一、单项选择题(每题2分，共20分)

1. 设 A、B 是相互独立的事件，且 $P(A\cup B)=0.7, P(A)=0.4,$ 则 $P(B)=$ (A

A. 0.5　　　　B. 0.3

C. 0.75　　　　D. 0.42

2、设 X 是一个离散型随机变量，则下列可以成为 X 的分布律的是 (D)

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ p & 1-p \end{pmatrix}$ (p 为任意实数)　　B. $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$

C. $P(X=n)=\frac{e^{-3}3^n}{n!}(n=1,2,...)$　　D. $P(X=n)=\frac{e^{-3}3^n}{n!}(n=0,1,2,...)$

3. 下列命题不正确的是 (D)

(A)设 X 的密度为 $f(x)$，则一定有 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$；

(B)设 X 为连续型随机变量，则 P（X=任一确定值)=0；

(C)随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 必有 0$\le F(x)\le 1$；

(D)随机变量 X 的分布函数是事件“$X=x$”的概率；

4. 若 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则下列命题不正确的是 (B)

(A) $Cov(X,Y)=0$；　　(B) X 与 Y 相互独立　；

(C) $\rho_{XY}=0$；　　(D) $D(X-Y)=D(X+Y)$；

5. 已知两随机变量 X 与 Y 有关系 $Y=0.8X+0.7$，则 X 与 Y 间的相关系数为

(B)

(A)－1　　(B)1　　(C)-0.8　　(D)0.7

6. 设 X 与 Y 相互独立且都服从标准正态分布，则

(B)

(A) $P(X-Y\ge 0)=0.25$　　(B) $P(\min(X,Y)\ge 0)=0.25$

(C) $P(X+Y\geq 0)=0.25$　　(D) $P(\max(X,Y)\geq 0)=0.25$

7. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)$，其分布函数为 $F(x)$，则对任意实数 x，有（ B ）

(A) $F(x)+F(-x)=1$　　(B) $F(2+x)+F(2-x)=1$

(C) $F(x+2)+F(x-2)=1$　　(D) $F(2-x)+F(x-2)=1$

8. 设 (X,Y) 的联合分布律如下，且已知随机事件（$X=0$）与（$X+Y=1$）相互独立，则 a,b 的值为（ A ）

X \ Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

(A) $a=0.4,b=0.1$，(B) $a=0.2,b=0.3$，(C) $a=0.1,b=0.4$，(D) $a=0.3,b=0.2$

9. 设袋中有编号为 1，2，…，n 的 n 张卡片，采用有放回地随机抽取 k（$k\leq n$）张卡片，

记 X 表示 k 张卡片的号码之和，则 $E(X)$ 为（ A ）

(A) $\frac{k(n+1)}{2}$　　(B) $\frac{(n+1)}{2}$　　(C) $\frac{n(k+1)}{2}$　　(D) $\frac{n(k-1)}{2}$

10. 设 X ~ $\pi(\lambda)$且$E(X-1)(X-2)=1$，则 λ =（ C ）

(A) 3；　　(B) 4 ；　　(C) 1；　　(D) 2；

二、填充题(每格 2 分，共 30 分)

1、0.8286 ， 0.988 ；

2、 2/3 ；

3、$\frac{C_{12}^1 C_6^4\times 11^2}{12^6}$，$\frac{C_{12}^6 6!}{12^6}$；

4、__1/2__， $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^x, & x\le 0\\ \frac{1}{2}+\frac{x}{4}, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$， $P\{-0.5<X<1\}=$ __$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}e^{-0.5}$__；

5、p = __1/3__， Z=max(X,Y)的分布律：

Z	0	1	2
P	8/27	16/27	3/27；

6、D(2X-3Y)=__43.92__， COV(2X-3Y, X)=__3.96__；

7、当 $k=$__$\sqrt{\frac{3}{2}}$__时，$Y=\dfrac{k(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2}}\sim t(3)$；

8、θ的矩估计量为：__$2\overline{X}$__。

9、__[9.216，10.784]__；

三、(6 分) 设某人从外地赶来参加紧急会议，他乘火车、轮船、汽车或飞机来的概率分别是 3/10，1/5，1/10 和 2/5。如果他乘飞机来，不会迟到；而乘火车、轮船或汽车来，迟到的概率分别是 1/4，1/3，1/2。现此人迟到，试推断他乘哪一种交通工具的可能性最大？

解：设事件 A1，A2，A3，A4 分别表示交通工具“火车、轮船、汽车和飞机”，其概率分别等于 3/10，1/5，1/10 和 2/5，事件 B 表示“迟到”，

已知概率 $P\{B\mid A_i\},i=1,2,3,4$ 分别等于 1/4，1/3，1/2，0

则 $P\{B\}=\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(B\mid A_i)=\frac{23}{120}$

$$P(A_1\mid B)=\frac{P(A_1)P(B\mid A_1)}{P(B)}=\frac{9}{23},\quad P(A_2\mid B)=\frac{P(A_2)P(B\mid A_2)}{P(B)}=\frac{8}{23}$$

$$P(A_3\mid B)=\frac{P(A_3)P(B\mid A_3)}{P(B)}=\frac{6}{23},\quad P(A_4\mid B)=\frac{P(A_4)P(B\mid A_4)}{P(B)}=0$$

由概率判断他乘火车的可能性最大。

四、(6 分) 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}0.2, & 0\le x\le 1\\ 0.4, & 4\le x\le 6\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

又知 $P(X\ge k)=0.8$，求（1）k 的取值范围，(2) X 的分布函数 $F(x)$

解：(1)

显然 $P(X\ge 4)=\int_4^6 0.4dx=0.8, P(X\ge 1)=\int_1^4 0dx+\int_4^6 0.4dx=0.8$

故满足 $P(X\ge k)=0.8$ 的 k 的取值范围是 $[1,4]$

(2) X 的分布函数

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 0.2x, & 0\le x<1\\ 0.2, & 1\le x<4\\ 0.4x-1.4, & 4\le x<6\\ 1, & x\ge 6\end{cases}$$

五、(9 分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}a, & x<1\\ bx\ln x+cx+d, & 1\le x\le e\\ d, & x>e\end{cases}$$

求(1)常数 a, b, c, d；(2)密度函数 $f(x)$；（3）$E(X)$

解：

(1) 由

$F(-\infty)=a=0$

$F(+\infty)=d=1$

$c+d=F(1+0)=F(1-0)=a,$

$d=F(e+0)=F(e-0)=be+ce+d$

解得 $a=0,b=1,c=-1,d=1$

(2) X 的密度函数

$$f(x)=\begin{cases}\ln x, 1<x<e\\ 0，\text{其它}\end{cases}$$

(3) $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_1^e x\ln xdx=\int_1^e \ln xd\frac{x^2}{2}=\frac{e^2+1}{4}$

六、(13 分) 设离散型随机变量 X 具有分布律

X	-1	0	1	2
p_k	0.25	$2a$	$a^2+0.8a$	0.15

(1) 求常数 a；(2) 求 X 的分布函数 $F(x)$；(3) 计算 $P(X \le \frac{3}{2})$；

(4) 求 $Y=6-X^2$ 的分布律；(5) 计算 $D(X)$.

解：(1) 由分布律的性质

$$\sum_k p_k = 0.25+2a+a^2+0.8a+0.15 = a^2+2.8a+0.4=1$$

$$\therefore a^2+2.8a-0.6=0$$

$$\therefore a=0.2,\ a=-3(\text{舍去})$$

(2) X 的分布函数

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 0.25, & -1\le x<0\\ 0.65, & 0\le x<1\\ 0.85, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$$

(3) $P(X \le \frac{3}{2}) = F(\frac{3}{2}) = 0.85$

(4) $Y=6-X^2$ 的分布律为

Y	2	5	6
p_k	0.15	0.45	0.4

(5)

$$E(X)=0.25,$$

$$E(X^2)=1.05,$$

$$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=0.9875$$

七．(10 分) 设总体 X 的概率密度函数为：

$$\varphi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}, \qquad \theta>0$$

$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本。

1）求参数θ的极大似然估计量$\hat{\theta}$；

2）验证估计量$\hat{\theta}$是否是参数θ的无偏估计量。

解：解 1）$L(x_1,x_2,\cdots,x_n,\theta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x_i}{\theta}}=\frac{1}{\theta^n}e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta}}$

$$\ln L(x_1,x_2,\cdots,x_n,\theta)=-n\ln\theta-\frac{n\overline{x}}{\theta}$$

令 $\dfrac{d\ln L}{d\theta}=-\dfrac{n}{\theta}+\dfrac{n\overline{x}}{\theta^2}=0$

解出：$\hat{\theta}=\overline{X}$

2）$\because E\hat{\theta}=E\overline{X}=EX=\theta$

$\therefore \hat{\theta}$是θ的无偏估计量。

八．（6 分）从总体 $X\sim N(u,\sigma^2)$ 中抽取容量为 16 的一个样本，样本均值和样本方差分别是 $\overline{X}=75, S^2=4$， $t_{0.975}(15)=2.1315, x^2_{0.025}(15)=6.26, x^2_{0.975}(15)=27.5$

求 u 的置信度为 0.95 的置信区间和σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间。

解: (1)n=16,置信水平$1-\alpha=0.95,\alpha/2=0.025$, $t_{0.975}(15)=2.1315$,

$\overline{X}=75, S^2=4$ 由此 u 的置信水平为 0.95 的置信区间为:

$(75\pm\dfrac{2}{\sqrt{16}}\times 2.1315)$，即 (75 ± 1.0658)

(2) n=16,置信水平$1-\alpha=0.95,\alpha/2=0.025$, $x^2_{0.025}(15)=6.26, x^2_{0.975}(15)=27.5$

$S^2=4$ 由此σ^2 的置信水平为 0.95 的置信区间为:

$$\left(\frac{15\times 4}{\chi^2_{0.975}(15)},\frac{15\times 4}{\chi^2_{0.025}(15)}\right)=(2.182,9.585)$$