

金融学院本科生 2021—2022 学年第二学期
《概率论》课程期末考试试卷（A 卷）

专业： 年级： 学号： 姓名： 任课教师： 成绩：

得 分

第一题 （本题共 16 分，每小题 8 分）

一个瓮里有 3 个红球和 2 个蓝球。随机抽取一个球，如果是红球，不放回瓮里，再继续从瓮里抽出第二个球；如果第一次抽出的蓝球，把它放回瓮里、并同时再加入一个红球，然后再从瓮中抽出第二个球。计算并回答以下问题：

- （1）抽出的两个球都是红色的概率是多少？
- （2）如果第二次抽出的红球，那么第一次抽出的球是蓝色的概率是多少？

得 分

第二题 （本题共 20 分，每小题 5 分）

有一大批产品，其验收方案如下，先作第一次检验：从中任取 10 件，经检验无次品接收这批产品，次品大于 2 拒收；否则作第二次检验，其做法是从中再任取 5 件，仅当 5 件中无次品时接收这批产品。若产品的次品率为 10%，求

- （1） 这批产品需作第二次检验的概率；
- （2） 这批产品按照第二次检验标准被接受的概率；
- （3） 这批产品在第一次检验未能作决定且第二次检验时被通过的概率；
- （4） 这批产品被接受的概率。

得 分

第三题 （本题共 18 分，每小题 6 分）

已知 X, Y 的概率分布如下：

X	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Y	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

且 $P(X^2 = Y^2) = 1$ ，求：

- （1） 二维随机变量 (X, Y) 的概率分布；
- （2） $Z = XY$ 的概率分布；
- （3） X, Y 的相关系数 ρ_{XY} 。

得 分

第四题 （本题共 16 分，每小题 8 分）

随机变量 X 和 Y 有如下联合概率密度函数：

$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-x} \quad 0 < y < x < \infty,$$

求如下两种情形中随机变量 Z_1 与 Z_2 的概率密度函数：

(1) $Z_1 = X/Y$

(2) $Z_2 = X - Y$

得 分

第五题 （本题共 18 分，每小题 6 分）

已知随机变量 X, Y 是相互独立的，分别服从 $N(720, 30^2)$, $N(640, 25^2)$

- (1) 请给出 $Z = \frac{1}{3}X + 4Y$ 的概率密度函数；
- (2) 令 $Z_1 = 2X + Y$, $Z_2 = X - Y$ ，请推导出联合密度函数 $f_{Z_1, Z_2}(z_1, z_2)$ ；
- (3) 计算概率 $P\{X - 2Y > 0\}$ 和 $P\{X + Y > 1400\}$ 。

得 分

第六题 （本题共 12 分）

约定如下赌局规则：每局投掷三个骰子一次，如果三个骰子上的点数相同，你将赢得 12 元；如果有两个骰子的点数相同，你将赢得 3 元；其他情况你将输掉 3 元（每次下注 3 元）。如果独立重复下注 100 次，那么你最终能赢钱的概率是多少？
(可以用正态随机变量的概率分布函数写出你的答案)