

# 偏好与效用作业（3 月 10 日上课前交到助教 EMAIL）

2024 年 3 月 3 日

## 1 判断题 (如果错误请证明错误或给出反例)

1. 如果某人的效用函数为  $U = 200 + 3 \min \{2x_1, 5x_2\}$ , 则对他来说  $x_1, x_2$  是完全互补的
2. 对凸偏好的消费者, 如果对于消费束 (5, 2) 和消费束 (11, 6) 之间的消费束无差异, 那么他应该更偏好消费束 (8, 4)
3. 对有严格凸偏好的消费者, 如果对于消费束 (5, 1) 和消费束 (7, 3) 之间的消费束无差异, 那么他应该更偏好消费束 (6, 2)
4. 两种商品情况下, 如果满足边际替代率递减, 那么消费者的偏好是凸的。
5. 两种商品情况下, 如果满足单调性 (多总比少好), 且边际替代率递减, 那么消费者的偏好是凸的。
6. 某人消费两种商品  $x, y$ , 若这两种商品对于他都是他所喜欢的商品 (越多越好), 他的效用函数为  $U(x, y) = \max \{x, y\}$  则他的偏好具有弱凸性
7. 若某人的效用函数为  $U(x, y) = (3x + 2y)^3$ , 他的无差异曲线是一组向下倾斜的, 互相平行的直线。
8.  $U(x, y) = x^3y^4$ , 注意到边际效用递增, 所以该效用不符合边际替代率递减。

9. 某人的效用函数为  $U(x, y) = 2 \ln x + 3 \ln y$ , 则该效用函数表示的偏好是柯布道格拉斯的。

## 2 偏好和效用的基本概念

查理喜欢吃苹果和香蕉, 对查理来说苹果香蕉越多越好 (严格单调), 不考虑他其它的消费。今年查理正在考虑如果消费苹果和香蕉, 消费  $x_1$  单位苹果和  $x_2$  单位香蕉, 记该消费束为  $(x_1, x_2)$ 。去年, 查理消费了 20 单位苹果和 5 单位香蕉。使得查理恰好在  $(20, 5)$  与  $(x_1, x_2)$  之间无差异的消费束集满足  $x_2 = \frac{100}{x_1}$ 。使得查理恰好在  $(10, 15)$  与  $(x_1, x_2)$  之间无差异的消费束集满足  $x_2 = \frac{150}{x_1}$ 。

1. 标出几个位于通过点  $(20, 5)$  的无差异曲线上的点, 画出无差异曲线。再画出另一条过点  $(10, 15)$  的无差异曲线
2. 将查理认为不比  $(10, 15)$  差的消费集用阴影标出来
3. 分别求出  $(5, 20)$ ,  $(10, 10)$ ,  $(20, 5)$  处的边际替代率
4. 通过上边 3 点, 无差异曲线  $x_2 = \frac{100}{x_1}$  看起来符合边际替代率递减吗?
5. 请用更严谨的数学方法判断边际替代率递减 (考虑二阶偏导数, 注意考虑边际替代率递减时要把边际替代率写为正数)
6. 根据已有信息, 以下命题是否一定正确? 为什么?  $(30, 5) \succ (10, 10)$
7. 根据已有信息, 以下命题是否一定正确? 为什么?  $(11, 15) \succ (30, 5)$
8. 根据已有信息, 以下命题是否一定正确? 为什么?  $(20, 30) \succ (25, 20)$
9. 根据已有信息, 以下命题是否一定正确? 为什么?  $(20, 30) \succ (20, 25)$

现在我们用效用函数  $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$  代表查理的偏好。

1. 根据已有信息, 以下命题是否一定正确? 为什么?  $(20, 30) \succ (25, 20)$
2. 假定查理有 40 单位苹果 5 单位香蕉, 那么别人用 15 个香蕉最多从查理那里换多少个苹果?

### 3 偏好的传递性

有一个教练喜欢他的运动员更壮、更快且服从指挥。如果运动员 A 有两项指标比运动员 B 更高，则教练就更偏好 A 而非 B。三位球员要竞选主力，第一位体重 320 斤，跑的非常慢，比较服从指挥；第二位体重 240 斤，跑的非常快，但非常不服从指挥；第三位体重 160 斤，速度中等，非常服从指挥。请问教练的偏好是否满足传递性？请用这三位球员的例子说明

### 4 不符合偏好传递性的一个问题

假定一个人对三个物品的偏好不服从传递性， $A \succ B, B \succ C, C \succ A$ ，理论上一个骗子了解后能否把他的钱骗完？

### 5 根据效用函数画处无差异曲线

根据效用函数画处无差异曲线（每个画出两条，标记哪个更被偏好），并回答表示的偏好是否是凸的，是否是严格凸的

1.  $U(x, y) = x + 2y$
2.  $U(x, y) = \min\{x, 2y\}$
3.  $U(x, y) = \max\{x, 2y\}$
4.  $U(x, y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$