

一、填空题（本大题共 10 题，每小题 1 分，共 10 分）

静止电荷， 变化的磁场。 0；  $\oint_L \vec{E}_{\text{涡旋}} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ ；

$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{S\text{内}} q_i$ ， 0。

1、 变化的电场， 产生磁场的规律相同。

2、 0； 变弱

二、解：根据牛顿第二定律

$$mg - Av = m \frac{dv}{dt} \quad (4 \text{ 分})$$

$$dt = \frac{mdv}{mg - Av}$$

$$t = -\frac{m}{A} \ln(mg - Av) + C \quad (2 \text{ 分})$$

当  $t=0$  时,  $v=0$ , 所以

$$C = \frac{m}{A} \ln(mg) \quad (2 \text{ 分})$$

$$v = \frac{mg}{A} (1 - e^{-\frac{A}{m}t}) \quad (2 \text{ 分})$$

三、解：1) 设 O 点振动为：

$$y = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\because t = 0 \text{ 时}, y = 0$$

$$\therefore 0 = A \cos \phi$$

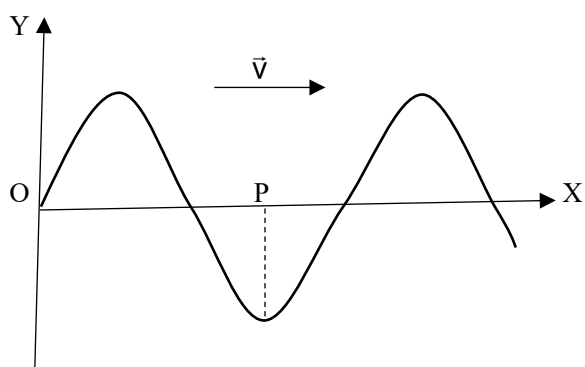
$$\phi = \pm \frac{\pi}{2}$$

因为  $\Delta t$  后,  $y < 0$ , 故

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

【4 分】

2) O 与 P 的相位差为



$$\Delta\varphi = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} 2\pi = \frac{\frac{3}{4}\lambda}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{3}{2}\pi$$

$$\therefore \varphi_o - \varphi_P = \frac{3}{2}\pi$$

$$\varphi_P = \varphi_o - \frac{3}{2}\pi = \frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}\pi = -\pi$$

【4分】

3)

$$y = A \cos[\omega(t - \frac{x}{v}) + \frac{\pi}{2}]$$

【2分】

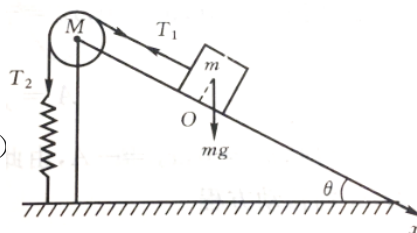
四、

解：物体处于平衡位置时,弹簧伸长 $l_0$ ：

$$mg \sin \theta = kl_0 \quad (1) \quad (1 \text{ 分})$$

物体在任一点的运动学方程：

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg \sin \theta - T_1 \quad (2) \quad (1 \text{ 分})$$



$$\text{对滑轮有: } \frac{1}{2}MR^2\beta = T_1R - T_2R \quad (3) \quad (2 \text{ 分})$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = R\beta \quad (4) \quad (1 \text{ 分})$$

$$T_2 = k(x + l_0) \quad (5) \quad (1 \text{ 分})$$

(1)(3)(4)(5)代物(2)求解得：

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{\frac{1}{2}M + m}x = -\omega^2 x \quad \text{与简谐振动动力学方程形式一致,证明是简谐振动。}$$

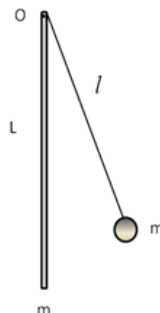
$$\text{振动的角频率为 } \omega = \sqrt{\frac{2k}{M + 2m}} \quad (\text{可以不明确给出角频率}) \quad (4 \text{ 分})$$

五、解：小球从释放到与直杆相碰，机械能守恒，完全弹性碰撞：

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}mL^2\omega^2 \quad (1) \quad (4 \text{ 分})$$

小球与直杆碰撞，角动量守恒

$$mv l = \frac{1}{3}mL^2\omega \quad (2) \quad (4 \text{ 分})$$

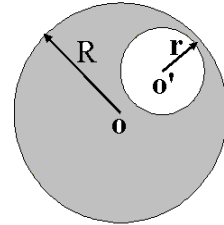


$$l = \frac{\sqrt{3}}{3}L$$

(2 分)

六、(10 分) 半径为  $R$  电荷体密度为  $\rho$  的均匀带电球内有一半径为  $r$  的球形空腔，求球形空腔内的电场分布，并简单说明其分布规律。

解：该带电体系可看做电荷密度为  $\rho$ ，半径为  $R$  的带电大球体和一个电荷密度为  $-\rho$ ，半径为  $r$  的带小电球体的叠加。(1 分)



在空腔内任选一点  $P$ ，做矢量  $\vec{OP}$  和  $\vec{O'O}$ 。

由高斯定理可得：

$$\text{大球体在 } P \text{ 点产生的电场为：} \vec{E}_1 = kQ \frac{\vec{OP}}{R^3} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OP} \quad (3 \text{ 分})$$

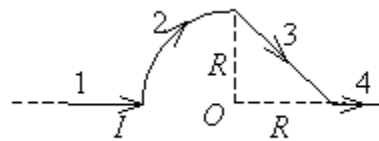
$$\text{小球体在 } P \text{ 点产生的电场为：} \vec{E}_2 = kQ \frac{\vec{O'P}}{r^3} = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{O'P} \quad (3 \text{ 分})$$

整个带电体系在  $P$  点产生的电场为：

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OP} - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{O'P} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} (\vec{OP} - \vec{O'P}) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{OO'} \quad (2 \text{ 分})$$

由于  $P$  点实在空腔内任选的，而这一结果与  $P$  点的位置无关，因此空腔内的电场为均匀电场。(1 分)

七、解：将导线分成 1、2、3、4 四部份，各部分在  $O$  点产生的磁感强度设为  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$ 。根据叠加原理  $O$  点的磁感强度为：



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

$$\therefore \vec{B}_1, \vec{B}_4 \text{ 均为 } 0, \text{ 故 } \vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \quad (2 \text{ 分})$$

$$B_2 = \frac{1}{4} \left( \frac{\mu_0 I}{2R} \right) \quad \text{方向 } \otimes \quad (3 \text{ 分})$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi R} \sqrt{2} = \mu_0 I / (2\pi R) \quad \text{方向 } \otimes \quad (3 \text{ 分})$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 I}{8R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \quad \text{方向 } \otimes \quad (2 \text{ 分})$$

八、

解：(1) 设两电介质中场强分别为  $E_1$  和  $E_2$ ，选如图所示的上下底面面积均为  $S'$  的柱面为高斯面，上底面在导体中，下底面在电介质中，侧面的法线与场强垂直，柱面内的自由电荷为

$$\sum Q_0 = \sigma_0 S'$$

根据高斯定理

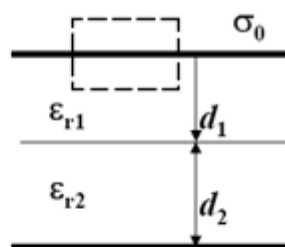
$$\oiint_{S_1} \vec{D} \cdot d\vec{S} = DS_1 = \sigma_0 S_1$$

所以  $\vec{D} = \sigma_0$

电介质中的电场强度

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}$$

$$E_2 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}} = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}$$



两极板的电势差为

$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \left( \frac{d_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}} \right)$$

电容

$$C = \frac{Q_0}{U} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{r1} \epsilon_{r2} S}{\epsilon_{r1} d_2 + \epsilon_{r2} d_1} \quad (4 \text{ 分})$$

(2) 分界面处第一层（上层）电介质的极化电荷面密度为：

$$\sigma'_1 = P_1 = (\epsilon_{r1} - 1) \epsilon_0 E_1 = \frac{\epsilon_{r1} - 1}{\epsilon_{r1}} \sigma_0 \quad (2 \text{ 分})$$

第二层（下层）电介质的极化电荷面密度为：

$$\sigma'_2 = -P_2 = -(\epsilon_{r2} - 1) \epsilon_0 E_2 = -\frac{\epsilon_{r2} - 1}{\epsilon_{r2}} \sigma_0 \quad (2 \text{ 分})$$

(3) 电位移矢量为：

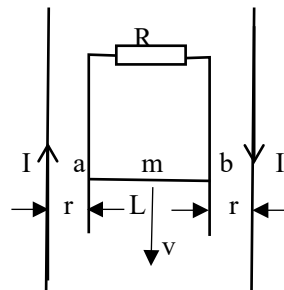
$$\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \vec{D} = \sigma_0 \quad (2 \text{ 分})$$

九、解：(1) (4 分) 取 ab 中点为坐标原点，x 处线元 dx 处的磁场为：

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r + \frac{L}{2} + x} + \frac{1}{r + \frac{L}{2} - x} \right)$$

Dx 上的动生电动势：

$$d\zeta = v B dx = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \left( \frac{dx}{r + \frac{L}{2} + x} + \frac{dx}{r + \frac{L}{2} - x} \right)$$



整个金属杆上的电动势为:  $\zeta = \int_{-L/2}^{L/2} d\zeta = \frac{\mu_0 I v}{\pi} \ln \frac{r+L}{r}$ , 方向从 a 到 b

(2) (2 分)  $I = \frac{\zeta}{R} = \frac{\mu_0 I v}{\pi R} \ln \frac{r+L}{r}$ , 方向从 a 到 b

(3) (4 分) x 处线元 dx 受磁场力为:

$$dF = I B dx = \frac{\mu_0 I^2 v}{2\pi^2 R} \ln \frac{r+L}{r} \cdot \left( \frac{1}{r + \frac{L}{2} + x} + \frac{1}{r + \frac{L}{2} - x} \right) dx$$

$$F = \int_{-L/2}^{L/2} dF = \frac{\mu_0 I^2 v}{\pi^2 R} \left( \ln \frac{r+L}{r} \right)^2, \text{ 方向向上。}$$

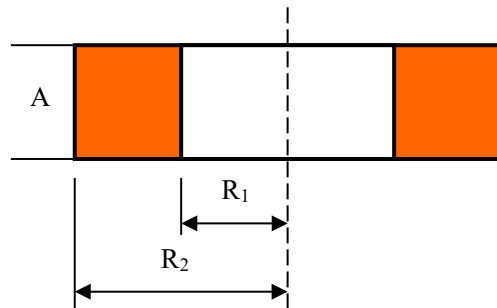
十、 解: (1) 选半径为 r 的同心圆为安培环路。

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N$$

$$H 2\pi r = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r} \quad (4 \text{ 分})$$

$$B = \mu H = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$



(2)

$$dW = \frac{1}{2} B H dV = \frac{\mu N^2 I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi r A dr = \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \frac{dr}{r}$$

$$W = \int_{R_1}^{R_2} dW = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \frac{dr}{r} = \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu N^2 I^2 A}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (4 \text{ 分})$$

(3) 根据自感中的磁能:

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

$$L = \frac{2W}{I^2} = \frac{\mu N^2 A}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (2 \text{ 分})$$