

# 概率论与数理统计

知识点梳理

蔡祥睿

# 1. 基本概念

## 随机事件

- 随机现象、随机试验、随机事件的定义
- 样本空间、基本事件、事件、必然事件、不可能事件
- 关系
  - 相等、包含、互不相容、对立、完备
  - 相互独立（定义、性质）
- 运算
  - 并、交、减、补
  - 交换、结合、分配、德摩根律等

## 概率

- 定义/公理
  - 三个基本性质
- 性质
  - 不可能事件的概率
  - 有限可加性
  - 可减性
  - 不降性
  - 加法原则
- 条件概率
  - 定义
  - 乘法定理
  - 独立性
    - 区分独立、互斥和对立的关系
- 全概率公式和Bayes公式

## 概型

- 等可能概型
  - 古典概型
  - 几何概型
- 二项概率模型

## 2. 随机变量及其分布

### 随机变量

提出背景、定义

离散型

连续性

概率密度函数

积分

对任一点, 概率值为0

### 概率分布

分布函数

定义, 定义域

性质: 不减性、取值范围、右连续性

常见的离散型随机变量

离散均匀分布

0-1分布

二项分布

泊松分布

几何分布

常见的连续性随机变量

均匀分布

正态分布

指数分布

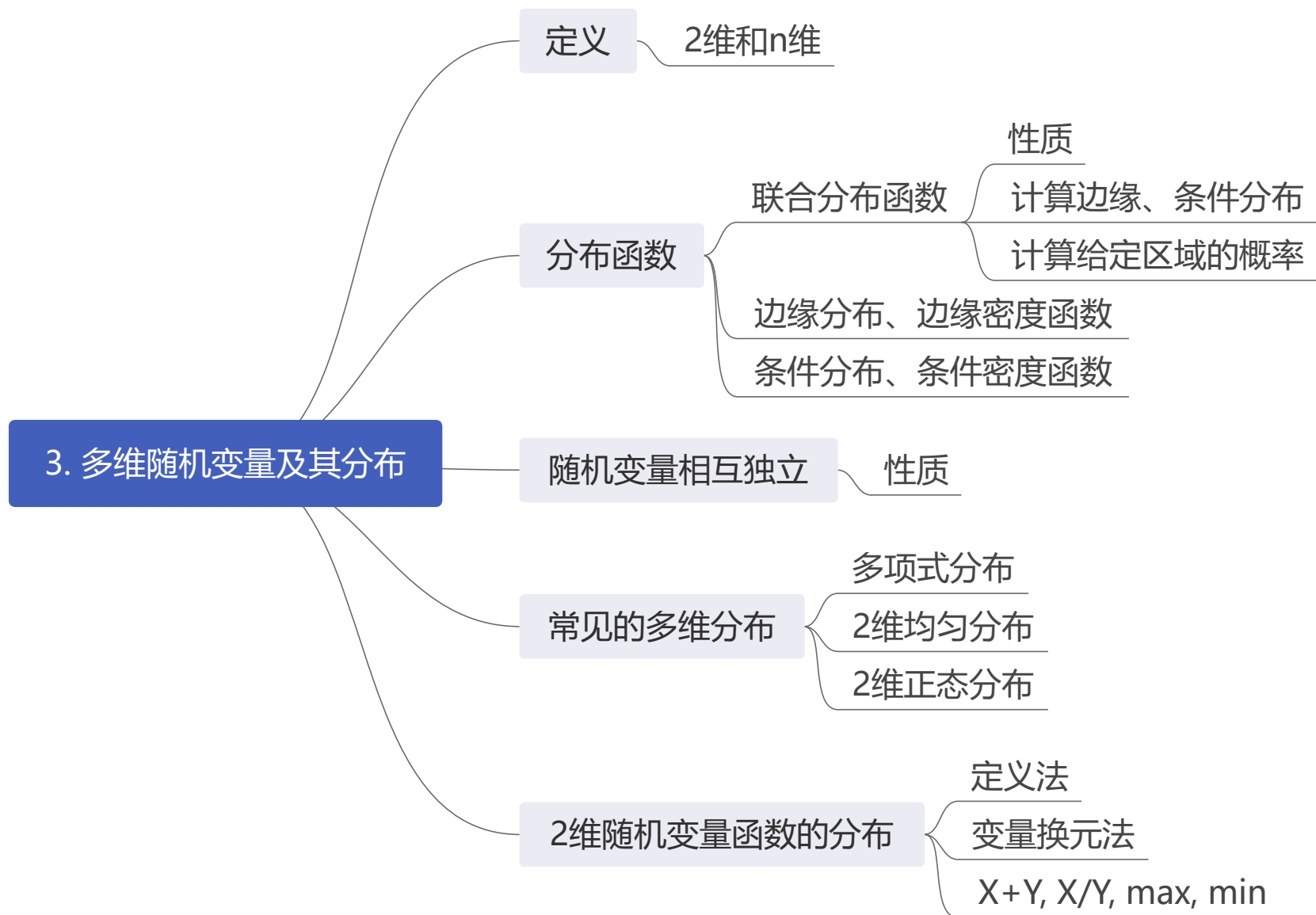
Gamma分布

Beta分布

### 随机变量函数的分布

定义法: 利用分布函数

公式法: 函数严格单调且处处可导



## 4. 随机变量的数字特征

期望

定义与计算

性质

方差、标准差

定义与计算

性质

切比雪夫不等式

常见分布的期望和方差

附表1

协方差

定义、两个计算公式

协方差的性质

相关系数

定义

意义

取值范围，不同取值的意义

施瓦茨不等式

随机变量的相关和独立

特殊：2维度正态分布

矩和协方差矩阵

n维正态分布

## 5. 大数定律与中心极限定理

### 大数定律

依概率收敛

Markov不等式、切比雪夫不等式

伯努利大数定律

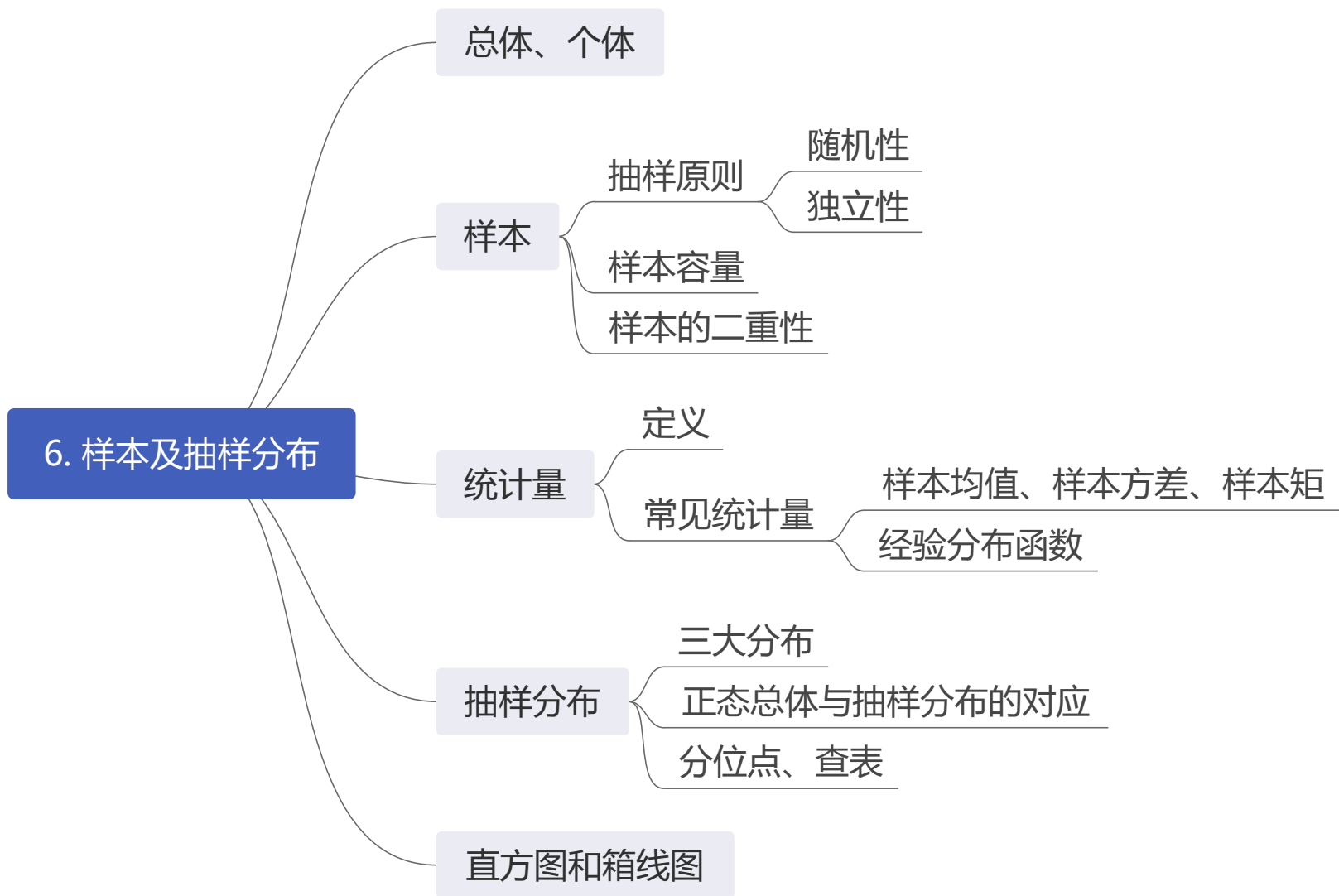
辛勤大数定理

### 中心极限定理

独立同分布中心极限定理  
(列维-林德伯格中心极限定理)

李雅普诺夫中心极限定理

棣莫夫-拉普拉斯中心极限定理  
(针对二项分布)



## 7. 参数估计

### 点估计

基本概念      估计值、估计量

矩估计

极大似然估计

评价标准

无偏性

有效性

一致性

### 区间估计

基本概念

置信水平、置信区间

枢轴变量法

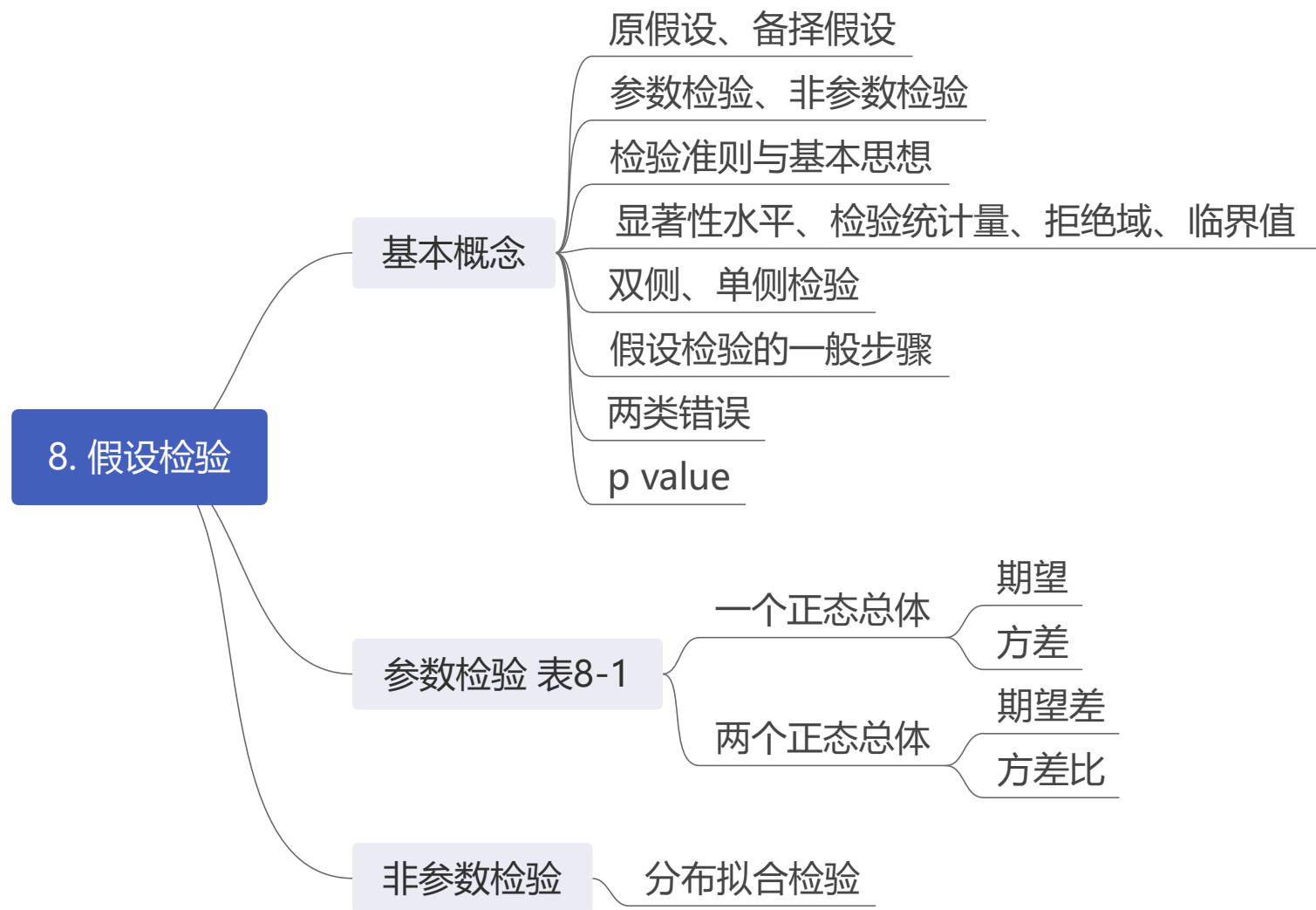
正态总体期望和方差的置信区间

表7-1

单侧置信区间

非正态总体      中心极限定理





祝同学们新年快乐！

预祝大家期末取得好成绩！