中级微观经济学

第十九讲：利润最大化

贺思诚

南开大学金融学院

2024年4月14日

利润

- 在上一章中，我们重点讨论了厂商的生产过程
- 在这一章，我们讨论厂商决策的方法
- 在厂商做决策的过程中，最重要的工具就是利润最大化
- 所以，我们首先来了解什么市场上的利润

利润

- 假定一个厂商生产n种产出$(y_1, y_2, \cdots, y_n)$，使用m种投入品$(x_1, x_2, \cdots, x_m)$。
- 产出品的价格为$(p_1, p_2, \cdots, p_n)$，投入品的价格为$(w_1, w_2, \cdots, w_m)$
- 厂商获得的利润为

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i$$

- 其中，第一项为收益，第二项为成本
- 注意：此处的成本应考虑机会成本（回顾机会成本与会计成本）

企业的利润流

- 总的来说，企业一般至少会存续一段时间
- 因此，衡量一个企业的价值，不是看该企业当期的价值，而是利润的净现值
- 假定每期的利润为π_i，利率固定为r，净现值

$$PV = \sum_{i=0}^{T} \frac{\pi_i}{(1+r)^i}$$

- 一个企业也会面对不确定性
- 一个企业也会选择不同的产品
- 然而，在本课程中，我们不考虑更复杂的问题，集中于研究单一的产品，单一时期、确定性的利润最大化问题

完全竞争产业中的企业（价格接受者）

- 在本章中，我们有一个假定：企业是在完全竞争市场中（competitive market）
- 关于什么是完全竞争，我们将在以后的课程中给大家详细介绍
- 这里，我们仅仅指出，这样的企业是价格接受者，即它视市场的价格为给定的（无论产品价格还是要素价格）
- 价格接受者的一切经济行为都不影响价格，价格接受者在给定价格可以买入任何数量的要素，卖出任何数量的产品

短期利润最大化问题

- 回顾我们上一节课讲的长期和短期的区别，短期是指至少有一种要素投入不能改变
- 假定要素2的投入水平$\overline{x_2}$保持不变，写出利润最大化问题

$$\max_{x_1} pf\left(x_1, \overline{x_2}\right) - w_1 x_1 - w_2 \overline{x_2}$$

- 求解这个利润最大化问题，得

$$pf_1\left(x_1, \overline{x_2}\right) - w_1 = 0$$

- 即

$$pMP_1 = w_1$$

- 生产要素的边际产品价值等于该生产要素的价格
- 当$pMP_1 > w_1$意味着什么？当$pMP_1 < w_1$意味着什么

短期利润最大化问题的图形解释

- 我们将短期利润的表达式

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\overline{x_2}$$

改写为

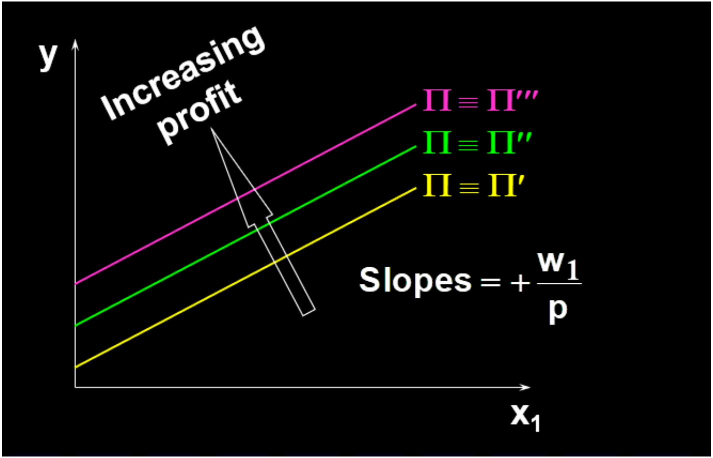
$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\pi + w_2\overline{x_2}}{p}$$

- 对任意一个利润，我们可以找到一族对应的生产计划

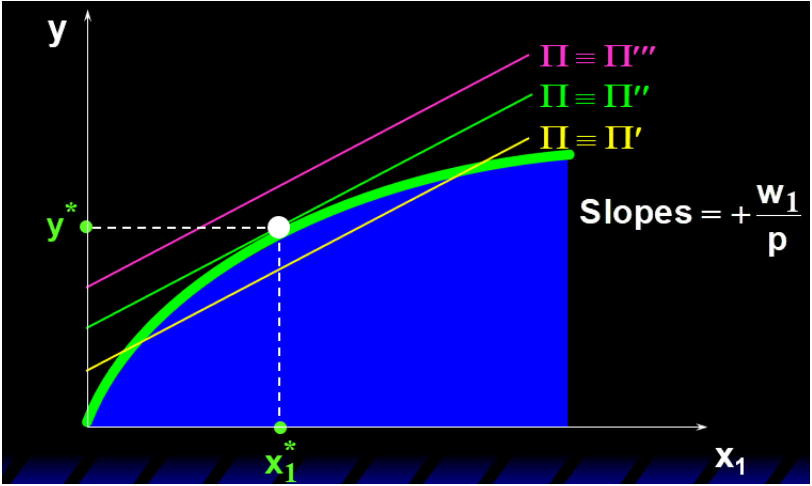
$$\{(x_1, \overline{x_2}, y) \,|\pi = py - w_1x_1 - w_2\overline{x_2}, x_1 \geq 0, y \geq 0\}$$

- 注意，此处的生产计划并不要求是否可行，更不要求是利润最大化
- 此时，我们可以得到满足不同利润的等利润线

短期利润最大化问题的图形解释



短期利润最大化问题的图形解释



短期利润最大化问题的图形解释

- 可见，短期利润最大化应该是等利润线和有效生产线相切
- 这意味着利润线的斜率应该等于生产函数的斜率
- 因此

$$\frac{w_1}{p} = MP_1$$

- 这与我们前面的结果一致

利润一定为正吗?

- 不一定，在短期，厂商无法改变不变要素的投入
- 因此，pMP_2与w_2的关系不确定
- 因此，在短期，要素2的投入成了短期的固定成本
- 如果这成本足够大，企业就会赔钱
- 那么，厂商为何还要继续生产?
- 最起码可以使亏损最小化

一个简单的例子

- 假定生产函数为柯布道格拉斯生产函数

$$y = x_1^{\frac{1}{3}} \overline{x_2}^{\frac{1}{3}}$$

我们有

$$MP_1 = \frac{1}{3} x_1^{-\frac{2}{3}} \overline{x_2}^{\frac{1}{3}}$$

- 利润最大化满足

$$p \frac{1}{3} x_1^{-\frac{2}{3}} \overline{x_2}^{\frac{1}{3}} = w_1$$

- 可求得

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3 w_1} \right)^{\frac{3}{2}} \overline{x_2}^{\frac{1}{2}}$$

比较静态分析

- 回顾刚才的等利润线

$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\pi + w_2\overline{x_2}}{p}$$

- 如果产品价格上升，会发生什么?
- 斜率减小
- 截距减小

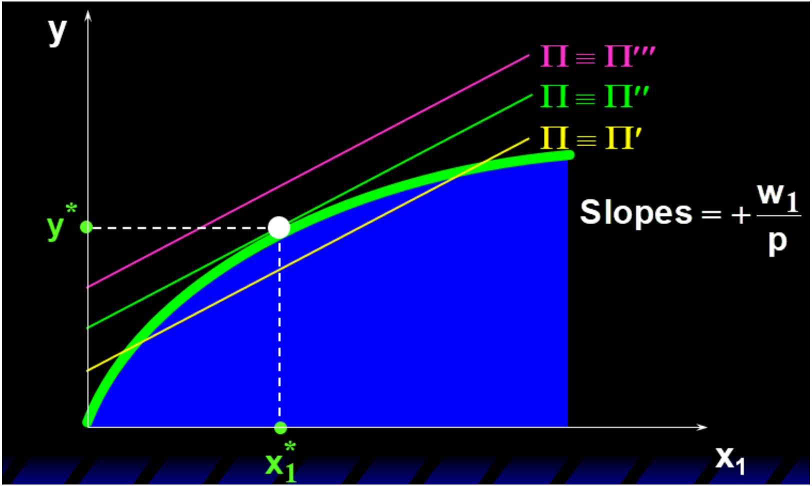
比较静态分析

- 回顾刚才的等利润线

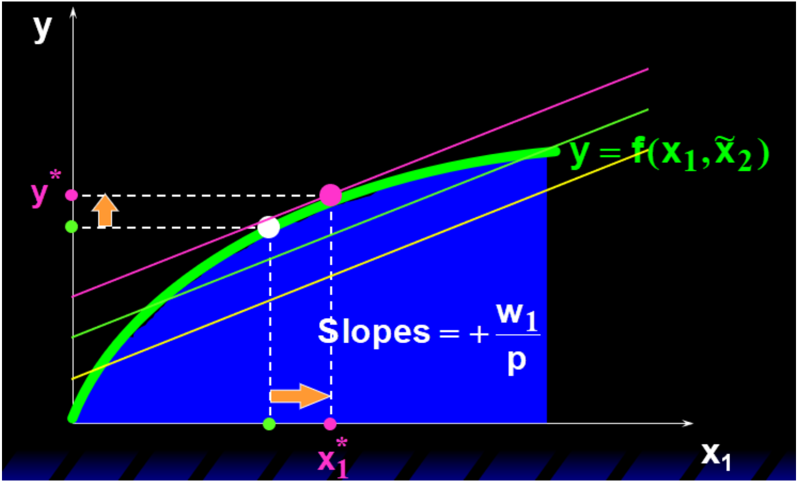
$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\pi + w_2\overline{x_2}}{p}$$

- 如果产品价格上升，会发生什么?
- 斜率减小
- 截距减小

比较静态分析：产品价格变动



比较静态分析：产品价格变动



比较静态分析：要素价格变动

- 回顾刚才的等利润线

$$y=\frac{w_1}{p}x_1+\frac{\pi+w_2\overline{x_2}}{p}$$

- 如果要素价格上升，会发生什么？
- 斜率变大
- 截距不变

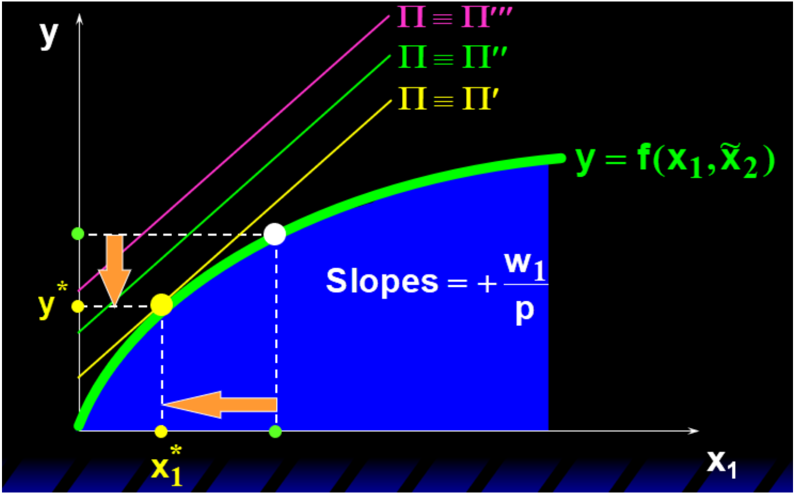
比较静态分析：要素价格变动

- 回顾刚才的等利润线

$$y = \frac{w_1}{p}x_1 + \frac{\pi + w_2\overline{x_2}}{p}$$

- 如果要素价格上升，会发生什么?
- 斜率变大
- 截距不变

比较静态分析：要素价格变动



比较静态分析：直接求解

- 回顾刚才柯布道格拉斯生产函数的例子，我们最后解得

$$x_1^* = \left(\frac{p}{3w_1}\right)^{\frac{3}{2}} \overline{x_2}^{\frac{1}{2}}$$

- 通过该结果，直接就可以看到，价格提升，要素1投入增加，要素1价格提升，要素1投入减少
- 鉴于要素2固定不变，显然总产量与要素1的变动同向变化（单调性）

长期利润最大化问题

- 与短期不同，长期最大的特色就是所有要素投入都可以随意变动（问题：长期有可能是负利润吗？）
- 我们建立长期利润最大化问题

$$\max_{x_1,x_2} pf(x_1,x_2) - w_1x_1 - w_2x_2$$

- 可得，利润最大化条件是

$$pMP_1 = w_1, pMP_2 = w_2$$

- 这两个条件必须同时成立，且两个同时成立时，单方面改变任何一个都不可能使利润增加

柯布道格拉斯生产函数的例子

- 生产函数$y = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{1}{3}}$
- 两个最优条件分别是

$$p\frac{1}{3}x_1^{-\frac{2}{3}}x_2^{\frac{1}{3}} = w_1$$

$$p\frac{1}{3}x_1^{\frac{1}{3}}x_2^{-\frac{2}{3}} = w_2$$

- 这是一个两个方程两个未知量的方程组，联立即可求得答案

$$x_1^* = \frac{p^3}{27w_1w_2^2}, x_2^* = \frac{p^3}{27w_1^2w_2}$$

- 这也是要素需求函数
- 如果把上式写为$w_1 = \frac{p^3}{27x_1w_2^2}$的形式，就是反要素需求曲线

利润最大化和规模报酬

- 我们回顾利润问题的表达式上

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2x_2$$

- 如果是规模报酬递减，没有什么问题，我们找到一个最优解就可以
- 如果是规模报酬递增，假定我们找到了一个最优生产计划，投入(x_1^*, x_2^*, y^*)，使得利润最大化。此时$\pi \geq 0$且$y^* > 0$
- 此时，我们总能找到一个$t > 1$，使得$y\left(tx_1^*, tx_2^*\right) > ty^*$
- 因为$py^* - w_1x_1^* - w_2x_2^* \geq 0$，$py\left(tx_1^*, tx_2^*\right) - w_1tx_1^* - w_2tx_2^* > 0$，所以$(x_1^*, x_2^*, y^*)$显然不是利润最大化的生产计划
- 这样，我们可以推出，规模报酬递增不可能在完全竞争市场上出现（自来水公司会不会有无数个？）

利润最大化和规模报酬

- 那么，如果规模报酬不变会发生什么?
- 假定我们找到了一个最优生产计划，投入(x_1^*, x_2^*, y^*)，使得利润最大化。此时$\pi > 0$且$y^* > 0$
- 则用以上类似的方法我们同样可以推出假设不正确
- 那么，完全竞争市场上唯一可能存在规模报酬不变的情况就是$\pi = 0$
- 注意，这里的利润等于0是经济利润而不是会计利润
- 这其实是很合理的，注意这是完全竞争市场

显示盈利能力

- 如同显示偏好一样（我们基本没有讲），我们关心能否通过观察企业在不同的价格体系下做出的选择（易于获得），还原出企业实际面对的技术（或生产函数）？
- 这就是我们的显示盈利能力
- 我们假定一个厂商在某种情况下选择了某生产计划，就意味着：（1）该计划是可行的；（2）该计划在目前的价格体系下利润最大

显示盈利能力

- 假定在价格体系(p^t, w_1^t, w_2^t)下企业选择的可行生产计划是(x_1^t, x_2^t, y^t)，在价格体系(p^s, w_1^s, w_2^s)下企业选择的可行生产计划是(x_1^s, x_2^s, y^s)
- 应当满足

$$p^t y^t - w_1^t x_1^t - w_2^t x_2^t \geq p^t y^s - w_1^t x_1^s - w_2^t x_2^s$$

- 以及

$$p^s y^s - w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s \geq p^s y^t - w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t$$

- 也就是说，按照t的价格体系，选择的生产计划带来的利润肯定不会小于按照s价格体系所选择的生产计划，反之亦然
- 满足这个条件的被称作利润最大化的弱公理（WAPM）

显示盈利与比较静态分析

- 由上面两式，我们可得到

$$\left(p^t - p^s\right)\left(y^t - y^s\right) - \left(w_1^t - w_1^s\right)\left(x_1^t - x_1^s\right) - \left(w_2^t - w_2^s\right)\left(x_2^t - x_2^s\right) \geq 0$$

- 我们将其写为

$$\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0$$

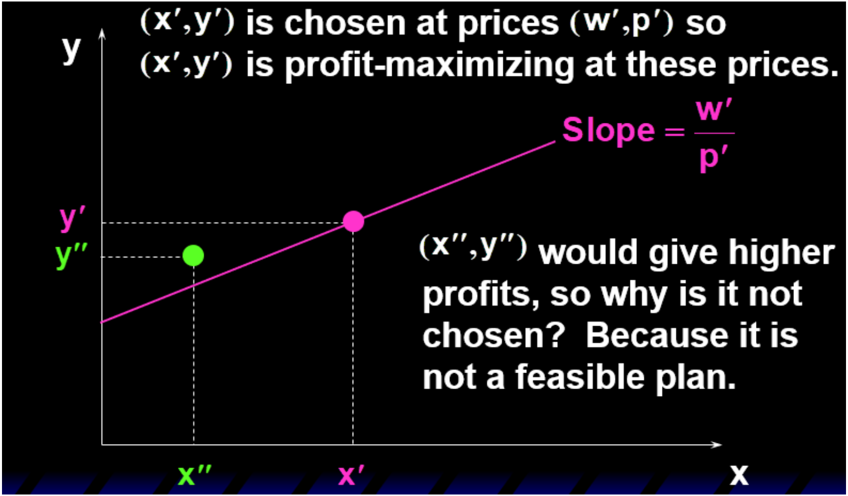
- 用该式进行比较静态分析，一次只变动一个价格，我们分别有

$$\Delta p \Delta y \geq 0$$

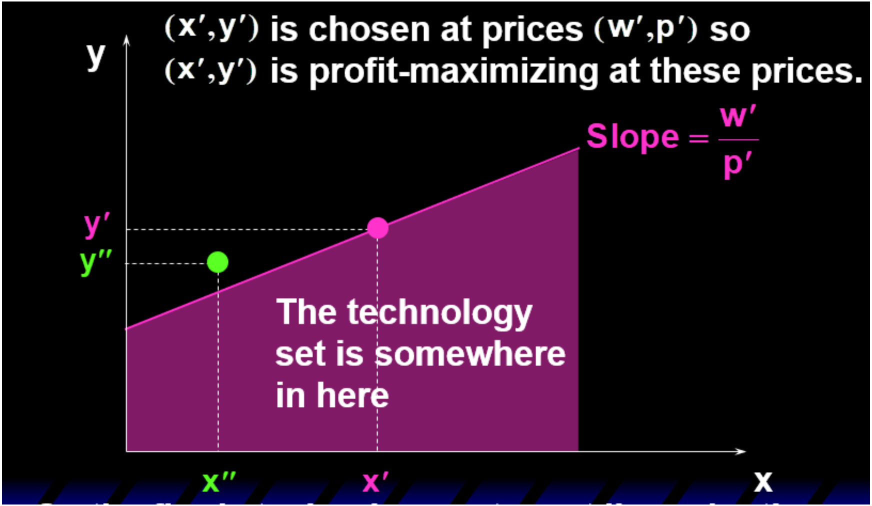
$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0$$

$$\Delta w_2 \Delta x_2 \leq 0$$

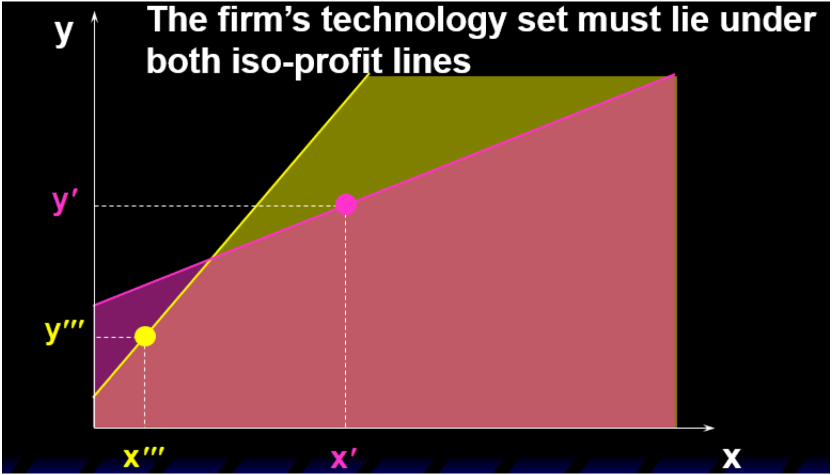
通过显示盈利得到厂商的技术



通过显示盈利得到厂商的技术



通过显示盈利得到厂商的技术



通过显示盈利得到厂商的技术