中级微观经济学

第九讲：购买和销售

贺思诚

南开大学金融学院

2024年3月24日

预算约束

- $p_1x_1 + p_2x_2 = m$
- 在这样的预算约束中，用于支配的总收入是固定的，且不受任何其它环境变化的影响
- 然而在许多时候，问题不能这样简化
- 财富构成：一笔早就确定的钱?
- 固定资产与现金，收入流
- 这些可支配的收入完全可能受到经济活动的影响

禀赋

- 一个人在经济社会中参与活动，一定有一些已经有的资源：资产、现金、时间
- 我们将这些还没有参与经济活动就已经有的资源称作禀赋（endowment）
- 在一个两商品的世界，我们可以用(ω_1, ω_2)来表示消费者已经有的资源
- ω_1代表消费者在经济活动开始之前就有的商品1
- 那么，禀赋是不是就是消费者最后能消费的实际商品呢?

一个例子

"谁不知这山里的蘑菇香
她却不肯尝一尝
盼到赶集的那一天
快快背到集市上
换上一把小镰刀
再加上几块棒棒糖
和那小伙伴一起
把劳动的幸福来分享"

总需求与净需求

- 一个消费者经过经济活动后最后实际消费的商品被称作总需求，我们用(x_1, x_2)表示
- 然而，因为它本来的禀赋是(ω_1, ω_2)，并不一定所有的(x_1, x_2)他都需要通过外界获得
- 我们将$(x_1 - \omega_1, x_2 - \omega_2)$称作净需求
- 若$x_1 - \omega_1 > 0$，意味着什么？
- 若$x_1 - \omega_1 < 0$，意味着什么？

禀赋与预算约束

- 当考虑到禀赋的概念后，我们的预算约束变为

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$

- 写成净需求的方式，就是

$$p_1\left(x_1 - \omega_1\right) + p_2\left(x_2 - \omega_2\right) = 0$$

- 我们还可以写成

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$m = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$

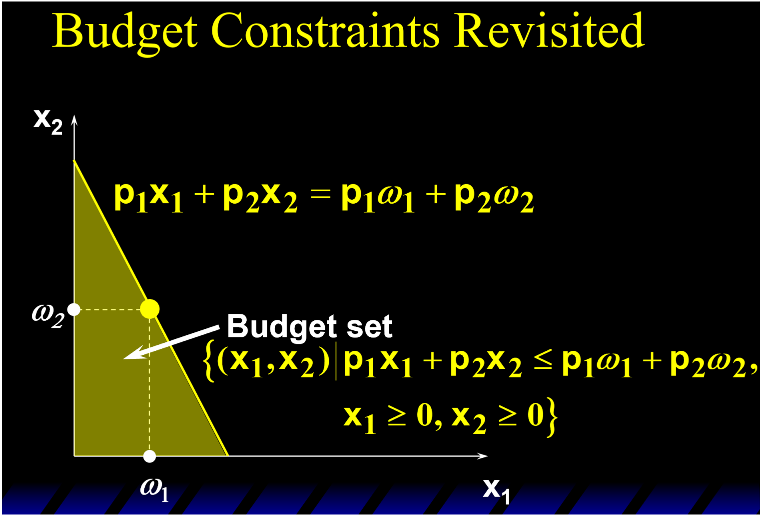
新的预算集与预算线

- 我们可以写出新的预算集

$$\{(x_1, x_2) | \, p_1 x_1 + p_2 x_2 \le p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2, x_1 \ge 0, x_2 \ge 0\}$$

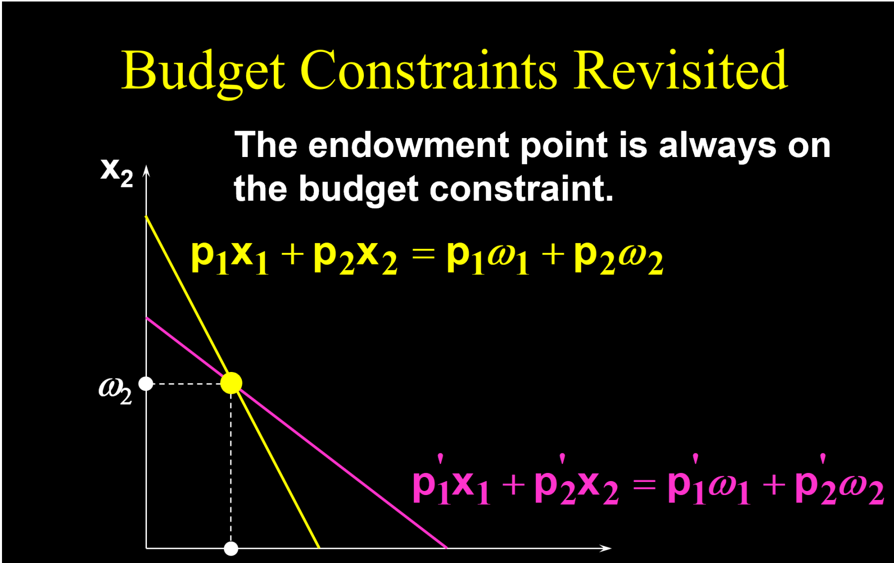
- 如何画出新的预算线是什么?
- 过点(ω_1, ω_2)且斜率为$-\frac{p_1}{p_2}$的点

新的预算集与预算线


Budget Constraints Revisited
x_2
$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$
ω_2
Budget set
$\{(x_1,x_2) \mid p_1x_1 + p_2x_2 \le p_1\omega_1 + p_2\omega_2,$
$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0\}$
ω_1
x_1

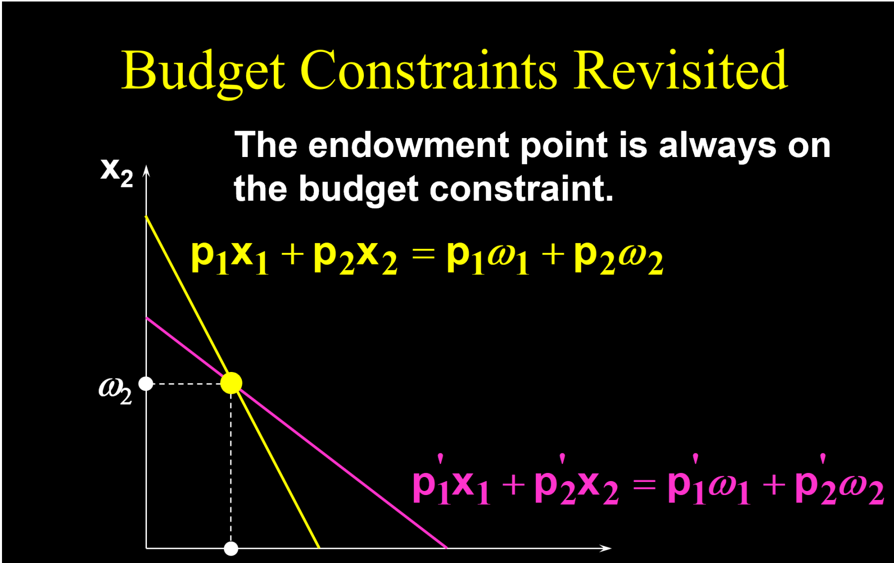
价格变动对预算线的影响

- 若价格从(p_1, p_2)变为$\left(p_1', p_2'\right)$会发生什么?



价格变动对预算线的影响

- 若价格从(p_1, p_2)变为$\left(p_1', p_2'\right)$会发生什么?



禀赋的变动

- 我们考虑在一个传统的无禀赋的模型中$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$
- 若有两个消费束(x_1, x_2)和$\left(x_1', x_2'\right)$，
  若$p_1x_1 + p_2x_2 < p_1x_1' + p_2x_2'$，是否能说明$(x_1, x_2) \prec \left(x_1', x_2'\right)$?
- 现在考虑两个禀赋束(ω_1, ω_2)和$\left(\omega_1', \omega_2'\right)$，
  若$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega_1' + p_2\omega_2'$，是否能说明$(\omega_1, \omega_2) \prec \left(\omega_1', \omega_2'\right)$?
- 问题：在一个性状良好的偏好关系中，如果存在一个消费束(x_1, x_2)，能够在预算集里找到另一个消费束$\left(x_1', x_2'\right)$，使得$p_1x_1 + p_2x_2 < p_1x_1' + p_2x_2'$，消费束$(x_1, x_2)$能否是最优选择？为什么？

禀赋的变动

- 我们考虑在一个传统的无禀赋的模型中$p_1x_1 + p_2x_2 \le m$
- 若有两个消费束(x_1, x_2)和$\left(x_1^{'}, x_2^{'}\right)$，
  若$p_1x_1 + p_2x_2 < p_1x_1^{'} + p_2x_2^{'}$，是否能说明$(x_1, x_2) \prec \left(x_1^{'}, x_2^{'}\right)$?
- 现在考虑两个禀赋束(ω_1, ω_2)和$\left(\omega_1^{'}, \omega_2^{'}\right)$，
  若$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega_1^{'} + p_2\omega_2^{'}$，是否能说明$(\omega_1, \omega_2) \prec \left(\omega_1^{'}, \omega_2^{'}\right)$?
- 问题：在一个性状良好的偏好关系中，如果存在一个消费束(x_1, x_2)，能够在预算集里找到另一个消费束$\left(x_1^{'}, x_2^{'}\right)$，使得$p_1x_1 + p_2x_2 < p_1x_1^{'} + p_2x_2^{'}$，消费束$(x_1, x_2)$能否是最优选择？为什么？

禀赋的变动

- 我们考虑在一个传统的无禀赋的模型中$p_1x_1 + p_2x_2 \le m$
- 若有两个消费束(x_1, x_2)和$\left(x_1^{'}, x_2^{'}\right)$，若$p_1x_1 + p_2x_2 < p_1x_1^{'} + p_2x_2^{'}$，是否能说明$(x_1, x_2) \prec \left(x_1^{'}, x_2^{'}\right)$?
- 现在考虑两个禀赋束(ω_1, ω_2)和$\left(\omega_1^{'}, \omega_2^{'}\right)$，若$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega_1^{'} + p_2\omega_2^{'}$，是否能说明$(\omega_1, \omega_2) \prec \left(\omega_1^{'}, \omega_2^{'}\right)$?
- 问题：在一个性状良好的偏好关系中，如果存在一个消费束(x_1, x_2)，能够在预算集里找到另一个消费束$\left(x_1^{'}, x_2^{'}\right)$，使得$p_1x_1 + p_2x_2 < p_1x_1^{'} + p_2x_2^{'}$，消费束$(x_1, x_2)$能否是最优选择？为什么？

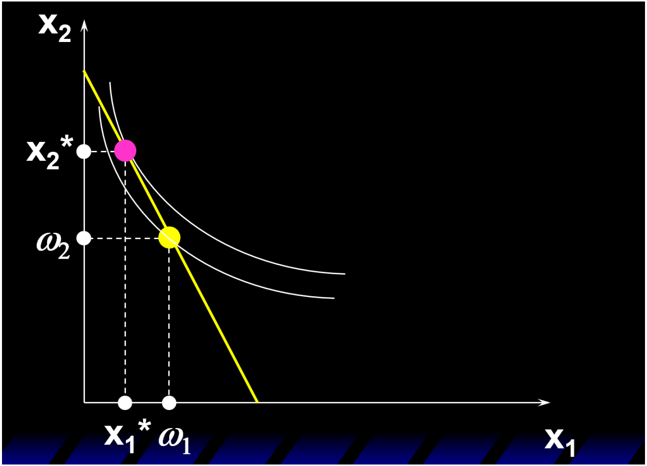
求解最优选择问题

- 我们过去所学的求解最优化问题的方法，现在依然适用，只不过问题发生了改变

$$\max_{x_1,x_2} u\left(x_1,x_2\right), s.t. p_1x_1+p_2x_2=p_1\omega_1+p_2\omega_2$$

- 注意，这里看上去复杂。但从本质上说，当消费者面临给定禀赋的问题时，(ω_1,ω_2)已经是给定的了（除非是做比较静态分析会有例外），因此等式约束的右边实际是一个定值

最优选择的图像示意



效用最大化问题的求解

- 我们以拉格朗日乘子法为例

$$L = u\left(x_1, x_2\right) + \lambda\left(p_1\omega_1 + p_2\omega_2 - p_1x_1 - p_2x_2\right)$$

- 一阶条件分别为

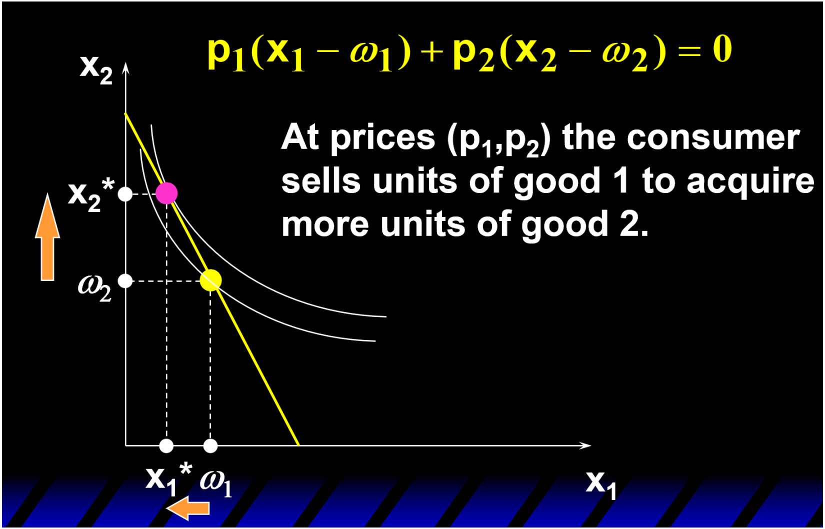
$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = u_1\left(x_1, x_2\right) - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = u_2\left(x_1, x_2\right) - \lambda p_2 = 0$$

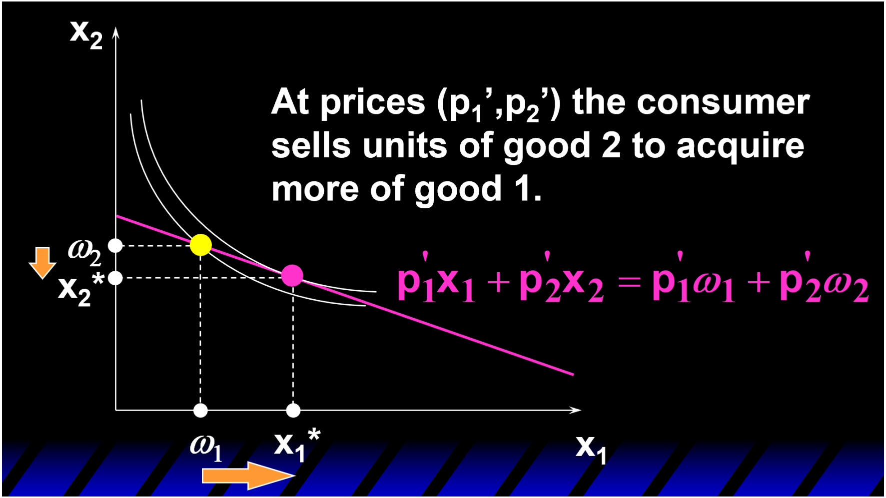
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1\omega_1 + p_2\omega_2 - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

- 联立方程，三个方程，三个未知量x_1, x_2, λ，得到结果

净需求者与净供给者


$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0$
At prices (p_1,p_2) the consumer sells units of good 1 to acquire more units of good 2.
x_2
x_2^*
ω_2
x_1^*
ω_1
x_1

净需求者与净供给者

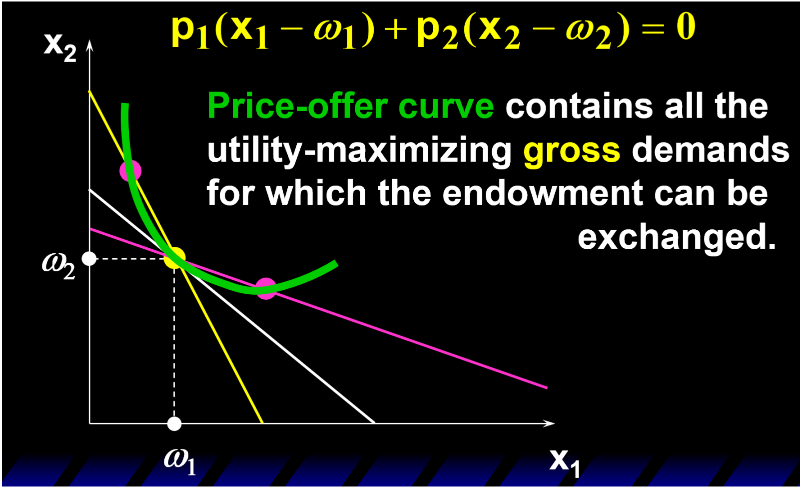


x_2
At prices (p_1',p_2') the consumer sells units of good 2 to acquire more of good 1.
ω_2
x_2^*
$p_1'x_1 + p_2'x_2 = p_1'\omega_1 + p_2'\omega_2$
ω_1
x_1^*
x_1

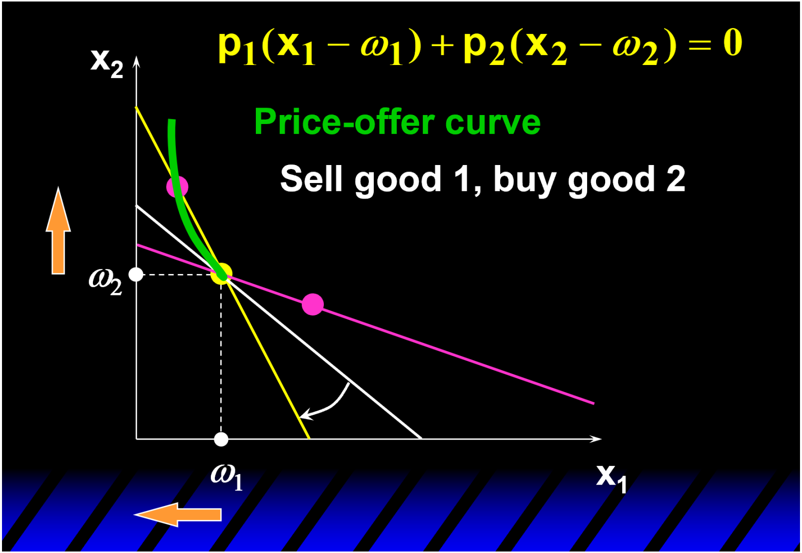
净需求者与净供给者

- 一个消费者能否在两个商品上都是净需求者（净供给者）？为什么

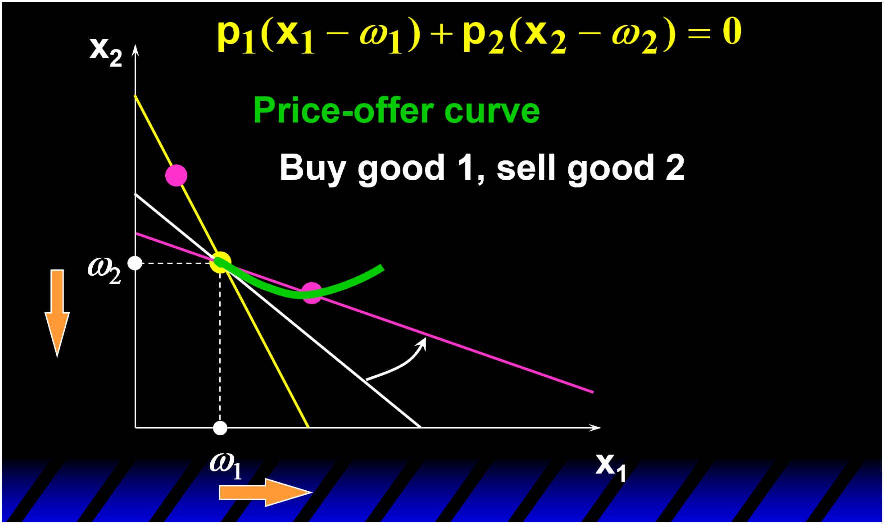
价格提供曲线


$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0$
Price-offer curve contains all the utility-maximizing gross demands for which the endowment can be exchanged.
x_2
ω_2
ω_1
x_1

上半部分


$p_1(x_1-\omega_1)+p_2(x_2-\omega_2)=0$
Price-offer curve
Sell good 1, buy good 2
x_2
ω_2
ω_1
x_1

下半部分



$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) = 0$
Price-offer curve
Buy good 1, sell good 2
x_2
ω_2
ω_1
x_1

净需求函数与净供给函数

- 商品1的净需求为$d_1(p_1,p_2)$，则净需求函数为

$$d_1(p_1,p_2)=\begin{cases} x_1(p_1,p_2)-\omega_1, & x_1(p_1,p_2)-\omega_1>0 \\ 0, & x_1(p_1,p_2)-\omega_1\leq 0 \end{cases}$$

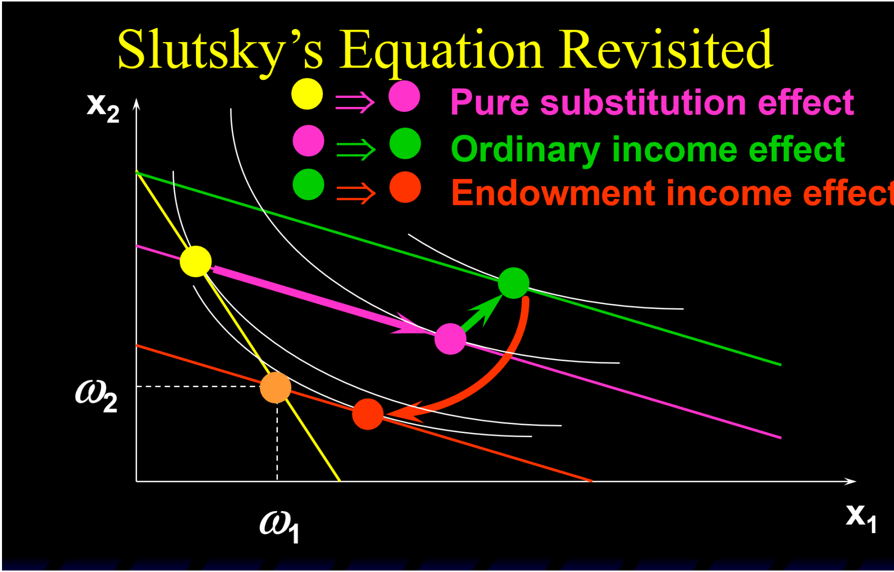
- 商品1的净供给为$s_1(p_1,p_2)$，则净供给函数为

$$s_1(p_1,p_2)=\begin{cases} \omega_1-x_1(p_1,p_2), & \omega_1-x_1(p_1,p_2)>0 \\ 0, & \omega_1-x_1(p_1,p_2)\leq 0 \end{cases} \quad \$$$

收入效应与替代效应

- 在加入禀赋后，对收入效应和替代效应的分析更复杂了
- 价格的变动不仅影响到了消费的选择，也直接影响了总收入
- 因此，我们需要扩展我们上节课学的工具——斯勒茨基方程

一个示意图


Slutsky's Equation Revisited
Pure substitution effect
Ordinary income effect
Endowment income effect
x_2
ω_2
ω_1
x_1

斯勒茨基方程

- 假定商品1原来的价格为p_1，变动之后的价格为p_1'
- 我们仍用m'表示斯勒茨基分解后斯勒茨基替代后的预算
- m''表示价格变动导致禀赋价值变动所产生的预算变动

$$m'' - m = \omega_1 \Delta p_1$$

- 总的变动是

$$x_1\left(p_1', m''\right) - x_1\left(p_1, m\right)$$

- 可分解为

$$x_1\left(p_1', m''\right) - x_1\left(p_1, m\right) = \begin{aligned} &+\left(x_1\left(p_1', m'\right) - x_1\left(p_1, m\right)\right) \\ &-\left(x_1\left(p_1', m'\right) - x_1\left(p_1', m\right)\right) \\ &+\left(x_1\left(p_1', m''\right) - x_1\left(p_1', m\right)\right) \end{aligned}$$

斯勒茨基方程

- 注意，$\Delta p_1 = \frac{m^{'} - m}{x_1} = \frac{m^{''} - m}{\omega_1}$，将前面我们的分解同除$\Delta p_1$，得到

$$\frac{x_1\left(p_1^{'}, m^{''}\right) - x_1\left(p_1, m\right)}{\Delta p_1} = \begin{array}{l} +\frac{\left(x_1\left(p_1^{'}, m^{'}\right) - x_1\left(p_1, m\right)\right)}{\Delta p_1} \\ -\frac{\left(x_1\left(p_1^{'}, m^{'}\right) - x_1\left(p_1^{'}, m\right)\right)}{m^{'} - m} x_1 \\ +\frac{\left(x_1\left(p_1^{'}, m^{''}\right) - x_1\left(p_1^{'}, m\right)\right)}{m^{''} - m} \omega_1 \end{array}$$

- 这三项分别是替代效应，普通收入效应，禀赋收入效应
- 也可写为

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 + \frac{\Delta x_1^{\omega}}{\Delta m^{''}} \omega_1$$

斯勒茨基方程

- 当价格的变动很小时，收入的变动使总需求的变动的比例应该近似，因此$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} \cong \frac{\Delta x_1^\omega}{\Delta m}$，
- 我们有
$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}(\omega_1 - x_1)$$
- 这就是增加禀赋后的斯勒茨基方程

斯勒茨基方程的微分形式

- 给定禀赋，现在的需求函数是$x_1(p_1, m(p_1))$，我们有

$$\frac{dx_1(p_1, m(p_1))}{dp_1} = \frac{\partial x_1(p_1, m(p_1))}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, m(p_1))}{\partial m}\frac{dm}{dp_1}$$

- 其中，当预算不变，可使用上次课的斯勒茨基方程，所以

$$\frac{\partial x_1(p_1, m(p_1))}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial m}x_1$$

$$\frac{dm}{dp_1} = \omega_1$$

- 所以，我们得到含禀赋的斯勒茨基方程

$$\frac{dx_1(p_1, m(p_1))}{dp_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, m)}{\partial m}(\omega_1 - x_1)$$

定性分析

- 假设苹果是正常商品，苹果价格上升后，果农会增加苹果消费还是减少苹果消费?
- 作为果农，肯定是净供给者而非净需求者

$$\underset{?}{\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}} = \underset{(-)}{\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1}} + \underset{(+)}{\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}} \underset{(+)}{(\omega_1 - x_1)}$$

- 只要收入效应够大，就会增加苹果消费。

定量分析

- 考虑我们以前遇到的类似牛奶问题。
- 现在牛奶的消费者是一个牛奶农场主，他有40夸脱牛奶。牛奶的价格是3。自身对牛奶的需求函数是$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}$。
- 现在假设牛奶价格变为2，请用斯勒茨基方程分析价格变动对他的牛奶需求的影响。

定量分析

- 我们简单的回顾，最初的需求是14
- 替代效应是1.3，普通收入效应是0.7
- 如果按收入$m = 120, p_1^{'} = 2$，则此时需求为16
- 而实际收入$m^{'} = 80$，此时需求等于14
- 因此，禀赋收入效应是$14 - 16 = -2$
- 总效应是$0.7 + 1.3 - 2 = 0$

劳动供给

- 一个常被使用的禀赋是劳动。
- 假定一个人的总收入由两部分构成非劳动收入和劳动收入
- 我们用M来表示货币化的非劳动总收入
- 令w为工资率，令L为劳动的供给量，令C表示消费者的消费量，p为消费品的价格
- 预算约束为
$$pC = M + wL$$
- 可化为
$$pC - wL = M$$

预算约束的转换

- 我们假定一天的劳动时间有上限$\overline{L}$，预算约束可化为

$$pC + w\left(\overline{L} - L\right) = M + w\overline{L}$$

- 令$R = \left(\overline{L} - L\right)$为闲暇，满足$0 < R < \overline{L}$，预算约束可化为

$$pC + wR = M + w\overline{L}$$

- 此时，按我们的方法已经可以进行很方便的计算了，但我们可以把它变得更像我们前面给出的公式
- 注意到如果不工作消费为$\overline{C} = \frac{M}{p}$,最大闲暇是$\overline{R} = \overline{L}$，看作最初的禀赋，我们得到预算约束

$$pC + wR = p\overline{C} + w\overline{R}$$

劳动力供给曲线

- 请使用带有禀赋的斯勒茨基方程探讨劳动力供给曲线为什么可能随着工资的增加先向右上方倾斜再向左上方倾斜。（参考课本）