中级微观经济学

第十五讲：市场需求

贺思诚

南开大学金融学院

2024年3月31日

从个人到市场

- 前面我们所学的内容全部都是基于消费者个人的
- 经济学的研究常常超过单一经济个体，因此，我们需要研究市场的需求
- 因此，在这一章我们将个人的需求加总，得到市场的需求

从个人到市场

- 假定一个两商品的世界，我们用$x_i^1(p_1,p_2,m_i)$表示第i个人对商品1的需求
- 假定有n个人，则商品1的市场需求为$X^1(p_1,p_2,m_1,m_2,\cdots,m_n)=\sum_{i=1}^n x_i^1(p_1,p_2,m_i)$
- 显然，假如市场上的参与者很多，或者说n很大，想知道每个人的确切收入，通过个人的需求函数加总是非常困难的
- 想大概的了解所有人的收入总和，工作量就很小。
- 但单纯知道所有人的收入总和，就一定能把个人的问题转化成市场问题吗?
- 不一定，很多时候，收入的分配会影响到实际的消费（例：均分财富与极端分配）

从个人到市场

- 关于什么情况下可以用一个加总的收入来代替许多个体的收入，此问题较为复杂，超出了这门课的要求
- 我们本课只是单纯假设加总是可行的
- 在一些情况下，我们完全可以用一个代表性家庭来代表所有家庭行为的加总，当然，此家庭的收入也等于所有家庭的加总

一个构建市场需求的例子

- 假定一共有两个家庭A,B，他们对商品1的需求函数分别为

$$x_1^A = 20 - 2p, 0 \leq p \leq 10$$

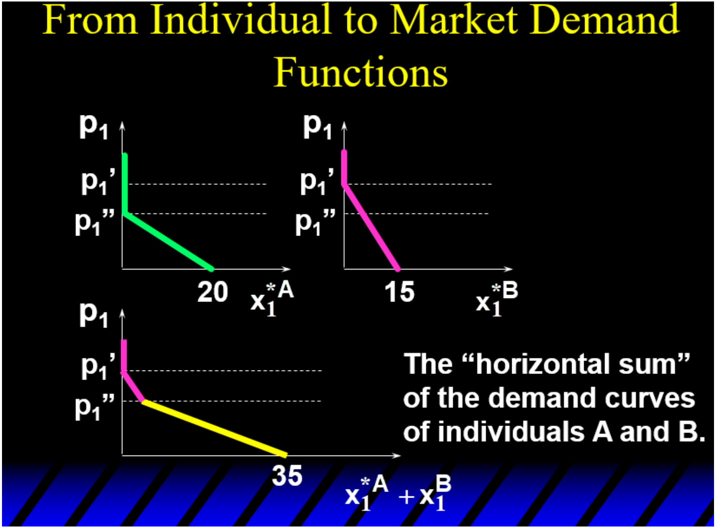
$$x_1^B = 15 - 0.5p, 0 \leq p \leq 30$$

- 求总的市场需求
- 总的市场需求为

$$X_1 = \begin{cases} 35 - 2.5p, & 0 \leq p \leq 10 \\ 15 - 0.5p, & 10 \leq p \leq 30 \\ 0, & p > 30 \end{cases}$$

- 画图：横向加总

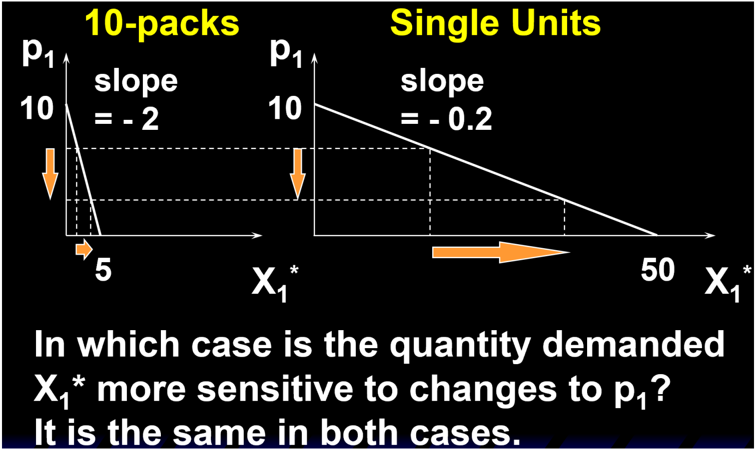
一个构建市场需求的例子



为何要引入弹性的概念?

- 很多时候，我们要考察某个变量对另外一个变量变动的敏感性
- 弹性(elasticity)就是为了衡量这种敏感性
- 当然，本课程最常考察的是价格对数量的影响，即价格弹性（需求价格弹性、交叉价格弹性）
- 回顾需求函数$q(p_1, p_2, m)$，为什么不直接用需求曲线的斜率来度量这种敏感性?

为何要引入弹性的概念?

- 
10-packs
Single Units
p1
slope
= - 2
10
5
X1*
p1
slope
= - 0.2
10
50
X1*
In which case is the quantity demanded
X1* more sensitive to changes to p1?
It is the same in both cases.

弹性的概念

- 用通俗的语言描述，变量X受到变量Y的变动影响的弹性就是当Y变动1%后，X会变动百分之多少。
- 即$\varepsilon_{X,Y} = \frac{\Delta X\%}{\Delta Y\%}$
- 对于最常见的需求函数，需求价格弹性的公式为

$$\varepsilon = \frac{\Delta q/q}{\Delta p/p} = \frac{\Delta q}{\Delta p}\frac{p}{q}$$

- （关于区间弹性的算法课本上有介绍，经济学原理课程已经学过，不再赘述，不熟悉者请参阅课本）
- 用微积分的形式就是

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp}\frac{p}{q}$$

- 需要注意的是，对绝大多数需求曲线，该弹性求出来的是负值，然而，我们比较大小只比较绝对值。一般可以省略掉负号。

需求价格弹性举例

- 假定需求曲线为$q = a - bp$
- 则在价格p^*的需求价格弹性为

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp}\frac{p}{q} = (-b)\frac{p^*}{a - bp^*} = -\frac{b}{\frac{a}{p^*} - b}$$

- 当$p^* = 0$，$|\varepsilon| = 0$
- 当$p^* = \frac{a}{2b}$，$|\varepsilon| = 1$
- 当$p^* = \frac{a}{b}$即$q = 0$时，$|\varepsilon| = \infty$

需求价格弹性的意义

- 当需求价格弹性大于1，我们称这种商品具有弹性需求；等于1，单位弹性需求；小于1，无弹性需求
- 那么，为什么要这样区分？
- 我们看在该商品上的支出（expenditure）（等于卖家在该商品的收益（revenue））$E = R = pq$
- 对其求导，得

$$\frac{dR}{dp} = q + p\frac{dq}{dp} = q\left[1 + \frac{dq}{dp}\frac{p}{q}\right] = q(1+\varepsilon)$$

- 对于弹性需求，$\varepsilon < -1, \frac{dR}{dp} < 0$。同理，对于单位弹性，$\frac{dR}{dp} = 0$。对于无弹性，$\frac{dR}{dp} > 0$
- 也就是说，如果一种商品的需求有弹性，随着价格上升，消费者在该商品的总支出（卖家的总收益）减少。

需求价格弹性的意义

- 当需求价格弹性大于1，我们称这种商品具有弹性需求；等于1，单位弹性需求；小于1，无弹性需求
- 那么，为什么要这样区分?
- 我们看在该商品上的支出（expenditure）（等于卖家在该商品的收益（revenue））$E = R = pq$
- 对其求导，得

$$\frac{dR}{dp} = q + p\frac{dq}{dp} = q\left[1 + \frac{dq}{dp}\frac{p}{q}\right] = q\left(1 + \varepsilon\right)$$

- 对于弹性需求，$\varepsilon < -1, \frac{dR}{dp} < 0$。同理，对于单位弹性，$\frac{dR}{dp} = 0$。对于无弹性，$\frac{dR}{dp} > 0$
- 也就是说，如果一种商品的需求有弹性，随着价格上升，消费者在该商品的总支出（卖家的总收益）减少。

需求价格弹性的意义

- 需要注意的是，对于同一种商品，在不同价格，需求价格的弹性可能会发生变化。如刚才的直线需求曲线的例子，该商品随着价格的变化会经历三种情况。
- 那么，什么样的商品更可能较有弹性，什么样的商品更可能没弹性呢?
- 一个商品越是必需品，越没有替代物，就越没有弹性；一个商品越不必需，替代物越多，就越有弹性
- 例：维持生活所必需得基本饮食VS炫耀性消费，基本居住空间VS豪车
- 但同时，不能说饮食就一定缺乏弹性，房子就一定缺乏弹性（学校食堂VS永旺VS米其林三星餐厅，租老破小VS刚需房VS海景别墅）

具有不变弹性的需求函数

- 那么，有没有可能有某些需求函数，无论价格如何变动，需求价格弹性都不变化呢?
- 有，如果一个函数符合

$$q = Ap^{\epsilon}$$

则该需求函数的弹性不随价格变化
- 我们求其弹性

$$\varepsilon = \epsilon A p^{\epsilon - 1} \frac{p}{Ap^{\epsilon}} = \epsilon$$

收益与弹性

- 我们前面已经提到，消费者的支出正是该商品提供者的收益$R = pq$。
- 对于商品提供者，每多提供一个微小量，单位化后的收益则为边际收益（marginal revenue）
- 我们有

$$MR = \frac{dR}{dq} = p + q\frac{dp}{dq} = p\left[1 + \frac{q}{p}\frac{dp}{dq}\right] = p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

- 所以，如果需求是无弹性的，$|\varepsilon| < 1$,也即$\varepsilon > -1$，则$MR < 0$。若需求是有弹性的，$|\varepsilon| > 1$，则$MR > 0$。若需求是单位弹性，$MR = 0$

收益与弹性

- 因此，任何情况下一个理性的卖家都不会把价格定在无需求弹性的情况，而应增加价格减少销量
- 由弹性的性质，我们知道，收益最大化的点一定是弹性绝对值等于1的点，为什么？（反之未必，为什么）
- 那是不是应该让需求弹性正好等于1呢?
- 不一定（或者说绝大多数时候都不是），这只是收入最大化而不是利润最大化，我们稍后的课程会详细的探讨

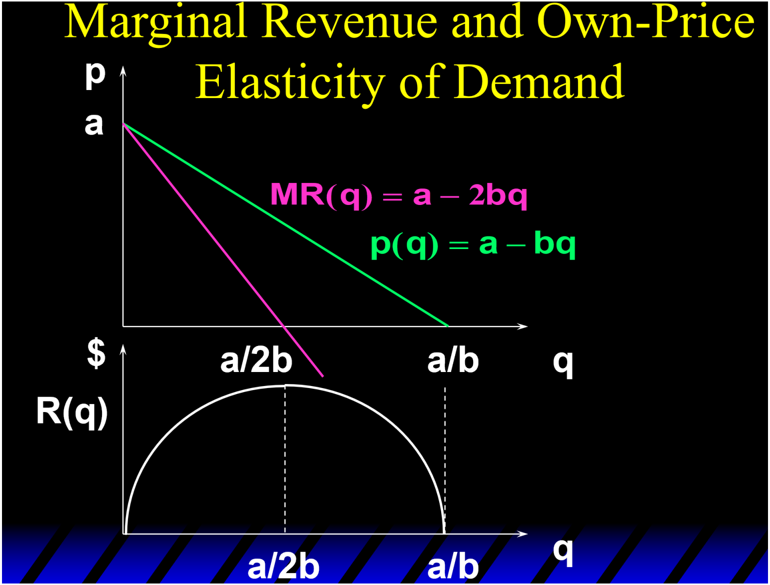
收益与弹性

- 因此，任何情况下一个理性的卖家都不会把价格定在无需求弹性的情况，而应增加价格减少销量
- 由弹性的性质，我们知道，收益最大化的点一定是弹性绝对值等于1的点，为什么？（反之未必，为什么）
- 那是不是应该让需求弹性正好等于1呢?
- 不一定（或者说绝大多数时候都不是），这只是收入最大化而不是利润最大化，我们稍后的课程会详细的探讨

一个例子

- 对于需求函数$p = a - bq$
- 收益函数为$R = (a - bq)\,q = aq - bq^2$
- 边际收益为$MR = a - 2bq$
- 需求价格弹性为$\varepsilon = -\frac{a-bq}{bq}$
- 可以得到$p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = (a - bq)\left(1 - \frac{1}{\frac{a-bq}{bq}}\right) = a - 2bq$

收益与弹性


Marginal Revenue and Own-Price Elasticity of Demand
p
a
MR(q) = a – 2bq
p(q) = a – bq
$
a/2b
a/b
q
R(q)
a/2b
a/b
q

弹性的另一种表达方式

- 弹性也可以表达为自然对数的形式

$$\varepsilon = \frac{d\ln q}{d\ln p}$$

- 为什么呢？通过链式法则，我们有

$$\frac{d\ln q}{d\ln p} = \frac{d\ln q}{dq}\frac{dq}{d\ln p} = \frac{1}{q}\frac{dq}{d\ln p}$$

- 我们可以通过

$$\frac{dq}{d\ln p} = \frac{dq}{dp}\frac{dp}{d\ln p} = \frac{dq}{dp}\frac{1}{\frac{1}{p}} = p\frac{dq}{dp}$$

- 将结果带入上式，得

$$\frac{d\ln q}{d\ln p} = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp} = \varepsilon$$

交叉价格弹性

- 回顾需求函数$q_1(p_1, p_2, m)$，除了自身的价格对自身的影响，别的商品的价格变动也会影响到自身的需求
- 计算公式为
$$\varepsilon = \frac{dq_1}{dp_2}\frac{p_2}{q_1}$$
- 需要注意的是，此时弹性的符号未必为正，这取决于是总互补品还是总替代品

收入需求弹性

- 收入的变化如何影响商品的需求也是我们所关注的，其计算公式是
$$\varepsilon = \frac{dq}{dm}\frac{m}{q}$$
- 需要注意的是，$\frac{dq}{dm}$的符号是不确定的，对于正常商品，$\frac{dq}{dm} > 0$，这意味着收入需求弹性为正
- 对于低档商品，$\frac{dq}{dm} < 0$，这意味着收入需求弹性为负
- 如果需求收入弹性大于1，我们称这种商品为奢侈品

收入需求弹性与支出份额

- 我们考虑两商品世界的预算约束

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

- 等式两边同时对收入求导得

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$

- 可化为

$$\frac{p_1}{m} \frac{\partial x_1}{\partial m} m + \frac{p_2}{m} \frac{\partial x_2}{\partial m} m = 1$$

- 可化为

$$\frac{p_1 x_1}{m} \frac{\partial x_1}{\partial m} \frac{m}{x_1} + \frac{p_2 x_2}{m} \frac{\partial x_2}{\partial m} \frac{m}{x_2} = 1$$

收入需求弹性与支出份额

- 令$s_1=\frac{p_1x_1}{m}$,$s_2=\frac{p_2x_2}{m}$为支出在两商品的份额，ε_1，ε_2为收入需求弹性，则上式可化为

$$s_1\varepsilon_1+s_2\varepsilon_2=1$$

- 上式意味着各商品弹性的加权值（加权弹性）永远为1
- 经济学含义是：你增加多少预算，最终支出的总额就是这个预算
- 因此，如果有弹性大于1的奢侈品，就必然有弹性小于1的商品来中和
- 复习：一个与之对应的概念，对于性状良好的偏好，有没有可能所有的商品都是低档商品？