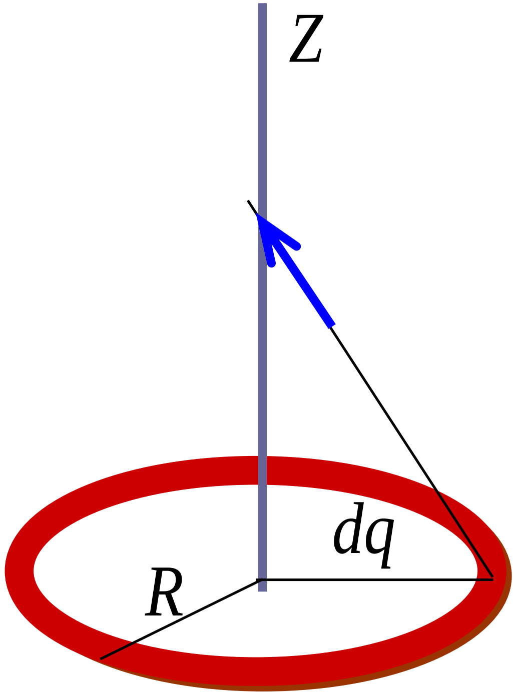
求电场强度的方法有哪些？

例3、半径为R的圆环均匀带电，总电量为q，求其轴线上的电势分布。



解：在圆环上，任取一段线元dl,

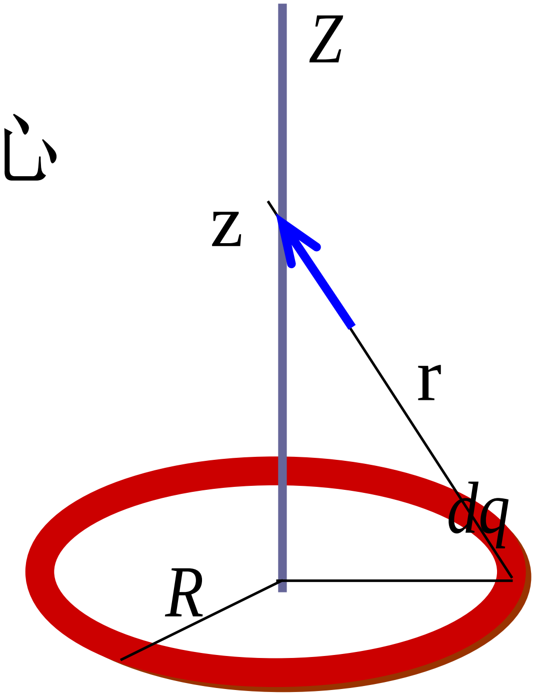
带电量为$dq = \lambda dl = \frac{q}{2\pi R} dl$

此电荷元在圆环轴线上，离环心

为z的P点产生的电势为

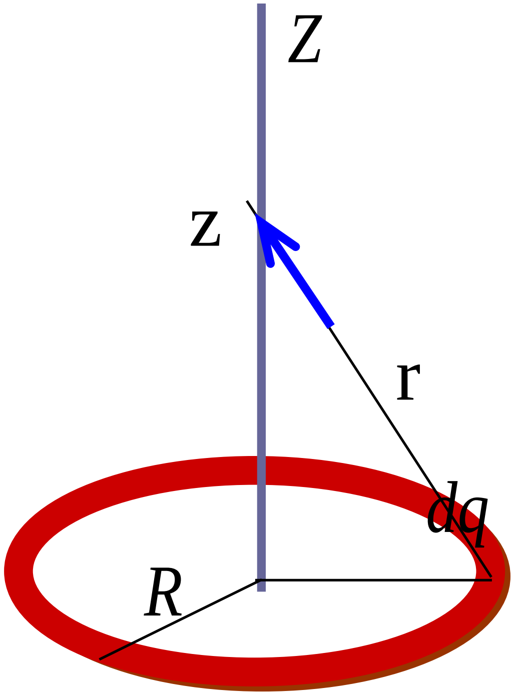
$$dU_P = k\frac{dq}{r} = k\frac{1}{r}\cdot\frac{q}{2\pi R}dl$$

其中$r = \sqrt{R^2 + z^2}$



根据电势叠加原理，整个圆环在P点产生的电势为

$$\int dU_P = \int_0^{2\pi R} k\frac{1}{r}\cdot\frac{q}{2\pi R}dl = k\frac{q}{r}$$



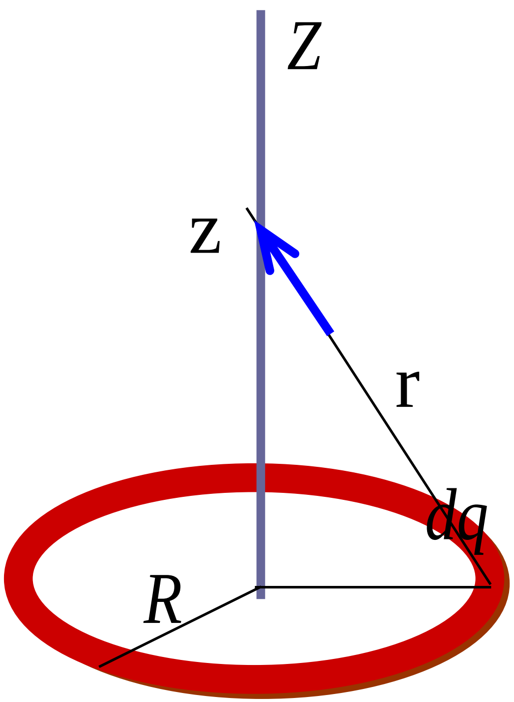
$$U_P = k\frac{q}{r} = k\frac{q}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

- 若场点P离圆环很远，即|z| ≫ R,因此整个圆环在P点产生的电势为

$$U = k\frac{q}{|Z|}$$

- 当场点位于圆环中心时，z=0, r=R,

$$U_{环心} = k\frac{q}{R}$$



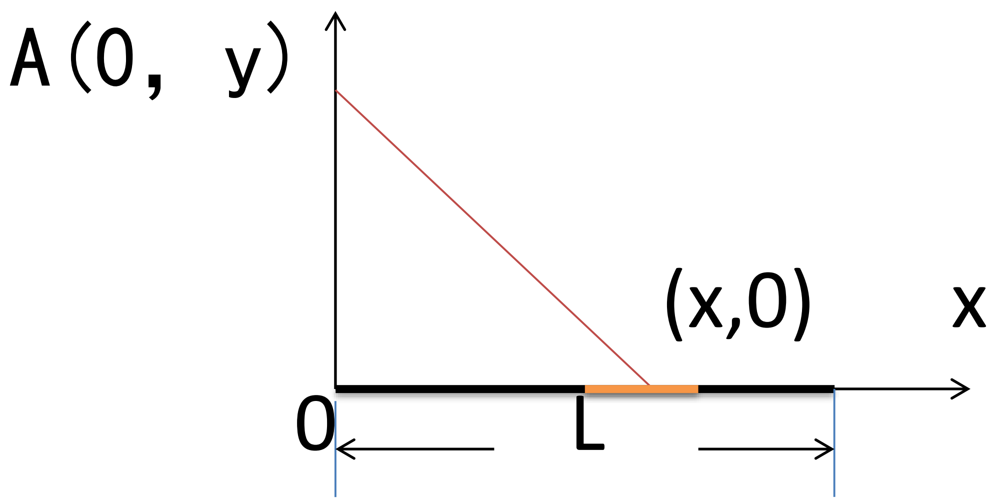
电场强度为零的地方，电势可不为零

例4、如图，沿着x轴放置一根均匀带电细棒，棒两端的坐标分别为（0,0）和（L，0），电荷线密度为$\lambda = \beta x$,其中β为常数，试求：

（1）y轴上，坐标为（0，y)的A点电势U_A。

（2）A点电场矢量的y轴分量。

（3）能否由A点的电势值，求A点电场矢量的x轴分量E_x？



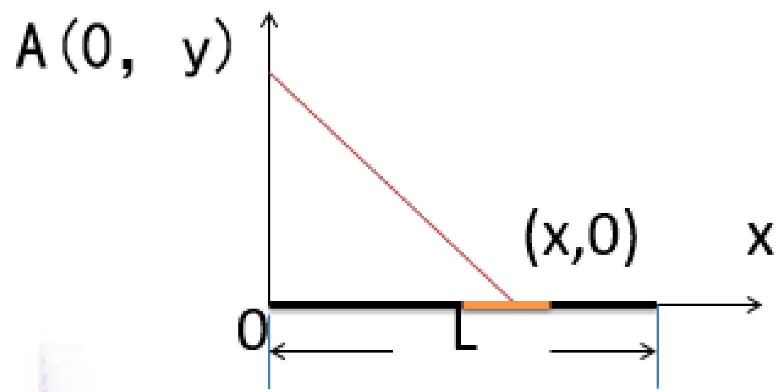
解（1）在（x, 0）处，任取一线元dx，其电量为 $dq=\lambda dx=\beta x dx$，选无穷远点为电势零点，则线元上电荷dq在A点产生的电势为：

$$dU=\frac{kdq}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

根据电势叠加原理，细棒上电荷在A点产生的总电势为：

$$U_A=\int_0^L dU=\int_0^L k\frac{\beta x dx}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$=\beta k(\sqrt{L^2+y^2}-|y|)$$



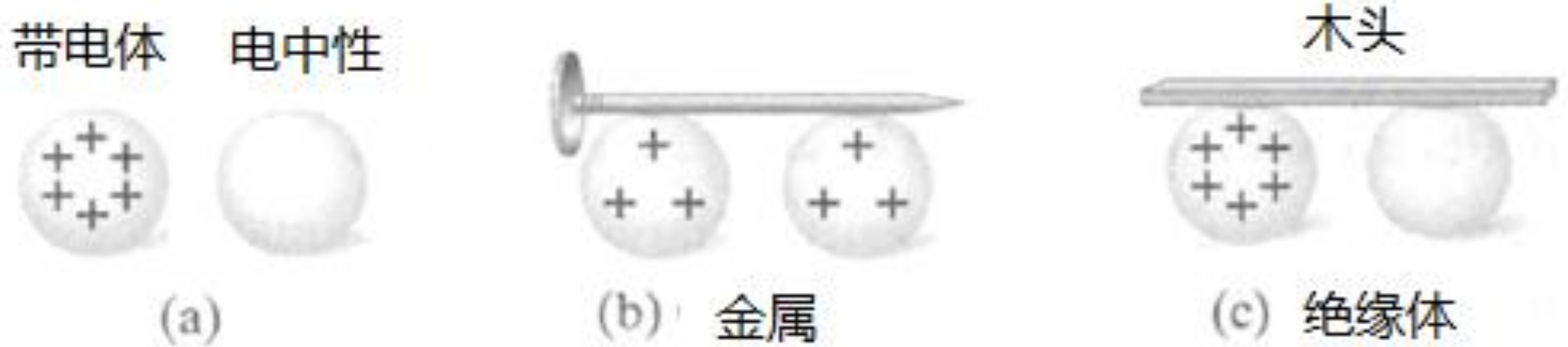
（2）$E_y=-\frac{\partial U_A}{\partial y}=-\beta k y(\frac{1}{\sqrt{L^2+y^2}}-\frac{1}{|y|})$

（3）求U_A时，假设A点在x=0的y轴上，于是U_A表达式中未出现变量x，也就是说U_A没有反映电势沿x轴的变化规律，当然也就无法得到E_x了。

- 掌握电场强度的求解方法

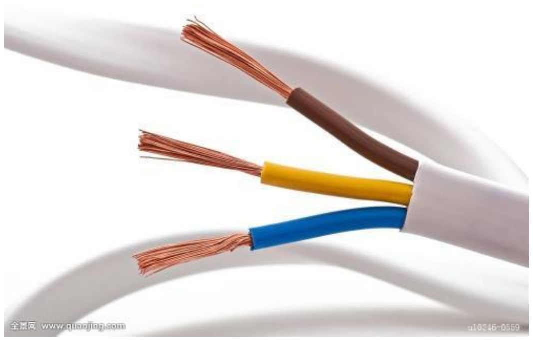
- 掌握电势的求解方法

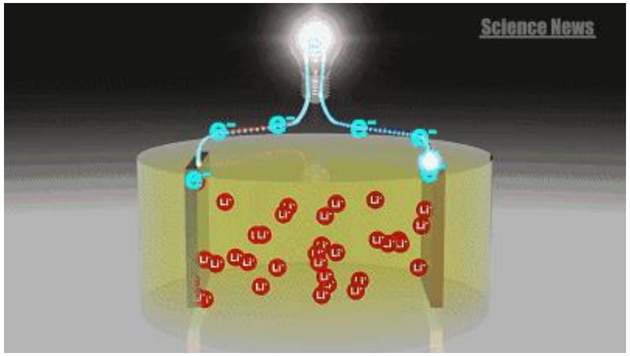
电场与物质的相互作用



自然界中的物质主要分为两大类：导体和和电介质

导体（conductor）：存在大量的可自由移动的电荷，包括金属、电解液、等离子体、超导体。





电介质（insulator/dielectric）：绝缘体，理论上认为一个自由移动的电荷也没有.

通过本次课的学习，您将：

- 理解静电平衡的条件
- 静电平衡时导体上的电荷分布特点
- 理解电容的概念
- 会求解电容

静电场与物质的相互作用1

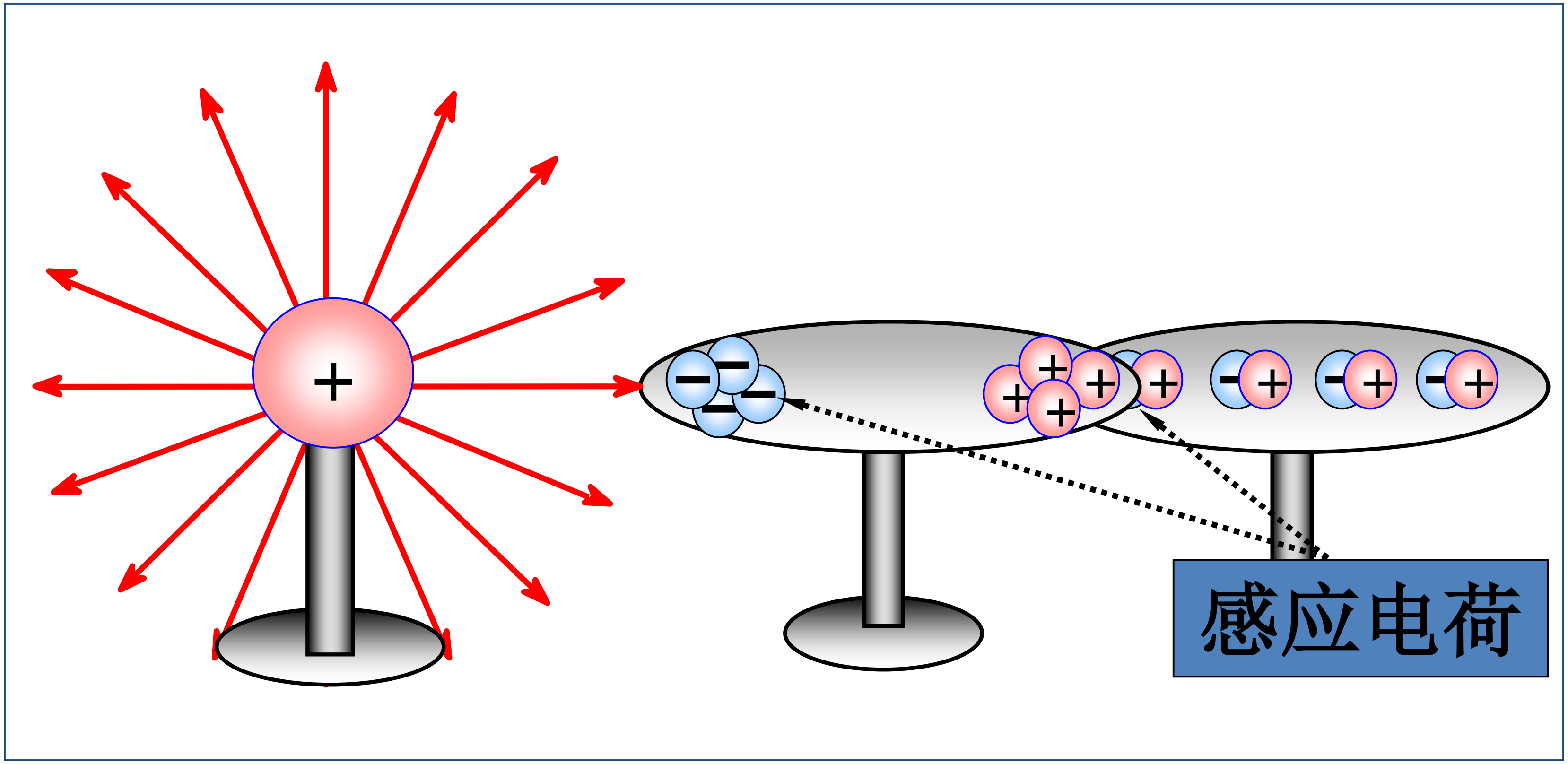
静电场中的导体

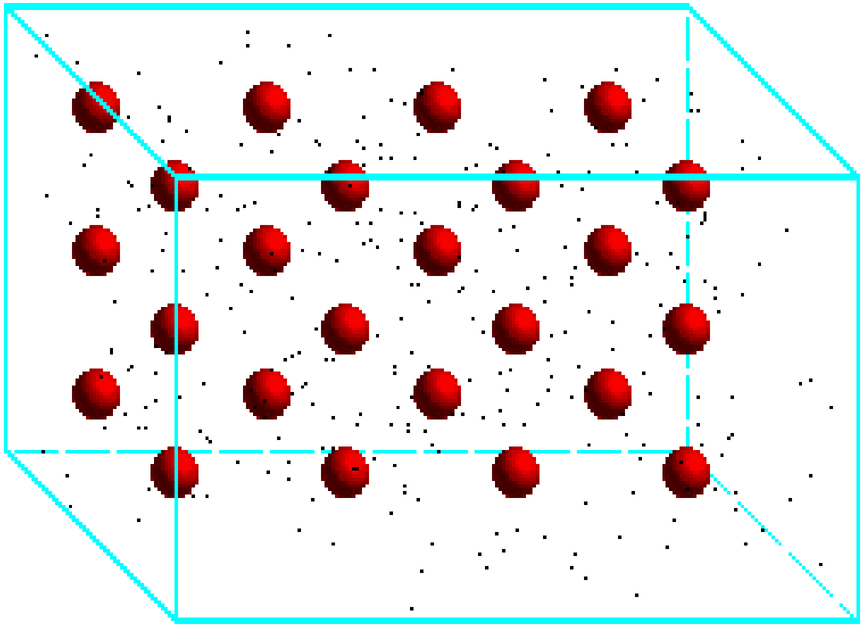
一导体放在匀强电场中：

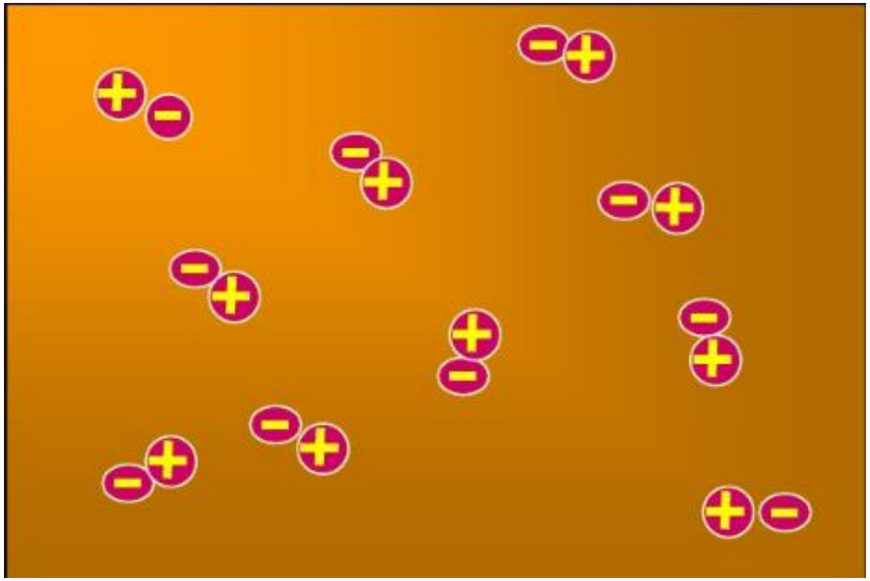
1 导体会发生什么变化？

2 导体的变化会引起静电场怎样的变化？

一　静电平衡

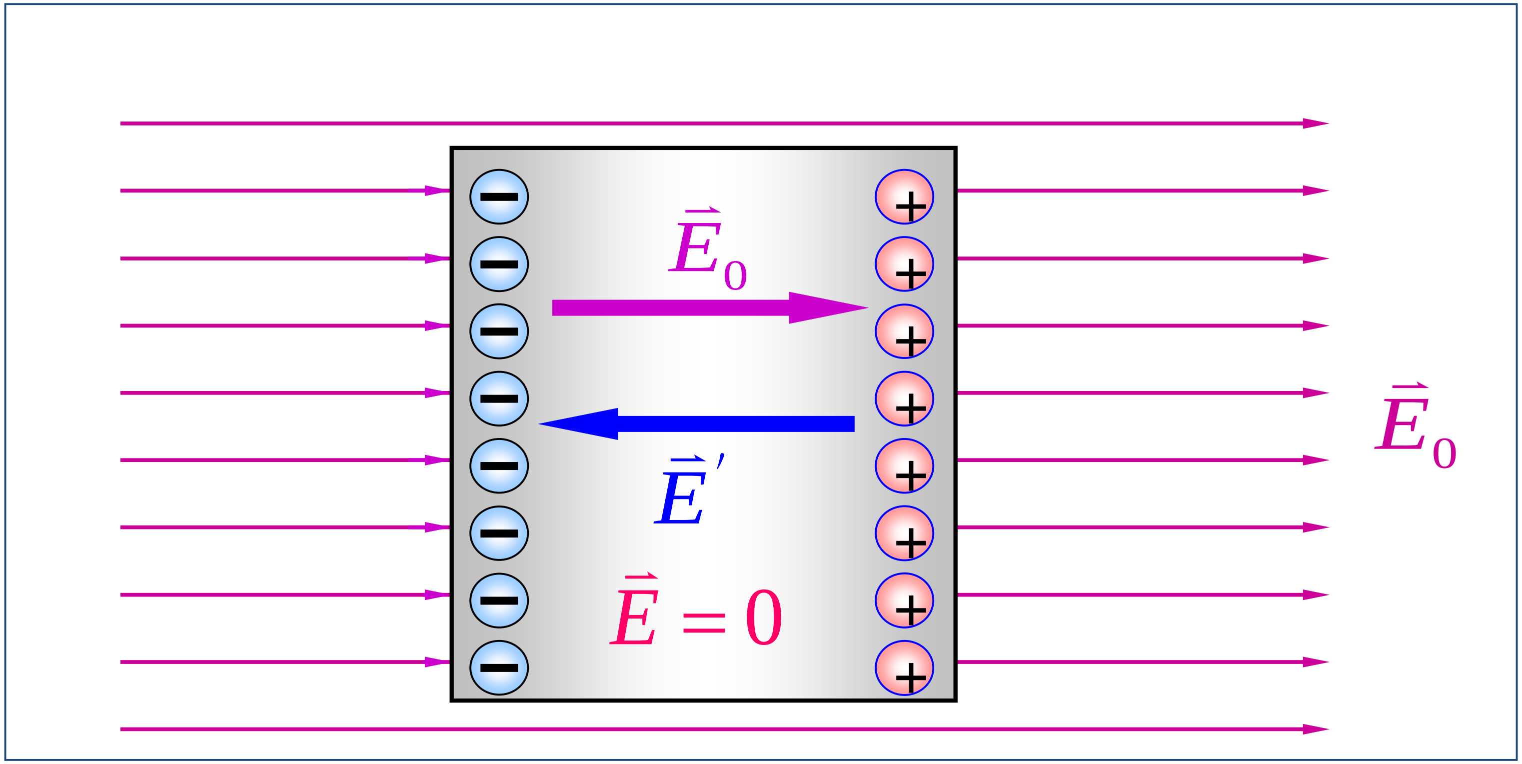






电场与导体的相互作用：外一个匀强电场

良导体需时 $10^{-16}s$



◆导体中的自由电荷在静电场的作用下，会重新分布；

◆静电场会受到导体中自由电荷的影响而发生变化。

◆静电平衡：

处在静电场中的导体，若导体中电荷的定向运动完全停止，则称该导体处于**静电平衡**状态。

◆静电感应

如果导体原来未带电，那么自由电子的定向运动就会使导体局部带电。这就是所谓的静电感应

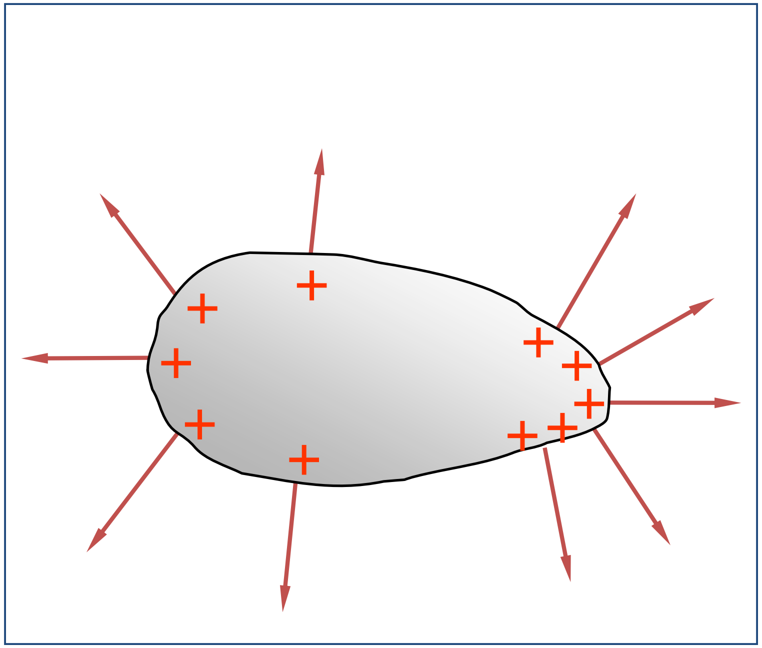
◆感应电荷

静电感应产生的电荷叫做感应电荷

静电平衡状态导体的性质：

◆电荷分布

导体内部不存在电荷，电荷均分布于导体表面，导体表面凸出的地方（曲率大）电荷密度高；导体较平坦的地方，电荷密度小；凹进去的地方，电荷密度更小。

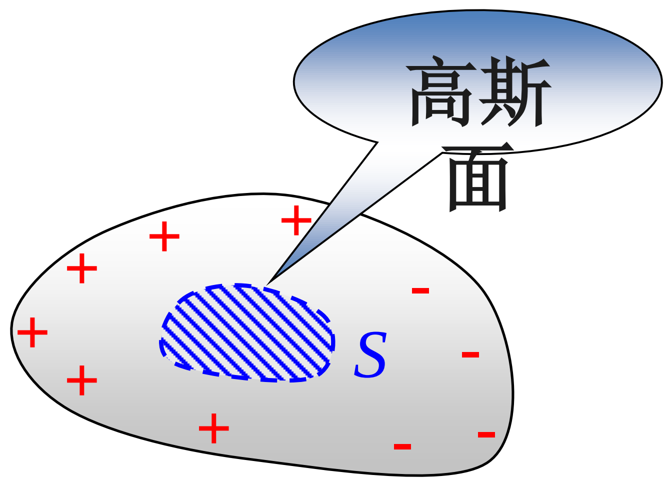


证明:

$$\because \vec{E}=0$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore q=0$$



实心带电导体

结论：导体内部无净电荷，

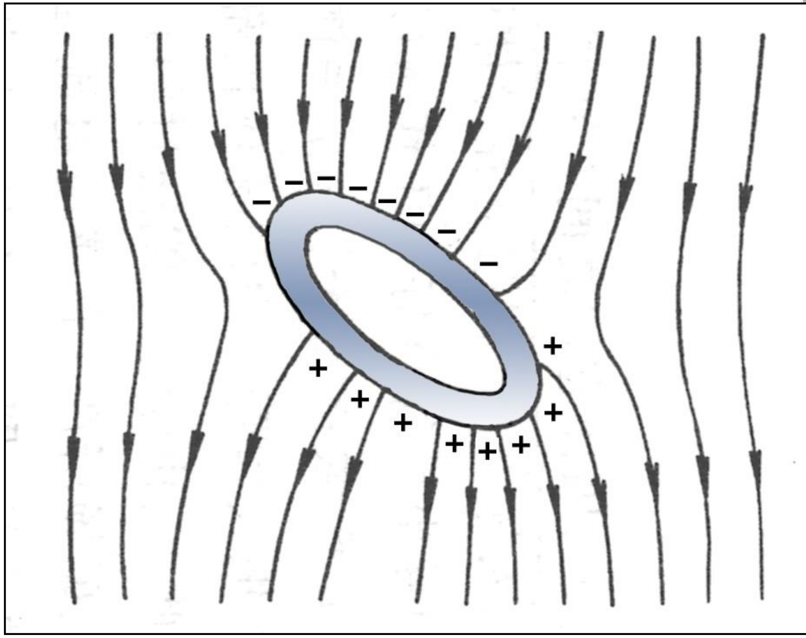
电荷只分布在导体表面.

静电平衡时电场分布

- 导体内部电场矢量处处为0；
- 导体表面外侧附近电场方向垂直于导体表面，数值为

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

σ 为导体电荷面密度

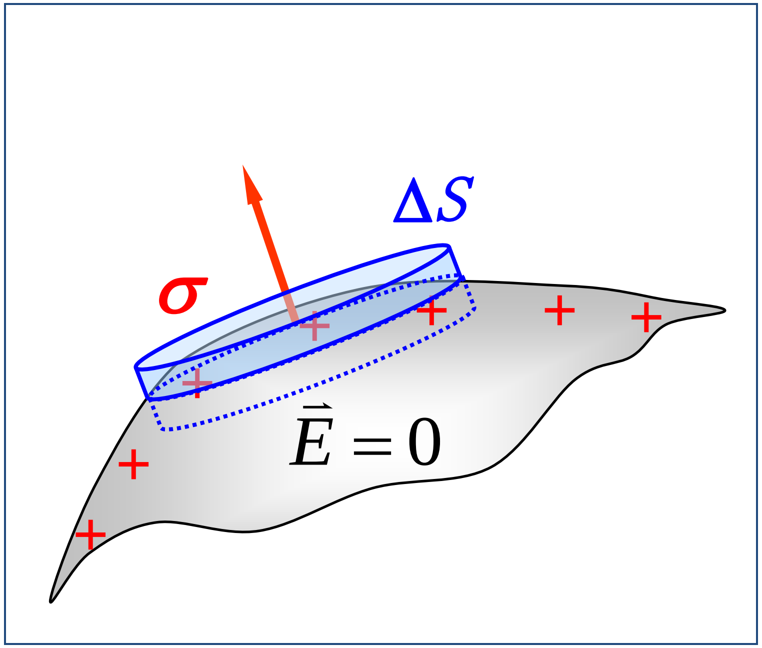


作扁圆柱形高斯面

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E\Delta S$$

$$= \sigma\Delta S/\varepsilon_0$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}}$$



◆电位分布

导体为等位体，导体表面为等位面，导体上任意两点的电位都相等。

导体内各点电势相等

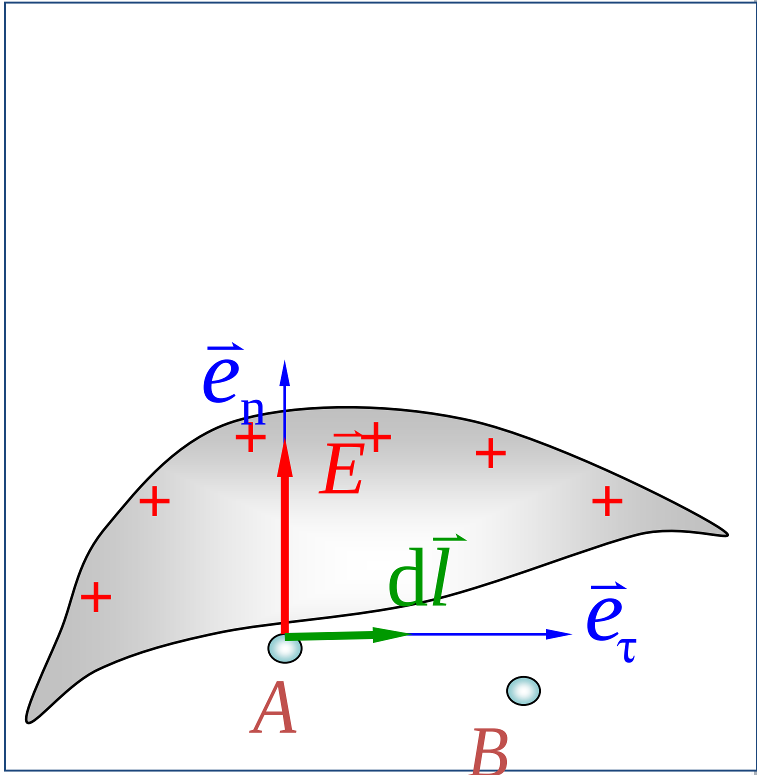
$$\because \vec{E}=0$$

$$\therefore U_{AB}=\int_{AB}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$$

导体表面为等势面

$$\because \vec{E}\perp \mathrm{d}\vec{l}$$

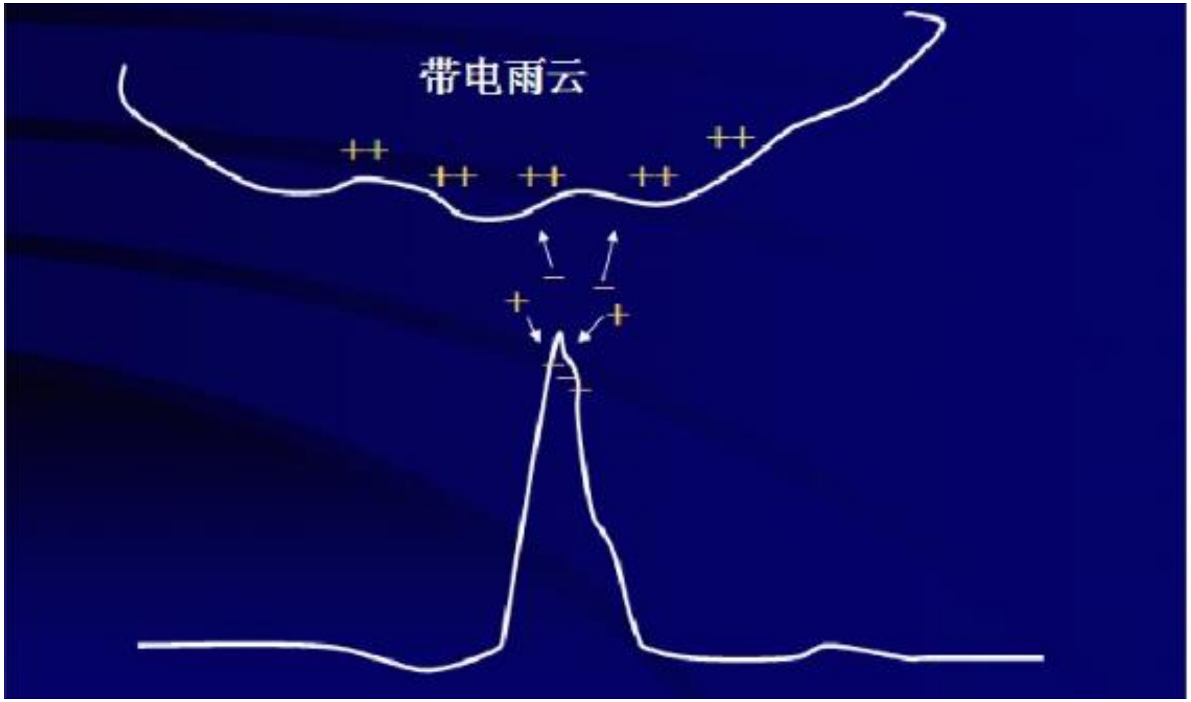
$$\therefore U_{AB}=\int_{AB}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$$



静电场中的导体

- 内部场强为0，外部垂直于导体表面
- 导体为等势体
- 电荷分布于导体表面

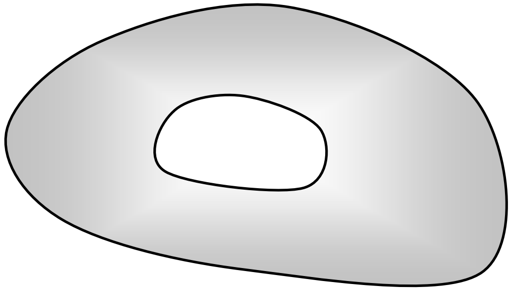
应用： 尖端放电


带电雨云


一导体空腔放在匀强电场中：

1 导体空腔会发生什么变化？

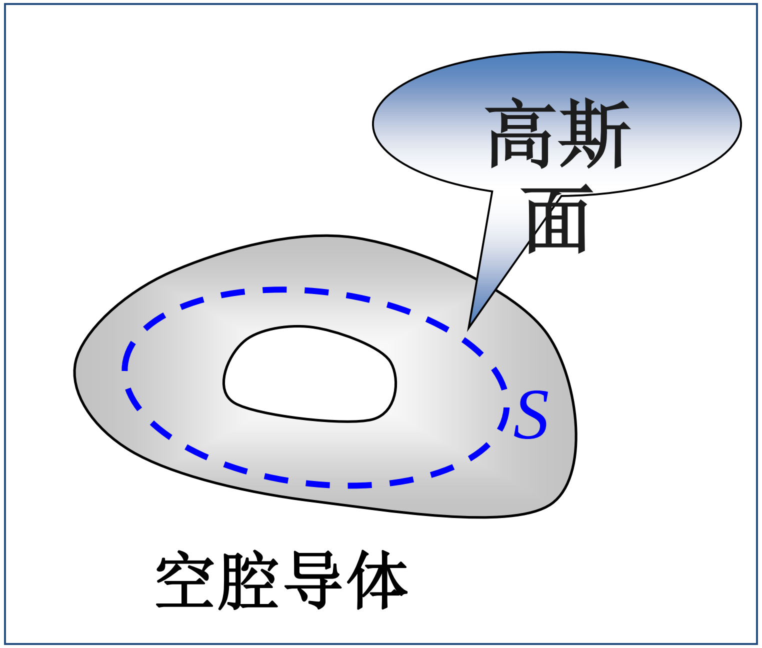
2 导体空腔的变化会引起静电场怎样的变化？



二、导体空腔

空腔内无电荷时

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \Rightarrow \quad \sum_i q_i = 0$$



电荷分布在表面

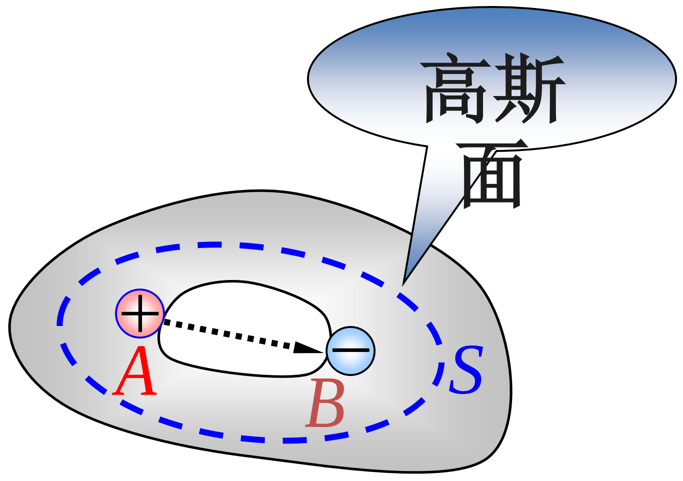
$$\begin{cases} \text{内表面？} \\ \text{外表面？} \end{cases}$$

若内表面带电，必等量异号

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = 0$$

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$$

与导体是等势体矛盾



空腔带电导体

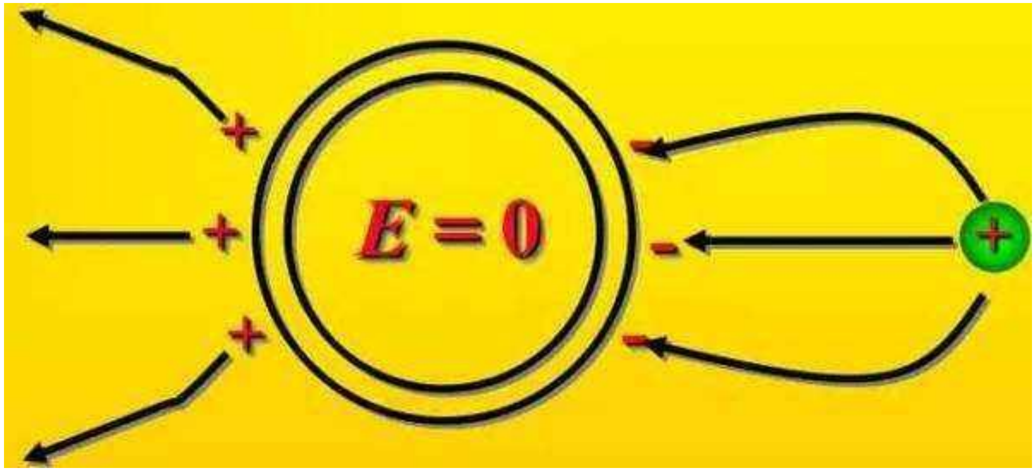
结论：空腔内无电荷时，电荷分布在外表面，内表面无电荷.

◆ 空腔内无电荷时

（1）空腔的内表面不存在电荷；

（2）腔内电场强度为0；

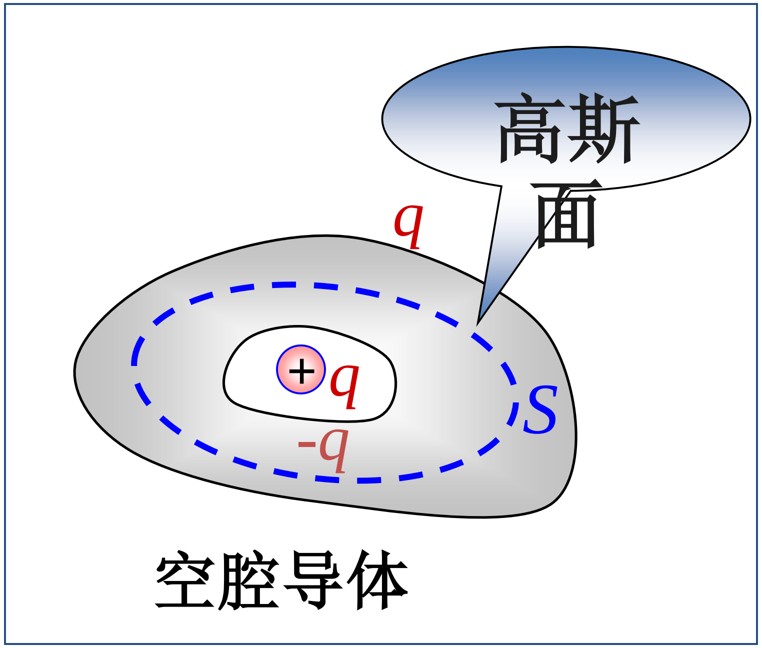
（3）腔内电位为常数。



◈ 空腔内有电荷时

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\sum q_i = 0$$



结论： 空腔内有电荷$+q$时，空腔内表面有感应电荷$-q$，外表面有感应电荷$+q$.

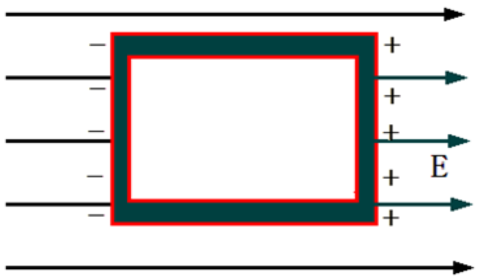
1　空腔里的电荷的变化影响空腔外的电场吗？

2　空腔内的电场受空腔外的电场（电荷）影响吗？

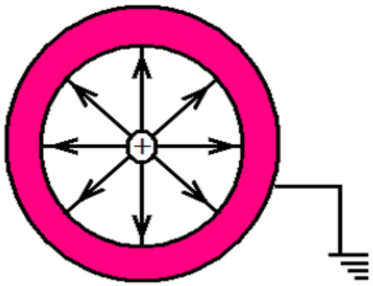
应用：　静电屏蔽

两种屏蔽

屏蔽外部电场使其
不影响内部



屏蔽内部电场使其
不影响外部



（空腔导体接地）

静电透镜、均压服、Van der Graff发电机

- https://open.163.com/newview/movie/free?pid=M72UIB0K0&mid=M72ULPCAE

静电场中的导体空腔附加特性

- 空腔内的电场不受腔外电场的影响（不接地屏蔽）
- 空腔内的电场可以影响空腔外的电场（接地屏蔽）
- 导体空腔的内表面上的电荷与腔内的电荷等值异号；

例1、半径分别为R和r的两个带电金属球相距无限远，处于静电平衡状态，想象地用细导线连接两球，计算两球面电荷密度的比值。

例1、半径分别为R和r的两个带电金属球相距无限远，处于静电平衡状态，想象地用细导线连接两球，计算两球面电荷密度的比值。

解：因为两球相距无限远，所以各自表面电荷均匀分布。

设两球带电量分别为Q、q，则各自的电位为：

$$U_R = \frac{kQ}{R} \qquad U_r = \frac{kq}{r}$$

用导线连接后，$U_R = U_r$

$$\frac{kQ}{R} = \frac{kq}{r}$$

$$\therefore \frac{Q}{q}=\frac{R}{r}$$

又 $$\sigma_R=\frac{Q}{4\pi R^2},\sigma_r=\frac{q}{4\pi r^2}$$

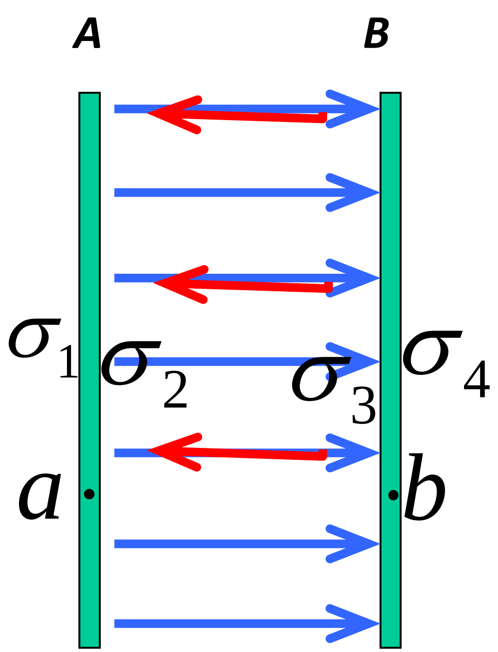
$$\frac{\sigma_R}{\sigma_r}=\frac{Q}{q}\frac{r^2}{R^2}=\frac{R}{r}\frac{r^2}{R^2}=\frac{r}{R}$$

两球的电荷面密度之比与半径成反比。

例2、两块薄平行导体平板A和B，带电量分别为Q_A和Q_B，板面积为s，板间距离为d，略去边缘效应，求每块板两个表面的电荷面密度。

解：由对称性可知，每块板各表面电荷均匀分布，令电荷面密度分别为 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 相应电荷在空间产生的电场矢量分别为：

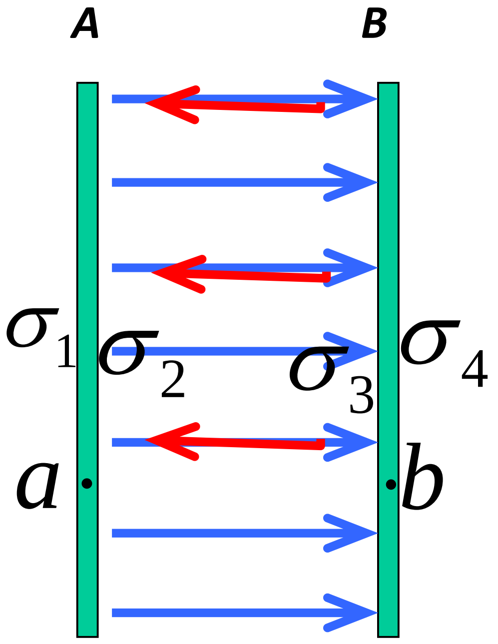
$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\hat{n}_1, \quad \vec{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\hat{n}_2, \quad \vec{E}_3 = \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}\hat{n}_3, \quad \vec{E}_4 = \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}\hat{n}_4$$



在A板内任取一点a，两块带电板中的每个带电表面在a点的场强应该为0（静电平衡条件）

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4=0 \qquad (1)$$



同样b点场强为0：

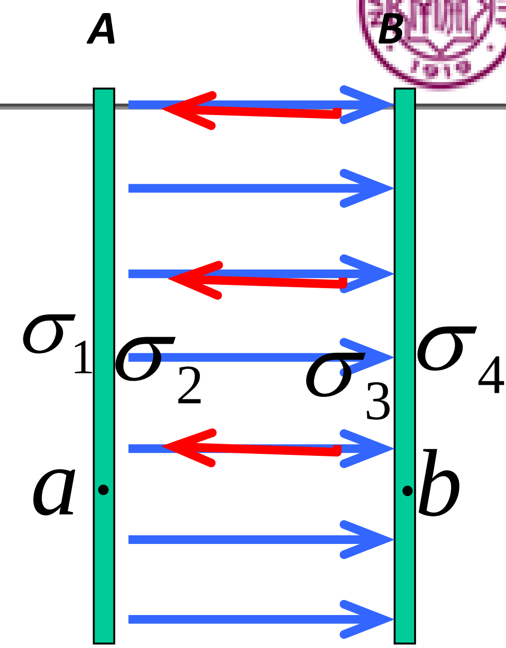
$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4=0 \qquad (2)$$

此外由A、B两板带电量知：

$$\sigma_1+\sigma_2=\frac{Q_A}{S} \qquad (3)$$

$$\sigma_3+\sigma_4=\frac{Q_B}{S} \qquad (4)$$



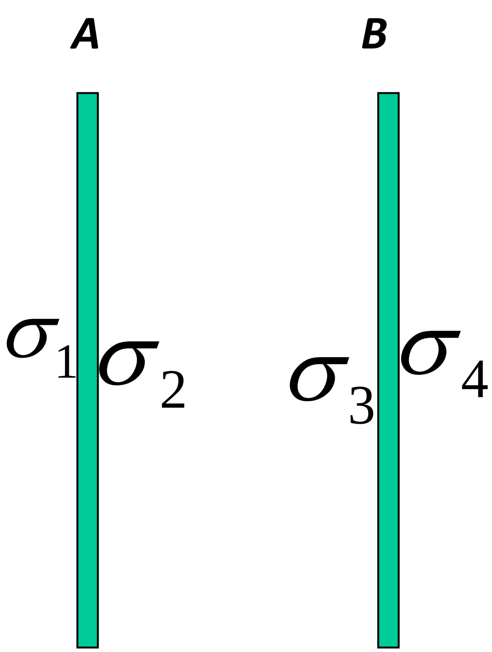
由（1）（2）（3）（4）可得：

$$\sigma_1=\sigma_4=\frac{1}{2}\frac{Q_A+Q_B}{S},\sigma_2=-\sigma_3=\frac{1}{2}\frac{Q_A-Q_B}{S}$$

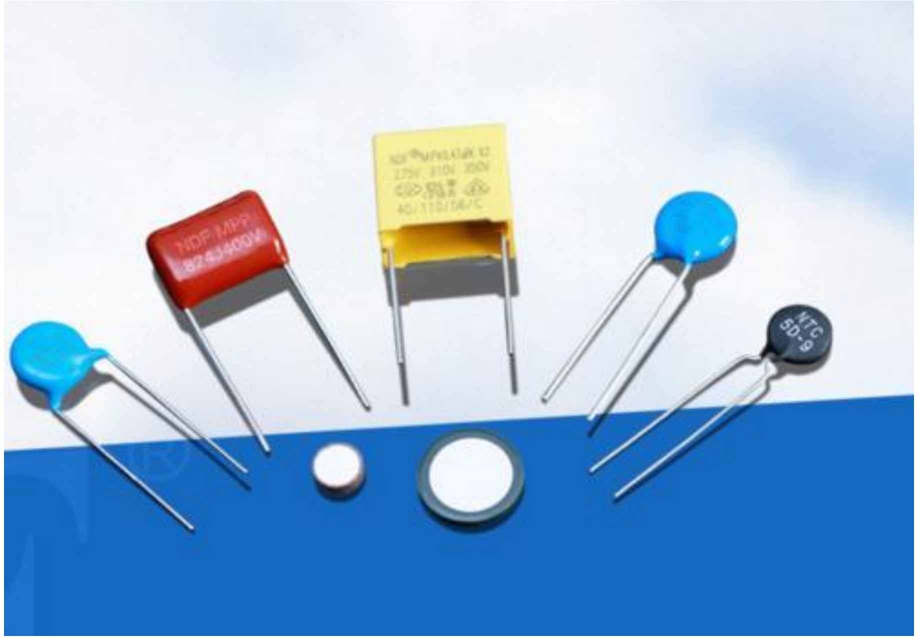
讨论：

$$Q_A = Q_B \qquad \sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A}{S}, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

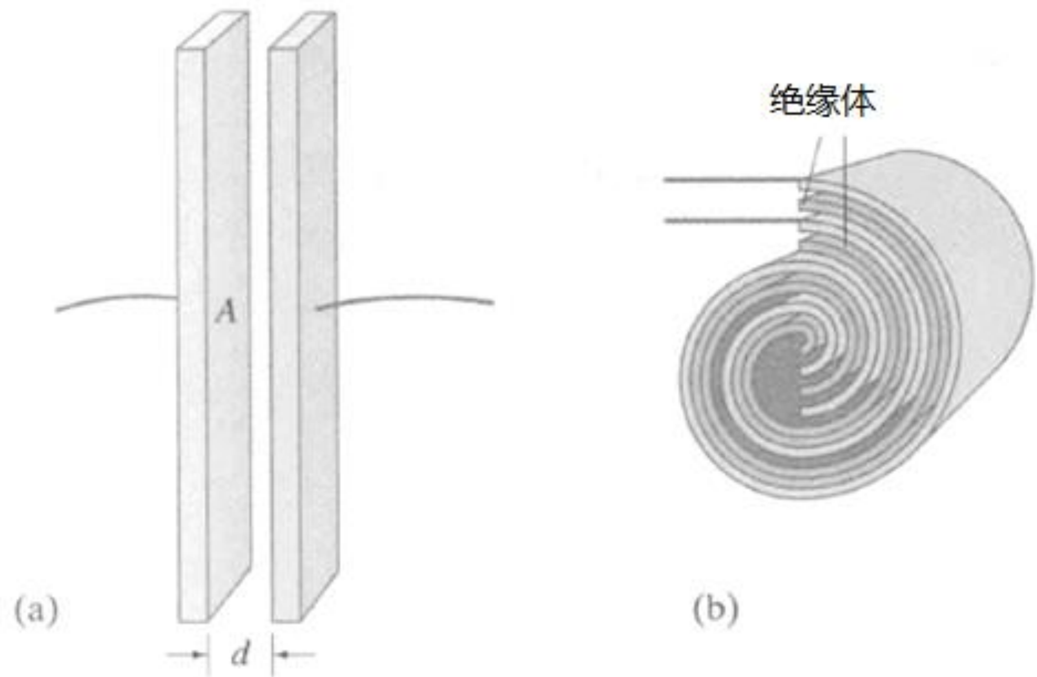
$$Q_A = -Q_B \qquad \sigma_1 = \sigma_4 = 0, \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_A}{S}$$

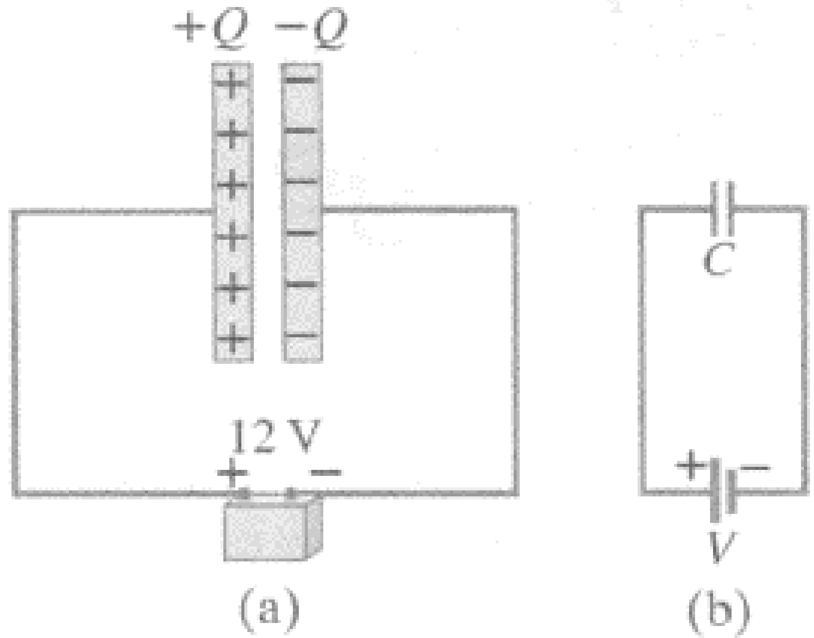


三、电容概念



电容器结构





电容器与电池相连时，会迅速被充电，一个极板带正电荷，另一个极板带等量负电荷。实验表明，所带电量的大小为：

$$Q=CU$$

常数C为电容:使电容器（导体）每升高单位电势所需的电荷量

1　电容

(1) 孤立导体的电容

孤立导体的电容为孤立导体所带电荷Q与其电势U的比值.

$$C=\frac{Q}{U}$$

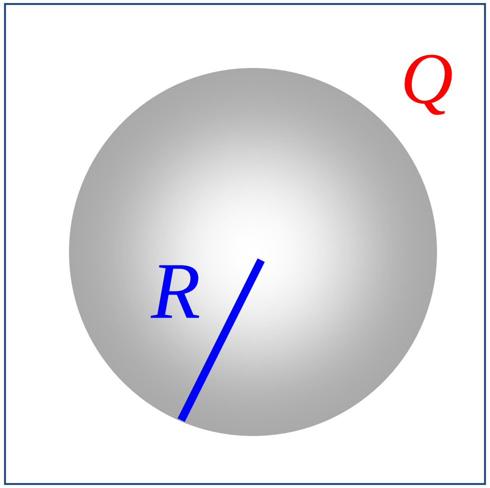
单位: $1\,\mathrm{F}=1\,\mathrm{C}\cdot\mathrm{V}^{-1}$　$1\,\mathrm{F}=10^{6}\,\mu\mathrm{F}=10^{12}\,\mathrm{pF}$

说明

- 容纳电荷的能力
- 存储电能的能力
- 单位电位所带的电量

例 球形孤立导体的电容

$$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



$$C=\frac{Q}{U}=4\pi\varepsilon_0 R$$

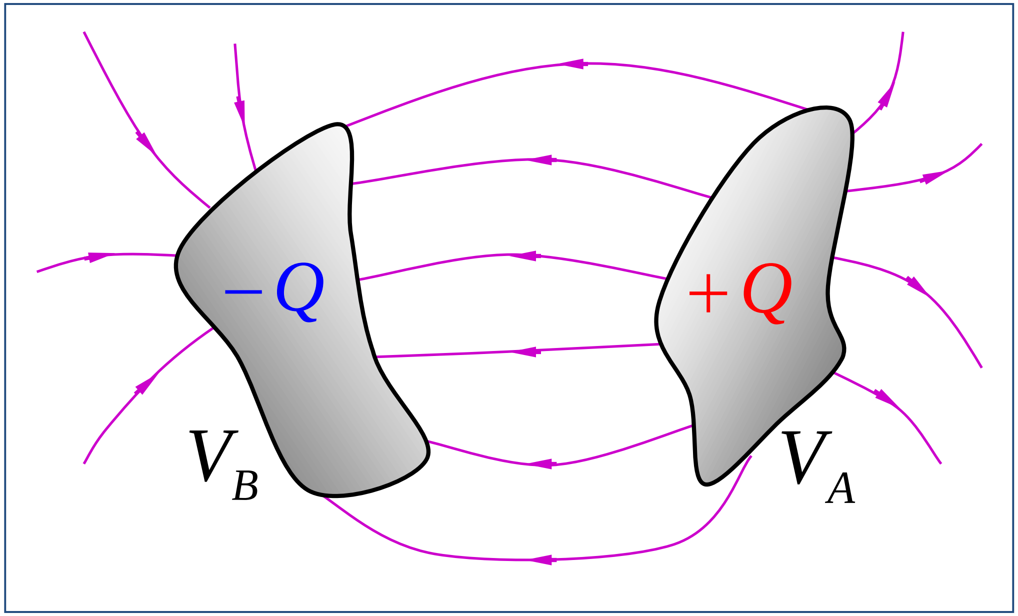
- 地球 $R_{\mathrm{E}}=6.4\times10^{6}\ \mathrm{m},\quad C_{\mathrm{E}}\approx7\times10^{-4}\ \mathrm{F}$

（2） 电容器的电容

电容器的电容为电容器一块极板所带电荷Q与两极板电势差 $V_A - V_B$的比值．

$$C=\frac{Q}{V_A-V_B}=\frac{Q}{U}$$

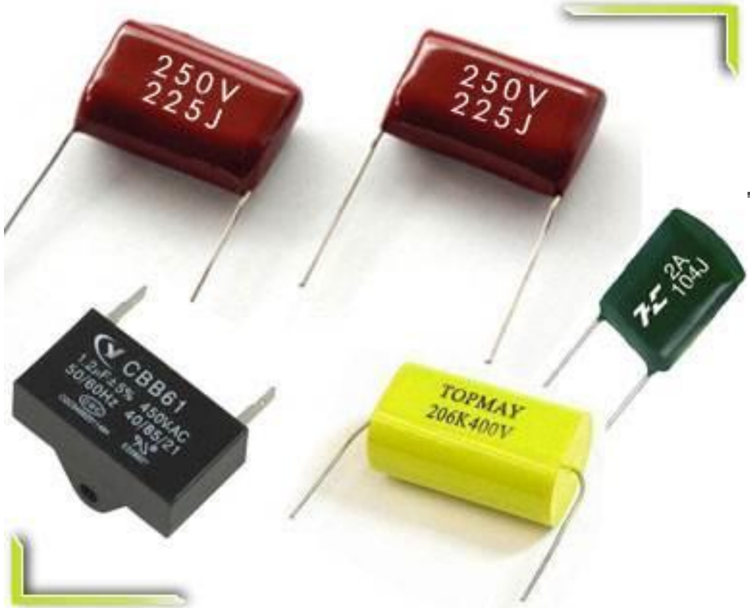
$$U=\int_{AB}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$



电容的大小仅与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关，与所带电荷量无关.

电容器的分类

按形状：柱型、球型、平行板电容器
按型式：固定、可变、半可变电容器
按介质：空气、塑料、云母、陶瓷等
特点：非孤立导体，由两极板组成


250V
225J
250V
225J
2A
104J
CBB61
TOPMAY
206K400V


SFPEC-1400-20
IEC1071
1800VDC 5μF±5
IEC1071


alibaba.com.cn

（3）分布电容：

导线之间、导线与金属（如仪器外壳）之间、人体与金属之间都存在电容，电子工程技术中称之为分布电容。

分布电容一般很小，在低频电路中阻抗很大，对电路性能影响很小，经常忽略不计；但在高频电路中，阻抗较小，对电路性能影响显著，需认真对待。

电容器电容的计算

步骤

$$C=\frac{Q}{V_A-V_B}=\frac{Q}{U}$$

（1）设两极板分别带电$\pm Q$

（2）求两极板间的电场强度$\vec{E}$

（3）求两极板间的电势差U

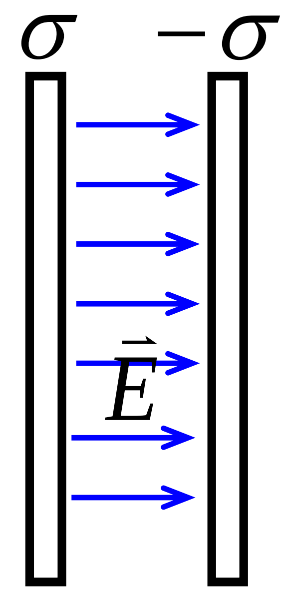
（4）由$C=Q/U$求C

2、常用电容器

（1）平行板电容器： 面积为S，间距为d

平行板很大，间距很小，真空，

设电量为Q。



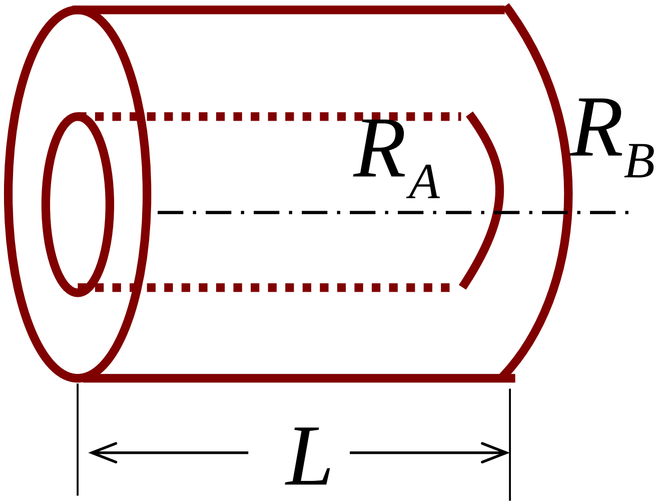
$$\because E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = Ed = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} \qquad Q = \sigma \cdot S$$

$$\therefore U_{ab} = \frac{Q}{S\varepsilon_0} \cdot d \qquad C = \frac{Q}{U_{ab}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

（2）圆柱型电容器

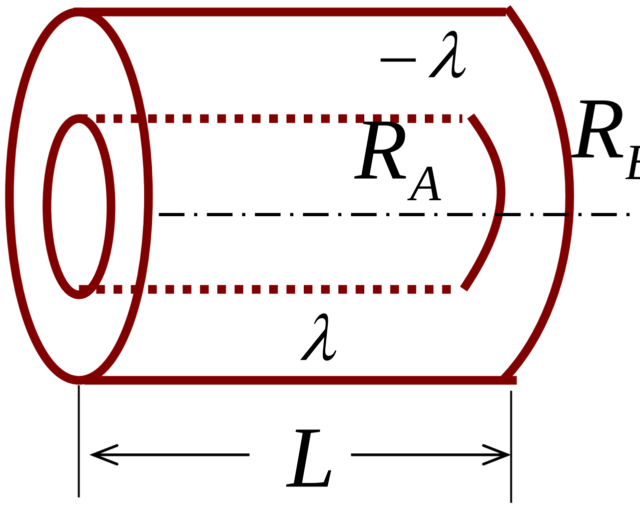
两个长为 L 的同轴圆柱面，$R_B - R_A << L$，可看作无限长。求其电容



解：设单位长度带电量为 λ

利用Gauss定理求得极间电场分布为：

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r}\hat{r}$$



$$U_{AB} = \int_{R_A}^{R_B} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_A}^{R_B} \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} \cdot dr$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{R_B}{R_A} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln \frac{R_B}{R_A}$$

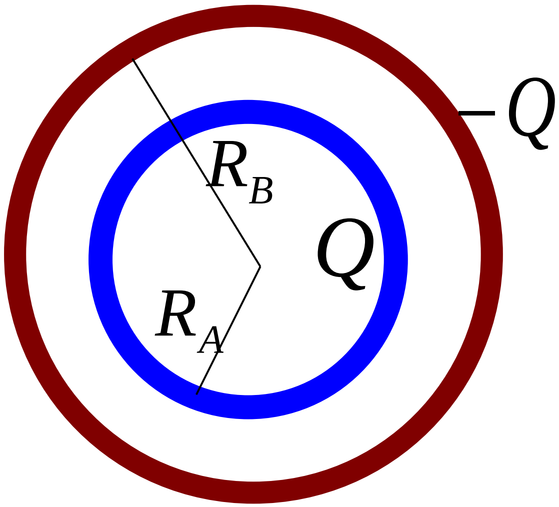
$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\dfrac{R_B}{R_A}}$$

单位长度的电容： $$C_0=\frac{C}{L}=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{R_B}{R_A}}$$

（3）球形电容器

同心球壳导体组成，内球外半径为R_A，外球内半径为R_B。

设内球带电为Q，外球内侧为-Q。



$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = kQ\int_{R_A}^{R_B}\frac{1}{r^2}dr = kQ\frac{R_B - R_A}{R_A R_B}$$

$$\therefore C = \frac{Q}{U_{AB}} = 4\pi\varepsilon_0\frac{R_A R_B}{R_B - R_A}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B - R_A}$$

讨论：

（1）若两球半径相近： $R_A \approx R_B = R$

$$R_B - R_A = d$$

$$S = 4\pi R^2$$

代入有：$C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$ (近似为平行板）

（2）若$R_B \gg R_A$

$C = 4\pi\varepsilon_0 R_A$ (孤立导体球)

4、电容器的连接

电容器一般有两个重要参数

电容和耐压

(1) 串联:

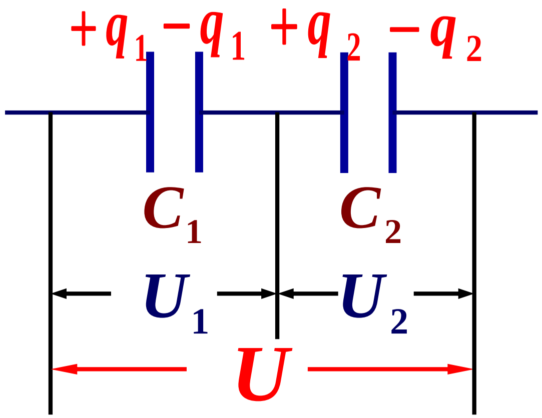
$$q = q_1 = q_2 = \cdots$$

各电容器上的电压

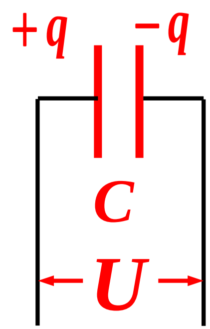
$$U_1 = \frac{q}{C_1}, U_2 = \frac{q}{C_2}, \cdots$$

$$U = U_1 + U_2 + \cdots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$$



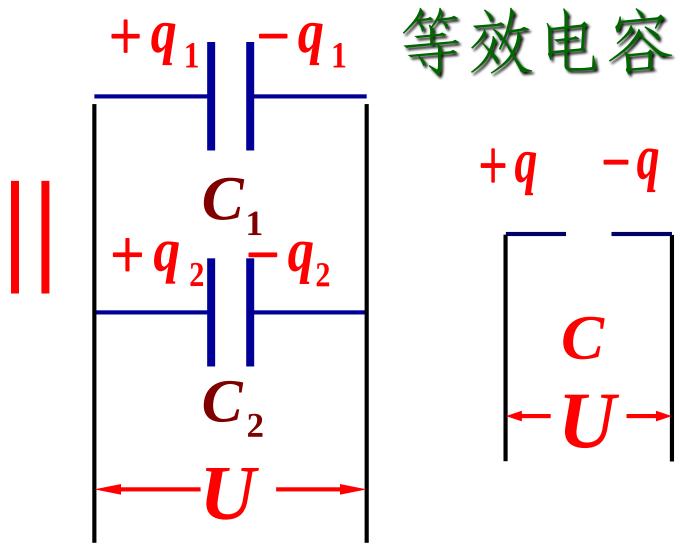
等效电容



说明：等效电容值比每一个串联电容值小，但耐压值提高.

(2). 并联:

$$U = U_1 = U_2 = \cdots$$



总的电量:

$$q = C_1U + C_2U + \cdots$$

$$C = C_1 + C_2 + \cdots$$

说明：等效电容比每一个并联电容值高，

但耐压值受到并联电容最低耐压值的限制.

（3）混联

串联和并联的组合，有关计算要分步进行。

串联可提高耐压能力，但电容减小；

并联可以增加电容，但耐压只能是各电容耐压最小值。

NANKAI UNIVERSITY 南開 1919

- 作业：

P355 T8.42 T8.45

本次课的学习目标，您掌握了吗？

- 理解静电平衡的条件
- 静电平衡时导体上的电荷分布特点
- 理解电容的概念
- 会求解电容