金融学院本科生2018——2019学年第一学期
概率论与数理统计课程期末考试试卷（A卷）

专业：　　　年级：　　　学号：　　　姓名：　　　任课教师：范真真　成绩：

得 分

一 、张三今年研究生毕业。找工作需要导师的推荐信。如果导师的推荐信强力推荐他，他有80%的概率会获得这份工作。如果导师只是正常推荐，那么他有40%的概率获得工作。如果推荐信一般，那么他只有10%的概率拿到工作。他估计他获得强力、正常和一般推荐的概率分别是0.7,02和0.1。（本题共15分，每小题 5分）

（1）　张三能拿到工作的概率是多少？

（2）　张三最后成功获得了这份工作，请问他觉得自己被导师强推的概率有多大？

（3）　如果张三最后没有获得工作，请问他觉得自己的推荐信一般的概率有多大？

得 分

二、张三和李四打赌。张三掷一个均匀的骰子600次，李四掷一枚均匀的硬币200次。令X表示张三掷出1点的次数，Y表示李四掷出国徽的次数。如果X>Y, 那么张三获胜。（本题共19分）

（1）　计算X和Y的期望。（4分）

（2）　准确计算X在80到120之间的概率（写出表达式即可）。（4分）

（3）　说明X是否满足中心极限定理的假设，如果满足，请用中心极限定理近似计算第(2)小题。（5分）

（4）　近似计算张三获胜的概率。并说明你计算的依据。（6分）

得 分

三、连续随机变量X和Y具有以下的联合密度函数（本题共16分）

$$f(x,\ y)=\begin{cases} c(xy+1),\ 0\le x\le 1,\ 1\le y\le 2 \\ 0, \qquad\qquad 其他 \end{cases}$$

（1）　求常数c。（3分）

（2）　计算X和Y的边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$。并说明这两个随机变量是否独立。(6分)

（3）　计算当Y=y时X的条件概率密度函数f(x|y)。（4分）

（4）　计算P(X<2/3|Y=3/2)。（3分）

得 分

四、设 X 和 Y 是相互独立的随机变量且均服从二项分布，X~b(n_1,p), Y~b(n_2,p)。证明 Z=X+Y~b(n_1+n_2, p)。（本题 10 分）

得 分

五、若随机变量（ X ，Y ）在区域$x^2+y^2\le 1$服从均匀分布。求他们的相关系数。（本题共 12 分）

（1） 写出 X 和 Y 的联合密度函数。（3 分）
（2） 求 X 和 Y 的协方差。（5 分）
（3） X 和 Y 是否相关？是否独立？（4 分）

得 分

六、一公寓有 300 住户，每户拥有的汽车辆数 X 的分布律为

X	0	1	2
p_k	0.1	0.7	0.2

问需要多少车位才能使每辆汽车都具有一个车位的概率至少为 0.95。（本题 15 分）

得 分

七、随机变量X_1和X_2相互独立并都服从期望为 1 的指数分布。（本题共 13 分）

（1） 写出X_1和X_2的联合概率密度函数。（3 分）
（2） 计算概率 $P(X_1+X_2<1)$。（5 分）
（3） 求函数 U=max(X_1, X_2)的分布函数。（5 分）

概率论与数理统计参考公式

分布	分布函数	分布律（密度函数）	期望	方差
均匀分布 U(a,b)	$\frac{x-a}{b-a}$	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{1}{2}(a+b)$	$\frac{1}{12}(b-a)^2$
正态分布 $N(\mu,\sigma)$	$\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-(x-\sigma)^2/(2\sigma^2)}$	μ	σ^2
指数分布 exp (θ)	$1-e^{-\theta x}$	$\theta e^{-\theta x}$	$1/\theta$	$1/\theta^2$
泊松分布 Poisson(λ)	$e^{-\lambda}\sum_{i=0}^{k}\lambda^i/i!$	$e^{-\lambda}\lambda^k/k!$	λ	λ
二项分布 b(n,p)	$\sum_{i=0}^{k}C_n^i p^i(1-p)^{n-i}$	$C_n^i p^i(1-p)^{n-i}$	np	$np(1-p)$

卷积公式 Z= X+Y

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(s)f_Y(z-s)\,d\,s$$