

《概率论与数理统计》期末测验试题

专业、班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	总成绩
得分													

一、单项选择题(每题 3 分 共 18 分)

(1)

若事件 A 、 B 适合 $P(AB)=0$ ，则以下说法正确的是 ()。

- (A) A 与 B 互斥 (互不相容);
- (B) $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$;
- (C) A 与 B 同时出现是不可能事件;
- (D) $P(A)>0$ ，则 $P(B|A)=0$.

(2) 设随机变量 X 其概率分布为

X	-1	0	1	2
P	0.2	0.3	0.1	0.4

则 $P\{X \leq 1.5\} = ()$ 。

- (A) 0.6
- (B) 1
- (C) 0
- (D) $\frac{1}{2}$

(3)

设事件 A_1 与 A_2 同时发生必导致事件 A 发生，则下列结论正确的是 ()

- (A) $P(A) = P(A_1 A_2)$
- (B) $P(A) \geq P(A_1) + P(A_2) - 1$
- (C) $P(A) = P(A_1 \cup A_2)$
- (D) $P(A) \leq P(A_1) + P(A_2) - 1$

(4)

设随机变量 $X \sim N(-3, 1)$, $Y \sim N(2, 1)$, 且 X 与 Y 相互独立, 令 $Z = X - 2Y + 7$, 则 $Z \sim ()$.

- (A) $N(0, 5)$;
- (B) $N(0, 3)$;
- (C) $N(0, 46)$;
- (D) $N(0, 54)$.

(5) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, 其中 $\sigma = 2, \mu$ 未知, 则 () 是一个统计量。

(A) $\sum_{i=1}^n X_i^2 + \sigma^2$

(B) $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

(C) $\bar{X} - \mu$

(D) $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$

(6) 设样本 X_1, X_2, \dots, X_n 来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$ 未知。统计假设

为 $H_0: \mu = \mu_0 (\mu_0 \text{ 已知}) \quad H_1: \mu \neq \mu_0$ 。 则所用统计量为 ()

(A) $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

(B) $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$

(C) $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$

(D) $\chi^2 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

二、填空题

(1) 如果 $P(A) > 0, P(B) > 0, P(A|B) = P(A)$, 则 $P(B|A) =$ _____。

(2) 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - (1+x)e^{-x}, & x > 0. \end{cases}$$

则 X 的密度函数 $f(x) =$ _____, $P(X > 2) =$ _____。

(3)

设 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3$ 是总体分布中参数 θ 的无偏估计量, $\hat{\theta} = a\hat{\theta}_1 - 2\hat{\theta}_2 + 3\hat{\theta}_3$,

当 $a =$ _____ 时, $\hat{\theta}$ 也是 θ 的无偏估计量。

(4) 设总体 X 和 Y 相互独立, 且都服从 $N(0,1)$, X_1, X_2, \dots, X_9 是来自总体 X 的

样本, Y_1, Y_2, \dots, Y_9 是来自总体 Y 的样本, 则统计量 $U = \frac{X_1 + \dots + X_9}{\sqrt{Y_1^2 + \dots + Y_9^2}}$

服从 _____ 分布 (要求给出自由度)。

(5) 设随机过程 $X(t) = e^{-At}$, $t \geq 0$, 其中 A 是在区间 $(0, a)$ 上服从均匀分布的随机变量, $X(t)$ 的均值函数是 _____, 自相关函数是 _____。

三、(6 分) 设 A, B 相互独立, $P(A) = 0.7$, $P(A \cup B) = 0.88$, 求 $P(A - B)$.

四、(6 分) 某宾馆大楼有 4 部电梯, 通过调查, 知道在某时刻 T , 各电梯在运行的概率均为 0.7, 求在此时刻至少有 1 台电梯在运行的概率。

五、(6 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

求随机变量 $Y=2X+1$ 的概率密度。

六、(8 分) 已知随机变量 X 和 Y 的概率分布为

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Y	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

而且 $P\{XY = 0\} = 1$.

- (1) 求随机变量 X 和 Y 的联合分布;
- (2) 判断 X 与 Y 是否相互独立?

七、(8 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 12e^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求: (1) $P(0 \leq X \leq 1, 0 \leq Y \leq 2)$; (2) 求 X 的边缘密度。

八、(6 分) 一工厂生产的某种设备的寿命 X (以年计) 服从参数为 $\frac{1}{4}$ 的指数分布。工厂规定, 出售的设备在售出一年之内损坏可予以调换。若工厂售出一台设备盈利 100 元, 调换一台设备厂方需花费 300 元, 求工厂出售一台设备净盈利的期望。

九、(8 分) 设随机变量 X 与 Y 的数学期望分别为 -2 和 2 , 方差分别为 1 和 4 , 而相关系数为 -0.5 , 求 $E(2X - Y)$, $D(2X - Y)$ 。

十、(7 分) 设供电站供应某地区 $1\,000$ 户居民用电, 各户用电情况相互独立。已知每户每日用电量 (单位: 度) 服从 $[0, 20]$ 上的均匀分布, 利用中心极限定理求这 $1\,000$ 户居民每日用电量超过 $10\,100$ 度的概率。(所求概率用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 的值表示)。

十一、(7 分) 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是取自总体 X 的一组样本值, X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 未知, 求 θ 的最大似然估计。

十二、（5 分）设某工厂生产工件的直径服从正态分布，要求它们的均值

$\mu = 8, \sigma^2 \leq 0.25$ ，现检验了一组由 16 只工件，计算得样本均值、

样本方差分别 $\bar{x} = 7.65, s^2 = 0.49$ ，试在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下，对该厂生产的工件的均值和方差进行检验，看它们是否符合标准。

此 题 中 ，

$$t_{0.5}(15) = 1.76, t_{0.025}(15) = 2.13, \chi_{0.05}^2(15) = 25, \chi_{0.025}^2(15) = 27.5,$$