动量守恒的应用——碰撞

通过本次课的学习，您将学会：

- 对心碰撞的定量分析方法
- 非对心碰撞的定量分析方法

碰撞：物体间互相以冲力作用于对方而扰乱对方运动状态的现象。

（广泛存在：宏观、微观、接触、非接触）

碰撞物体总动量守恒

对于碰撞， Δt 很小, 内力一般很大， 碰撞时经常受外力作用的影响（如重力、弹力、摩擦力），但外力比起内力很小，常可忽略不计。

内力不改变系统总动量，故总动量守恒（适合各种碰撞）。

大部分情况下，碰撞时的相互作用力是弹力，因双方的形变引起的，如碰撞后，

✓形变完全恢复——**完全弹性碰撞**

✓形变部分恢复——**非完全弹性碰撞**

✓形变完全不能恢复——**完全非弹性碰撞**

碰撞的**恢复系数**

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

对e的测量：

小球与固定在地球上的物体碰撞

固定在地球上的物体，碰撞前后速度均为零

$$u_2 = 0 \qquad v_2 = 0$$

$$e = -\frac{v_1}{u_1}$$

- 完全弹性碰撞：e=1
- 完全非弹性碰撞：e=0
- 非完全弹性碰撞：e=0~1

- e完全由碰撞物体的弹性确定：
- 木球：e=0.5
- 钢球：e=5/9
- 象牙球：e=8/9

对心碰撞——正碰

碰撞前后，物体的运动在一条直线上

1、完全弹性碰撞

碰撞分为两个阶段：压缩阶段，恢复阶段

从能量角度看：压缩阶段，动能转换为弹性势能；恢复阶段，弹性势能转换为动能。

对于完全弹性碰撞，因动能和势能之间的转化是彻底的，因此，**碰撞前后质点系的动能相等**。

- 如 两质点 m_1 、m_2 碰撞前的速度分别为 u_1 、u_2 ， 碰撞后的速度分别为 v_1 、v_2， 且碰撞前后动量在一条直线上

- 则 $$\frac{1}{2}m_1u_1^2+\frac{1}{2}m_2u_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2 \qquad ——(1)$$

- 由动量守恒：

$$m_1\vec{\mathbf{u}}_1+m_2\vec{\mathbf{u}}_2=m_1\vec{\mathbf{v}}_1+m_2\vec{\mathbf{v}}_2 \qquad ——(2)$$

- 由（1）得：

$$m_1(u_1^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - u_2^2) \qquad —— (3)$$

- 由（2）得：

$$m_1(u_1 - v_1) = m_2(v_2 - u_2) \qquad —— (4)$$

- （3）/（4）：

$$u_1 + v_1 = v_2 + u_2$$

$$或\ u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

完全弹性碰撞，恢复系数为1

两质点碰撞后的速度

由（1）（2）得

$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \dfrac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 \\ v_2 = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2 + \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 \end{cases}$$

几个特例：

● 如果 $m_1 = m_2$ 碰撞后 $v_1 = u_2 \quad v_2 = u_1$

速度互换!

● 如果 $u_2 = 0$ 碰撞后

$m_1 = m_2$ $v_1 = 0 \quad v_2 = u_1$

$m_2 >> m_1$ $v_1 = -u_1 \quad v_2 = 0$

$m_2 << m_1$ $v_1 = u_1 \quad v_2 = 2u_1$

Multiple Choice(single)

Points: 1

设置

两个外观相同、由相同材质制成的小车A和B，A、B放置于气垫导轨上，A静止。给B一个向右的恒定速度，使得B和A发生弹性碰撞。在碰撞之后，两个小车都向右运动，且速度小于碰撞前的速度，你可以得出：（ ）

A 小车A是中空的

B 两个小车相同

C 小车B是中空的

D 需要更多的信息

提交

Multiple Choice(single) Points: 1

设置

一辆小车以速度v在气垫导轨上和另一辆相同的静止的小车相撞，碰撞之后两辆车黏在一起，他们碰撞后的速度是（ ）

A v

B 0.5v

C 0

D -0.5v

E -v

提交

2、完全非弹性碰撞

- 形变完全不能恢复，碰撞后不再分开，以同一速度运动，即

$$v_1 = v_2 = v$$

- 动量守恒：$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$

$$v = \frac{m_1u_1 + m_2u_2}{m_1 + m_2}$$

动能损失：$\Delta E_k = -\dfrac{m_1m_2(u_1 - u_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$

Multiple Choice(single)

Points: 1

设置

一个人尝试者扔出一个球把一个大的木质保龄球击倒，这个人有两个相同质量、相同尺寸的球，一个由橡胶制成，一个由油灰制成。橡胶球弹回来了，而油灰球黏在球瓶上，哪个球最有可能击倒保龄球（ ）

A 橡胶球

B 油灰球

C 没有区别

D 需要更多的信息

提交

3、非完全弹性碰撞-形变部分恢复

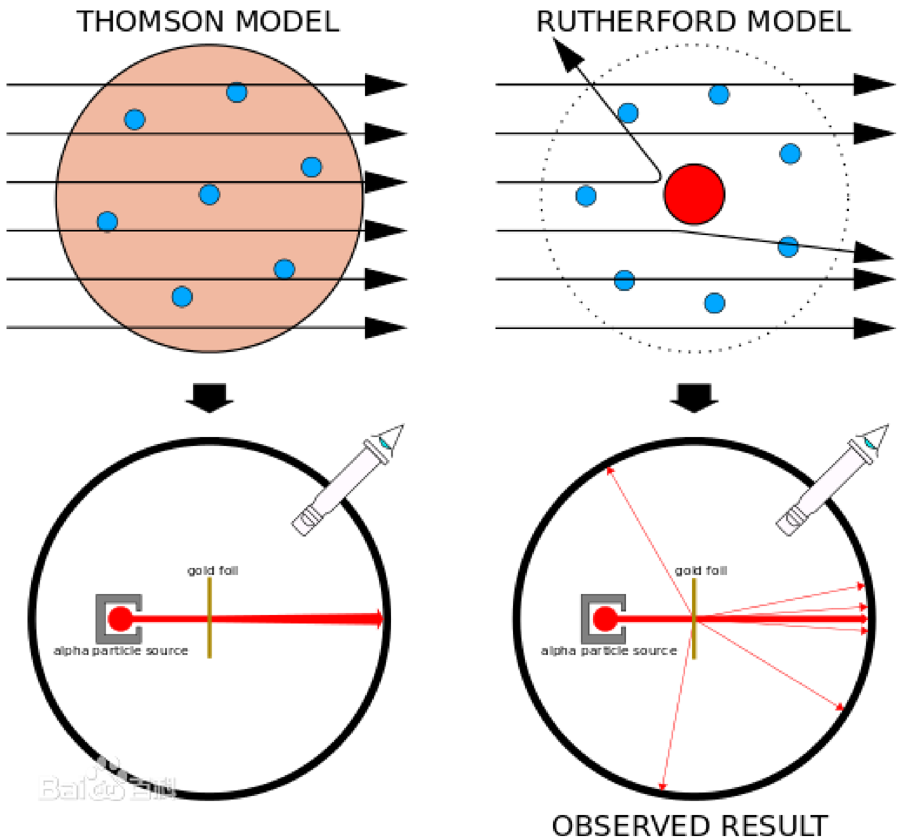
动量守恒： $m_1u_1+m_2u_2=m_1v_1+m_2v_2$

若已知恢复系数：

$$e=\frac{v_2-v_1}{u_1-u_2} \Rightarrow \begin{cases} v_1=u_1-\dfrac{(1+e)m_2(u_1-u_2)}{m_1+m_2} \\ v_2=u_2+\dfrac{(1+e)m_1(u_1-u_2)}{m_1+m_2} \end{cases}$$

损失的能量： $\Delta E_k=-\frac{1}{2}(1-e^2)\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(u_1-u_2)^2$

非对心碰撞——两维碰撞

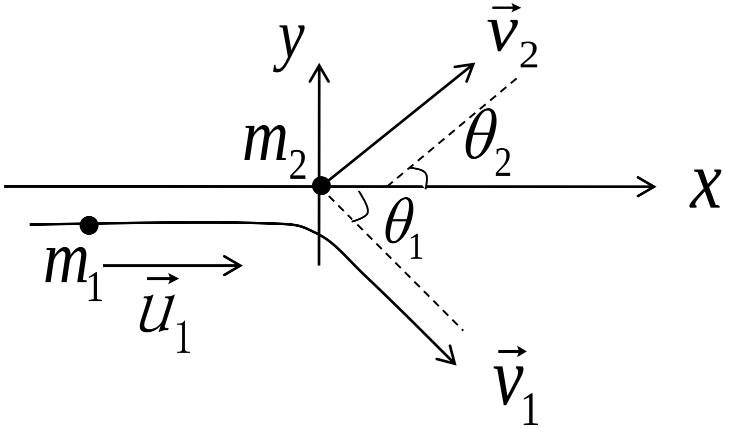


1897年，卢瑟福α粒子散射实验

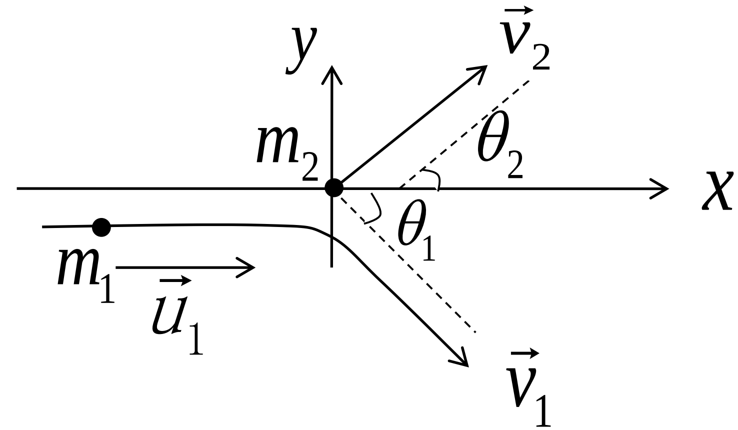
- 入射质点 m_1 的运动路线和通过靶质点 m_2 且平行于入射运动路线的直线距离为b——碰撞参量(或瞄准距离）。

b表示瞄准的程度，b=0相当于正碰。

设 $u_2 = 0$



- 假定为完全弹性碰撞。



- 由动量守恒：

$$x: m_1 u_1 = m_1 v_1 \cos\theta_1 + m_2 v_2 \cos\theta_2$$

$$y: 0 = m_2 v_2 \sin\theta_2 - m_1 v_1 \sin\theta_1$$

- 动能守恒： $$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

四个未知量，三个关系。经常通过实验测量出一个角度即可。

本节的学习目标，您达到了吗？

- 对心碰撞的定量分析方法
- 非对心碰撞的定量分析方法

重点需要掌握的

- 运动学方程，特别第二类运动学方程问题
- 会用牛顿定律和微积分手段求解力学问题
- 会计算变力做功
- 会计算势能
- 角量和线量的关系