

(4) 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z + e^z = xy^2$ 所确定, 则 $dz = \underline{\hspace{2cm}}$

(5) 曲线 $y = \frac{2}{3}x^{3/2}$ 相应于 x 从 0 到 3 的那一段弧的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$

三、求下列不定积分: (每小题 6 分)

(1) $\int \cos \sqrt{x} dx;$

二题
得分

三题
得分

姓名

学号

专业

任课教师



(2) $\int \frac{x+5}{x^2-6x+13}dx;$

(3) $\int \frac{2+x^2}{x^3}\cos xdx;$

四、求下列定积分(每小题 7 分):

(1) $\int_0^1 \frac{8x}{\sqrt{1+8x}}dx;$

(2) $\int_0^4 x|x-2|dx;$

(信) A4--2

四题 得分		
----------	--	--

草

姓名

学号

专业

任课教师

(3) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$

五、(8 分) 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} (xy) \sin \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 > 0 \\ 0, & x = y = 0 \end{cases}$ 试讨论 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 点是否连续、是否可微?

五题 得分	
----------	--

六、(7 分) 设函数 $f''(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上连续, 且 $f(0) = f(\pi) = 1$, 试求 $\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx$

六题 得分	
----------	--

七、(6 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 且满足 $\int_0^1 x^2 f(x) dx = 1$, 令 $M = \max\{|f(x)|; 0 \leq x \leq 1\}$,

七题 得分	
----------	--

证明: (1) $M \geq 3$; (2) 又若 $\int_0^1 x f(x) dx = 0$, 则 $M \geq 8$.