试　卷　（五）

一、是非题（每题 1 分，共 6 分）

1. 若事件 A 和 B 为对立事件，则 A 与 B 互斥，反之不真.（　　）

2. 若概率 $P(X=2\,002)=1$，则 X 不可能是连续型随机变量.（　　）

3. $\Phi(x)$是正态随机变量的分布函数，则 $\Phi(-x)=1-\Phi(x)$.（　　）

4. 二维均匀分布的边缘分布不一定是均匀分布.（　　）

5. 设 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计，且有 $D(\hat{\theta})>0$，则 $\hat{\theta}^2=(\hat{\theta})^2$ 必是θ^2 的无偏估计.（　　）

6. 假设检验中犯第二类错误的概率是指 $\beta=P($接受 $H_1 \mid H_1$ 为假$)$.（　　）

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设 $B\subset A$，则下面正确的等式是（　　）

(A) $P(\overline{AB})=1-P(A)$；　　(B) $P(\overline{B}-\overline{A})=P(\overline{B})-P(\overline{A})$；

(C) $P(B|A)=P(B)$；　　(D) $P(A|\overline{B})=P(A)$.

2. 10 个球中有 3 个红球，7 个白球，随机地分给 10 个人，每人一球，则最后 3 个分到球的人中恰有 1 个得到红球的概率为（　　）

(A) $C_3^1\left(\frac{3}{10}\right)^3$；　　(B) $\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)^2$；

(C) $C_3^1\left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{7}{10}\right)^2$；　　(D) $\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}$.

3. 若方差 $D(X)$，$D(Y)$为非零数，且 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则有（　　）

(A) X, Y 一定相互独立；　(B) X, Y 一定不相关；

(C) $D(XY)=D(X)D(Y)$；　(D) $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$.

4. 设 $X_1, \cdots, X_n, \cdots$ 为独立随机变量序列，且 $X_i(i=1, 2, \cdots)$ 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的指数分布，则下列选项中$\left(其中\ \varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}\right)$正确的是　(　　)

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\dfrac{n}{\lambda}}{\dfrac{n}{\lambda^2}}\leqslant x\right)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(x)\mathrm{d}x$；

(B) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n}{\sqrt{n}}\leqslant x\right)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(x)\mathrm{d}x$；

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-\dfrac{1}{\lambda}}{\dfrac{1}{\lambda^2}}\leqslant x\right)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(x)\mathrm{d}x$；

(D) $\lim\limits_{n\to\infty}P\left(\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n}{n}\leqslant x\right)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(x)\mathrm{d}x$.

5. 假设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$，即 $X\sim f(x)$，且 $E(X)$，$D(X)$均存在. 另设$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$是取自 X 的一个样本以及$\overline{X}$是样本均值，则有　(　　)

(A) $\overline{X}\sim f(x)$；　(B) $\min\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\overline{X}\sim f(x)$；

(C) $\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\overline{X}\sim f(x)$；　(D) $(X_1, X_2, \cdots, X_n)\sim\prod\limits_{i=1}^{n}f(x_i)$.

三、填空题（每题 3 分，共 18 分）

1. 设 $P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=\frac{1}{3}$，且三事件 A_1, A_2, A_3 相互独立，则三事件中至少发生一个的概率为________，三事件中恰好发生

一个的概率为________.

2. 设随机变量 X 服从(0, 2)上的均匀分布，则随机变量 $Y = X^2$ 在(0, 4)内的概率密度函数为________.

3. 设随机变量 X 服从 $B(n, p)$ 分布，已知 $E(X) = 1.6$，$D(X) = 1.28$，则参数 $n =$ ________，$p =$ ________.

4. 设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，用切比雪夫不等式估计 $P(|X-2| \geqslant 4) \leqslant$ ________.

5. 设$(X_1, \cdots, X_{16})$是来自正态分布 $N(0, 1)$的样本，

$$Y = \left(\sum_{i=1}^{4} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=5}^{8} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=9}^{12} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=13}^{16} X_i\right)^2$$

当 $c =$ ________ 时，cY 服从 χ^2 分布，$E(cY) =$ ________.

6. 在处理快艇的 6 次试验数据中，得到最大航速 v 的六个值(单位：m/s)：

27，38，30，37，35，31

则 v 的数学期望的无偏估计值是________；v 的方差的无偏估计值是________.

四、计算题（每题 10 分，共 40 分）

1. 飞机有三个不同部分遭到射击，在第 i 部分被击中 i 发子弹时，飞机才会被击落. 射击的命中率与每一部分的面积成正比，三个部分的面积之比为 1∶2∶7. 若飞机已被击中两弹，求飞机被击落的概率.

2. 设随机变量 $X \sim U(0, 1)$（均匀分布），$Y \sim E(1)$（指数分布），且它们相互独立. 试计算：

(1) $Z = X - Y$ 的概率密度函数；

(2) $P(X > Y)$.

3. 设总体 $X \sim f(x;\theta) = \begin{cases} \sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1} & (0 \leqslant x \leqslant 1,\ \theta > 0), \\ 0 & (\text{其他}), \end{cases}$

$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$是来自总体 X 的一个样本. 求：θ 的矩估计和极大

似然估计.

4. 从一批灯泡中随机抽取 10 个灯泡进行寿命测试,得样本均值 $\bar{x}=2\,900$ h(小时),样本标准差 $s=225$ h. 设灯泡寿命服从正态分布,以 $\alpha=0.1$ 的水平作如下检验:

(1) 整批灯泡的平均使用寿命是否大于 3 000 h?

(2) 整批灯泡的使用寿命的标准差是否为 230 h?

五、证明题 (共 3 分)

设连续随机变量 X 的一切可能值在$(-9, 11)$内,其密度为 $f(x)$. 证明: $D(X)\leqslant 100$.

六、应用题 (每题 8 分,共 16 分)

1. 某电脑公司出售某型号电脑,规定: 出售的该型号电脑在一年内非人为损坏可予以调换,且只准调换一次. 该公司售出一台电脑可赢利 200 元,调换一台电脑,公司需付出 300 元. 问:该年度内,公司销售该型号电脑多少台,可使赢利的期望值达到 10 万元?(假设该型号电脑的使用寿命服从参数为 0.25 的指数分布.)

2. 某城关镇供电站供应本地区 1 万户居民用电,已知每户每天用电量(单位: 度)在区间$[0, 20]$上服从均匀分布. 现要求以 99%的概率保证本镇居民的正常用电,问: 供电站每天至少要向居民供应多少度电?

试卷(五)考核内容分值表

概率论 69					数理统计 31		
随机事件	一维变量	二维变量	数字特征	极限定理	抽样分布	参数估计	假设检验
20	5	11	19	14	6	14	11