

中级微观经济学

第二讲：预算约束

贺思诚

南开大学金融学院

2024年2月25日

消费束与商品空间（两商品）

- 我们假定一个世界有两种商品（commodity）可供消费（consume），商品1和商品2（例：苹果和橘子，看电影和吃海鲜，洗澡和餐厅买饭，旅游和买书，更广义上：乐于助人和投资自己）
- 我们先不考虑能不能买的起，有多少种可能组合？
- 无数种（实变函数）：例子：商品1消费1个，商品2消费2个……
- 我们令 x_1, x_2 分别表示商品1，商品2的个数。
- 上例为 $x_1 = 1, x_2 = 2$
- 我们将 (x_1, x_2) 所表示的商品消费组合称作一个消费束（consumption bundle）
- 为了方便，有时也简单的用一个字母 X 表示 (x_1, x_2)

消费束与商品空间（两商品）

- 如果每个商品的消费不只是整数，而是任意实数，所有可能消费束就构成了一个 R^2 空间
- 因着它的经济学意义，这个空间就是商品空间（commodity space）
- 每个商品空间上坐标为 (x_1, x_2) 的点 X 就是一个商品组合，也是一个表示消费 x_1 单位商品1、 x_2 单位商品2的消费束
- 负消费也可以是有意义的，但在我们这门课，绝大多数时候我们考虑的是非负消费。用数学的语言是，我们这门课多数情况下只考虑 R_+^2 这一部分，也就是说 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

消费束与商品空间（一般）

- 我们将刚才的概念扩展到有 N 种商品的世界
- 商品空间现在是 \mathbb{R}^N
- 现在，每个消费束就是 $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 是商品空间上的一个点，同样的，我们这门课多数时候主要考虑非负消费
- 问题：这个消费束中 $x_i = b$ 表示什么意思？

相关定义

- 我们现在用 m 来表示消费者的预算（不严谨的说，最多能花的钱数，很多时候是总收入）
- 我们用 p_1, p_2, \dots, p_N 来表示商品1，商品2直到商品 N 的价格。我们也可以用 一个向量 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 来表示
- 我们也可以仿照商品空间的定义来定义一个 \mathbb{R}^N 的价格空间，不过这不是我们这门课程必须掌握的内容
- 如果我们给定预算 m ，和价格 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ ，什么是负担的起的（affordable）消费？

$$XP = p_1x_1 + \dots + p_Nx_N \leq m \quad (1)$$

- 在许多经济学研究中，(1)就是预算约束（budget constraint）。本课程中，我们多数时候会做出一些假定。在这些假定下，消费者作出选择时总是花掉所有的预算。此时不等式变为等式。这样，我们这门课一般称

$$p_1x_1 + \dots + p_Nx_N = m$$

为预算约束。当 $N = 2$ 时是直线方程，也被称为预算线。

相关定义

- 我们现在用 m 来表示消费者的预算（不严谨的说，最多能花的钱数，很多时候是总收入）
- 我们用 p_1, p_2, \dots, p_N 来表示商品1，商品2直到商品 N 的价格。我们也可以用 一个向量 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ 来表示
- 我们也可以仿照商品空间的定义来定义一个 \mathbb{R}^N 的价格空间，不过这不是我们这门课程必须掌握的内容
- 如果我们给定预算 m ，和价格 $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)^T$ ，什么是负担的起的（affordable）消费？

$$XP = p_1x_1 + \dots + p_Nx_N \leq m \quad (1)$$

- 在许多经济学研究中，(1)就是预算约束（budget constraint）。本课程中，我们多数时候会做出一些假定。在这些假定下，消费者作出选择时总是花掉所有的预算。此时不等式变为等式。这样，我们这门课一般称

$$p_1x_1 + \dots + p_Nx_N = m$$

为预算约束。当 $N = 2$ 时是直线方程，也被称为预算线。

相关定义

- 所有满足(1)的消费束的集合被称作预算集。更严谨的数学表达式为

$$B(P, m) = \{X | XP \leq m, X \geq 0\}$$

或

$$B(p_1, \dots, p_N, m) = \left\{ (x_1, \dots, x_N) \left| \begin{array}{l} p_1 x_1 + \dots + p_N x_N \leq m, \\ x_1 \geq 0, \dots, x_N \geq 0 \end{array} \right. \right\}$$

两商品世界的重要性

- 尽管我们已经给出了一个更一般的商品空间和上面的预算约束等定义，然而在本课程的多数时候，我们讨论的是只有两种商品的世界。（但并不只是如此！！）
- 这样的做的原因是计算简单，理解容易，同时又不失代表性
- 要牢记，不可能有一个模型能完全反应现实世界，否则它就等同于现实世界
- 当我们研究汽车市场时，我们可以令商品1为汽车，商品2看为由其它所有消费品组成的复合商品（composite good）
- 那么，这复合商品怎么表示呢？（苹果+桔子=?）
- 必须使量纲一致，因此，往往用他们的总价值来表示

预算约束的性质

- 我们首先从两种商品开始，预算约束

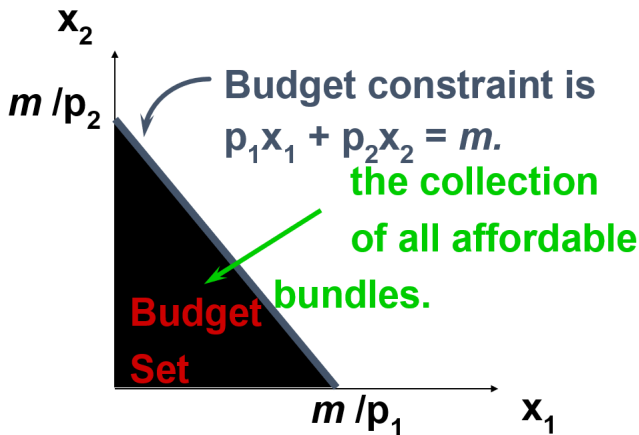
$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

可改写为

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \quad (2)$$

- 回顾初高中知识，2在坐标系中是一条斜率为 $-\frac{p_1}{p_2}$ ，截距为 $\frac{m}{p_2}$ 的直线。
- 另一种方法，是过点 $(0, \frac{m}{p_2})$ 和点 $(\frac{m}{p_1}, 0)$ 的直线
- 问题：第二种方法两个点的经济学含义是什么

预算约束的性质



预算约束的性质

- 问题：预算线的斜率 $-\frac{p_1}{p_2}$ 有什么经济学含义呢？
- 替代率：市场愿意用商品1来替代商品2的比率。或者，如果消费者增加1单位商品1，为了满足预算约束，商品2需要变动的数目。

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2(x_2 + \Delta x_2) = m$$

- 两式相减，得

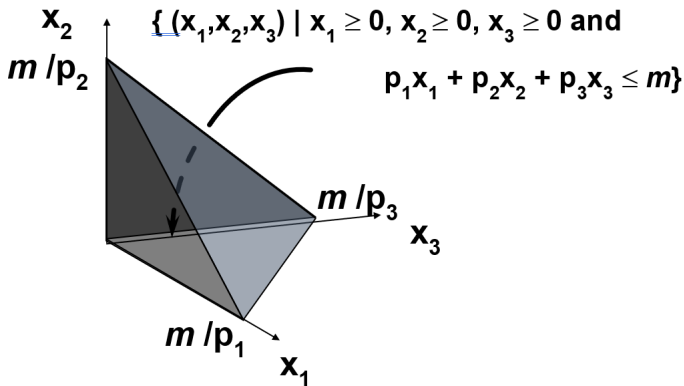
$$p_1 \Delta x_1 + p_2 \Delta x_2 = 0$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

- 经济学意义：如果消费者多消费1单位商品1，就要减少消费 $-\frac{p_1}{p_2}$ 单位商品2来满足预算约束。从机会成本的角度上来说，就是1单位商品1的机会成本是 $\frac{p_1}{p_2}$ 单位商品2。
- 所以，数学很重要，但只学会数学不会总结经济学直觉就没有意义。

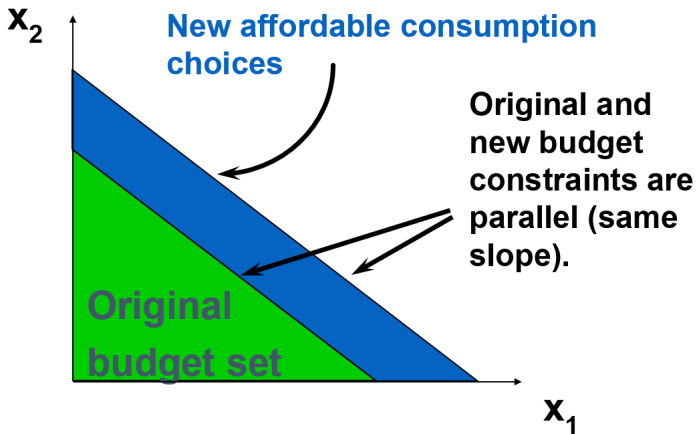
预算约束的性质

如果 $N = 3$ 时，在坐标轴上是什么样的？



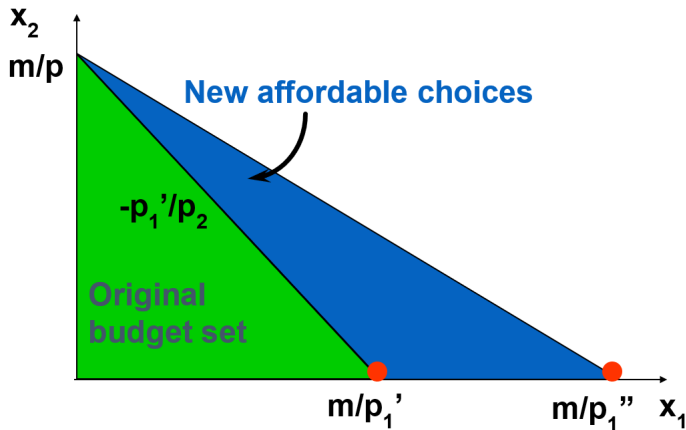
收入变动的影响

假定收入增加 Δm ,现在总预算提高为 $m' = m + \Delta m$



价格变动

如果 p_1 改变，从 p_1' 变为 p_1'' 会发生什么？假定 $p_1' > p_1''$



计价物

- 我们可以将一个商品看作计价物（numeraire），把预算和另一种商品的价格都用这种商品来标示出来
- 回顾原预算约束

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

- 我们可将其化为

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$

- 上式 $\frac{p_1}{p_2}$ 代表的就是以商品2作为计价物时商品1的价格，即每个商品1需要 $\frac{p_1}{p_2}$ 个商品2，或每个商品1的价格是 $\frac{p_1}{p_2}$ 个商品2。 $\frac{m}{p_2}$ 是以商品2作为计价物时的总预算。总预算是 $\frac{m}{p_2}$ 个商品2。
- 贝壳，黄金，比特币

配给与消费券

- 问题：假定政府规定，每个消费者至多可以购买 \bar{x} 单位 x_1 ，预算集会变成什么样？
- 问题：假定政府规定，每个消费者可免费获得 \bar{x} 单位 x_1 ，预算集会变成什么样？

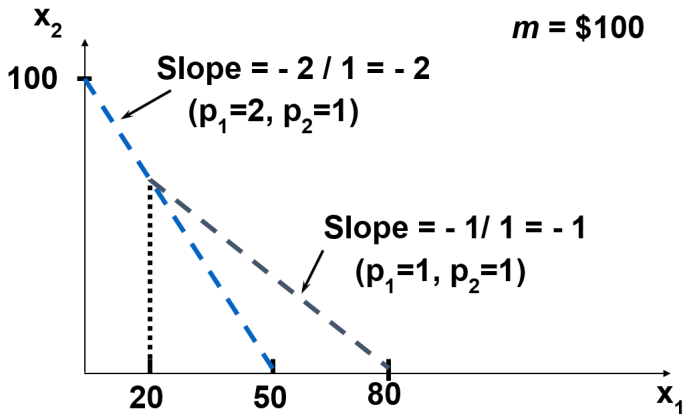
预算线不是直线

- 假定 $m = 100$

$$p_2 = 1$$
$$p_1 = \begin{cases} 2, & 0 \leq x_1 \leq 20 \\ 1, & x_1 > 20 \end{cases}$$

- 请画出预算线

预算线不是直线



多种因素综合作用

多种因素可能同时作用，这样在考虑预算集时要把这些因素都考虑进去。