南開大學
Nankai University

第 一 章

质点运动学

- 高等数学框架下描述质点的运动
- 曲线运动
- 相对运动

高中的运动学，你们能解决哪些问题?

通过本次课的学习，您将学会：

- 运动学方程；
- 由运动学方程求速度、加速度；

研究对象

高中阶段研究运动，采用的物理模型是什么？

物理模型

质点

- 没有大小
- 没有形状
- 具有物体的全部质量

我们如何描述质点的位置？

参照系

坐标系

参照系和坐标系的选取原则：便于分析问题

运动学部分用到的坐标系：

直角坐标系

自然坐标系

极坐标系、柱坐标系、球坐标系

描述质点位置的参量

位置矢量

运动学方程

南開大學
Nankai University

高中的运动学公式有哪些?

匀速运动:　$x = vt$

匀变速直线运动:

基本规律:　速度公式 $V_t = V_0 + at$　位移公式 $X = V_0 t + \frac{1}{2}at^2$

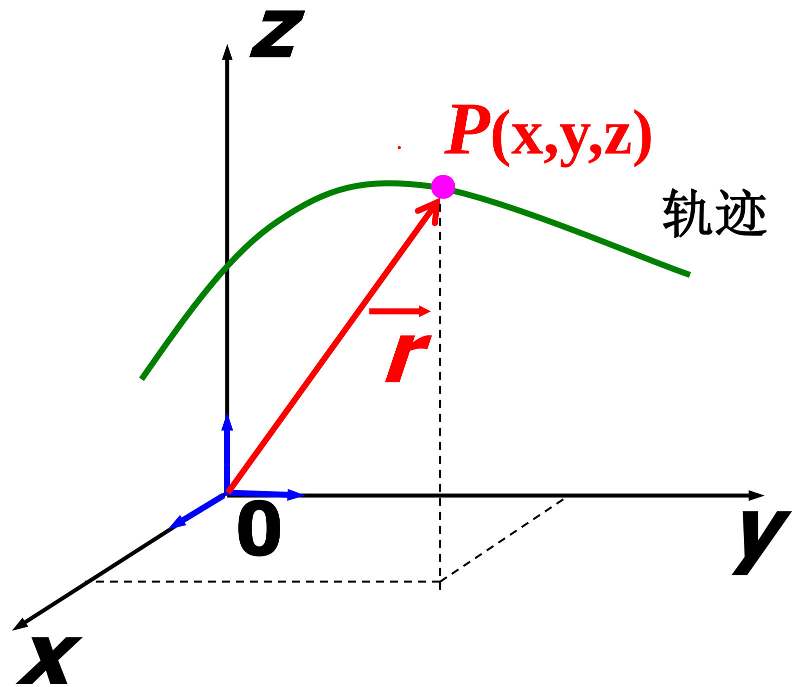
$$V_t^2 - V_0^2 = 2aX$$

自由落体: $h = \frac{1}{2}gt^2$　$2gh = V_t^2$　$V_t = gt$　$V_{平均} = \frac{V_t}{2}$

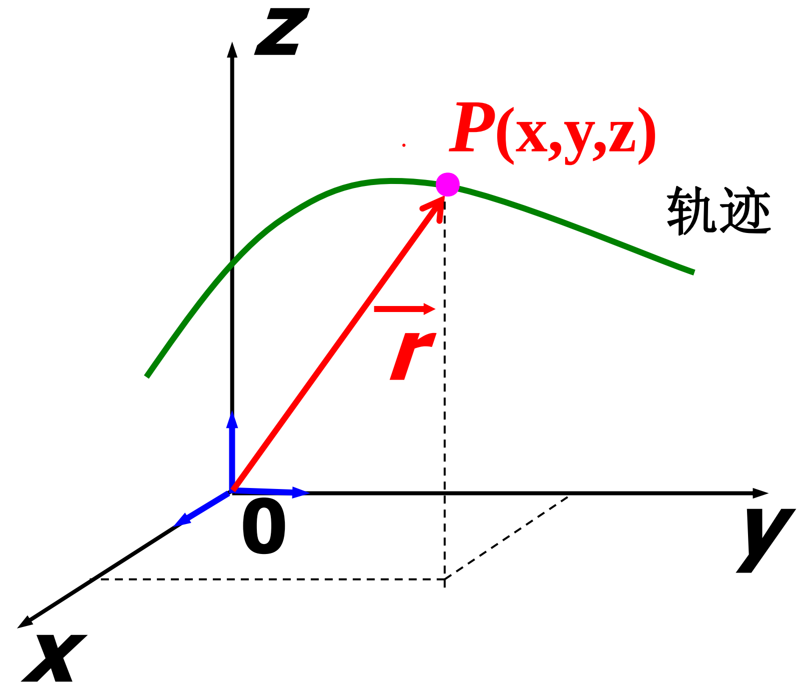
平抛运动:水平方向为匀速直线运动: $v_x = v_0$　$S_x = v_0 t$

竖直方向为自由落体运动: $v_y = gt$　$S_y = \frac{1}{2}gt^2$　$v_y^2 = 2gS$

■ **位置矢量：**



由坐标原点引向质点所在的位置上的矢量，简称位矢。用 $\vec{r}$ 表示



– 在直角坐标系中，$\vec{r}$ 可以用三个坐标轴的分量表示：

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

（ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 为三坐标轴方向的单位矢量，是常矢量）

联想高中知识，我们学过的哪些公式，其含义可以理解为位置矢量?

一维空间

$$\vec{r} = x(t)\vec{i}$$

$$x(t) = vt$$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2$$

二维空间

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

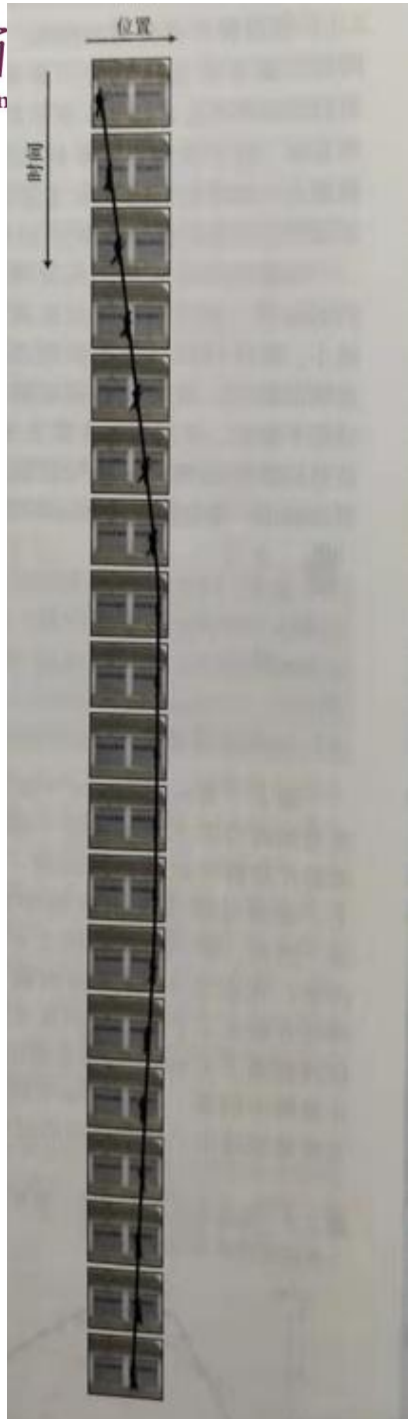
$$x(t) = vt$$

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

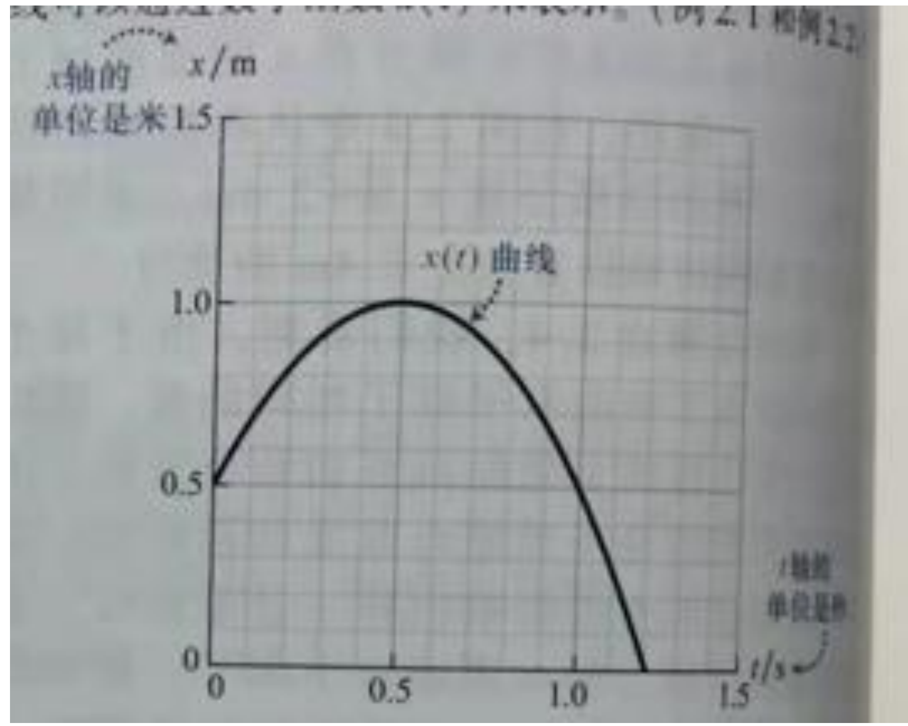
- 位置矢量是位置坐标的函数 $\vec{r}(x, y, z)$

  对应运动轨迹

- 位置矢量是时间的函数 $\vec{r}(t)$



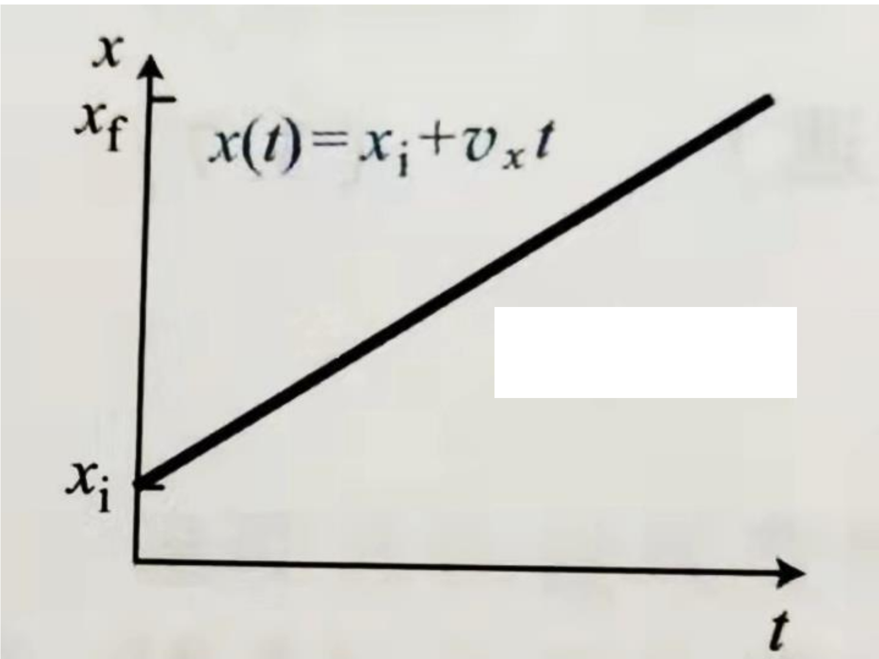
位置
时间

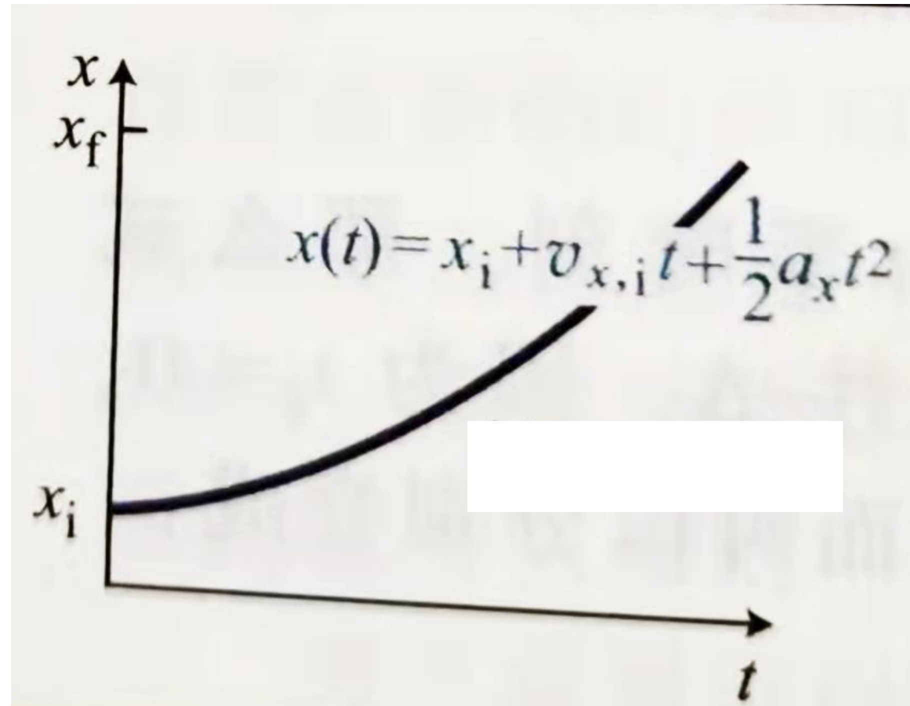


x轴的
单位是米
x/m
1.5
1.0
0.5
0
x(t) 曲线
0
0.5
1.0
1.5
t/s

- 请偶数学号同学画出，质点匀速直线运动时，位移和时间的关系图

- 请奇数学号同学画出，匀加速直线运动时，位移和时间的关系图


x
x_f
$x(t)=x_i+v_x t$
x_i
t

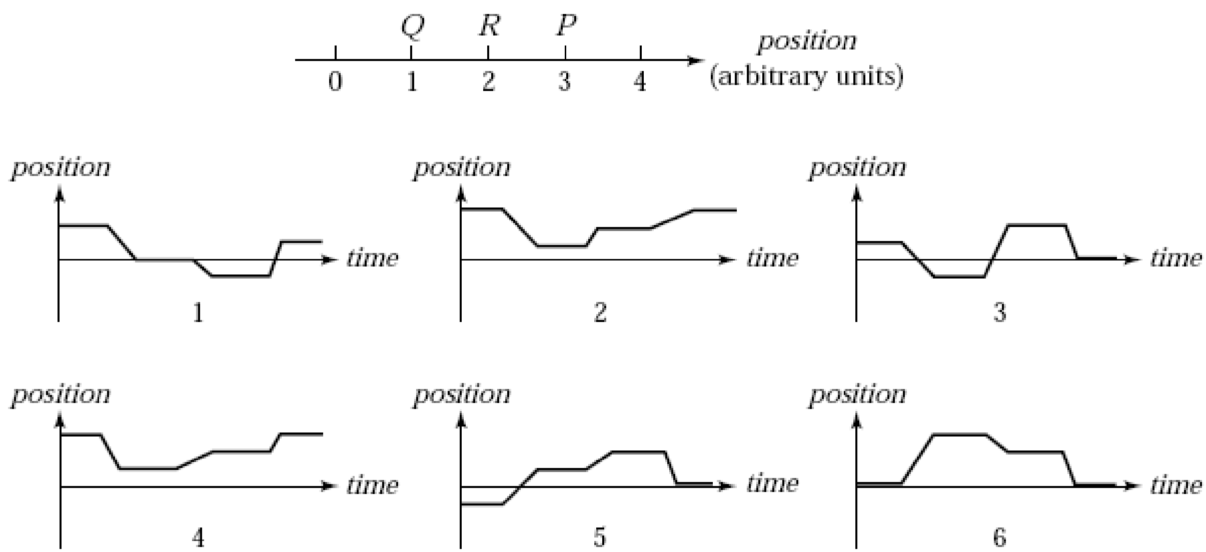

x
x_f
$x(t)=x_i+v_{x,i}t+\frac{1}{2}a_x t^2$
x_i
t

Multiple Choice(single) Points: 1

设置

一个人最初位于图中的P点，在该点停留一段时间后，沿着轴线移动到Q点并在此点停留一会儿。然后她快速的跑到R点，并在此停留一会儿；然后她慢慢的走回P点。下列 “位置-时间”曲线哪一个能代表她的运动？

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5
- F 6
- G 空白



提交

运动学方程

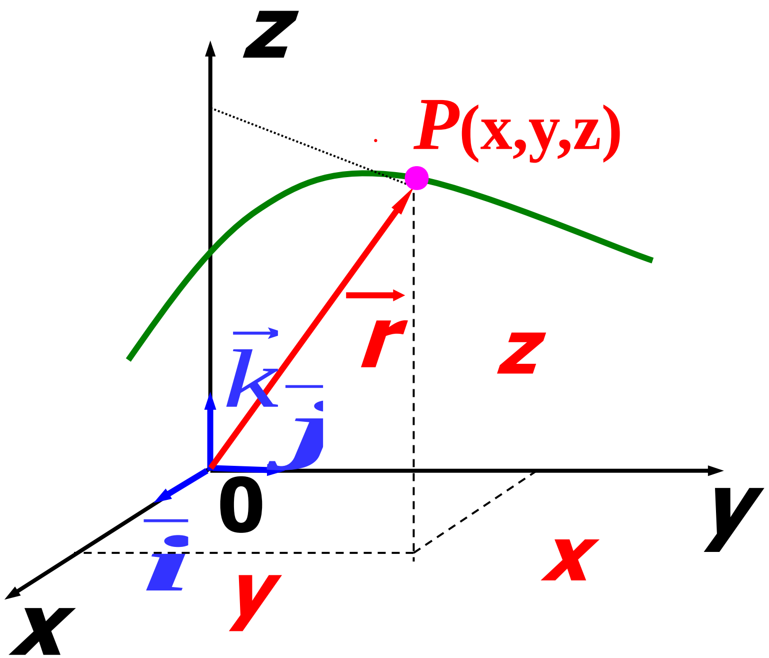
■位矢是时间的函数：

$$\vec{r}=\vec{r}(t)$$

■运动学方程：

给出了任一时刻质点位置的函数

$$\vec{r}=\vec{r}(t)$$



$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

坐标表示的运动方程，消去 t 就可得到**轨迹方程**。

高中时的运动学方程:

匀速直线运动:

$$x = vt$$

$$\vec{r}(t) = vt\vec{i}$$

匀加速直线运动:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\vec{r}(t) = (x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2)\vec{i}$$

平抛运动:

$$x = v_0 t;$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\vec{r}(t) = (v_0 t)\vec{i} + (\frac{1}{2}gt^2)\vec{j}$$

Nankai University 南開大學

为什么提炼出运动学方程这个概念?
它有什么特别之处吗?

知道了运动学方程，我们就可以得出关于质点运动的一切信息!

瞬时速度、瞬时加速度、运动轨迹

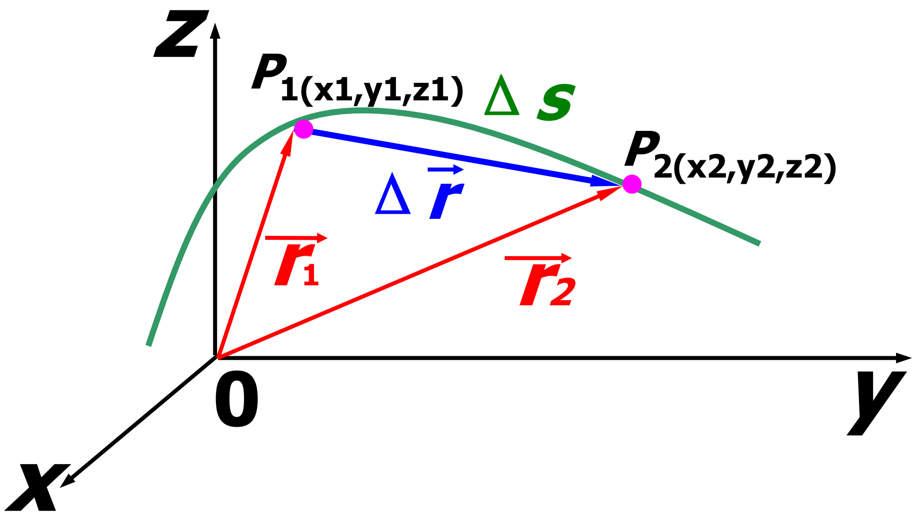
高等数学 --- 微分

描述质点运动参量

速度、加速度

位移和路程

- 位移：由起点指向终点的矢量（位置的变化）。
- 路程：由起点到终点质点运动的实际路径长度。



$$\overrightarrow{P_1P_2} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \text{ ——位移}$$

$$\Delta s = \overset{\frown}{P_1P_2} \text{ ——路程}$$

Multiple Choice(single)

Points: 1

设置

一个物体从空间中一点移动到另外一点，它的位移（）它的路程

- A 大于或等于
- B 总是大于
- C 总是等于
- D 小于或等于
- E 总是小于
- F 小于或大于

提交

Nankai University

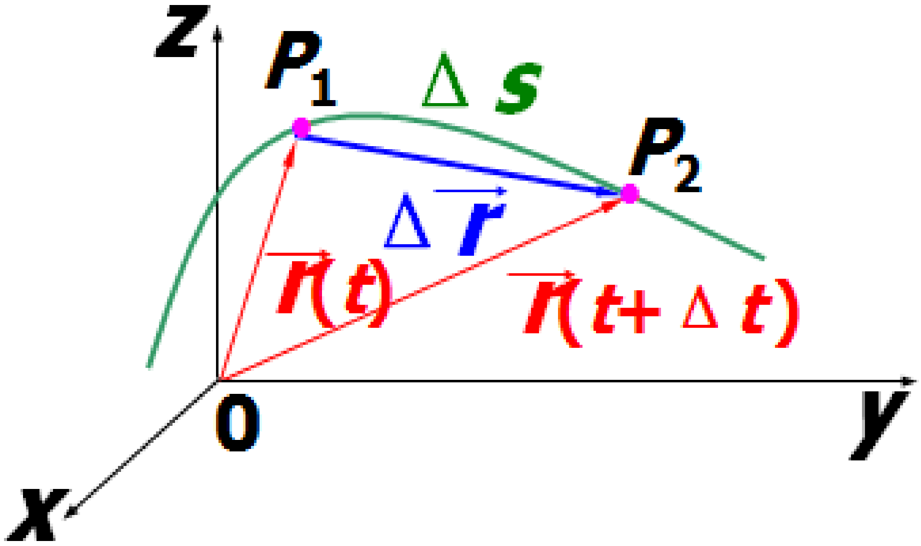
位移和路程的关系：

一般而言：$\left|\Delta\vec{r}\right| \neq \Delta s$

特殊条件：

■始终沿一个方向的直线运动：

■ 当 $\Delta t \to 0$时，$|\Delta \vec{r}| = \Delta s$ 即： $|d\vec{r}| = ds$



■位置矢量：

$$\vec{r}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$$

$$\vec{r}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$$

■位移：

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

速　度

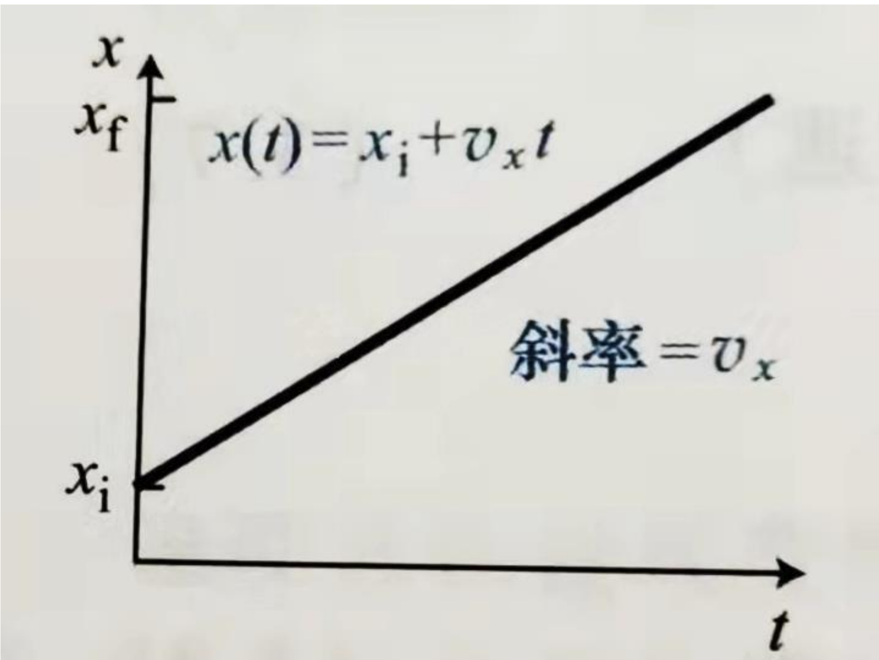
设 $t \to t+\Delta t$ 时间间隔内，位移为 $\Delta\vec{r}$

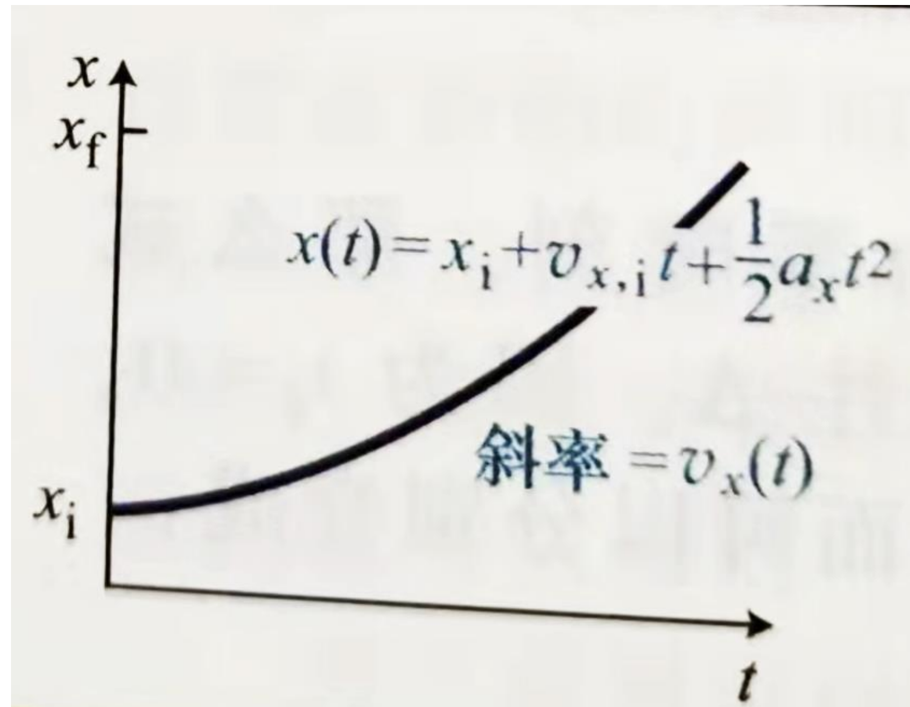
■ 平均速度：$\bar{\vec{v}} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

■ 瞬时速度：$\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\,\vec{r}}{\mathrm{d}\,t}$

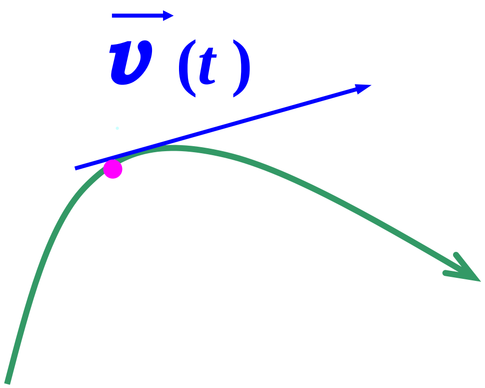
速度是位矢对时间的一阶微商，即位移随时间的变化率。

$$\vec{\boldsymbol{v}}(\boldsymbol{t}) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$


x
x_f
$x(t)=x_i+v_x t$
斜率$=v_x$
x_i
t


x
x_f
$x(t)=x_i+v_{x,i}t+\frac{1}{2}a_x t^2$
斜率$=v_x(t)$
x_i
t

□ 速度方向：沿轨迹切线方向。



□ 速度大小（速率）：

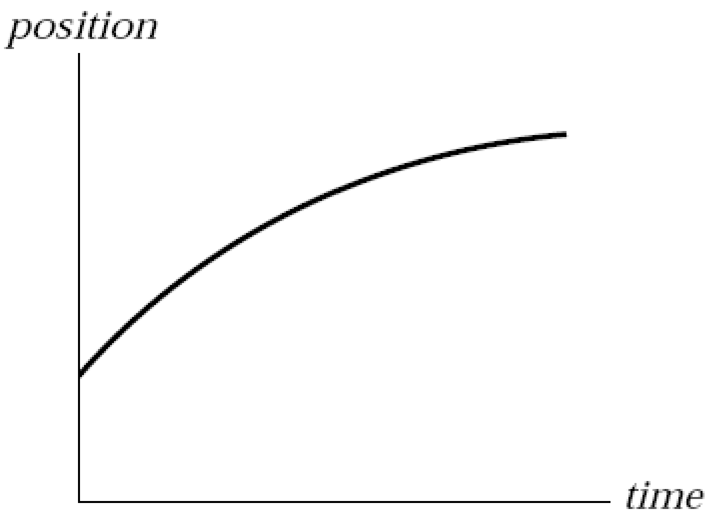
$$v = |\vec{v}| = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt}$$

速度的大小（速率）是s-t切线的斜率。

Multiple Choice(single) Points: 1

设置

一列火车沿着直线轨道运动。下图给出了火车的位置和时间的关系图。这个图表明：



A 火车一直在加速

B 火车一直在减速

C 火车有时加速有时减速

D 火车以匀速运动

提交

南開大學 Nankai University

关于速度的说明：

■速度是时间的函数 $\vec{v} = \vec{v}(t)$

■ 速度的矢量分解

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

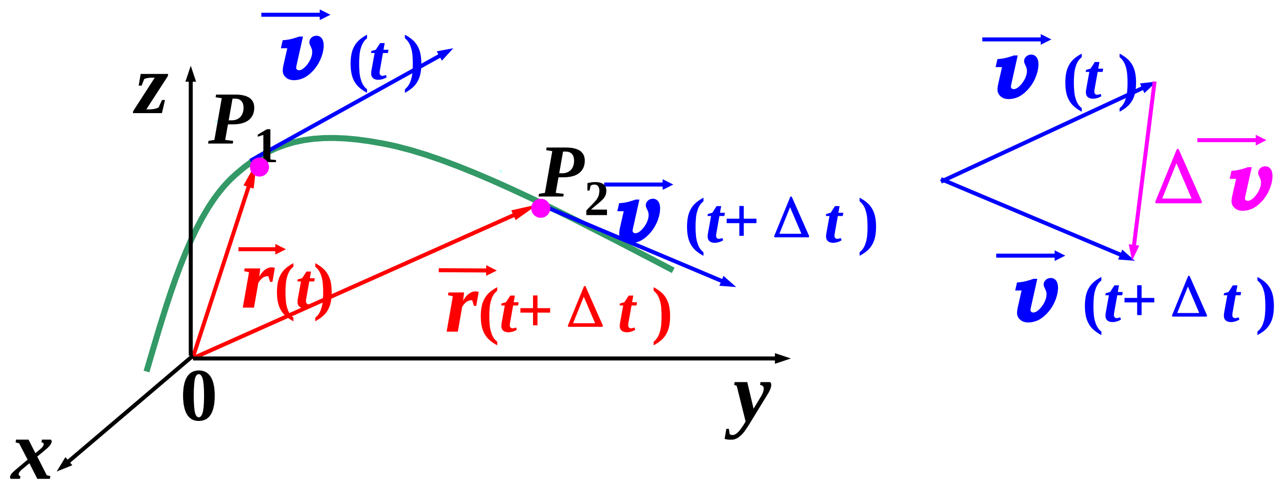
$$v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

课本P16， 1.5例给出了采用直角坐标求解速度的大小和方向的例子，请同学们课后阅读。

加速度

加速度：质点速度对时间的变化率。



■ 平均加速度：$\bar{\vec{a}} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

■ 瞬时加速度：$\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

加速度:

$$\vec{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{d}\,\vec{r}}{\mathrm{d}\,t}$$

$$\vec{\mathrm{a}} = \frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt} = \frac{d^{2}\vec{r}}{dt^{2}}$$

说明：

加速度的方向：　$\vec{v}$ 变化的方向

加速度的大小：　$a = |\vec{a}| = \left|\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right|$

v−t曲线的切线方向是加速度方向，斜率对应加速度的大小

$$\left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| = 0$$

是什么运动?

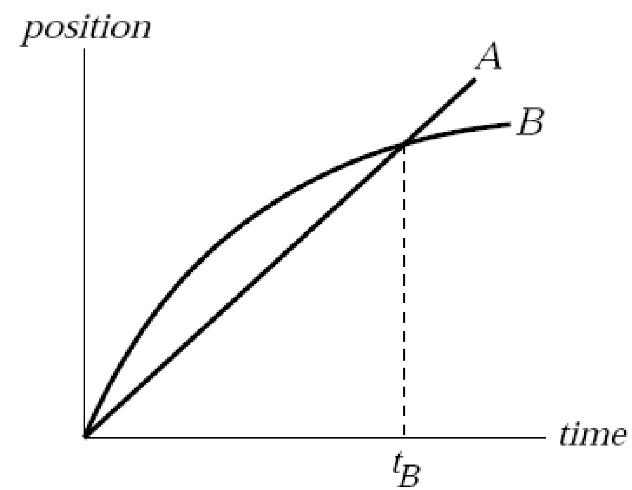
$$\frac{d|\vec{v}|}{dt} = 0$$

是什么运动?

Multiple Choice(single) Points: 1

设置

两列火车在平行的轨道上运行。两列火车位置随时间的变化如图所示。下列说法哪个是正确的（）？



A 在 t_B,时刻，两列车具有相同的速度

B 两列火车一直都在加速；

C 在 t_B 时刻前，两列车在某一个时刻具有相同的速率

D 图上的某个位置，两列火车具有相同的加速度。

提交

南開大學 Nankai University

关于加速度的说明:

直线运动: 加速度的方向方向与速度的方向相同或相反;

曲线运动:加速度的方向偏向轨道凹的一侧。

$$\vec{\mathrm{a}} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, az = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

质点运动学第一类基本问题

- 由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位矢、速度和加速度；

微分

物体在平面直角坐标系oxy中运动，其运动学方程为

$$x = 2t, y = 4t^2 + 2t - 1$$

式中，x, y的单位为m，t的单位为s. 求：

1） 以时间t为变量，写出质点位矢的表达式；
2） 求质点的运动轨迹方程；
3） 求t=1s时和t=2s时的位矢，并计算这一秒内质点的位移；
4） 求t=4s时质点的速度和加速度

解:

1）t时刻位矢的表达式即为运动学方程的矢量形式;

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (4t^2 + 2t - 1)\vec{j}$$

2）运动轨迹方程，只需消去参数方程中的t;

$$y = x^2 + x - 1$$

3）将t=1s和t=2s带入位矢的表达式:

$$\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 5\vec{j}, \vec{r}_2 = 4\vec{i} + 19\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = 2\vec{i} + 14\vec{j}$$

4）由速度的定义：

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2m/s, v_y = \frac{dy}{dt} = (8t+2)m/s$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0m/s^2, a_y = \frac{dv_y}{dt} = 8m/s^2$$

$t = 4s$时，

$$\vec{v} = (2\vec{i} + 34\vec{j})m/s$$

$$\vec{a} = 8\vec{j}m/s^2$$

南开大学
Nankai University

课本P18， 1.7例给出了采用直角坐标求解速度的大小和方向的例子，请同学们课后阅读。

今天的学习目标，您掌握了吗?

- 运动学方程；
- 由运动学方程求速度、加速度。