

《概率论与数理统计》期末测验试题 1

专业、班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

一、单项选择题(每题 2 分，共 20 分)

1. 设 A 、 B 是相互独立的事件，且 $P(A \cup B) = 0.7, P(A) = 0.4$ ，则 $P(B) =$
(A)

- A. 0.5 B. 0.3
C. 0.75 D. 0.42

2. 设 X 是一个离散型随机变量，则下列可以成为 X 的分布律的是
()

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ p & 1-p \end{pmatrix}$ (p 为任意实数) B. $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ 0.1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$

- C. $P(X = n) = \frac{e^{-3} 3^n}{n!} (n = 1, 2, \dots)$ D. $P(X = n) = \frac{e^{-3} 3^n}{n!} (n = 0, 1, 2, \dots)$

3. 下列命题不正确的是
(D)

(A) 设 X 的密度为 $f(x)$ ，则一定有 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ ；

(B) 设 X 为连续型随机变量，则 $P(X = \text{任一确定值}) = 0$ ；

(C) 随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 必有 $0 \leq F(x) \leq 1$ ；

(D) 随机变量 X 的分布函数是事件 “ $X = x$ ” 的概率；

4. 若 $E(XY) = E(X)E(Y)$ ，则下列命题不正确的是
(B)

(A) $\text{Cov}(X, Y) = 0$ ； (B) X 与 Y 相互独立；

(C) $\rho_{XY} = 0$ ； (D) $D(X - Y) = D(X + Y)$ ；

5. 已知两随机变量 X 与 Y 有关系 $Y = 0.8X + 0.7$ ，则 X 与 Y 间的相关系数为
(B)

- (A) -1 (B) 1 (C) -0.8 (D) 0.7

6. 设 X 与 Y 相互独立且都服从标准正态分布，则

(B)

(A) $P(X - Y \geq 0) = 0.25$

(B) $P(\min(X, Y) \geq 0) = 0.25$

(C) $P(X + Y \geq 0) = 0.25$

(D) $P(\max(X, Y) \geq 0) = 0.25$

7. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$, 其分布函数为 $F(x)$, 则对任意实数 x , 有 (B)

(A) $F(x) + F(-x) = 1$

(B) $F(2+x) + F(2-x) = 1$

(C) $F(x+2) + F(x-2) = 1$

(D) $F(2-x) + F(x-2) = 1$

8. 设 (X, Y) 的联合分布律如下, 且已知随机事件 $(X=0)$ 与 $(X+Y=1)$ 相互独立,

则 a, b 的值为

(A)

X \ Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

(A) $a = 0.4, b = 0.1$, (B) $a = 0.2, b = 0.3$, (C) $a = 0.1, b = 0.4$, (D) $a = 0.3, b = 0.2$

9. 设袋中有编号为 $1, 2, \dots, n$ 的 n 张卡片, 采用有放回地随机抽取 k ($k \leq n$) 张

卡片, 记 X 表示 k 张卡片的号码之和, 则 $E(X)$ 为

(B) A

(A) $\frac{k(n+1)}{2}$

(B) $\frac{(n+1)}{2}$

(C) $\frac{n(k+1)}{2}$

(D) $\frac{n(k-1)}{2}$

10. 设 $X \sim \pi(\lambda)$ 且 $E(X-1)(X-2) = 1$, 则 $\lambda =$

(C)

(A) 3;

(B) 4;

(C) 1;

(D) 2;

二、填充题(每格 2 分, 共 30 分)

1、已知 $P(A) = 0.92, P(B) = 0.93, P(B|\bar{A}) = 0.85$, 则 $P(A|\bar{B}) =$ _____。

$P(A \cup B) =$ _____。

2、设事件 A 与 B 独立, A 与 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生且 B 不发生的概率与 B

发生且 A 不发生的概率相等, 则 A 发生的概率为: 2/3;

3、一间宿舍内住有 6 个同学，求他们之中恰好有 4 个人的生日在同一个月份的概率：

_____；没有任何人的生日在同一个月份的概率_____；

4、已知随机变量 X 的密度函数为：
$$\varphi(x) = \begin{cases} Ae^x, & x < 0 \\ 1/4, & 0 \leq x < 2 \\ 0, & x \geq 2 \end{cases}$$
，则常数 $A = \underline{1/2}$ ，

分布函数 $F(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，概率 $P\{-0.5 < X < 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

5、设随机变量 $X \sim B(2, p)$ 、 $Y \sim B(1, p)$ ，若 $P\{X \geq 1\} = 5/9$ ，则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

若 X 与 Y 独立，则 $Z = \max(X, Y)$ 的分布律：_____；

6、设 $X \sim B(200, 0.01)$ 、 $Y \sim P(4)$ ，且 X 与 Y 相互独立，则 $D(2X-3Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

$\text{COV}(2X-3Y, X) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

7、设 X_1, X_2, \dots, X_5 是总体 $X \sim N(0, 1)$ 的简单随机样本，则当 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，

$$Y = \frac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}} \sim t(3)；$$

8、设总体 $X \sim U(0, \theta)$ $\theta > 0$ 为未知参数， X_1, X_2, \dots, X_n 为其样本， $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 为

样本均值，则 θ 的矩估计量为：_____。

9、设样本 X_1, X_2, \dots, X_9 来自正态总体 $N(a, 1.44)$ ，计算得样本观察值 $\bar{x} = 10$ ，求参

数 a 的置信度为 95% 的置信区间：_____；

三、(6 分) 设某人从外地赶来参加紧急会议，他乘火车、轮船、汽车或飞机来的概率分别是 $3/10$ ， $1/5$ ， $1/10$ 和 $2/5$ 。如果他乘飞机来，不会迟到；而乘火车、轮船或汽车来，迟到的概率分别是 $1/4$ ， $1/3$ ， $1/2$ 。现此人迟到，试推断他乘哪一种交通工具的可能性最大？

四、(6 分) 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 0.2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0.4, & 4 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

又知 $P(X \geq k) = 0.8$, 求 (1) k 的取值范围, (2) X 的分布函数 $F(x)$

五、(9 分) 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} a, & x < 1 \\ bx \ln x + cx + d, & 1 \leq x \leq e \\ d, & x > e \end{cases}$$

求 (1) 常数 a, b, c, d ; (2) 密度函数 $f(x)$; (3) $E(X)$

六、(13 分) 设离散型随机变量 X 具有分布律

X	-1	0	1	2
P_k	0.25	$2a$	$a^2 + 0.8a$	0.15

- (1) 求常数 a ; (2) 求 X 的分布函数 $F(x)$; (3) 计算 $P(X \leq \frac{3}{2})$;
 (4) 求 $Y = 6 - X^2$ 的分布律; (5) 计算 $D(X)$.

七、(10 分) 设总体 X 的概率密度函数为:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad \theta > 0$$

X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的简单随机样本。

- 1) 求参数 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$;
- 2) 验证估计量 $\hat{\theta}$ 是否是参数 θ 的无偏估计量。

八. (6 分) 从总体 $X \sim N(u, \sigma^2)$ 中抽取容量为 16 的一个样本, 样本均值和样本方差分别是 $\bar{X} = 75, S^2 = 4$,

$$t_{0.975}(15) = 2.1315, x_{0.025}^2(15) = 6.26, x_{0.975}^2(15) = 27.5$$

求 u 的置信度为 0.95 的置信区间和 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间。