

中级微观经济学

第十九讲：技术

贺思诚

南开大学金融学院

2024年4月14日

厂商生产简要概括

- 从本章开始，我们将开始研究供给侧，研究厂商的行为
- 总的来说，厂商的行为非常复杂，有许多关于厂商行为的理论
- 在最基础的微观经济学中，我们往往将厂商的生产过程视作一个黑箱：投入生产要素 \Rightarrow 产出产品
- 将生产要素转换为产品的中间过程，我们不去讨论，而是假定企业有这么一个“技术”将投入的要素转化为产品，如果投入要素产生的最大产量符合一个函数关系，我们就称之为“生产函数”（production function）

生产要素

- 我们看到，企业的生产活动要投入一些要素。
- 例：果农种苹果：土地、劳动、肥料.....
- 类比于消费束，我们这里引入投入束（input bundle）
- x_i 表示的是第 i 种生产要素投入的数量
- 一个投入束 $X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ 是一个要素束，表示，第1种、第2种直到第 n 种要素投入的数量

生产函数与生产集

- 投入要素后，我们假定 y 是产出（output）
- 用投入束 X 可以获得的最大的产出为生产函数，我们用

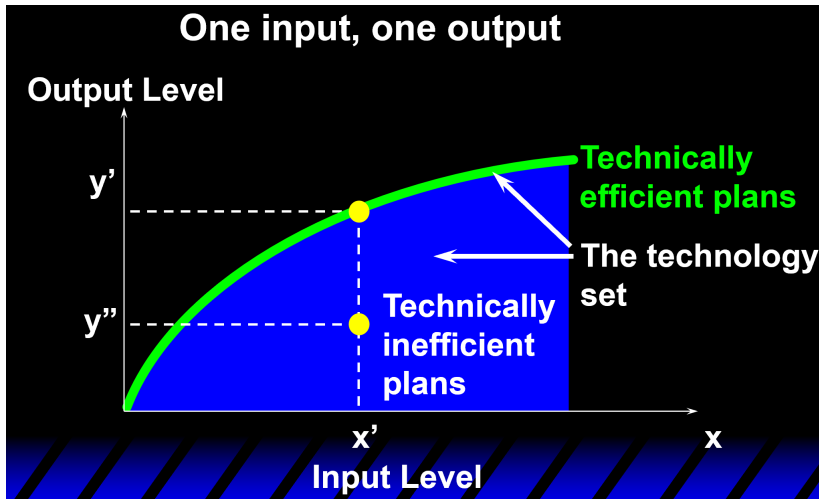
$$y = f(X) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

来表示

- 一个生产计划（production plan）包括一个投入束和一个产出水平 $(x_1, x_2, \dots, x_n, y)$
- 一个生产计划是可行的，如果它满足 $y \leq f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
- 所有可行的生产计划的集合称作生产集（production set），写作

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_n, y) \mid y \leq f(x_1, x_2, \dots, x_n), x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0\}$$

生产集



两种生产要素

- 在现实世界，生产一种商品所需的生产要素往往不是一种。
- 为了简单起见，我们的分析主要局限在两种要素投入上
- 所以，我们的生产函数为

$$y = f(x_1, x_2)$$

- 可以看到，到目前为止，我们所介绍的内容同消费者理论非常相似。
- 那么，是否许多消费者理论的工具现在可以找到相似的对应物呢？

柯布道格拉斯生产函数

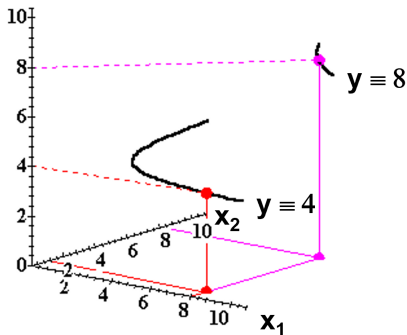
- 现在，我们假定生产函数是柯布道格拉斯的（事实上，柯布和道格拉斯最开始的研究正是生产函数）：

$$y = f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$$

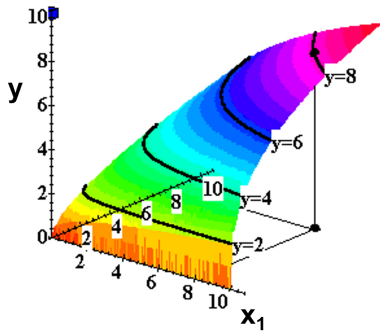
- 假如，现在 $A = 2, a = b = \frac{1}{3}$
- 则我们可以找到一些有效率的生产计划，
如 $(1, 8, 4)$, $(8, 8, 8)$
- 用三维图的形式，可得

柯布道格拉斯生产函数

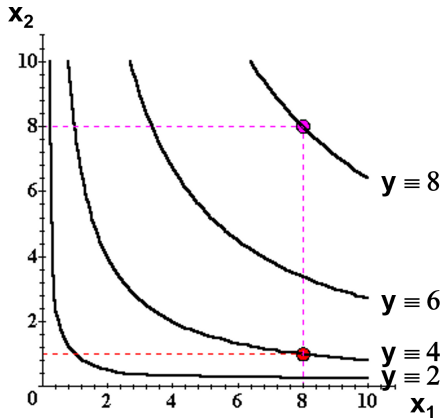
Output, y



柯布道格拉斯生产函数



柯布道格拉斯生产函数（等产量线）



一个问题

- 在效用函数中，我们知道，对效用函数做正单调变换，不改变所代表的偏好关系。那么，生产函数能否做正单调变换呢？
- 不能，因为效用理论是序数效用论，自身的效用值并不重要。但生产函数并非如此，假如单位一致，生产出200单位产品和100单位产品显然不是一回事

一个问题

- 在效用函数中，我们知道，对效用函数做正单调变换，不改变所代表的偏好关系。那么，生产函数能否做正单调变换呢？
- 不能，因为效用理论是序数效用论，自身的效用值并不重要。但生产函数并非如此，假如单位一致，生产出200单位产品和100单位产品显然不是一回事

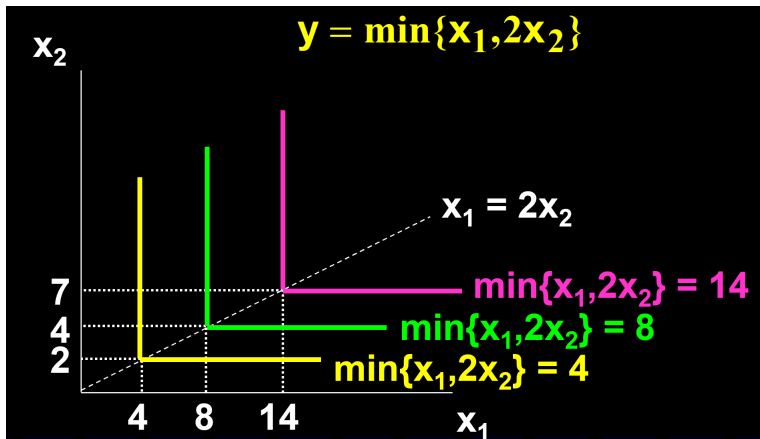
固定比例生产函数

- 有些时候，生产要素必须按固定的比例使用，例如一个（非数控）车床上只能由一个工人工作，车床多或是工人多毫无意义
- 对于这样的固定比例生产函数，我们有生产函数

$$f(x_1, x_2) = \min \{ax_1, bx_2\}$$

- 我们也可以画出其等产量线，例如 $a = 1, b = 2$

固定比例生产函数



完全替代生产函数

- 有时生产要素也可以以固定比例替代，此时有生产函数

$$f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$$

边际产品

- 因为序数效用论的原因，边际的概念在效用中更像是工具，经济学含义不够明确。
- 但在生产中，意义非常明确。
- 边际产量

$$MP_i = \frac{\partial y}{\partial x_i}$$

表示给定其它要素投入不变时，当要素投入*i*改变时，产出变化的变化率

- 不严谨的说，也可以是：当其它要素不变时，要素投入*i*的变动单位化为1后所导致的产出变化。
- 边际产品不仅仅是有经济学含义的，而且在实际中可以根据观察数据进行估计

边际产品

- 若一个生产函数符合柯布道格拉斯生产函数

$$y = Ax_1^a x_2^b$$

- 求在投入束(1, 2)时要素投入1的边际产品

$$MP_1 = aAx_1^{a-1}x_2^b$$

- 带入(1, 2)，我们得到

$$MP_1 = aA2^b$$

边际产品递减规律

- 一般来说，我们假定生产函数符合边际产品递减规律，即

$$\frac{\partial MP_i}{\partial x_i} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_i^2} < 0$$

- 种苹果需要投入土地和人力
- 记住：边际产品递减意味着除了该要素投入，其它要素的投入都不变，不然，就是另一个故事了
- 对大多数生产实践，边际产品递减规律都是存在的

技术替代率

- 如果我们减少1单位的要素1的投入，需要增加多少单位要素2才能使产出不变？这就是技术替代率（technical rate of substitution, TRS）
- 因为前面已经学过MRS，这里我们就不详述，直接通过微积分推导

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 = 0$$

- 思考：为什么是全微分等于0
- 由上面的式子

$$TRS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{MP_1}{MP_2}$$

技术替代率递减

- 除了边际产品递减外，另一个我们常用的假设是技术替代率递减。
- 即：当增加要素1的投入量并相应调整要素2的投入量以保持产量不变时，技术替代率会变小。
- 与以前相同，技术替代率递减的直接原因也是技术的凸性
- 特别需要注意：虽然边际产品递减规律和技术替代率递减规律有一定的联系，但本质上，这两个并不是一回事
- 边际产品递减强调的是只有一种要素投入改变，技术替代率两者都在改变

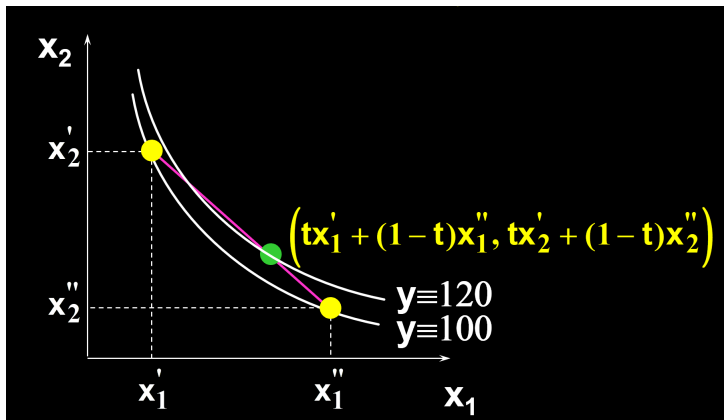
良态技术

- 在我们的课程中，我们基本上在研究性状良好的生产技术
- 良态技术具有两个特征：单调性，凸性
- 单调性：多比少好
- 凸性：对于投入束 X, X' ，如果 $y = f(X) = f(X')$ ，则对于 $0 < t < 1$,

$$f(tX + (1-t)X') \geq y$$

- 当然，你也可以得到严格凸的定义
- 凸性的含义与消费者偏好的凸性类似，如果两个相对极端的投入都能得到相应的产出，那么更平均的资源投入也可以生产出相应的产出。
- 凸性可以推出技术替代率递减

良态技术：凸性



长期和短期

- 假设你是一个厂长，你使用租用的一个巨大的厂房，签了一个为期三年的租赁合约（不得转租），同时你雇佣了大批的工人来为你生产。
- 想象一下，现在市场不景气，你不需要生产那么多产品，你会怎么办？
- 对于工人，你可以解雇一部分，但你可能立刻用很低的成本把厂房换成一个小一点的吗？
- 想象一下，现在市场很景气，你又会怎么做？

长期和短期

- 假设你是一个厂长，你使用租用的一个巨大的厂房，签了一个为期三年的租赁合约（不得转租），同时你雇佣了大批的工人来为你生产。
- 想象一下，现在市场不景气，你不需要生产那么多产品，你会怎么办？
- 对于工人，你可以解雇一部分，但你可能立刻用很低的成本把厂房换成一个小一点的吗？
- 想象一下，现在市场很景气，你又会怎么做？

长期和短期

- 这个例子就体现了经济学区分长期和短期的特点
- 短期：某些（至少一种）要素投入是固定的，你只能改变其他的要素投入
- 长期：所有要素投入都可以改变
- 经济学中的长短期并没有特别的时间限制，关键看是否所有要素都能改变。

长期和短期

- 什么决定了哪些要素投入在短期不能改变？
- 一些要素自身的物理或经济属性：非常笨重的设备，难以卖出的资产，无法移动的土地
- 合约因素：土地租约，房屋租约，工作合同
- 法律法规

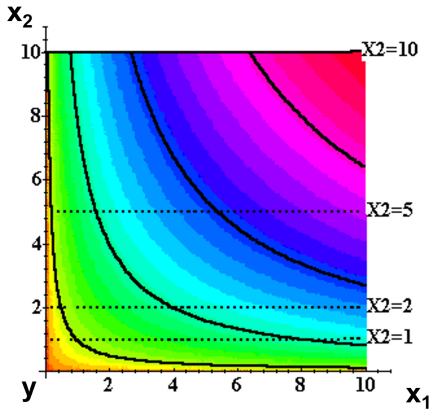
短期的影响

- 假如经济处于短期，例如两要素投入的世界，要素2不能改变，此时会发生什么？
- 边际产品递减规律将起到作用
- 所以，随着要素1投入的增加，产出的增加越来越少

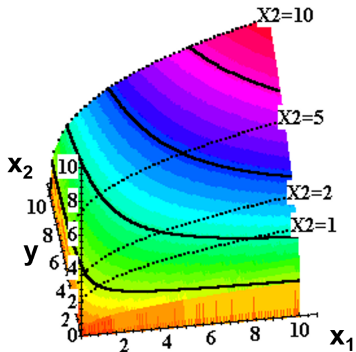
短期的影响

- 假如经济处于短期，例如两要素投入的世界，要素2不能改变，此时会发生什么？
- 边际产品递减规律将起到作用
- 所以，随着要素1投入的增加，产出的增加越来越少

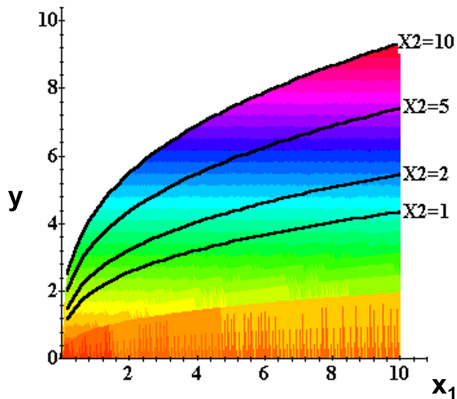
短期的影响



短期的影响



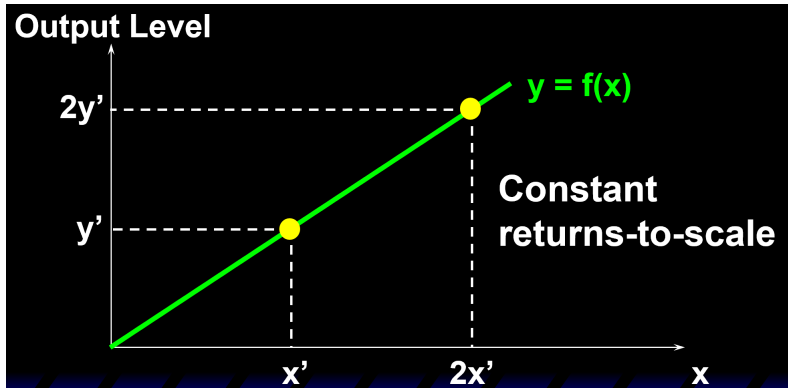
短期的影响



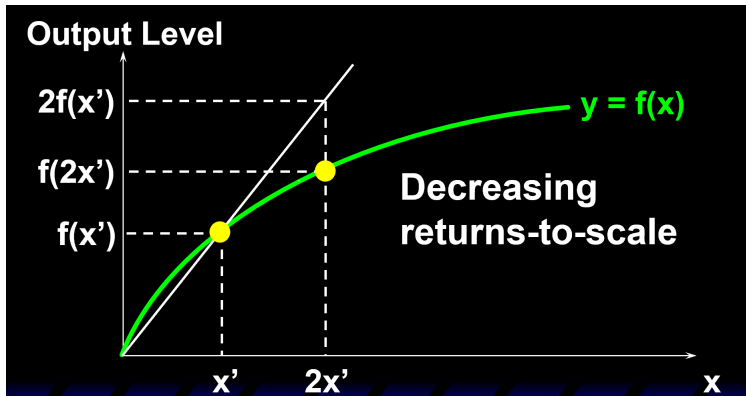
规模报酬

- 如果将所有投入都增加到原来的 t 倍（ $t > 1$ ），产出增加多少倍（因为单调性一定增加），这就是规模报酬（return to scale）问题
- 如果 $f(tX) = tf(X)$ ，我们称之为不变的规模报酬
- 如果 $f(tX) > tf(X)$ ，我们称之为规模报酬递增
- 如果 $f(tX) < tf(X)$ ，我们称之为规模报酬递减
- 我们首先来看几个关于规模报酬的图，假设只有一种要素投入，图会相当简单

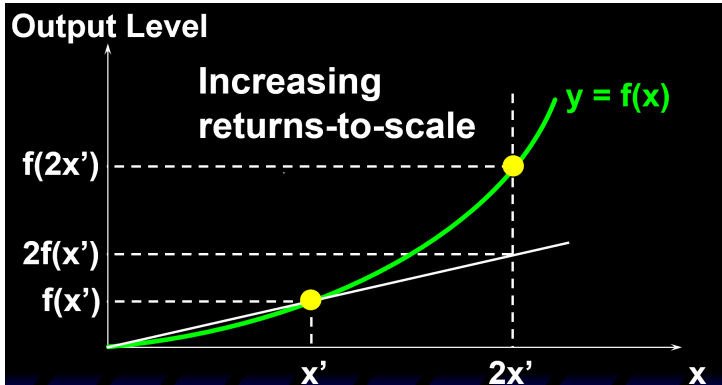
规模报酬不变



规模报酬递减



规模报酬递增



规模报酬的简单讨论

- 理论上说，至少应该能达到不变的规模报酬（你可以把一个工厂复制，得到两个工厂）
- 如果出现了规模报酬递减，往往是因为某些要素你没考虑到（例如，经理的才能不一样，土地的肥沃程度不同，气候不同等）
- 规模报酬递增也是存在的，如自然垄断
- 注意，规模报酬是所有要素同比例增加，此时，不存在边际产品递减的问题，因此，两者并无关系。

The graph illustrates the relationship between input x and output $y = f(x)$. The vertical axis is labeled "Output Level" and the horizontal axis is labeled x . The curve $y = f(x)$ is divided into two regions by a vertical dashed line. The region to the left of the dashed line is labeled "Increasing returns-to-scale" with a yellow double-headed arrow. The region to the right of the dashed line is labeled "Decreasing returns-to-scale" with a pink double-headed arrow.

几种常见的生产函数举例

- 固定比例生产函数是不变的规模报酬

$$f(tx_1, tx_2) = \min \{atx_1, btx_2\} = tf(x_1, x_2)$$

- 完全替代生产函数是不变的规模报酬

$$f(tx_1, tx_2) = atx_1 + btx_2 = tf(x_1, x_2)$$

- 柯布道格拉斯生产函数

$$f(tx_1, tx_2) = t^{a+b}Ax_1^ax_2^b = t^{a+b}f(x_1, x_2)$$

若 $a + b = 1$ ，不变的规模报酬；若 $a + b > 1$ ，规模报酬递增；若 $a + b < 1$ ，规模报酬递减