

任课老师:

专业:

年级:

学号:

姓名:

成绩:

得 分

一、填空（共 24 分，每小题 4 分）:

1、设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率是 $\frac{1}{9}$, A 发生 B 不发生的概率等于 B 发生 A 不发生的概率,

则 $P(A)=$ _____

2、随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & (0 < x < 1) \\ 0 & (other) \end{cases}$, 若随机变量 Y 表示对 X 的三次独立观察中事

件 $\{X \leq \frac{2}{3}\}$ 出现的次数, 则 $P(Y=0)=$ _____

3、在区间 $(0, 1)$ 中随机地取两个数, 则时间“两数之积大于 0.25”的概率为_____

4、设随机变量 $(X, Y) \sim N(1, 4; 1, 4; 0.5)$, $Z = X - Y$, 则 $Cov(X, Z) =$ _____

5、设 X 服从 $N(0, 1)$, (X_1, X_2, \dots, X_6) 为来自总体 X 的简单随机样本, $Y = (X_1 + X_2 + X_3)^2 + (X_4 + X_5 + X_6)^2$, 则

$C =$ _____ 时, CY 服从 χ^2 分布

6、已知 $\{N(t), t \geq 0\}$ 服从强度为 λ 的泊松过程, 则 $P\{N(12) = 9 | N(5) = 4\} =$ _____

得 分

二、单项选择题（共 24 分，每小题 4 分）:

1、设 A, B 是两个互不相容的时间, $P(B) > 0$, 则下列各式中一定成立的是 ()

- (A) $P(A) = 1 - P(B)$; (B) $P(A|B) = 0$;
(C) $P(A|\bar{B}) = 1$; (D) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0$ 。

2、设 X 的数学期望 $E(X) = \mu$, 方差 $D(X) = \sigma^2 > 0$, 则对任意常数 C 必有 ()

- (A) $E[(X - C)^2] \geq E[(X - \mu)^2]$; (B) $E[(X - C)^2] < E[(X - \mu)^2]$;
(C) $E[(X - C)^2] = E[(X - \mu)^2]$; (D) $E[(X - C)^2] = E[X^2] - C^2$

3、设离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

(X, Y)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)
P	$1/6$	$1/9$	$1/18$	$1/3$	α	β

且 X, Y 相互独立, 则

()

(A) $\alpha=2/9, \beta=1/9$;

(B) $\alpha=1/9, \beta=2/9$;

(C) $\alpha=1/6, \beta=1/6$;

(D) $\alpha=8/15, \beta=1/18$

4、设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则随着 σ 的增大, 概率 $P(|X - \mu| < \sigma)$ ()

(A) 单调减小; (B) 单调增加; (C) 保持不变; (D) 不能确定。

5、设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n \geq 2)$ 为来自总体 $N(0, 1)$ 的简单随机样本, \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方差, 则 ()

(A) $n\bar{X} \sim N(0, 1)$

(B) $nS^2 \sim \chi^2(n)$

(C) $\frac{(n-1)\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$

(D) $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2} \sim F(1, n-1)$

6、设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (μ 已知)的一个样本, \bar{X} 为样本均值, 则在总体方差 σ^2 的下列估计量

中, 为无偏估计量的是

()

(A) $\sigma_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$;

(B) $\sigma_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \bar{X})^2$;

(C) $\sigma_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$;

(D) $\sigma_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \mu)^2$

得分

三、计算题 (本题满分8分):

设随机变量 Y 服从均匀分布 $U(-5, 5)$, 求方程 $2x^2 - \sqrt{8}Yx + 3Y + 4 = 0$ 有实根的概率。

得 分

四、解答题（10 分）:

设 $X_i (i=1, 2, \dots, 13)$ 是相互独立且概率密度均为 $f(x) (X \in (-\infty, +\infty))$ 的随机变量，求 $\min\{X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}\}>\max\{X_1, X_2, \dots, X_{10}\}$ 的概率。

得 分

五、解答题（共 8 分）：

设随机变量 X, Y 相互独立，且都服从正态分布 $N(0, 0.5)$ ，求 $D(|X - Y|)$ 。

得 分

六、解答题（10 分）：

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，从此总体中取一个容量为 $n=16$ 的样本 $(X_1, X_2, \dots, X_{16})$ ，求概率

$$(1) P\left\{\frac{\sigma^2}{2} \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \leq 2\sigma^2\right\};$$

$$(2) P\left\{\frac{\sigma^2}{2} \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \leq 2\sigma^2\right\}$$

得 分

七、解答题（6分）：

设总体 X 在 $[a, b]$ 上服从均匀分布，其中 a, b 未知， X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个样本值，求 a, b 的最大似然估计量。

得 分

八、解答题 (10 分):

某大城市为了确定城市养猫灭鼠的效果,进行调查得:养猫户: $n_1 = 119$, 有老鼠活动的有 15 户; 无猫户: $n_2 = 418$, 有老鼠活动的有 58 户, 问养猫与不养猫对大城市家庭灭鼠有无显著差异 ($\alpha = 0.05$)?

$(Z_{0.025}=1.96); P\{\chi^2(16)>32 = 0.01\}; P\{\chi^2(16)>8 = 0.90\}; \{\chi^2(15)>8 = 0.9\}; \{\chi^2(15)>32 = 0.005\}$

