**南开大学2022级“高等数学（A类）I ”结课统考试卷**（A卷）

**2023年2月19日**

一、单项选择题(每小题4分)

（1）若极限 ；则 ( C ):

（A）  （B）  （C）  （D） 

（2）函数 在下列哪个区间有界？ （ A ）

（A） （B） （C） （D）

（3）设，则（ D ）

（A） （B） (C)  (D) 

（4）设是方程的一个解，且，，则函数在点（ A ）

（A）取得极大值 （B）取得极小值 （C）某邻域内单增 （D）某邻域内单减

（5）曲线在 点处切线方程为（ D ）

（A） （B） （C） （D）

二、填空题（每小题4分）：

|  |  |
| --- | --- |
| 二题  得分 |  |

1. 设  ，则在 处，

(2) 设函数由方程所确定，则曲线在处切线方程为

(3) 极限 

(4) 曲线绕轴旋转一周所得旋转体体积为 

(5) 若连续函数满足，则

三、求下列极限：（每小题5分）

（1）

原式=（2）

原式= 而 故

四、求下列不定积分（每小题6分）：

（1）

令 



(2) 

令 则



五、求下列定积分（每小题6分）:

（1）

令 则当 时当 时



（2）





（3）

 令 







六、（每小题4分）求下列微分方程的通解：

（1）

方程等价于，令则 方程化为

 显然有特解 对应原方程的特解

当时，分离变量再积分有

 即有解 即原方程有通解

.易知当时，就是特解故原方程有通解



（2）

方程对应齐次方程的特征方程为特征根为故齐次方程的通解为因为1不是特征根，故方程的特解可设为代入原方程得到 故从而原方程的通解为

七、(6分) 设，求.



八、（6分）设函数在上二阶可导，且，.

证明：，使.

**证** 令 则等价于由积分中值定理，存在 使得 条件等价于 在 上对函数 应用Lagrange微分中值定理，存在使得在 上对函数 应用Lagrange微分中值定理，存在使得最后在 上对函数 应用Lagrange微分中值定理，存在使得