

# 技术与利润最大化作业参考答案

2024 年 4 月 21 日

## 1 判断题 (如果错误请证明、解释错误或给出反例)

1. 如果利润最大化的竞争性厂商具有规模报酬不变技术，则其长期利润一定为 0。(正确)
2. 如效用最大化消费者理论一样，利润最大化厂商理论也存在吉芬要素，这类要素价格下降时，要素需求也会下降。(错误，通过 WAPM 已证明要素价格下降，要素需求上升)

## 2 选择题

1. 厂商使用一种要素生产一种产出，当要素的价格为每单位 3 美元，产出的价格为每单位 3 美元时，厂商使用 6 单位的要素生产 18 单位的产出；当要素的价格为每单位 7 美元，产出的价格为每单位 4 美元时，厂商使用 5 单位的要素生产 20 单位的产出。这种行为 (B) A. 与 WAPM 一致， B. 与 WAPM 不一致， C. 无论怎么努力都不能实现， D. 表明存在规模报酬递减 (可以看到在第一个价格体系下，第二个选择利润更大)
2. 竞争性厂商的生产函数为  $f(x_1, x_2) = 12x_1^{0.5} + 4x_2^{0.5}$ ，要素 1 的价格为 1 美元，要素 2 的价格为 2 美元，产出的价格为 4 美元，利润最大化的产出产量是多少? (A) A. 304, B. 608, C. 300, D. 612

## 3 计算题

给定生产函数  $y = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$ ，假设  $p, w_1, w_2$  已知

1. 当  $\bar{x}_2 = 16$  时, 求使利润最大化的  $x_1^*$
2. 求在长期, 使利润最大化的两要素需求。(提示, 考虑规模效应注意根据利润分情况讨论)

(2) 给定生产函数  $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$ , 假设  $p, w_1, w_2$  为常数。

(1) 当  $\bar{x}_2 = 16$  时, 求使利润最大化的  $x_1^*$ 。

(2) 当  $x_1$  和  $x_2$  都可变时, 求使利润最大化的  $x_1^*, x_2^*$ 。

解: (1) 将  $\bar{x}_2 = 16$  代入生产函数得:  $f(x_1) = f(x_1, \bar{x}_2) = 4x_1^{1/2}$ , 则利润最大化问题为:

$$\max_{x_1} pf(x_1) - (w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2)$$

$$\text{F. O. C: } 2px_1^{-1/2} = w_1$$

所以要素 1 的最优投入为:

$$x_1^* = \left(\frac{2p}{w_1}\right)^2$$

(2) 由于该生产函数是规模报酬不变的, 最大化利润为 0 或正无穷, 这依赖于  $p, w_1, w_2$  的关系。利润最大化问题即为:

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - (w_1 x_1 + w_2 x_2)$$

$$\text{F. O. C: } \frac{p}{2} \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1/2} = w_1$$

$$\frac{p}{2} \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{1/2} = w_2$$

即:

$$\frac{x_2^*}{x_1^*} = \frac{w_1}{w_2}$$

所以最大化利润即为:

$$\pi(p, w_1, w_2) = pf(x_1^*, x_2^*) - (w_1 x_1^* + w_2 x_2^*) = x_1^* \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{1/2} [p - 2(w_1 \cdot w_2)^{1/2}]$$

当  $p > 2(w_1 \cdot w_2)^{1/2}$ ,  $\pi(p, w_1, w_2) = +\infty$ , 则  $x_1^* = x_2^* = +\infty$ ;

当  $p = 2(w_1 \cdot w_2)^{1/2}$ ,  $\pi(p, w_1, w_2) = 0$ , 则  $x_1^* = \frac{w_2}{w_1} x_2^*$ ;

当  $p < 2(w_1 \cdot w_2)^{1/2}$ ,  $\pi(p, w_1, w_2) = 0$ , 则  $x_1^* = x_2^* = 0$ 。