

技术作业参考答案

2024 年 4 月 14 日

1 判断题 (如果错误请证明、解释错误或给出反例)

1. 生产函数 $f(x, y) = \min\{2x + y, x + 2y\}$ 具有规模报酬不变的特征。
(正确)
2. 如果生产函数为 $f(x, y) = \min\{12x, 3y\}$, 该生产技术是凸性技术。
(正确)

2 选择题

1. 咖啡店投入两种要素：劳动和咖啡豆，生产唯一的产品浓咖啡。生产浓咖啡通常需要等量的咖啡豆和劳动时间。以下哪个生产函数能表达这个生产过程，其中 B 为咖啡豆的数量，L 为劳动的数量 (C) A. $Q = B^{0.6}L^{0.6}$, B. $Q = B + L$, C. $Q = \min\{2B, 60L\}$, D. $0.5B + 0.5L^{0.5}$

3 计算题

给定以下生产函数，求证是否边际产量递减、边际替代率递减，规模报酬如何？

1. $y = x_1^{\frac{1}{4}}x_2^{\frac{1}{4}}$
2. $y = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$

1. 给定以下生产函数, 求证是否边际产量递减、技术替代率递减、规模报酬递增或递减。

$$(1) y = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$$

$$(2) y = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}, \rho \leq 1$$

解: (1) 要素 1 的边际产量为:

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \frac{1}{4} \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{3/4}, \text{ 所以 } \frac{\partial MP_1}{\partial x_1} = -\frac{3}{16} (x_2)^{3/4} (x_1)^{-7/4} < 0;$$

要素 2 的边际产量为:

$$MP_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = \frac{3}{4} \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{1/4}, \text{ 所以 } \frac{\partial MP_2}{\partial x_2} = -\frac{3}{16} (x_1)^{1/4} (x_2)^{-5/4} < 0;$$

因此所有要素的边际产量都是递减的。

技术替代率为:

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

所以当 x_1 增加时技术替代率递减。

由于 $f(kx_1, kx_2) = (kx_1)^{1/4} \cdot (kx_2)^{3/4} = kx_1^{1/4} x_2^{3/4} = kf(x_1, x_2)$, 所以生产函数是规模报酬不变的。

(2) 要素 1 的边际产量为:

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \left(\frac{y}{x_1} \right)^{1-\rho}, \text{ 所以 } \frac{\partial MP_1}{\partial x_1} = \frac{1-\rho}{x_1} \cdot \left(\frac{y}{x_1} \right)^{1-\rho} \cdot \left\{ \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^\rho} \right] - 1 \right\} < 0;$$

要素 2 的边际产量为:

$$MP_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = \left(\frac{y}{x_2} \right)^{1-\rho}, \text{ 所以 } \frac{\partial MP_2}{\partial x_2} = \frac{1-\rho}{x_2} \cdot \left(\frac{y}{x_2} \right)^{1-\rho} \cdot \left\{ \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^\rho} \right] - 1 \right\} < 0;$$

因此两种投入要素的边际产量都递减的。

技术替代率为:

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{MP_1}{MP_2} = \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{1-\rho}$$

所以随着 x_1 增加技术替代率递减。

由于 $f(kx_1, kx_2) = [(kx_1)^\rho + (kx_2)^\rho]^{1/\rho} = k(x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho} = kf(x_1, x_2)$, 所以生产函数是