



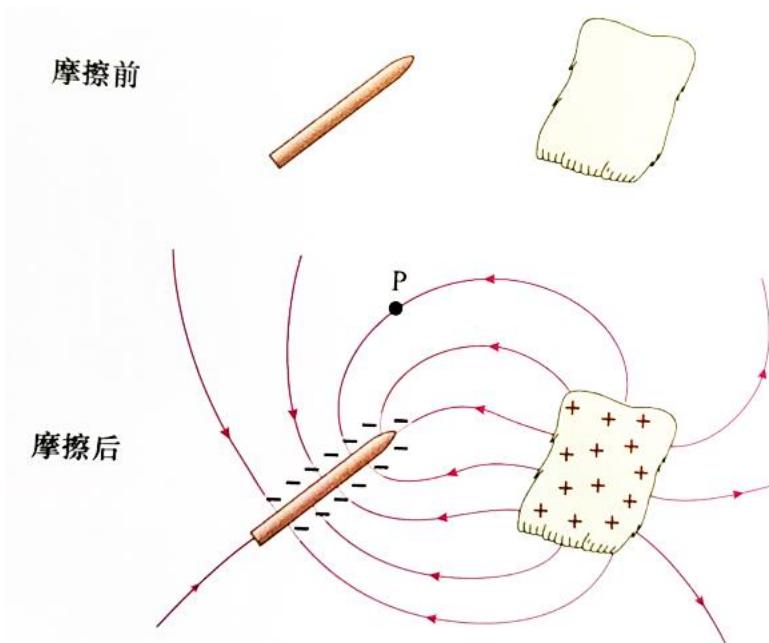
静电场能量



通过本次课的学习，您将：

- 电容器储能
- 静电场的能量
- 铁电体与压电体

如何把正负电荷分离？



必需有外力克服电场力作用，才能将正负电荷分离。



正负电荷分开后，能量存储在哪里？

一、电容储能

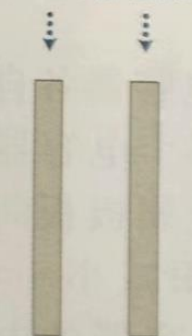
Energy stored in a capacitor



<https://www.khanacademy.org/science/physics/circuits-topic/circuits-with-capacitors/v/energy-capacitor>

(a) 电池没与电容器连接

不带电的两极板间电势差为零。



电池



电池两极间有电势差。

(b) 电容器充电

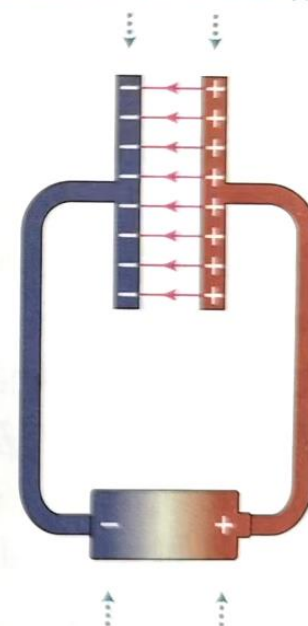
电子沿导线向高电势方向流动。



电池中发生的化学反应向电源的两极提供电荷，并保持电势差不变。

(c) 电容器充满电

每块极板的电势与对应电池的两极相同。



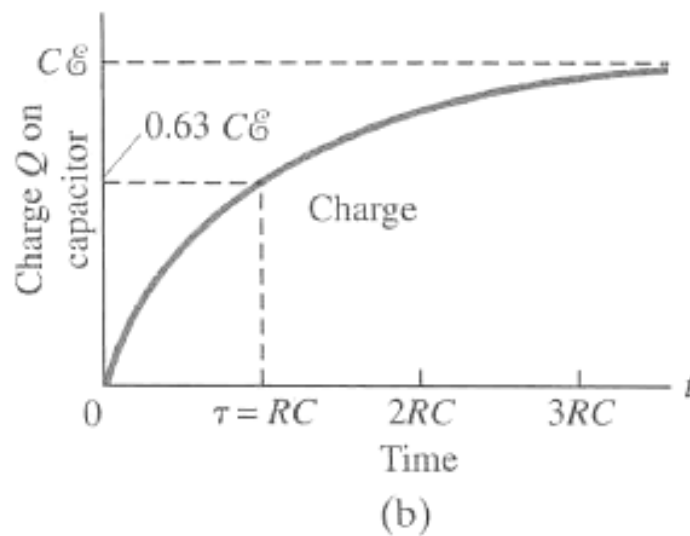
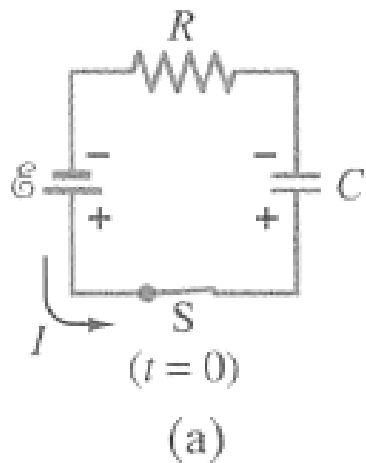
电池两极间的电势差仍然保持不变。

两极板间的电势在逐渐升高



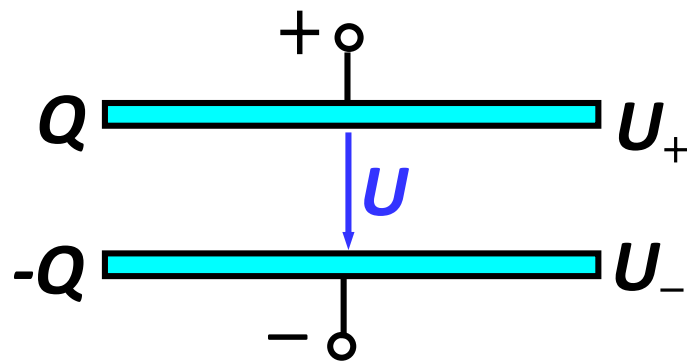
电源对电容器的充电过程中，电容器获得的能量，设电容器的电容为 C 。

设充电过程中某时刻极板上电量的绝对值为 q ，正极、负极电位，及该时刻正负极电位差分别为 u_+ , u_- , u 。



充电时电源提供的外力不断将 $-dq$ 的电荷从正极移到负极，此时电位能增加为：

$$\begin{aligned} dW &= (-dq)u_- - (-dq)u_+ \\ &= dq(u_+ - u_-) \\ &= u dq \end{aligned}$$



设该电容器的容量为 C , 则当正负极电位差为 u 时, 正极上的电量 $q = uC$

$$\therefore u = \frac{q}{C} \quad \therefore dW = \frac{q}{C} dq$$

正极电量由 $0 \rightarrow Q$, 同时负极电量由 $0 \rightarrow -Q$ 。

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\text{又 } C = \frac{Q}{U} \Rightarrow W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU$$





使电容器电量从0增加到Q，外力所做的功为：

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

电容器电量从0增加到Q，电容器储存的能量

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

电容器的电容，表征了电容器储能本领的大小



二、静电场储能

电荷的电位能： $W=qU$

电容器储能：

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$



静电能与电场联系，静电能是否存分布在电场中？？

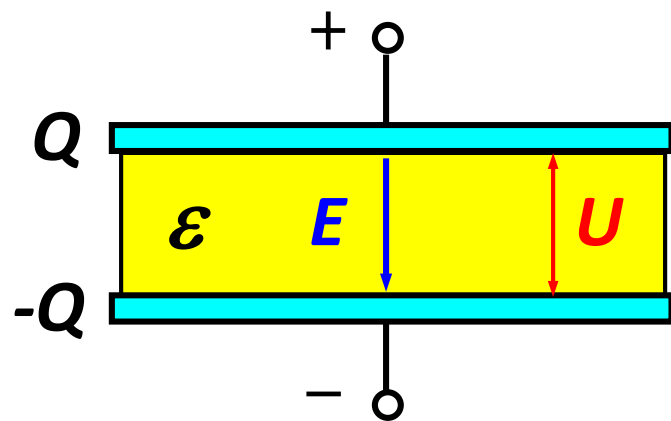
以有介质的平行板电容器为例：

$$W = \frac{1}{2}QU, \quad \sigma = \frac{Q}{S}$$

$D = \sigma$ (仅适合平行板电容器)

$$\therefore D = \frac{Q}{S},$$

$$\therefore Q = DS$$





$$\because U = Ed$$

$$\therefore W = \frac{1}{2}QU$$

$$= \frac{1}{2}DSEd$$

$$= \frac{1}{2}DEV$$

$V = Sd$ 是电容两极的体积，也就是电场分布的总体积。

平行平板电容器电场的能量密度：单位体积静电场的能量

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}DE$$

各向异性的电介质, \vec{D} 与 \vec{E} 的方向不同

静电场的能量密度:

$$\omega = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$$

各向同性线性电介质:

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

真空:

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$





电场空间所存储的能量

均匀电场:

$$W = \omega V = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} V$$

V

非均匀电场:

$$W = \iiint_V \omega dV = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{D} \cdot \vec{E} dV$$



四、应用举例

例1、半径为 R 的导体球带电量为 Q ，处于静电平衡状态，已知球外是真空，求

(1) 电场能量 W 。

(2) 导体球的外部，多大半径范围内，所储存的能量为总能量的一半。



解：（1）导体静电平衡，内部电场为零。导体外

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint E^2 dV = \frac{\epsilon_0}{2} \int_R^\infty \left(k \frac{Q}{r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{kQ^2}{2R}$$

注：可以按照孤立导体球电容及电容器储能计算。



令 R_x 处, $w_x = \frac{1}{2}w$

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \iiint E^2 dV = \frac{\epsilon_0}{2} \int_R^{R_x} \left(k \frac{Q}{r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{kQ^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_x}\right)$$

$$\frac{kQ^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_x}\right) = \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{2R}$$

$$R_x = 2R$$



例2、平行板空气电容器的板面积为 S ，经充电后，两板分别带电 $+Q$ 和 $-Q$ ，求断开电源，外力匀速将二板距离由 d 拉到 $2d$ 的过程中，外力所做的功。



方法 1

解：拉动前 $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ，拉动后 $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}$

拉动前后Q不变 $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

拉动前电容器储存的能量： $W_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1}$

拉动后电容器储存的能量： $W_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2}$

外力做的功为： $A = \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} Q^2 \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$$

$$E \text{ 不变 } \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad \Rightarrow \omega \text{ 不变}$$

$$W_1 = \omega V_1 = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2} \cdot Sd = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S},$$

$$W_2 = \omega V_2 = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2} \cdot 2Sd = \frac{Q^2 d}{\varepsilon_0 S}$$

$$A = \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$$





方法3 按照恒力做工计算

正极板产生的电场：

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

负极板在该电场中受到的力为：

$$F = -QE = \frac{-Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

外力所做的功为：

$$W = (-F)d = \frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$$

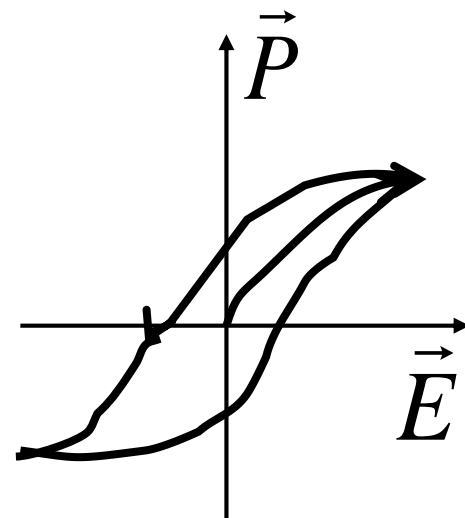
机械能转化成了电能

§ 2.4 铁电体与压电体

一、铁电效应

一类特殊电介质，极化性质特别，具有类似于铁磁体在磁场中的性质，故称为铁电体。如钛酸钡、酒石酸钾钠、磷酸二氢钾等。

- 1) 自发极化，有“电畴”存在；
- 2) 介电常数很大， $\varepsilon_r = 10^2 \cdots 10^4$ ，与电场有关，且非单值函数关系，各向异性；
- 3) 电滞现象；
- 4) 存在居里温度。



铁电体的应用：

- 因介电常数大，可制作大容量电容；
- 在交流电路中，流过铁电体为介质的电容的电流，含有丰富的谐波，故可制作倍频器；
- 铁电体同时也是压电体，可制作压电元件。



二、压电效应

某些离子型晶体的电介质，在晶体的一些特定方向上，若发生机械形变，能产生电极化现象，即在加力的两个相对面上出现异性电荷，称为压电效应。这种晶体叫做压电体。铁电体都是压电体，但压电体不一定是铁电体。

应用：

压电晶体话筒： 声波作用，产生电信号；

电唱头： 唱片中的音纹起伏，借助压电晶体转化为电信号。



二、电致伸缩效应

在一些晶体某个方向施加电场，晶体会发生形变，这种现象叫做电致伸缩效应。它是压电效应的逆效应。

应用：

扬声器：电信号转变为机械振动；

压电效应与电致伸缩结合，可制作晶体振荡器，其频率非常稳定。如石英晶体振荡器。



作业:

P355 T8.49 T8.52



本次课的学习目标，您掌握了吗？

- 电容器储能
- 静电场的能量
- 铁电体与压电体



本章小结

一、静电场中的导体

1、静电平衡条件：

$\vec{E}_{\text{内}} = 0$ （内部电荷无定向运动）

2、导体性质（静电平衡）

(1) 电场： $\vec{E}_{\text{内}} = 0$ ， $E_{\text{外}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ，方向与表面正交

(2) 电位：导体为等位体，其表面为等位面。

(3) 电荷：只分布在表面上。曲率越大，电荷面密度越大。

3、导体空腔的性质：

A、腔内无电荷：

- (1) 空腔的内表面不存在电荷；
- (2) 腔内无电场；
- (3) 腔内电位为常数。

B、腔内有电荷：

- (1) 导体空腔的内表面上的电荷与腔内的电荷等值异号；
- (2) 腔内的电场与电位分布都由腔内电荷决定；
- (3) 腔内表面电荷分布与腔外情况无关，整个空间的电场和电位分布都受腔内电荷影响；
- (4) 将空腔外壁接地，腔外电场及电位分布不受腔内电荷影响。



二、静电场中的电介质

1、极化

位移极化（无极分子，有极分子）

取向极化（有极分子）

$$\bar{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \bar{P}_{\text{分子}}}{\Delta V} \quad \oiint \bar{P} \cdot d\bar{S} = -\sum q' (\text{曲面内部})$$

表面密度： $\sigma' = \bar{P} \cdot \hat{n}$ (\hat{n} 为表面外法线方向)

$\bar{E} = \bar{E}_0 + \bar{E}'$ (\bar{E}' 为退极化电场，电极化电荷产生的电场，只能抵消部分外电场)



2、极化规律

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} \quad (\text{各向同性电介质})$$

χ 叫电介质的电极化率， \vec{E} 为总电场。若 χ 与总电场无关，只由介质自身性质决定，则该电介质称为线性电介质。

3、高斯定理

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_f$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{普遍成立})$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (\text{各向同性线性电介质})$$



三、电容

1、电容

$$C = \frac{Q}{U}$$

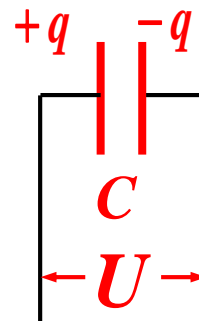
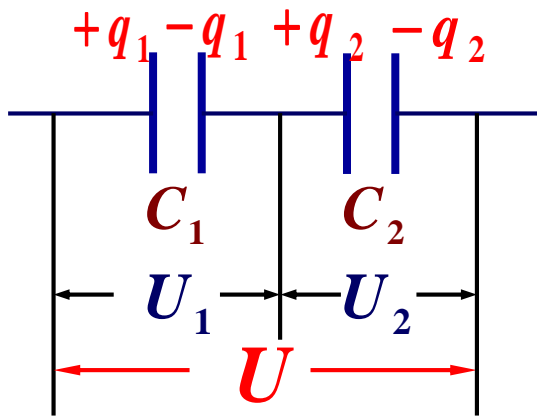
（电容只与自身的形状、尺寸、相对位置、极间介质有关。）



2、联接

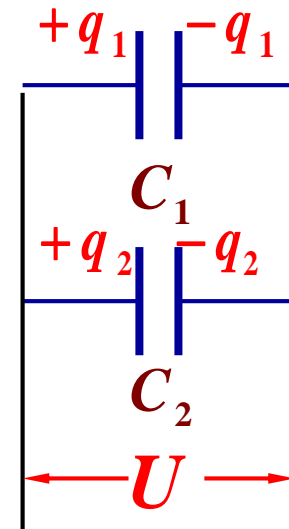
(1) 串联：

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_{i=1}}$$



(2) 并联：

$$C = \sum_{i=1}^N C_i$$



3、典型电容

(1) 孤立导体球: $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$

(2) 平行板电容器: $C = \frac{\epsilon_0\epsilon_r S}{d}$

(3) 同心球形电容器: $C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

(4) 同轴柱形电容器: $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$



四、电场能量

1、电容储能： $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U$

2、电场能量密度： $w = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$

各向同性介质： $w = \frac{1}{2} D E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$

真空： $w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

3、电场能量计算

$$\iiint \omega dV = \frac{1}{2} \iiint \vec{D} \cdot \vec{E} dV = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{2} \iiint E^2 dV$$

