无限长载流长直导线的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

对于无限长的螺线管的磁场

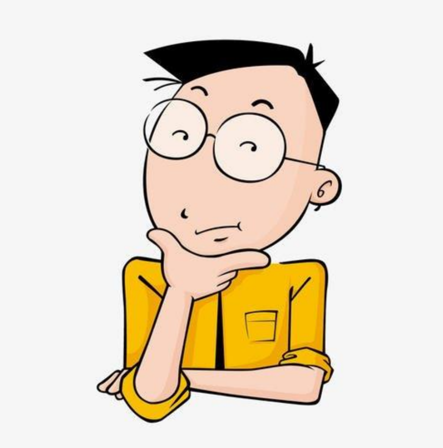
$$B=\mu_0 nI$$

磁偶极矩

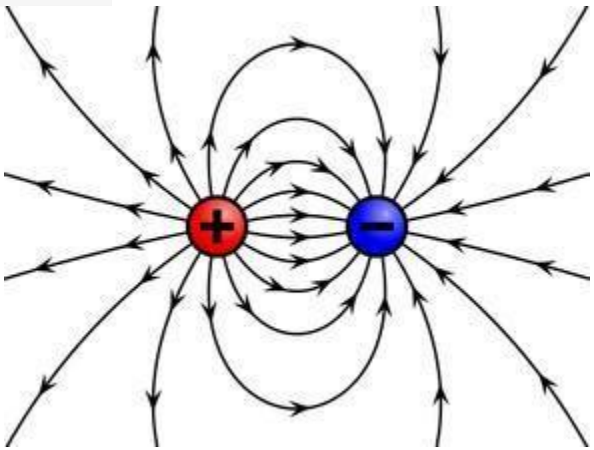
$$\vec{m}=IS\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

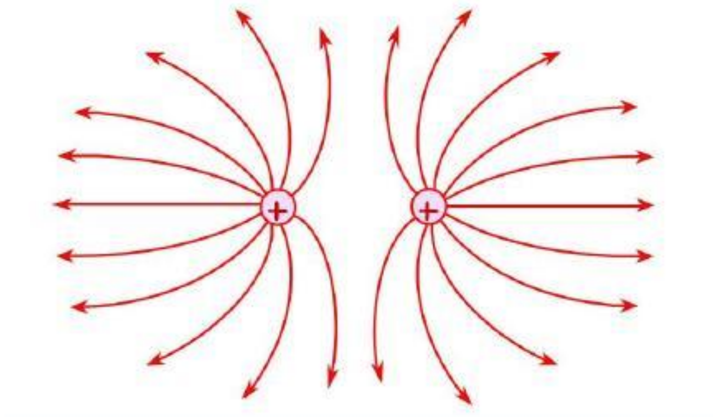
通过本次课的学习，您将：

- 磁场的高斯定理和环路定理
- 会用高斯定理和环路定理解决相关问题
- 无限大载流平面和螺绕环的磁场



静电场的电力线的特点是什么？

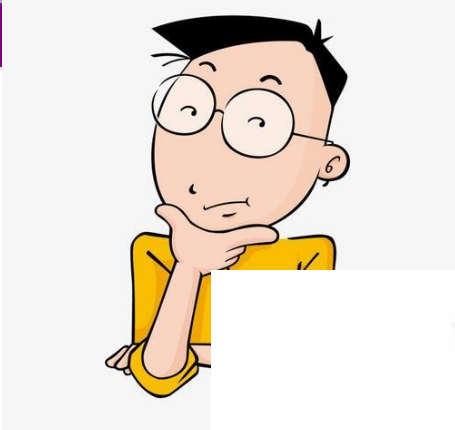


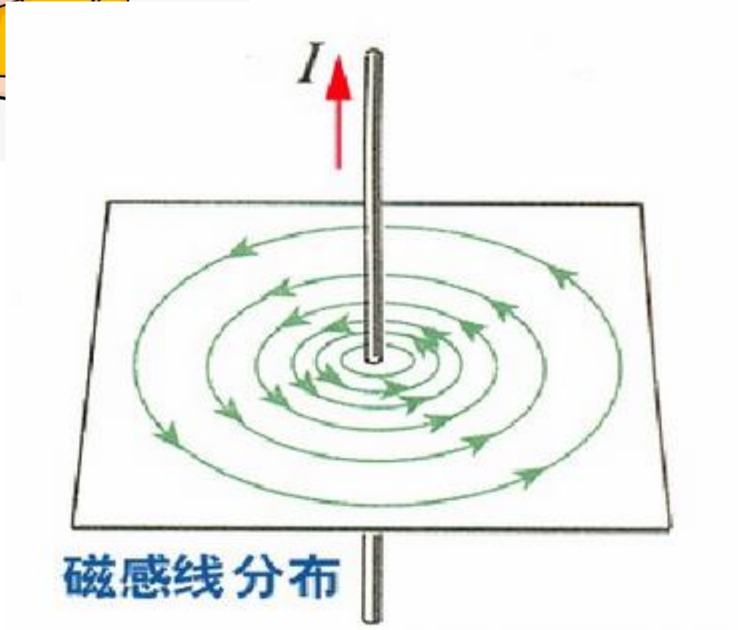


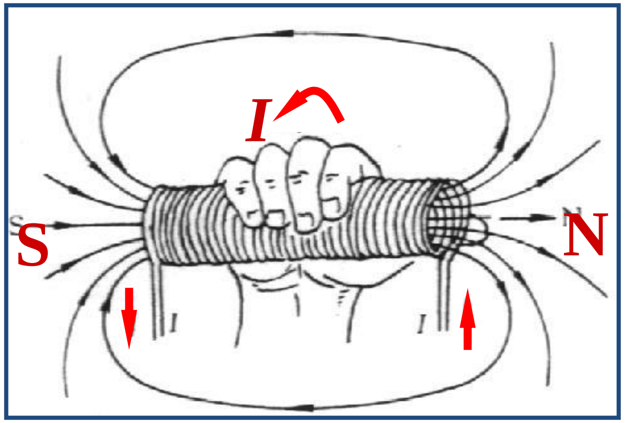
■ 电场线不会相交；

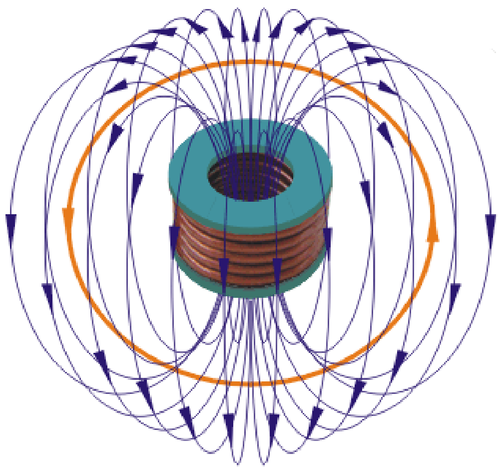
■ 起于正电荷，终于负电荷，不会形成闭合曲线；

稳恒磁场中磁感应线的特点是什么？

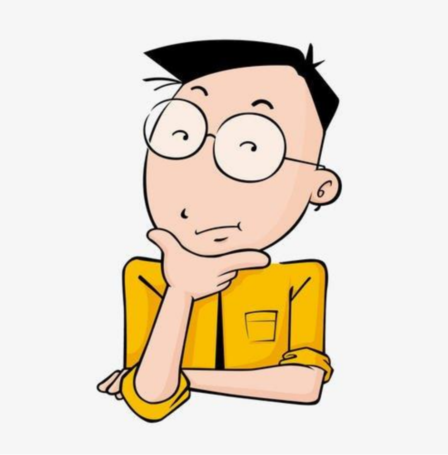








- 磁感应线不会相交；
- 围绕电流的闭合曲线；
- 右手定则确定磁感应线的方向；



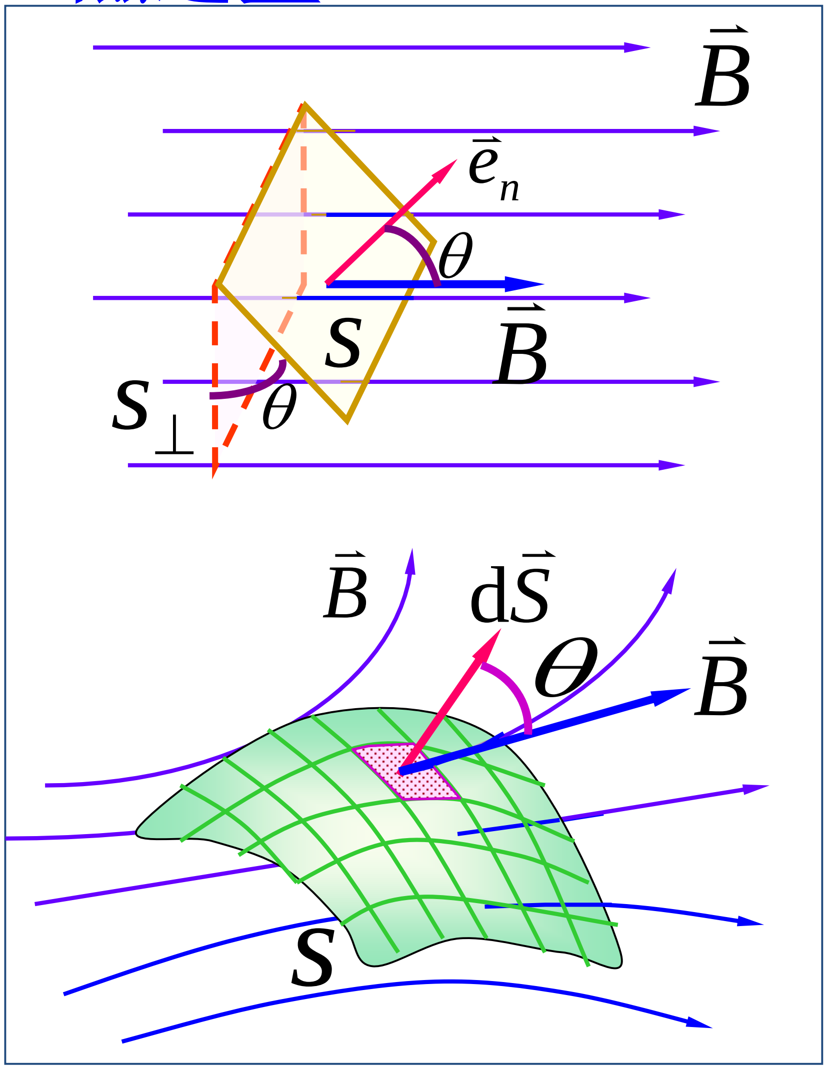
静电场的两个基本性质是什么？
如果用数学形式表示静电场的两个基本性质？

§4.1“高斯”定理与安培环路定理

- 安培环路定理与静电场的环路定理是对应的，因而也可以称为磁场的环路定律。

- 安培环路定理的地位相当于静电场的高斯定理。

一 磁通量



磁通量： 通过某曲面的磁感线数

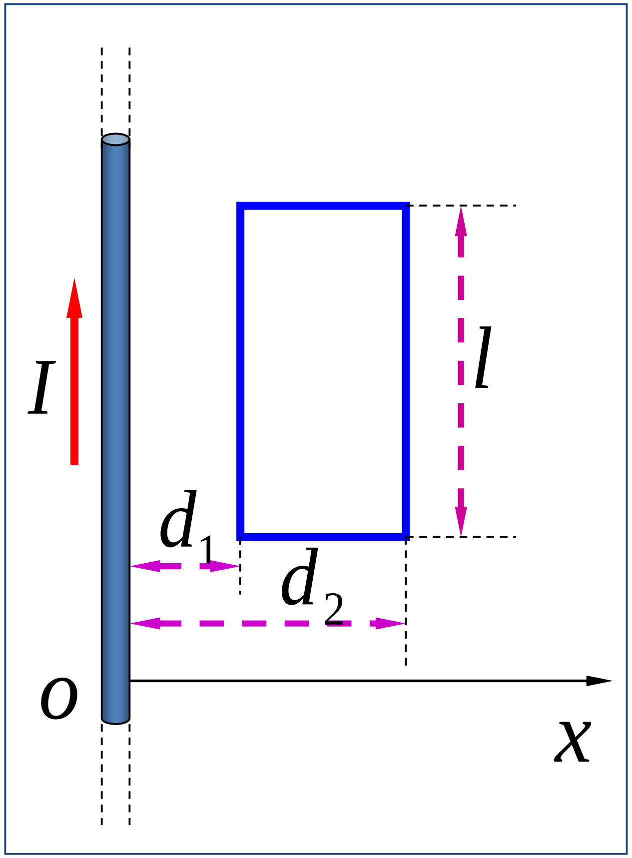
空间中某一点的磁感应强度为 $\vec{B}$，该点的一个面元矢量 $\mathrm{d}\vec{S}$ 的通量为：

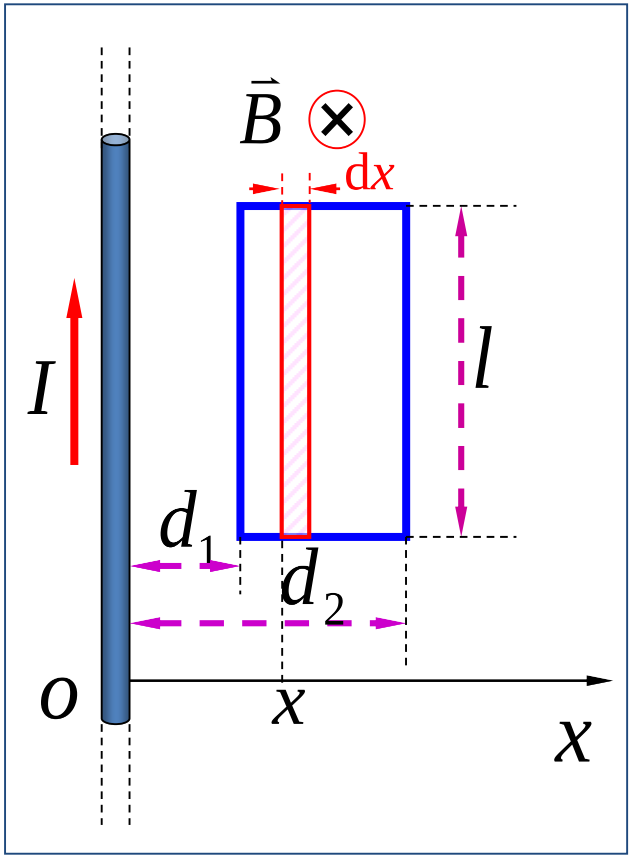
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

单位：　韦伯（Wb）

标量：　有正负之分

例　如图载流长直导线的电流为 I ，试求通过矩形面积的磁通量.





解 $$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi\ x}$$

$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0 I}{2\pi\ x} l \mathrm{d}x$$

$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\int_{d_1}^{d_2}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}$$

二、“高斯”定理

◆ 磁场高斯定理

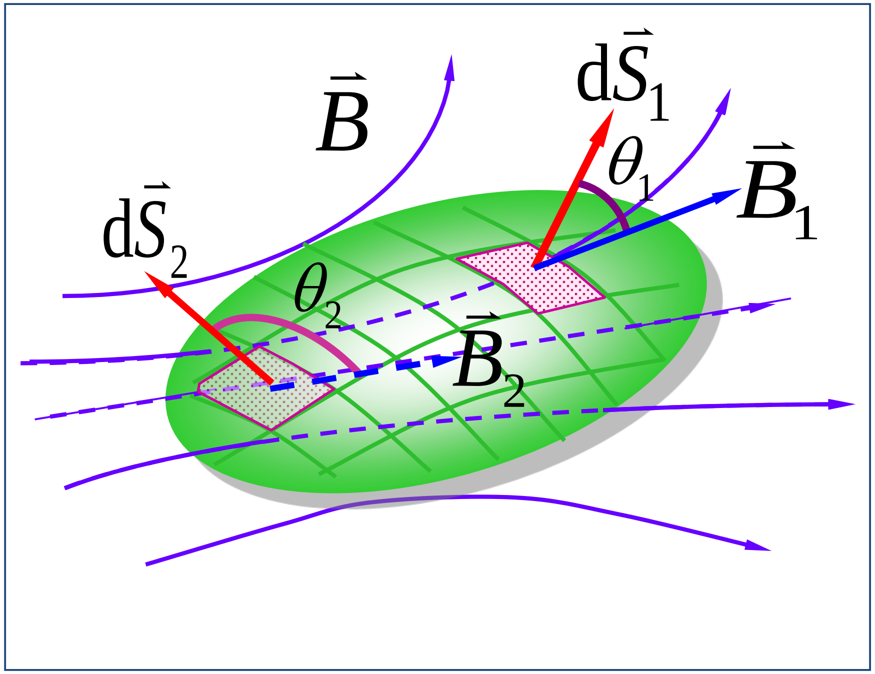
闭合曲面的磁通量为零，即

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$$

磁场高斯定理的物理意义：

磁荷（磁单极）是不存在的。

磁场是无源场

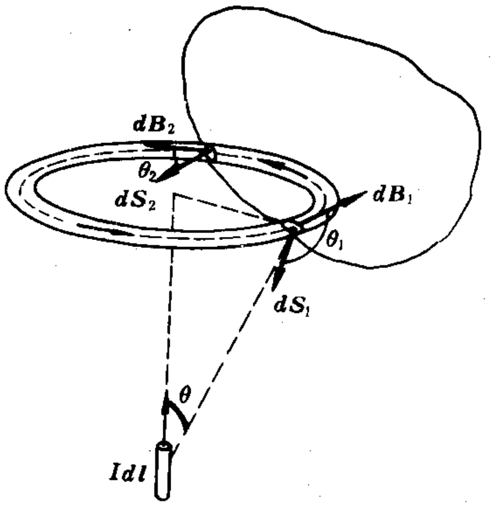


$$\mathrm{d}\Phi_1 = \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_1 > 0$$

$$\mathrm{d}\Phi_2 = \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S}_2 < 0$$

$$\oint_S B\cos\theta \mathrm{d}S = 0$$

考察任一磁感应管(正截面为ds)，取任意闭合曲面S，磁感应管穿入S一次，穿出一次。



$$dS = -dS_1\cos\theta_1 = dS_2\cos\theta_2$$

$$d\Phi_{B_1} = d\vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}dS_1\cos\theta_1 = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}dS$$

$$d\Phi_{B_2} = d\vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}dS_2\cos\theta_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}dS$$

$$d\Phi_B = d\Phi_{B_1} + d\Phi_{B_2} = 0$$

■**结论：任一磁感应管经闭合曲面S的磁通量为零**

无限长载流长直导线的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$$

对于无限长的螺线管的磁场

$$B=\mu_0 nI$$

磁偶极矩

$$\vec{m}=IS\vec{e}_n$$

磁场高斯定理

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=0$$

静电场的环路定理

$$\oint_l \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

磁场安培环路定理

在真空的恒定磁场中，磁感强度$\vec{B}$沿任一闭合路径的积分的值，等于μ_0乘以该闭合路径所穿过的各电流的代数和. 与回路的形状大小无关

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

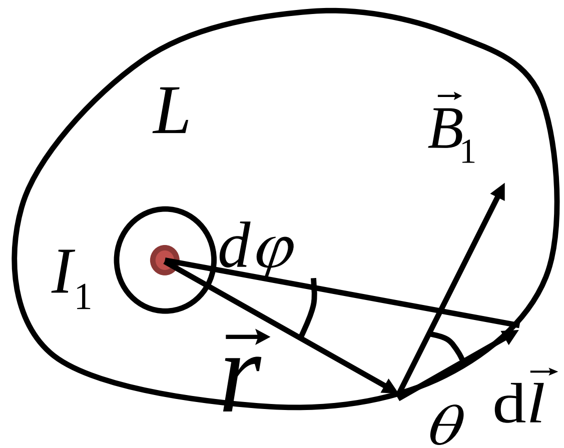
- 以无限长载流直导线产生的磁场为例，说明安培环路定理：

（1）一无限长载流直导线穿过环路 L：

$$\oint_{(L)} \vec{B}_1 \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} B_1 \cos\theta dl$$

$$\cos\theta dl = r d\varphi\,, \quad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$\oint_{(L)} \vec{B}_1 \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \cdot r d\varphi = \mu_0 I_1$$

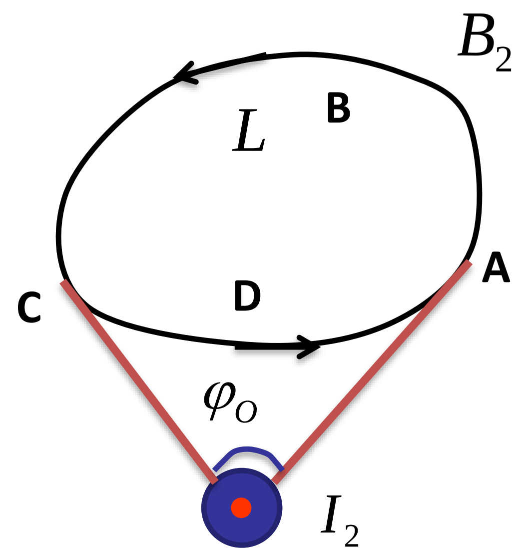


（2）一无限长载流直导线未穿过环路 L：

$$\oint_{(L)} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{ABC} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{CDA} \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

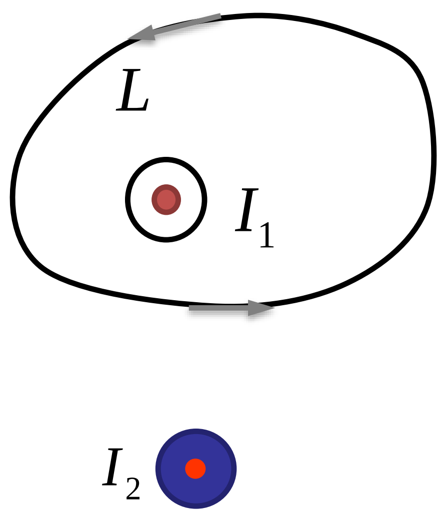
$$= \int_0^{\phi_0} \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} r d\phi + \int_{\phi_0}^{0} \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} r d\phi$$

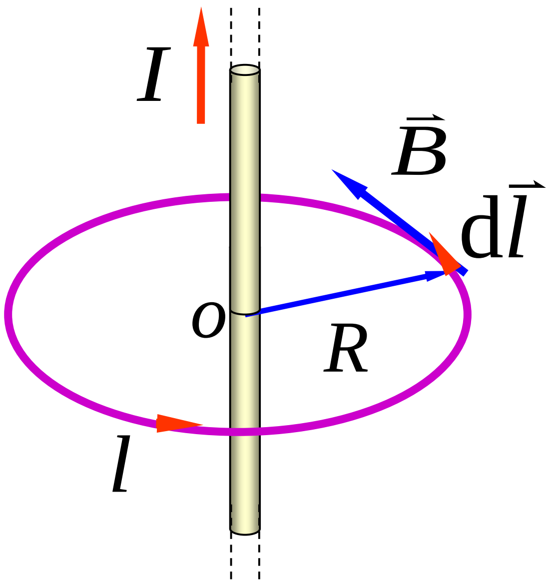
$$= \frac{\mu_0 I_2}{2\pi}\phi_0 - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi}\phi_0 = 0$$



（3）内外各一支电流：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_1$$





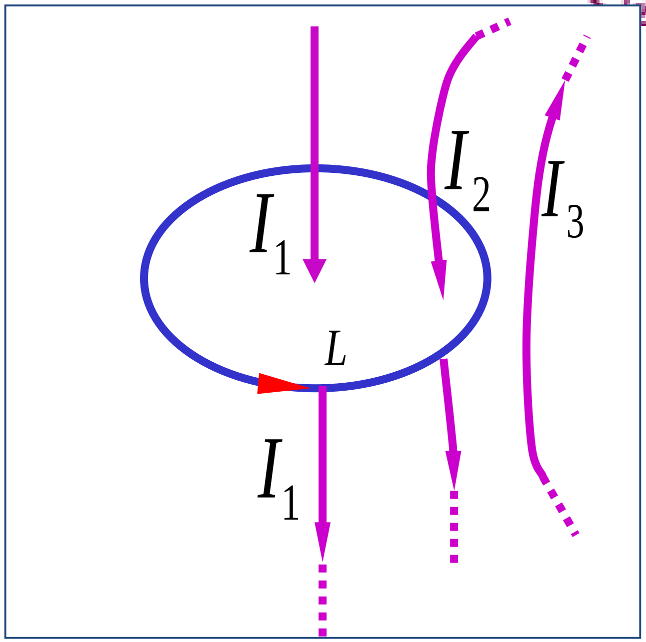
设闭合回路 l 为圆形回路, l 与 I 成右螺旋

注意

电流 I 正负的规定:
与 L 成右手螺旋时, I 为正; 反之 I 为负.

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}$$

$$= \mu_0(-I_1 - I_2) = -\mu_0(I_1 + I_2)$$



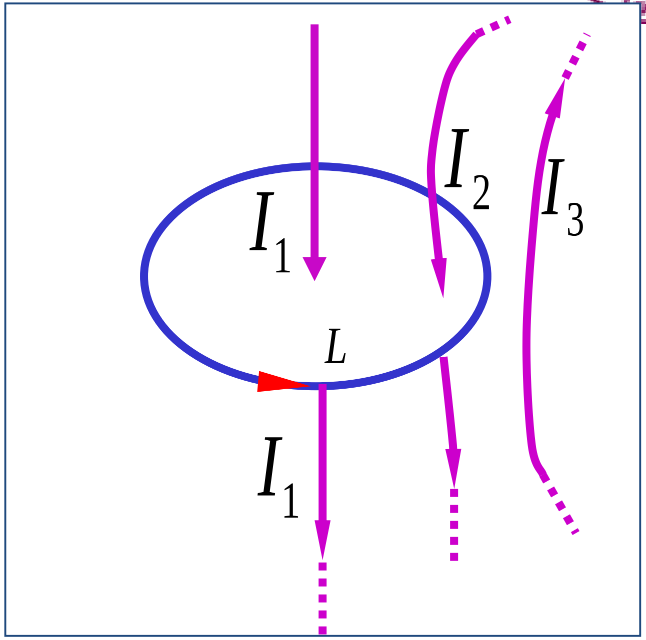
讨论：

（1）$\vec{B}$ 是否与回路 L 外电流有关？

（2）若 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$ ，是否回路 L 上各处 $\vec{B} = 0$ ？是否回路 L 内无电流穿过？

结论：

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$



■ 电流是指穿过环路的电流，不包含不穿过环路的电流；

■ 闭合曲线上的B 是由空间所有电流决定的。

真空中的静电场：

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

有源场

$$\oint_l \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

保守场

真空中的稳恒磁场：

$$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}=0$$

无源场

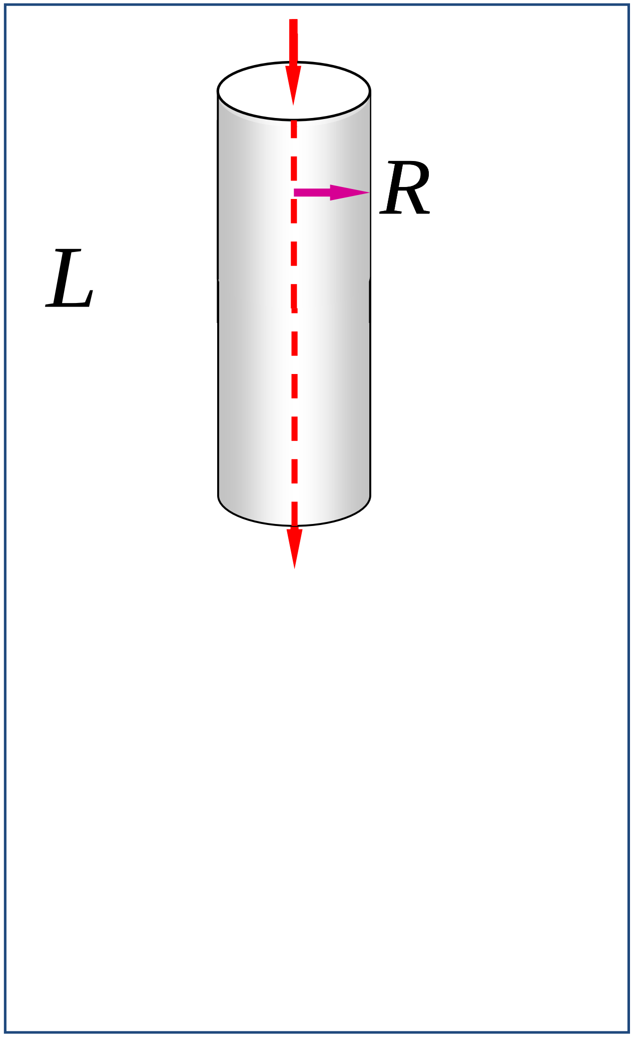
$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_{i=1}^{n} I_i$$

非保守场涡旋场

三　安培环路定理的应用举例

- 分析对称性，适当选取安培环路；（B垂直于积分路径或者平行于积分路径）
- 求环路内电流的和，电流的正负由右手定则决定
- 应用安培环路定理求解，指出磁感应强度的方向

例 1 半径为R 的无限长载流圆柱体，电流为 I ，求磁场。



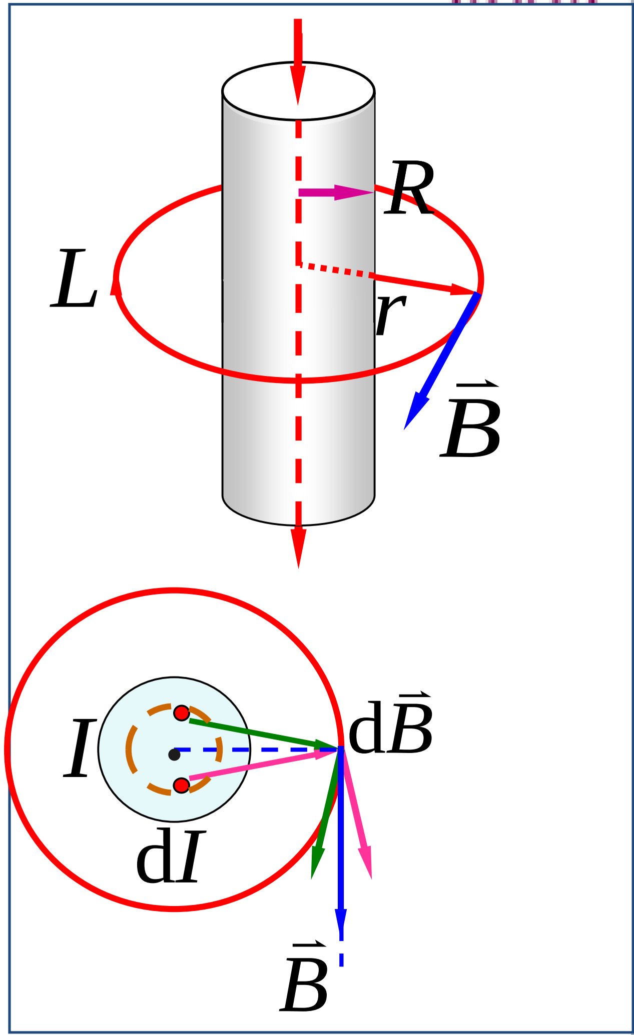
解　（1）对称性分析

（2）$r > R$ 时

$$\oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$0 < r < R: \qquad \oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

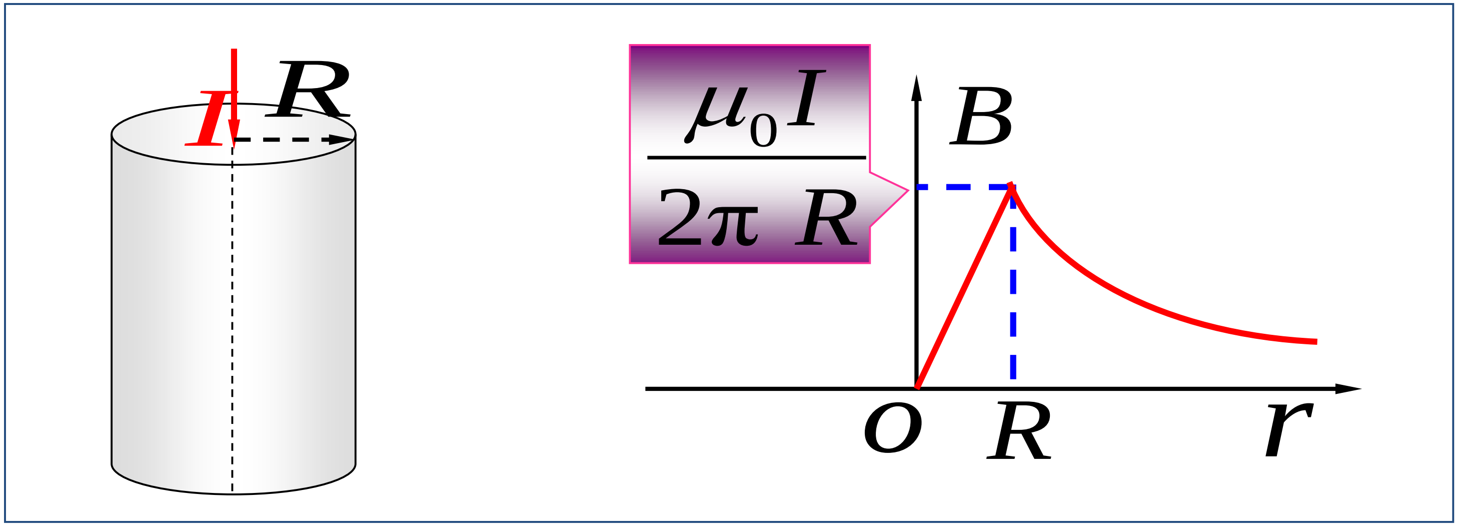


方向：　右手定则

典型磁场3——无限长载流长直导线的磁场

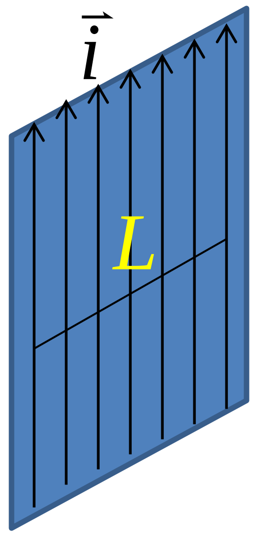
$$\begin{cases} 0 < r < R, & B = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \\ r > R, & B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{2} \vec{j} \times \vec{r}$$



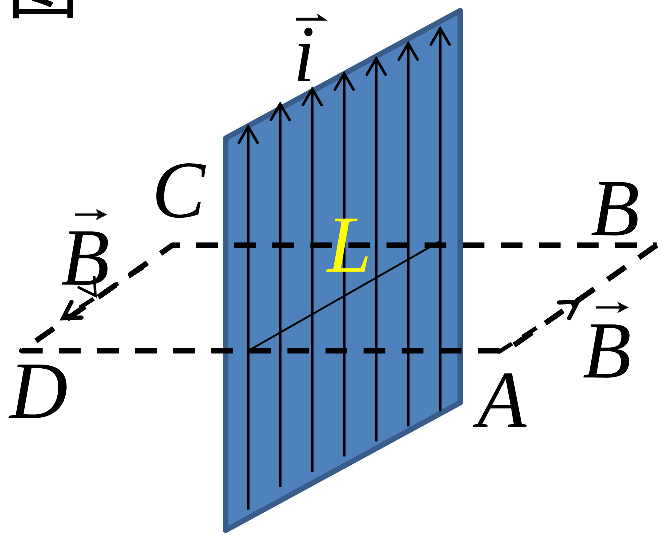
$\vec{B}$ 的方向与 I 成右螺旋

例2、在无限大平面上，有均匀稳恒电流，已知面电流密度矢量 $\vec{i}$ ，求载流平面外磁感矢量的分布。



解：先做对称性分析

选一垂直于平面的矩形环路，如图



环路包围的电流： $I = Li$

B沿环路积分： $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2BL$

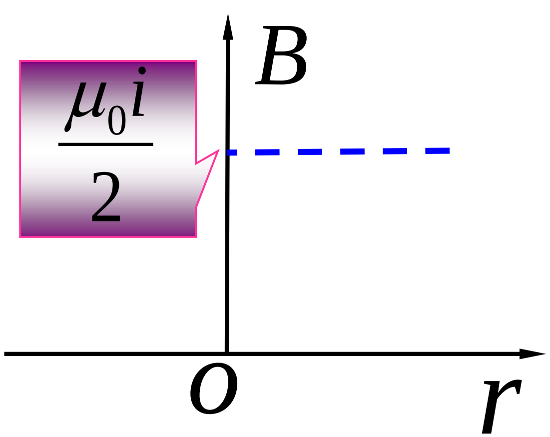
由环路定理： $2BL = \mu_0 Li$

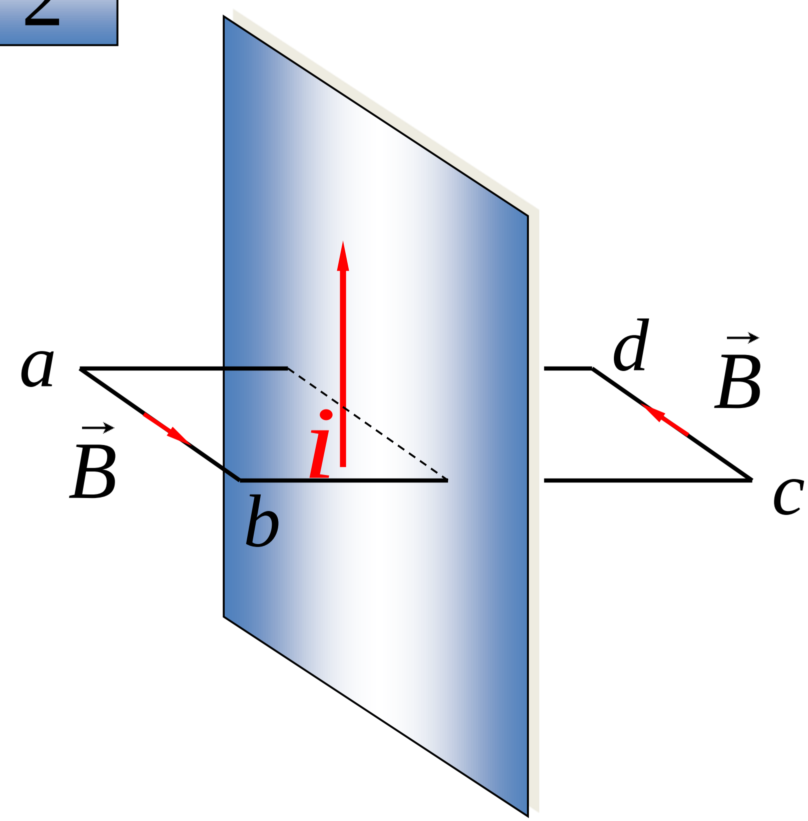
$$\therefore B = \frac{\mu_0 i}{2}$$

B的方向如图所示

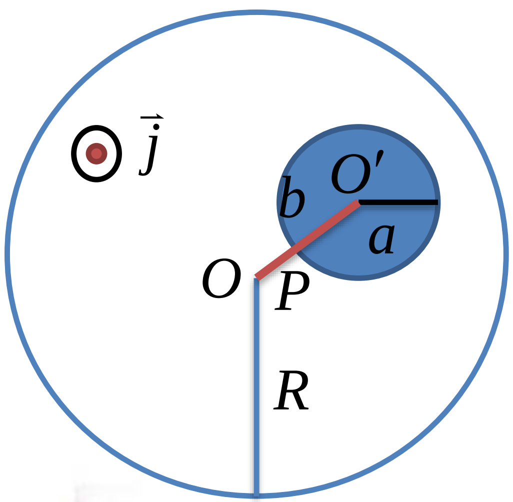
典型磁场4——无限大载流平面的磁场

$$B = \frac{\mu_0 i}{2}$$

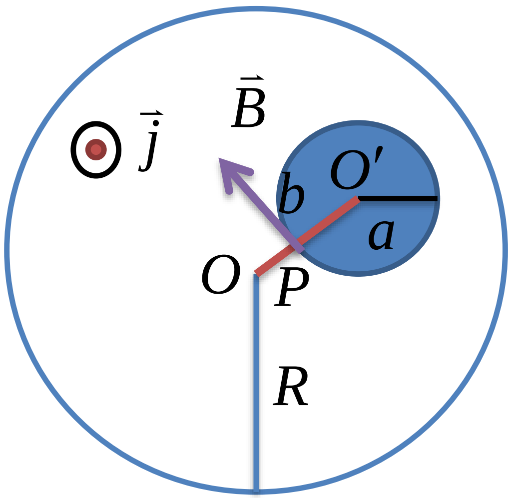




例3、一半径为R的无限长圆柱导体，中间有一无限长圆柱空腔，半径为a，两轴相距为b，导体内电流密度为 $\vec{j}$ ，均匀分布，两轴连线交空腔柱面于P点，求P点的磁感应强度。



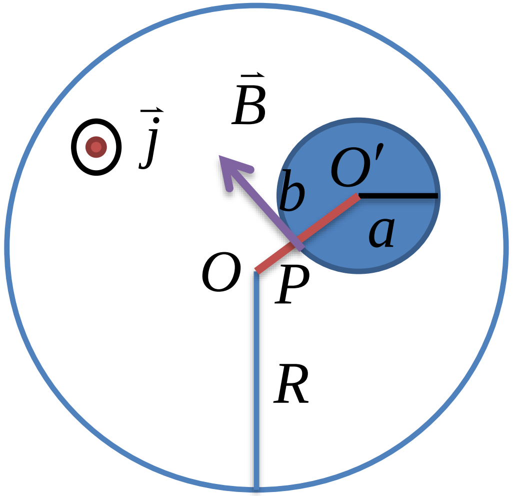
解：这样的电流体系可等效为一个实体大圆柱，电流密度为 $\vec{j}$，加一个实体小圆柱，电流密度为 $-\vec{j}$



$$\vec{B}_P = \vec{B}_{OP} + \vec{B}_{O'P}$$

两个圆柱体在P点产生的磁感应强度的方向相同

利用例1的结论



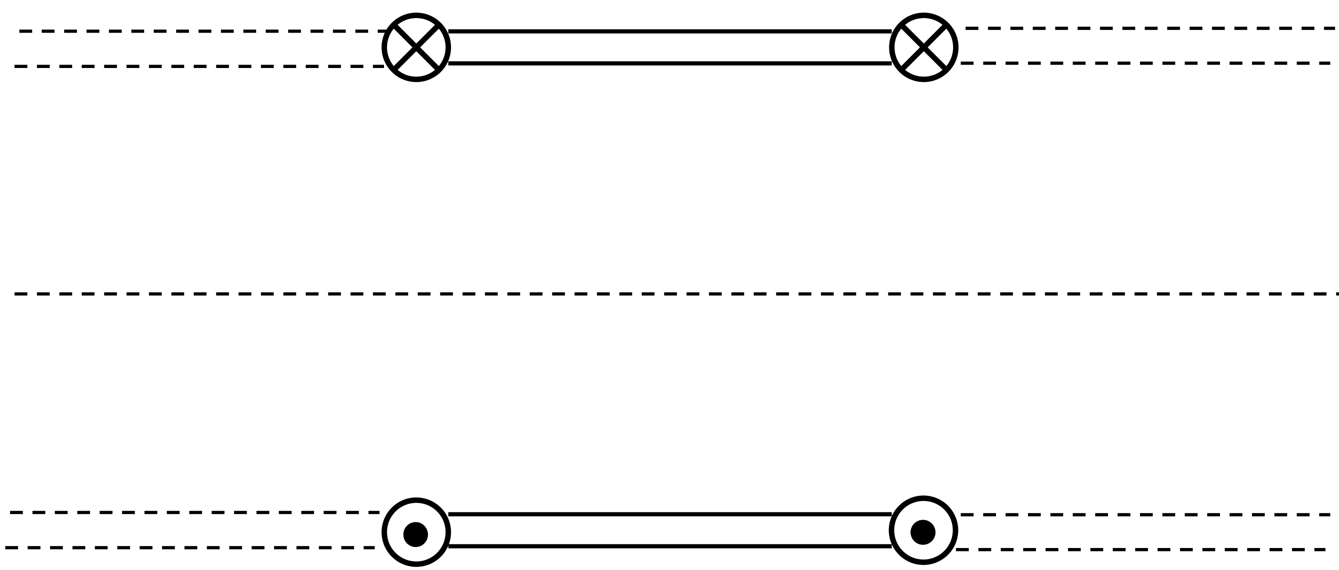
$$\vec{B}_{OP}=\frac{u_o j}{2}(b-a)\vec{k}_0$$

$$\vec{B}_{O'P}=\frac{u_o j}{2}a\vec{k}_0$$

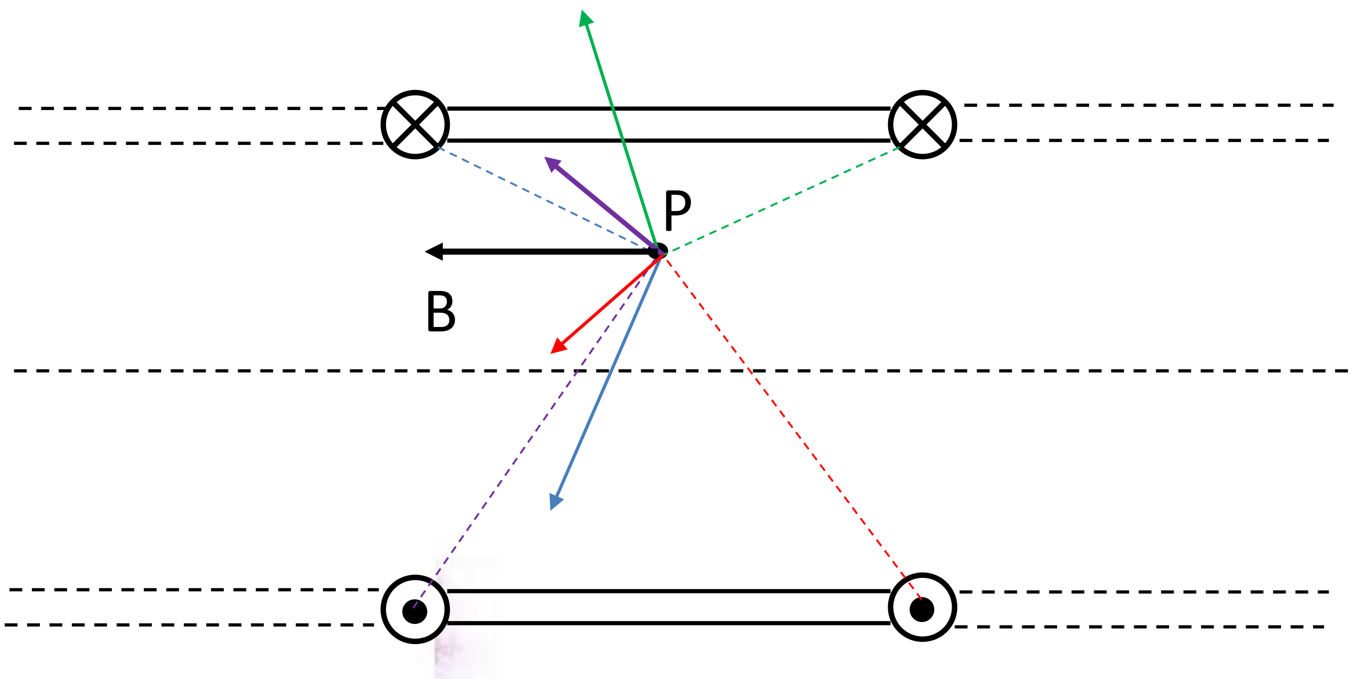
$$\vec{B}_P=\vec{B}_{OP}+\vec{B}_{O'P}=\frac{u_o}{2}b\vec{k}_0$$

B的方向如图所示

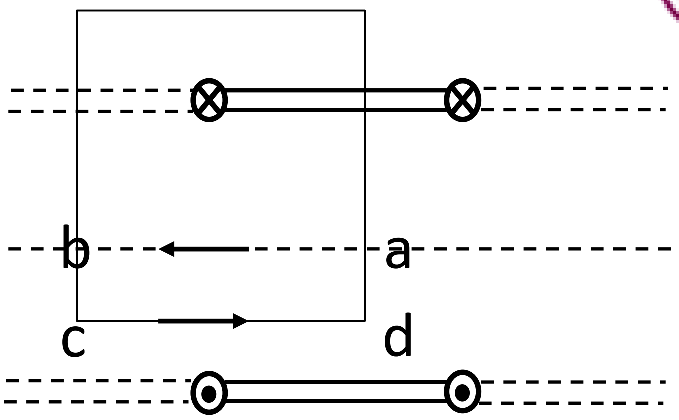
例4、无限长螺线管的导线中，电流为I，已知单位长度螺线管的匝数为n，试求螺线管磁感矢量分布。



解：　螺线管内部任意一点的磁感应强度方向为平行于螺线管的轴线，到中轴线距离相同各点的磁感应强度相同。



选过轴线的闭合回路abcda



环路包围的电流：0

B沿环路积分：

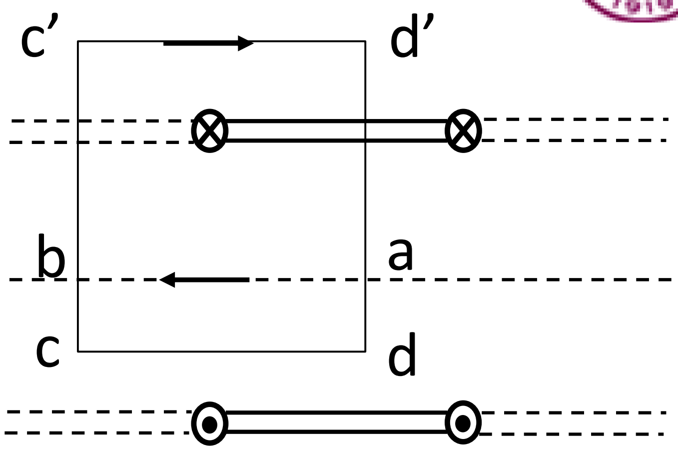
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_a^b Bdl + \int_c^d Bdl = \mu_0 nIL - BL$$

由环路定理： $\mu_0 nIL - BL = 0$

$$\boxed{B = \mu_0 nI}$$

无限长螺线管内部为匀强磁场，方向按右手定则

对于螺线管外部一点，选择闭合回路abc’d’



环路包围的电流： nLI

B沿环路积分：

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_a^b Bdl + \int_c^d Bdl = \mu_0 nIL - BL$$

由环路定理： $\mu_0 nIL - BL = \mu_0 nIL$

$$B = 0$$

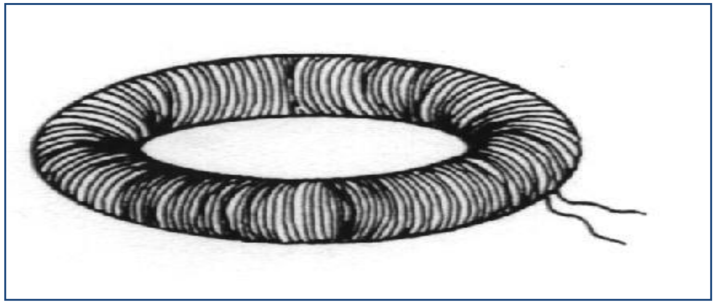
无限长螺线管外部为磁感应强度为0

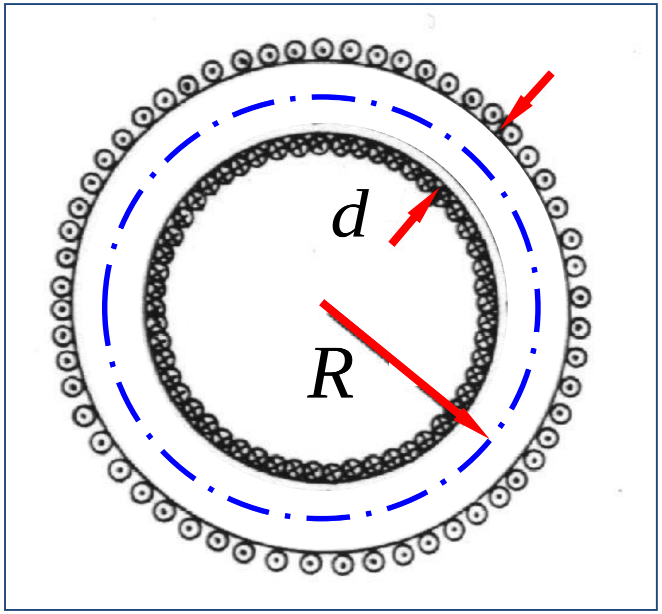
典型磁场3——无限长螺线管的磁场

- 对于无限长的螺线管内部 $B = \mu_0 nI$
- 半无限长螺线管的一端 $B = \mu_0 nI / 2$
- 对于无限长的螺线管外部 $B = 0$

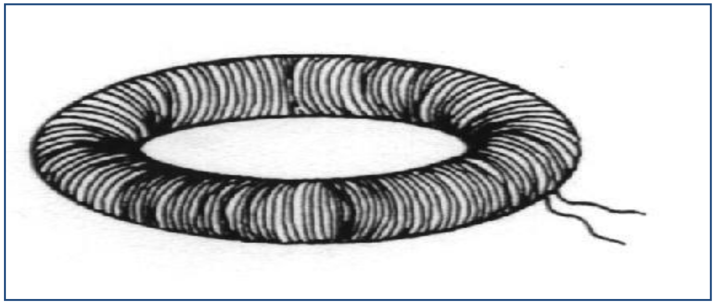
方向： 右手定则

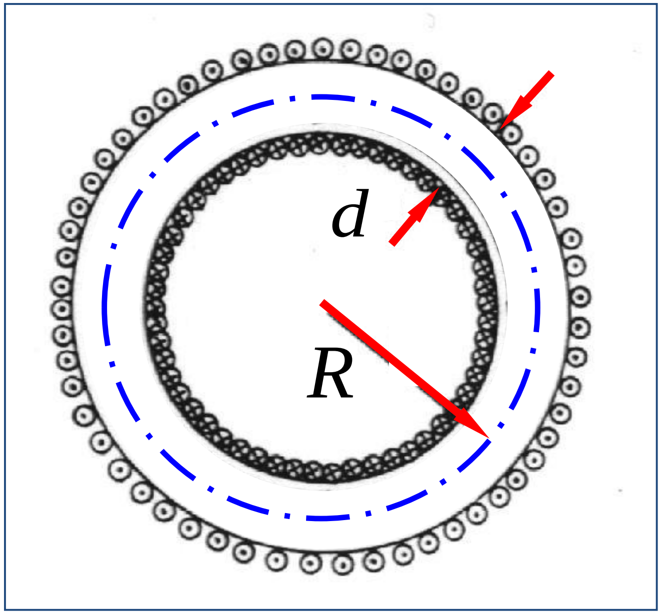
例5、细螺绕环，单位长度匝数为n, 电流为I，求磁场强度矢量分布。





解 （1） 对称性分析：环内 $\vec{B}$ 线为同心圆，环外 $\vec{B}$ 为零.





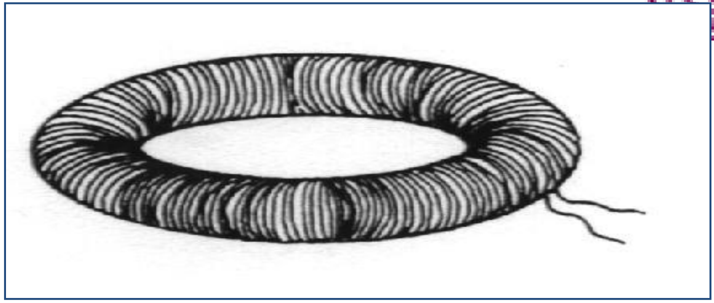
（2）选回路

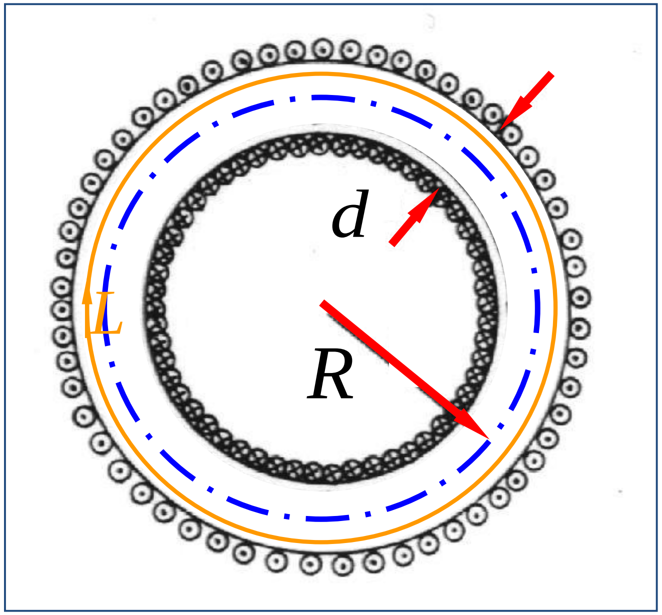
$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi RB = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$$

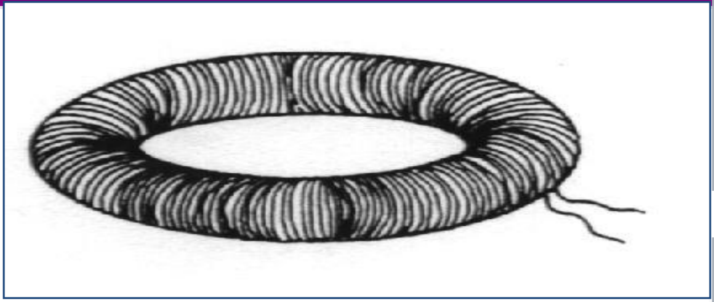
令 $L = 2\pi R$

$$\boxed{B = \mu_0 NI / L}$$





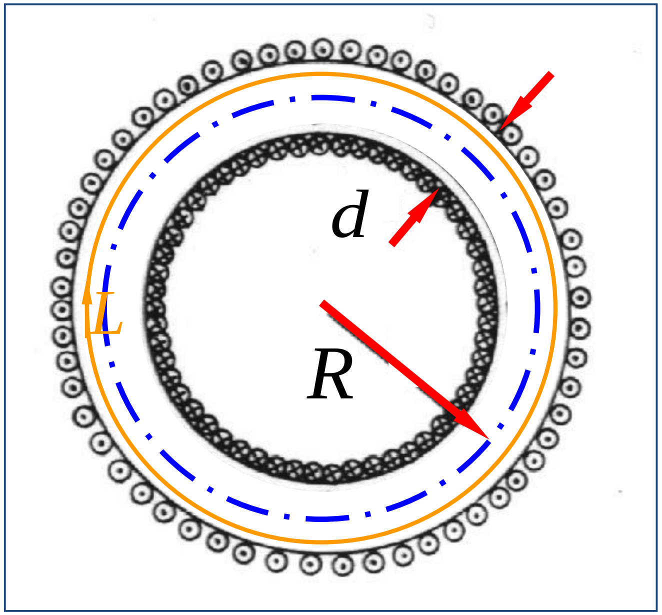
讨论：



1. 当 $2R >> d$ 时，螺绕环内可视为均匀场 .

$$B = \mu_0 n I$$

同无限长螺线管



2　如R与d可比拟，则B不均匀。

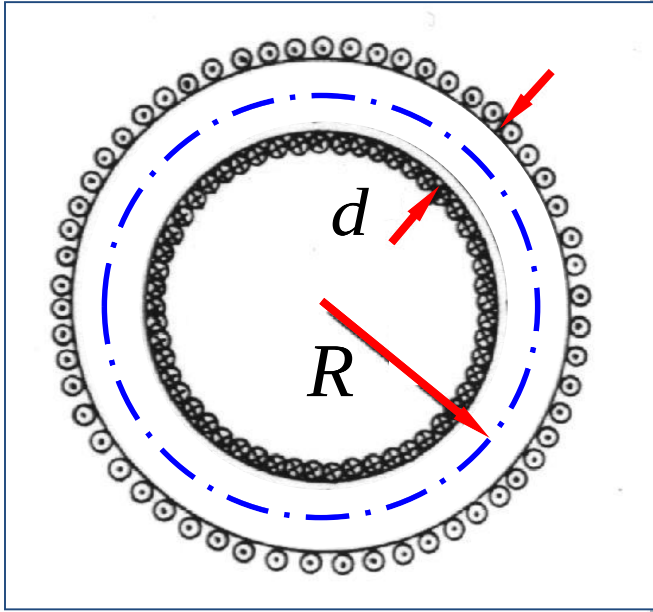
典型磁场5——螺绕环的磁场

1 当 $2R >> d$ 时，螺绕环内可视为匀强磁场

螺绕环内部：　　$B = \mu_0 n I$

螺绕环外部：　　B = 0

磁感应强度的方向：　右手定则



2 如R与d可比拟，则B不均匀

- 作业：P432 T9.19 T9.22 T9.32

本次课的学习目标，您掌握了吗？

- 磁场的高斯定理和环路定理
- 会用高斯定理和环路定理解决相关问题
- 无限大载流平面和螺绕环的磁场