中级微观经济学

第十讲：跨时期选择

贺思诚

南开大学金融学院

2024年3月24日

跨时期选择

- 前面几课我们的分析都停留在静态的分析上
- 然而实际对经济分析需要考虑的常常超过这些
- 看起来近似的东西，在不同时期对一个人真的是同样的东西吗（电脑游戏、学区房）
- 我们购买"大件"的时候，如汽车、房子，每次都是一次付清吗?
- 我们是真正的月光族，既无积蓄也从无负债吗?
- 考虑到这些，引入跨时期（intertemporal）选择就很重要了。

预算约束

- 我们考虑一个两期选择的问题，假定消费束(c_1, c_2)代表消费者在两期的消费
- (m_1, m_2)代表消费者每个时期所持有的货币数
- 假设存在借贷市场，利率固定为r，也即如果存一元钱，下一期获得$(1+r)$元。如果借一元钱，下一期就要还$(1+r)$元。
- 第一期剩余$m_1 - c_1$元，当此值为正，意味着他把钱存下（实际就是放贷给了别人），当此值为负，意味着他借了$(c_1 - m_1)$
- 所以，下一期他共有$m_2 + (m_1 - c_1)(1+r)$的货币，这就会成为他第二期消费的总量

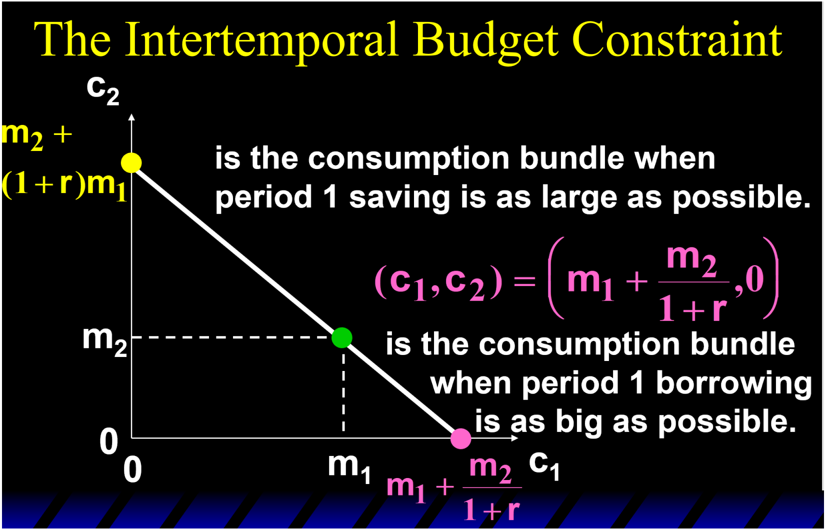
预算约束

- 现在我们将刚才的关系总结一下，得到一个简单的跨期预算约束
$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1)(1 + r)$$
- 整理得到用终值表示得预算约束
$$c_1 (1 + r) + c_2 = (1 + r) m_1 + m_2$$
- 或者更为常见得，是以现值表示的预算约束
$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$$
- 什么是现值（present value）？什么是终值（future value）？

现值与终值

- 假如你有10000元，年利率是10%，把它存银行，明年你会有多少元？后年呢？
- 所以，如果考虑现在得10000元到后年值多少钱，不考虑别的因素，应该是$10000(1+0.1)(1+0.1)=12100$这就是终值的概念
- 同样的道理，如果后年你有12100，现在值多少钱呢？10000
- 事实上，假如存贷款利率都是10%，假如你能保证你后年有这12100元，银行完全愿意今年把10000元借给你，等到后年你还银行12100元

预算约束


The Intertemporal Budget Constraint
c_2
$m_2 + (1+r)m_1$
is the consumption bundle when period 1 saving is as large as possible.
$(c_1, c_2) = \left(m_1 + \frac{m_2}{1+r}, 0\right)$
is the consumption bundle when period 1 borrowing is as big as possible.
m_2
0
0
m_1
$m_1 + \frac{m_2}{1+r}$
c_1

消费者的偏好

- 与以前的两商品世界消费者偏好一样，现在依然是两商品，只是一个是这一期的，一个是下一期的
- 我们仍然假定偏好是良态偏好，这是很合理的
- 用效用函数$U(c_1, c_2)$表示
- 一般最常用的形式是是$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$，其中$0 < \beta < 1$
- 为什么写成这样的形式？一个人更注重现在

消费者的偏好（拓展）

- 假如超过3期，往往采用这样的效用函数$\sum_{t=0}^{T}\beta^t u(c_1)$
- 如果是无穷期，则采用$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_1)$
- 一个超纲但有趣的思考题：假定一个人在第一期时效用函数为

$$U(c_1, c_2, c_3) = u(c_1) + \delta\beta u(c_2) + \delta\beta^2 u(c_3)$$

- 第二期效用函数为

$$U(c_2, c_3) = u(c_2) + \delta\beta u(c_3)$$

- 第三期效用函数为

$$U(c_3) = u(c_3)$$

- 其中$0 < \beta < 1, 0 < \delta < 1$，会发生什么？

消费者的偏好（拓展）

- 假如超过3期，往往采用这样的效用函数$\sum_{t=0}^{T} \beta^t u(c_1)$
- 如果是无穷期，则采用$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_1)$
- 一个超纲但有趣的思考题：假定一个人在第一期时效用函数为
$$U(c_1, c_2, c_3) = u(c_1) + \delta\beta u(c_2) + \delta\beta^2 u(c_3)$$
- 第二期效用函数为
$$U(c_2, c_3) = u(c_2) + \delta\beta u(c_3)$$
- 第三期效用函数为
$$U(c_3) = u(c_3)$$
- 其中$0 < \beta < 1, 0 < \delta < 1$，会发生什么？

跨时期最优选择

- 我们以前用于两商品世界的工具现在依然有用
- 例： $U(c_1, c_2) = \ln c_1 + \beta \ln c_2$
- 注意这个效用函数不过是柯布道格拉斯效用函数的单调变换，可以直接用我们以前讲的三种方法，这里用切线法

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\frac{1}{c_1}}{\frac{\beta}{c_2}} = \frac{c_2}{\beta c_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{\frac{1}{1+r}} = 1 + r$$

- 所以

$$\beta(1+r)c_1 = c_2$$

- 与预算约束

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

联立，可求出最优选择

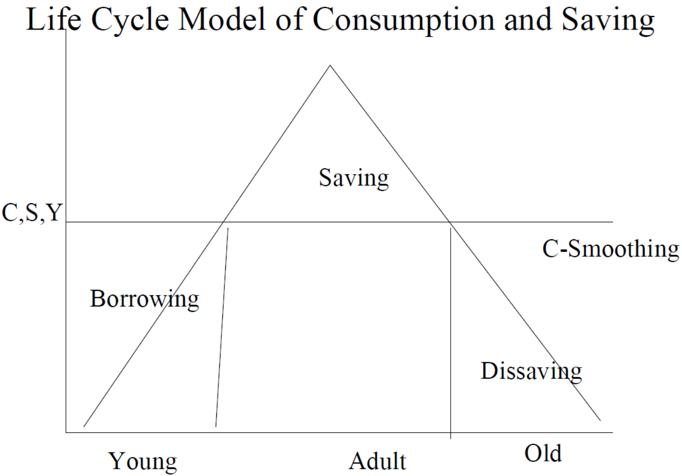
跨时期最优选择

- 得到结果

$$c_1=\frac{1}{1+\beta}\left(m_1+\frac{m_2}{1+r}\right),c_2=\frac{\beta}{1+\beta}\left(m_1+\frac{m_2}{1+r}\right)$$

- 注意到，消费者的选择和总收入的现值相关而不是只在意当期的现值，也就是说，假如第一期的收入增加Δm，第二期没有增加，他会选择把一部分增量放到第二期，而不会当期都花完。同理，如果第二期稍微增加，他会在第一期减少储蓄（增加借贷），而不会都留在第二期消费。以此来平滑消费

生命周期理论


Life Cycle Model of Consumption and Saving
Saving
C,S,Y
C-Smoothing
Borrowing
Dissaving
Young
Adult
Old

通货膨胀

- 我们刚才的分析并没有考虑价格的变化，消费的价格等于默认为一个定值，如果考虑到价格变化，我们需要对预算约束进行修改
- 假定第一期的价格为1，第二期的价格为p_2。同时，我们也将收入写为用当期实际消费的形式，假定第一期的收入为m_1（即最多可在第一期购买m_1单位消费），第二期收入为m_2（即最多可在第二期购买m_2单位消费）
- 现在第一期的名义收入（按货币价值计算）为$1 * m_1 = m_1$,第二期的名义收入为$p_2 m_2$
- 则预算约束可写为

$$p_2 c_2 = p_2 m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$$

- 可改写成

$$c_2 = m_2 + \frac{(1 + r)}{p_2}(m_1 - c_1)$$

通货膨胀

- 通货膨胀表示价格的上涨，一般用后一期价格除以前一期价格表示通货膨胀率，即

$$1 + \pi = \frac{p_2}{p_1} = p_2$$

- 因此，实际利率可以写为

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}$$

- 这样，预算约束可化为

$$c_2 = m_2 + (1 + \rho)(m_1 - c_1)$$

- 注意，在利率、通货膨胀率很小的时候，$\rho \approx r - \pi$

比较静态分析

- 注意到，本章的两期模型与前面的两商品世界本质并无不同，因此，两商品世界的工具斯勒茨基方程在这里依然有效
- 斯勒茨基方程的形式为

$$\frac{\Delta c_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1} + (m_1 - c_1)\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}$$

- 所以，关键是，这里的Δp_1是什么呢？用终值预算约束看，其实就
是Δr（不考虑通货膨胀，考虑通货膨胀需用实际利率）
- 替代效应显然是负的，即利率提升第一期的消费下降（很好理解，利率提升，省下来的钱下一期更值钱了，相当于第一期更贵了）
- 那么收入效应呢。$\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}$显然为正。如果$m_1 - c_1 < 0$,意味着此人是借款者，要向别人借款，变得更穷了，总效应是减少第一期消费
- 如果$m_1 - c_1 > 0$，符号不定，有可能为正，即此人把钱借给别人，因为利息升高，赚的多了，所以有可能收入效应很大

现值的一些简单应用

- 假定一个人他在第i期的收入为m_i,当期的利息为r_i，他一共T期的总收入按第一期计算的现值(PVTI)应为多少?

$$PVTI = m_1 + \frac{m_2}{1+r_1} + \frac{m_3}{(1+r_1)(1+r_2)} + \cdots + \frac{m_T}{(1+r_1)\cdots(1+r_{T-1})}$$

- 同理，可算出其总支出的现值（PVTC），跨期收入预算必须满足

$$PVTC \leq PVTI$$

- 问题：如果一个人一生的总收入的现值是200万元，银行有没有可能贷给他300万元?

现值的一些简单应用

- 假定有一个金融产品，从下一期起每期可提供x的收入，假定利率固定为r，该产品可随时赎回，问，该产品的价格应是多少?
- 该产品的现值为

$$PV = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + \cdots = \frac{x}{r}$$

- 需要注意，这里的前提条件是该产品可随时赎回，也就是流动性非常好，如果它的流动性不佳，实际就不值这个价钱。
- 考虑如果该消费者持有$\frac{x}{r}$的现金，利率为$(1+r)$，放到银行里每期依然可以得到x收入。
- 假定某人购买一房子并且没有自住需求，该房子唯一获取收入的方式是收房租，假定房租每月2000元，利息每年2%，请计算他房子的现值（该房子没有损耗，不需要其它费用来维护）
- 每年总收入24000元，$\frac{24000}{0.02} = 1200000$元。