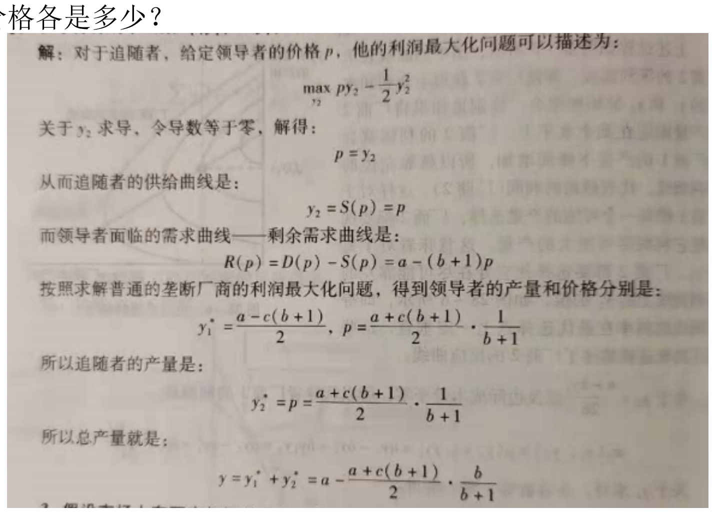
寡头垄断作业参考答案

2024 年 5 月 26 日

1 价格领导模型

在价格领导模型中，市场需求曲线是 $D(p) = a - bp$。追随者有成本函数 $c_2(y_2) = \frac{1}{2}y_2^2$，领导者有成本函数 $c_1(y_1) = cy_1$，请问市场均衡时的产量和价格各是多少？



解：对于追随者，给定领导者的价格 p，他的利润最大化问题可以描述为：

$$\max_{y_2} py_2 - \frac{1}{2}y_2^2$$

关于 y_2 求导，令导数等于零，解得：

$$p = y_2$$

从而追随者的供给曲线是：

$$y_2 = S(p) = p$$

而领导者面临的需求曲线——剩余需求曲线是：

$$R(p) = D(p) - S(p) = a - (b+1)p$$

按照求解普通的垄断厂商的利润最大化问题，得到领导者的产量和价格分别是：

$$y_1^* = \frac{a - c(b+1)}{2},\ p = \frac{a + c(b+1)}{2} \cdot \frac{1}{b+1}$$

所以追随者的产量是：

$$y_2^* = p = \frac{a + c(b+1)}{2} \cdot \frac{1}{b+1}$$

所以总产量就是：

$$y = y_1^* + y_2^* = a - \frac{a + c(b+1)}{2} \cdot \frac{b}{b+1}$$

2 竞争性均衡、古诺模型和斯塔克尔伯格模型

一个市场的需求函数为：$P(Y) = 100 - 2y$，企业的成本函数为 $c(y) = 4y$

1. 求完全竞争市场的均衡价格和产量

2. 当市场上有 2 个企业时，求古诺均衡的价格和产量

3. 求上述两个企业时，卡特尔均衡（串谋）时的价格和产量，并说明违约动机

4. 求斯塔克尔伯格均衡时各个企业的产量和市场价格

解：(1)在完全竞争市场上厂商的供给函数为 $P=MC(y)=4$，所以均衡价格 $P^*=$ …$-2y=4$，均衡产量 $y^*=48$。

(2)当市场上有两个企业时，假设是企业 1 和企业 2，他们的产出分别为 y_1 和 y_2。对企业 1 来说，给定企业 2 的产量 y_2 选择使自己利润最大化的产量 y_1，即是：

$$\max_{y_1} \pi_1 = Py_1 - 4y_1 = [100-2(y_1+y_2)]y_1 - 4y_1$$

求出厂商 1 的反应函数为：

$$y_1 = 24 - \frac{1}{2}y_2 \tag{1}$$

同样可以求出厂商 2 的反应函数为：

$$y_2 = 24 - \frac{1}{2}y_1 \tag{2}$$

联立(1)(2)求解，得古诺均衡解：

$$y_1^* = y_2^* = 16$$

此时均衡价格为 $P^* = 100-2\times2\times16 = 36$

(3) 如果两个厂商形成卡特尔，最大化他们的整体利润，即：

$$\max_{y_1, y_2}[100-2(y_1+y_2)](y_1+y_2)-4(y_1+y_2)$$

假设两厂商平分产量，那么均衡时的产量即为：$y_1^{**}=y_2^{**}=12$。此时的市场价格为 $P^{**}=52$。厂商的利润为：$\pi_1=\pi_2=52\times12-4\times12=576$。

但是卡特尔结果并不稳定。具体分析如下：考虑厂商 1 的决策，当固定厂商 2 的产量为 12，厂商 1 的最优解应满足 $\max\limits_{y_1}[100-2(y_1+12)]y_1-4y_1$，解得 1 的产量为 $\tilde{y}_1^{**}=24-\frac{1}{2}\times12=18$，这时 1 的利润 $\tilde{\pi}_1=[100-2\times(18+12)]\times18-4\times18=648>576$。

所以厂商 1 有动机违约。同样的分析也适用于厂商 2，即厂商 2 也有违约的动机。

(4)不失一般性的假设，厂商 1 先选择其产量。

从古诺均衡中得到厂商 2 的反应函数 $y_2=24-\frac{1}{2}y_1$，厂商 1 知道此函数，因此它选择产量的决策应满足 $\max\limits_{y_1}[100-2(y_1+24-\frac{1}{2}y_1)]y_1-4y_1$。解得 $\hat{y}_1=24$。此时厂商 2 的产量为

263

$\hat{y}_2=24-\frac{1}{2}\times24=12$，市场价格为 $P=100-2\times(24+12)=28$。

3 多个企业

某产品的需求函数为 $Q=10-p$，供给企业的成本函数为 $c=q^2+1$。试问：

1. 设有 n 个企业参与市场，求竞争均衡时价格、各企业产量关于 n 的关系式

2. 求竞争性均衡时最大企业参与数

3. 求 n 个企业达成古诺均衡时的价格、各企业产量关于 n 的关系式

4. 求古诺均衡时最大的企业参与数

解：(1)各企业利润为：

$$\pi = pq - c = pq - q^2 - 1$$

利润极大化条件为：

$$\frac{d\pi}{dq} = p - 2q = 0$$

因此：

$$q = p/2$$

由于企业是相同的，市场供应曲线为：$S = \frac{np}{2}$

均衡条件(需求 = 供给)为：

$$10 - p = \frac{np}{2}$$

因此：

$$p = \frac{20}{n+2};\ q = \frac{10}{n+2}$$

(2)均衡时企业要求利润为非负，即：

$$\pi = pq - q^2 - 1 = \frac{20}{n+2} \times \frac{10}{n+2} - \frac{10^2}{(n+2)^2} - 1 \geqslant 0$$

解得 $n \leqslant 8$。

所以，竞争均衡时最大企业参与数为 8。

(3)设第 i 个企业产量为 $q_i(i=1, \cdots, n)$，由需求函数得：

$$p = 10 - (q_1 + q_2 + \cdots + q_n)$$

企业 i 的利润为：

$$\pi_i = pq_i - c_i = [10 - (q_1 + q_2 + \cdots + q_n)]q_i - q_i^2 - 1$$

利润极大化条件为：

$$\frac{d\pi_i}{dq_i} = 10 - (q_1 + q_2 + \cdots + q_n) - q_i - 2q_i = 0$$

因为所有企业都是一样的，因此均衡时有：$q_1 = q_2 = \cdots = q_n$。

所以：

$$q_i = \frac{10}{n+3};\ p_i = \frac{30}{n+3}$$

(4)均衡时企业的利润不能为负，因此：

$$\pi_i = pq_i - q_i^2 - 1 = \frac{200}{(n+3)^2} - 1 \geqslant 0$$

求得 $n \leqslant 11.142$。此时，最大企业参与数为 11。

4 产品差异模型

某海滩长度为 1。两个小贩打算在海滩上出售冰淇淋。假定冰淇淋的价格是确定的且没有成本，并且消费者是沿海滩均匀分布的。消费者的效用取决于购买冰淇淋的路程，路程越长，消费者的效用越低。消费者的效用函数可以表示为 $u(x) = -x$，这里 x 是消费者购买冰淇淋的路程。那么，

1. 从社会最优的角度看，两个小贩各自应该在什么地方出售冰淇淋？

2. 实际的结果会是什么？

3. 如果有第三个小贩出现，可以形成均衡吗？

答：(1)社会最优的位置应当是小贩1待在大道的1/4处，小贩2待在大

分析如下：假设小贩1的位置是x_1，小贩2的位置是x_2，且$x_2 > x_1$，由

侧的消费者都会去小贩1那里购买，位于小贩2右侧的消费者都会去小贩2

贩1和2之间的消费者，选择离自己近的销售者，如图26－6所示。

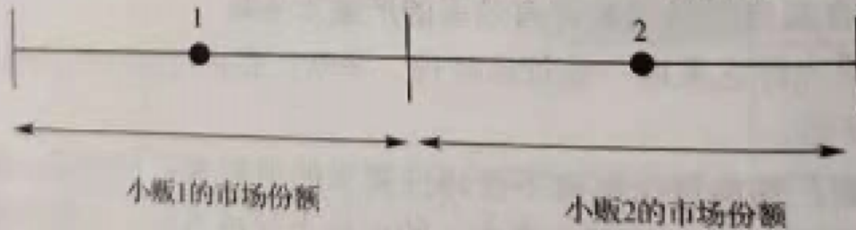


图26－6 两个小贩的市场份额

所以加总的社会福利就是：

$$-\int_0^{x_1} t\,dt - \int_0^{1-x_2} t\,dt - 2\int_0^{\frac{x_2-x_1}{2}} t\,dt = -\frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{2}(1-x_2)^2 - \frac{1}{4}(x_2 -$$

对上式关于 x_1 和 x_2 求导，并令导数为零，就有：

$$\begin{cases} 1.5x_2 - 0.5x_1 = 1 \\ 1.5x_1 - 0.5x_2 = 0 \end{cases}$$

解得：

$$x_1 = 0.25,\ x_2 = 0.75$$

(2)实际上最终的结果是两个小贩都位于大道的中央。这是因为：

动，如果小贩 1 向右移动一点：他就会夺走小贩 2 的一些顾客，而不会

客。向右移动，对于 1 左边的所有顾客来说，1 仍然是距离他们最近的

接近他右边的顾客。因此，1 的市场份额和利润都将增加。

但小贩 2 也可以进行相同的推理——向左移动，他也可以在不减少

夺走另一个小贩的一些顾客。这表明，这种社会最优的区位模式不是一

是两个小贩都在大道的中间叫卖。这种情况下，对顾客的争夺导致了低

(3)此时不存在均衡位置。如图 26－7 所示。如果海滨大道上有 3

有其中一个位于另两个的中间，那么外围的两个小贩移向中间的小贩是

样做，他们可以在不损失原有顾客的情况下，夺走一部分顾客。但如果

间的小贩，那么，中间的小贩迅速跳到右边小贩的右方或左边小贩的左

得的。无论采用哪种区位模式，保持移动总是有利可图的。

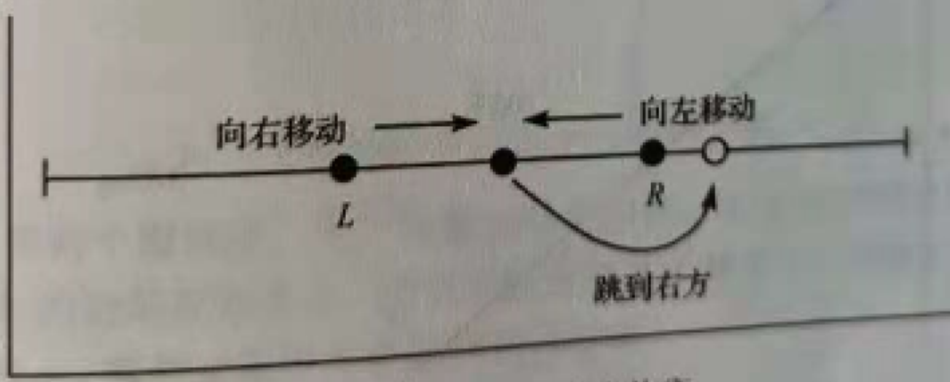


图 26－7 不存在均衡