中级微观经济学

寡头垄断

信息安全 2211-44 陆晓[illegible]

一. 价格领导模型

给定价格 p，$\max\limits_{y_2} \; py_2 - \frac{1}{2}y_2^2$ 为其利润

$$\frac{\partial \pi}{\partial y_2} = 0 \Rightarrow p = y_2$$

$\therefore y_2 = S(p) = p$

$R(p) = D(p) - S(p) = a - (b+1)p$

$y_1^* = \frac{a - c(b+1)}{2}$，$p = \frac{a + c(b+1)}{2} \cdot \frac{1}{b+1}$

$\therefore y = y_1^* + y_2^* = a - \frac{a + c(b+1)}{2} \frac{b}{b+1}$

$\therefore$ 价格为 y_2，总产量 $y = a - \frac{a + c(b+1)}{2} \frac{b}{b+1}$

二. 竞争性均衡、古诺模型和斯塔克尔伯格模型

1. $p = MC(y) = 4$ $\quad\therefore p^* = 100 - 2y = 4 \quad \Rightarrow y^* = \frac{100-4}{2} = 48$

2. 设企业1产出 y_1，企业2产出 y_2

$$\max_{y_1} \pi_1 = py_1 - 4y_1 = [100 - 2(y_1 + y_2)]y_1 - 4y_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1 = 24 - \frac{1}{2}y_2 \\ y_2 = 24 - \frac{1}{2}y_1 \end{cases} \Rightarrow \text{解得：}$$

$y_1^* = y_2^* = 16$

$\therefore p^* = 100 - 2 \times 2 \times 16 = 36.$

3. 即合谋情形下，$\pi = \max\limits_{y_1 y_2} [100 - 2(y_1 + y_2)](y_1 + y_2) - 4(y_1 + y_2) \Rightarrow y_1^* = y_2^* = 12 \quad p^* = 52$

$\therefore \pi_1 = \pi_2 = 52 \times 12 - 4 \times 12 = 576.$

若厂商1，考虑到厂商2产量为12， $\max_{y_1} [100-2(y_1+12)]y_1 - 4y_1$ $y^{**} = 18$.

$\pi_1 = [100-2\times(18+12)]\times 18 - 4\times 18 = 648 > 576$

∴厂商1有动机偏离，厂商2的分析过程与之相同.

(4) 厂商1先选择产量

$y_2 = 24 - \frac{1}{2}y_1$

$\max_{y_1} [100 - 2(y_1 + 24 - \frac{1}{2}y_1)]y_1 - 4y_1 \Rightarrow \hat{y}_1 = 24$

$\Rightarrow \hat{y}_2 = 12$

$p = 100 - 2\times(24+12) = 28$

三. 多个企业

1. $\pi = pq - c = pq - q^2 - 1$

$\frac{d\pi}{dq} = p - 2q = 0$

$q = \frac{p}{2}$

$\therefore S = \frac{np}{2}$

均衡条件 $10 - p = \frac{np}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} p = \frac{20}{n+2} \\ q = \frac{10}{n+2} \end{cases}$

2. $\pi = pq - q^2 - 1 = \frac{20}{n+2} \times \frac{10}{n+2} - \frac{10^2}{(n+2)^2} - 1 \geq 0 \Rightarrow n \leq 8$

最大家数为8.

3. 设第i个企业产量为q_i，则：

$$p=10-(q_1+q_2+\cdots+q_n)$$

$$\pi_i=pq_i-C_i=\left[10-(q_1+q_2+\cdots+q_n)\right]q_i-q_i^2-1$$

$$\frac{d\pi_i}{dq_i}=10-(q_1+q_2+\cdots+q_n)-q_i-2q_i=0$$

$\because q_1=q_2=\cdots=q_n$

$\therefore q_i=\frac{10}{n+3}$，$p_i=\frac{30}{n+3}$

4. $\pi_i=pq_i-q_i^2-1=\frac{200}{(n+3)^2}-1\ge 0 \Rightarrow n\le 11.14$ $\therefore n_{max}=11$

最多家数为11.

四. 空间差异化模型

1. 假设1号小贩的位置是x_1，2号位置是x_2，$x_2>x_1$.

$$\therefore -\int_0^{x_1} t\,dt-\int_0^{1-x_2} t\,dt-2\int_0^{\frac{x_2-x_1}{2}} t\,dt=-\frac{1}{2}x_1^2-\frac{1}{2}(1-x_2)^2-\frac{1}{4}(x_2-x_1)^2$$

$$\begin{cases}\frac{\partial s}{\partial x_1}=0\\ \frac{\partial s}{\partial x_2}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1.5x_2-0.5x_1=1\\ 1.5x_1-0.5x_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=0.25\\ x_2=0.75\end{cases}$$

2. 实际结果：都位于大道中央。因为固定一个人的位置不动，另一个人肯定会往中间移，增加自己的利润，减少他人的利润；因此两人都会选择趋中

3. 不存在均衡。位于中间的商贩是有利可图的，可以实施套利—抢顾客。若各自的小贩太靠近中间的，中间的可以往两边跳，去争抢份额。