1. （两个信封问题）一个人被给予两个无法区分的信封，每个信封里都装有一笔钱。其中一个信封里的钱数是另一个的两倍。这个人可以随机选择一个信封，并保留其中的金额。在他打开信封之前，他有机会选择另一个信封。

现在假设这个人的论证过程如下：用X表示这个人选择的信封中的金额。另一个信封可能包含2X或X/2。因为两个信封无法区分，因此另一个信封中包含2X的概率为1/2，包含X/2的概率也为1/2。 由此可得，另一个信封中的金额的期望值为5X/4。这个值比X大，所以从平均角度来看，这个人推断他能通过切换到另一个信封获得更大收益。

但显然同样的论证过程也适用于另一个信封，因此该论证过程有矛盾。**请指出论证过程中的矛盾之处。**

1. （两个孩子问题，男孩女孩悖论）假设一个村子里每个家庭都有两个孩子。每个家庭的每个孩子是男孩或女孩的概率均是1/2且相互独立。现在你随机抽取一个家庭的家长，与他/她发生了以下两种对话
   1. 你：如果你有女儿，请随便告诉我其中一个女儿的名字。家长：小红。
   2. 你：你是不是有个女儿叫小红？家长：你怎么知道！我确实有个女儿叫小红。

请分别计算在以上两种情景下（站在你的角度）该家长有两个女儿的概率，并解释为什么在这两种情景下你算得的概率不同。

1. （蒙提霍尔问题，三门问题）假设你作为参赛者参加一个电视节目。在该节目中，参赛者会看见三扇门，其中一扇门的里面有一辆[汽车](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%B1%BD%E8%BB%8A)，另外两扇门里面都是一只[山羊](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%B1%B1%E7%BE%8A)。选中里面是汽车的那扇门，就可以赢得该辆汽车。当参赛者选定了一扇门，主持人会开启（除被选定的那一扇门以外）另一扇是山羊的门；并问：“要不要换一扇门？”

请写出在你选定了一扇门后且主持人开启另一扇门之前你所面临的样本空间，并分别计算在主持人开启另一扇门后你换一扇门能赢得汽车的条件概率和你不换门能赢得汽车的条件概率。

1. （三卡问题）现在你被展示三张卡片。其中一张两面都是白色，一张两面都是黑色，还有一张一面是白色、另一面是黑色。现在这些卡片被放进一个袋子里摇匀，并被随机取出一张放在桌子上。给定朝上的一面是黑色的。另一面也是黑色的条件概率是多少？