



谷爱凌比赛视频回顾，

全红婵跳水

在短道速滑男子5000米接力A组  
决赛中(baidu.com)

短道速滑回顾-3000米接力赛，



# 第五章

## 刚体运动学

# 通过本次课的学习，您将学习：

- 刚体的物理模型
- 质心和质心动量定理
- 刚体定轴转动的矢量描述



# 物理模型III

# 刚体

有大小

有形状

外力作用下无形变

➤ 说明:

① 可看做间距不变的质点系

刚体可分成无数微小的部分，每一部分可看成是一个质点，服从质点的运动规律，由刚体模型可知，各质点的相对位置始终保持不变。

② 刚体所受合力为各质点所受外力的矢量和，内力相互抵消。

- a) 各质点之间相互作用力即内力，成对出现，大小相等，方向相反，故互相抵消。
- b) 各质点受其他物体的作用力，即外力，对整个刚体可以求矢量和。



◆ **自由度**: 确定一个物体的位置所需的独立坐标数称为这个物体的自由度。

直线上的质点: 1

平面上的质点: 2

空间中的质点: 3

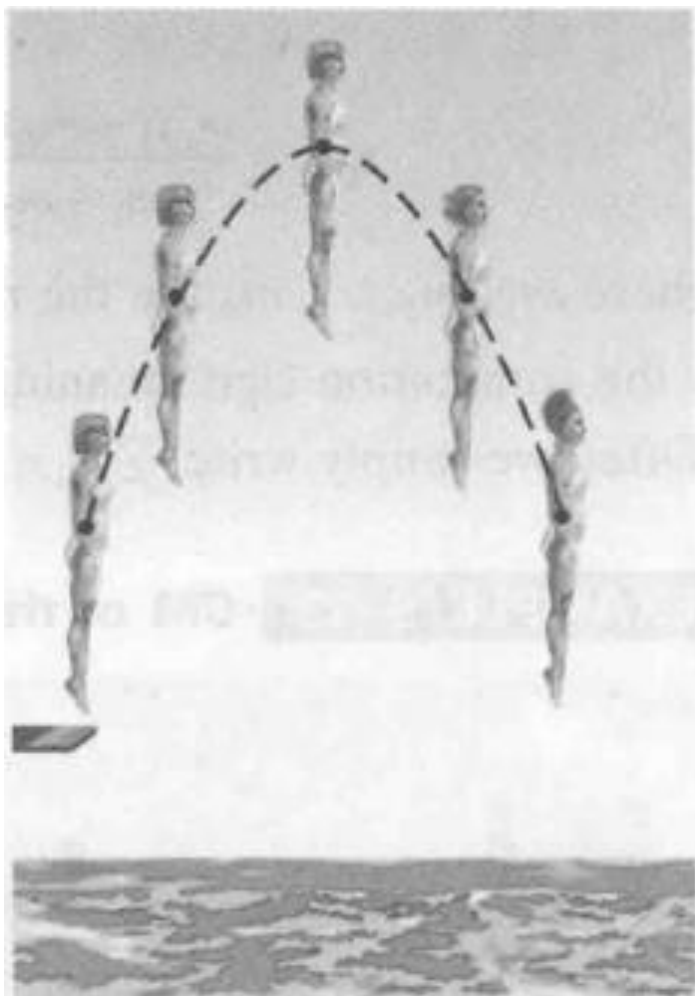
刚体: 6

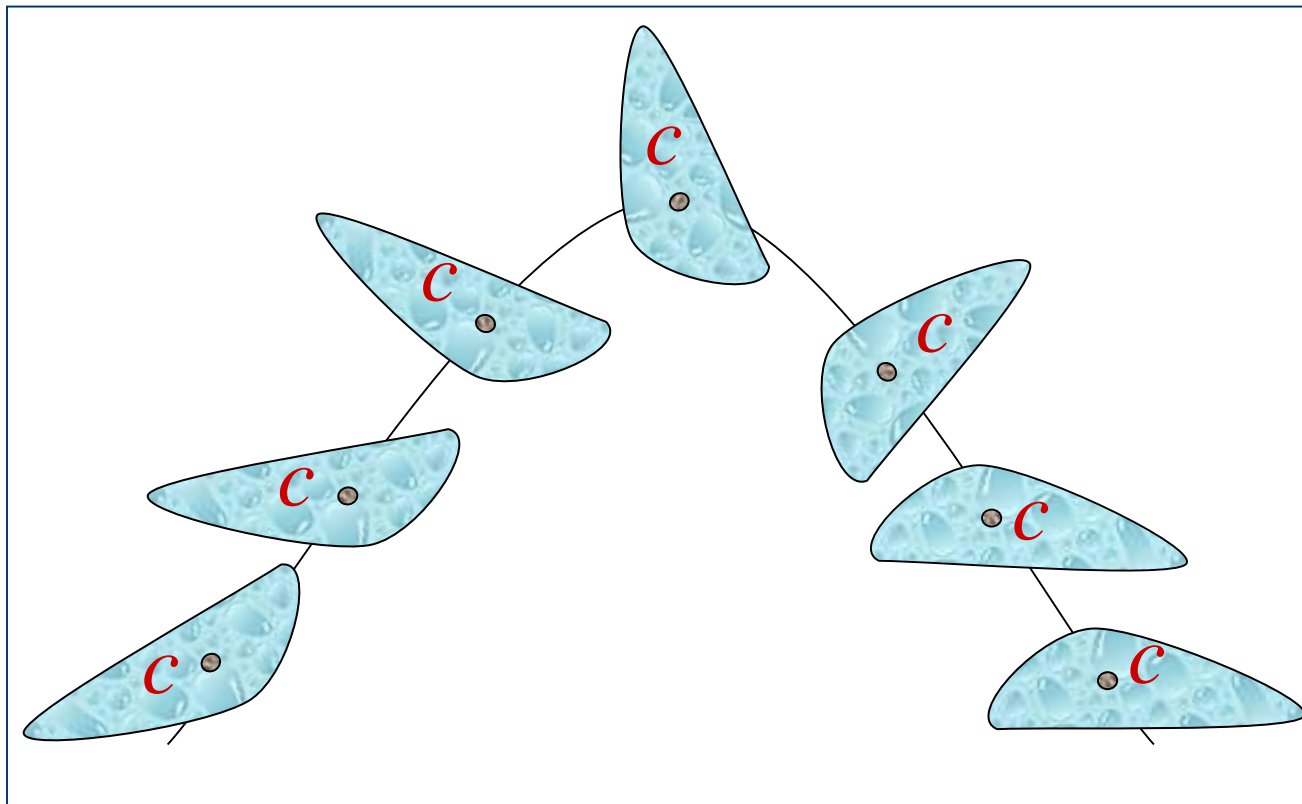


# 模块1：质心和质心运动定律



# 1 质心

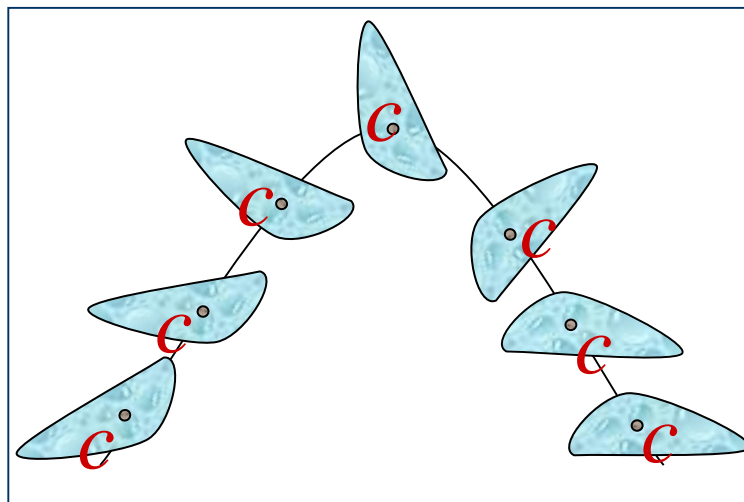




## 一 质心

### 1 质心的概念

- 板上点 $C$ 的运动轨迹是抛物线

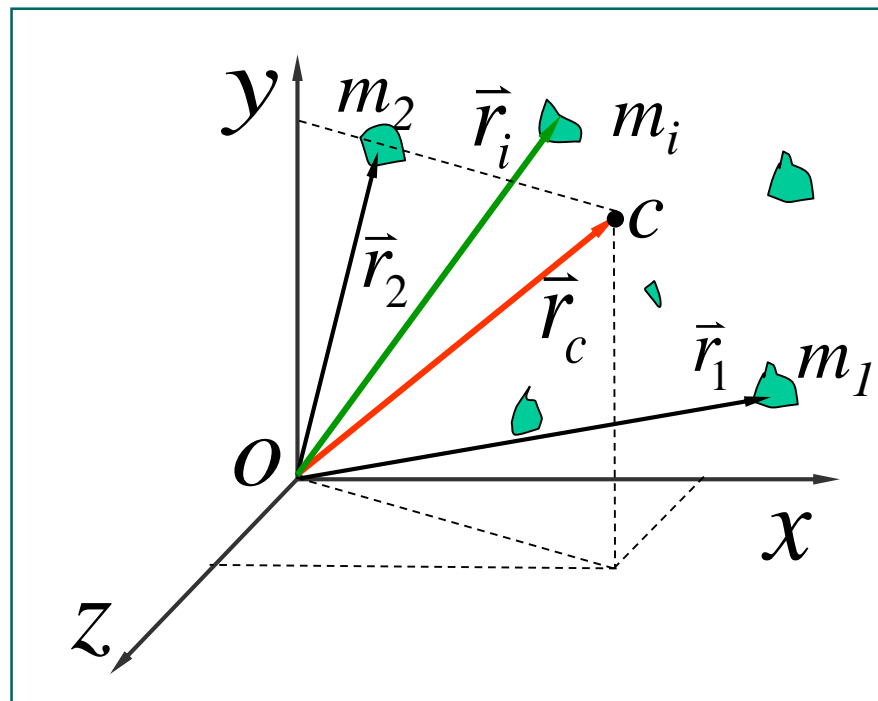


- 其余点的运动=随点 $C$ 的平动+绕点 $C$ 的转动

质心：质点系质量分布的中心

## 2 质心的位置

由 $n$ 个质点组成的质点系，其质心的位置：



$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_i \vec{r}_i + \dots}{m_1 + m_2 + \dots + m_i + \dots} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

► 对质量离散分布的物系:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$z_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

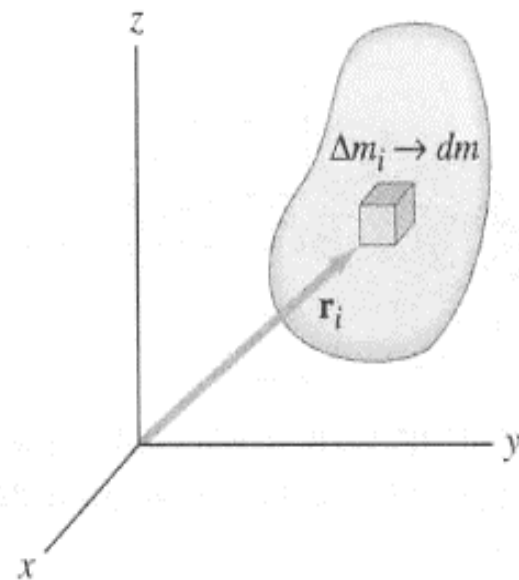
► 对质量连续分布的物体:

$$\vec{r}_C = \frac{\int \vec{r} dm}{m} = \frac{\int \vec{r} \rho dv}{\int \rho dv}$$

$$x_C = \frac{\int x dm}{m} = \frac{\int x \rho dv}{\int \rho dv}$$

$$y_C = \frac{\int y dm}{m} = \frac{\int y \rho dv}{\int \rho dv}$$

$$z_C = \frac{\int z dm}{m} = \frac{\int z \rho dv}{\int \rho dv}$$



- 说明:

- ① 刚体的质心相对于刚体，位置不变。只与刚体的形状、大小、质量分布有关。
- ② 质量均匀分布的对称形状的刚体，其质心在几何中心。
- ③ 一般情况下，质心与重心重合。
- ④ 质心可能不在刚体上。

## 2 质点系动量定理

质点系的动量：

$$\vec{P} = \sum_i m_i \vec{v}_i$$

质心的速度：

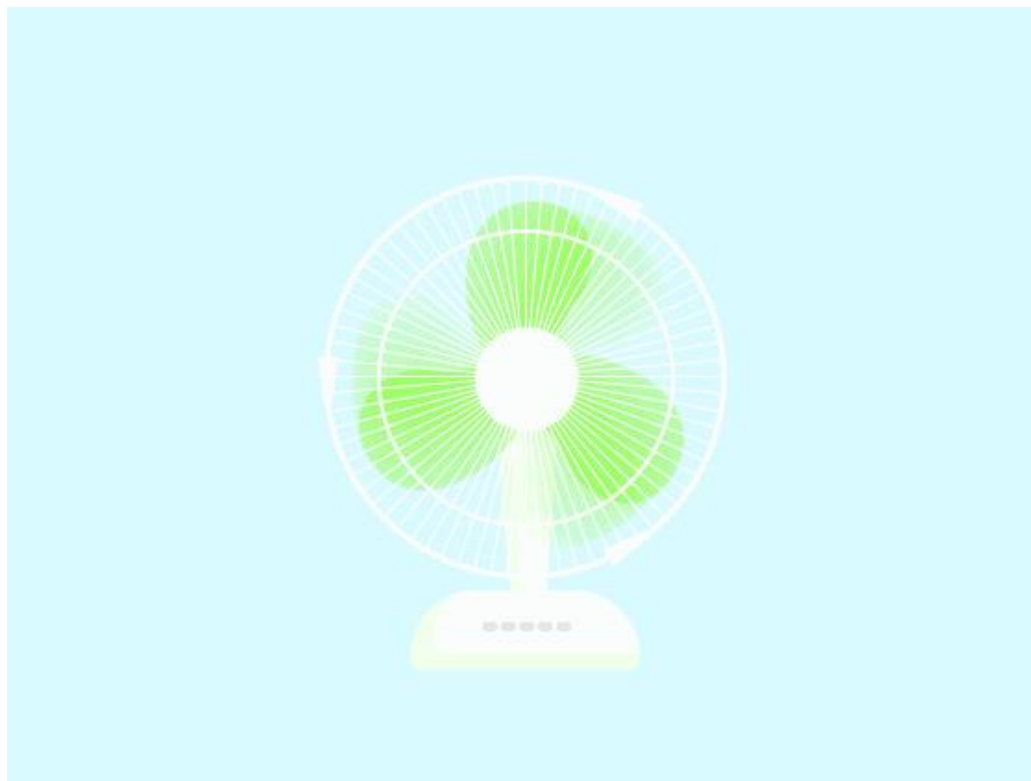
$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{m}$$

质点系的动量：

$$\vec{P} = m \vec{v}_c$$

启示： 知道质心的速度，就能求出整个质点系的动量。





# 质点系动量定理

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \frac{d(\sum m_i \vec{v}_i)}{dt} \\&= \frac{d(m \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m})}{dt} \\&= \frac{d(m \vec{v}_c)}{dt} \\&= m \frac{d\vec{v}_c}{dt} \\&= m \vec{a}_c\end{aligned}$$

$$\vec{F} = \frac{m d\vec{v}_c}{dt} = m\vec{a}_c$$

## 质心运动定理

质心的加速度与作用到物体系上所有外力的矢量和成正比，与物体系的质量成反比，加速度的方向与合外力的方向一致。

- 刚体质心的运动等同于全部质量集中于质心，所受合外力全部作用于质心的质点运动。
- 注意：只是描述了刚体上一个特殊点的运动。

## 模块2：刚体运动学

刚体可能的运动???









# 1 平动

刚体中任一直线在各时刻的位置始终保持彼此平行的运动叫平动。



各点的速度，加速度相同，刚体平动归结为质点运动。

## 刚体平动的动力学

刚体可看做质点组，或分成很多小的质量单元。

- 而对于平动，由于无形变，每个质点具有相同的  $\vec{F}$  加速度，由牛二定律可知：

$$\Delta m_i \vec{a} = \vec{F}_i + \sum_j \vec{f}_{ij}$$

对于整个刚体各单元的动力学方程求和：

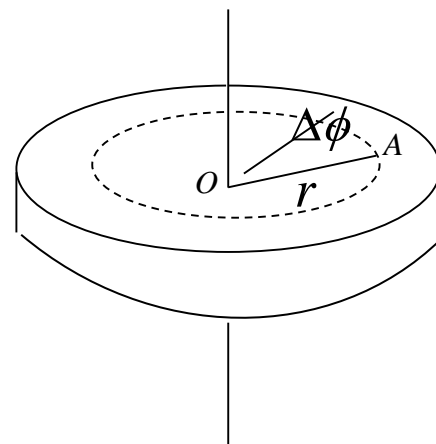
$$\sum_i \Delta m_i \vec{a} = \sum_i \vec{F}_i + \sum_i \sum_j \vec{f}_{ij}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

刚体平动可当做质点运动来研究！！！！

## 2 刚体绕固定轴的转动

刚体上的每一点都绕一直线在垂直于直线的平面内作圆周运动——刚体绕固定轴的转动。



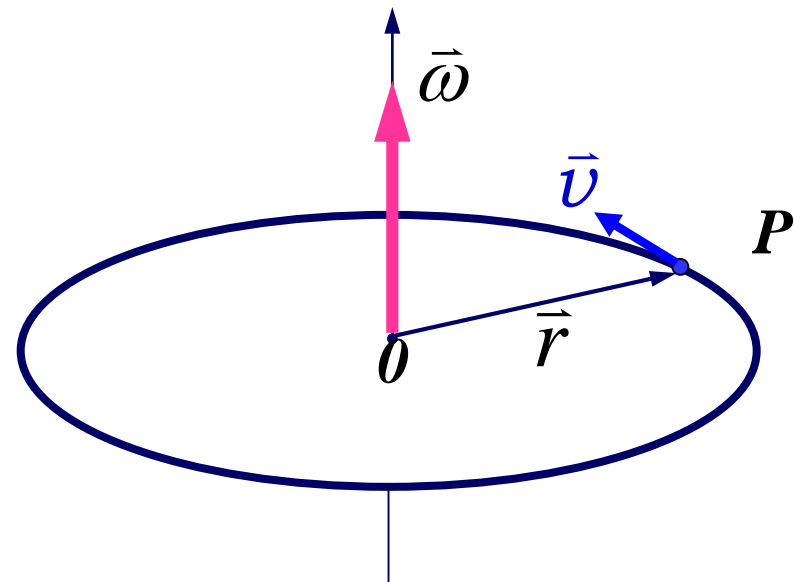
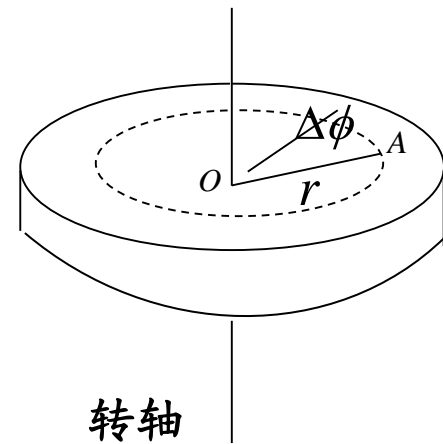
## 刚体绕定轴的转动的描述

角坐标:  $\theta = \theta(t)$

沿逆时针方向转动  $\theta > 0$   
沿顺时针方向转动  $\theta < 0$

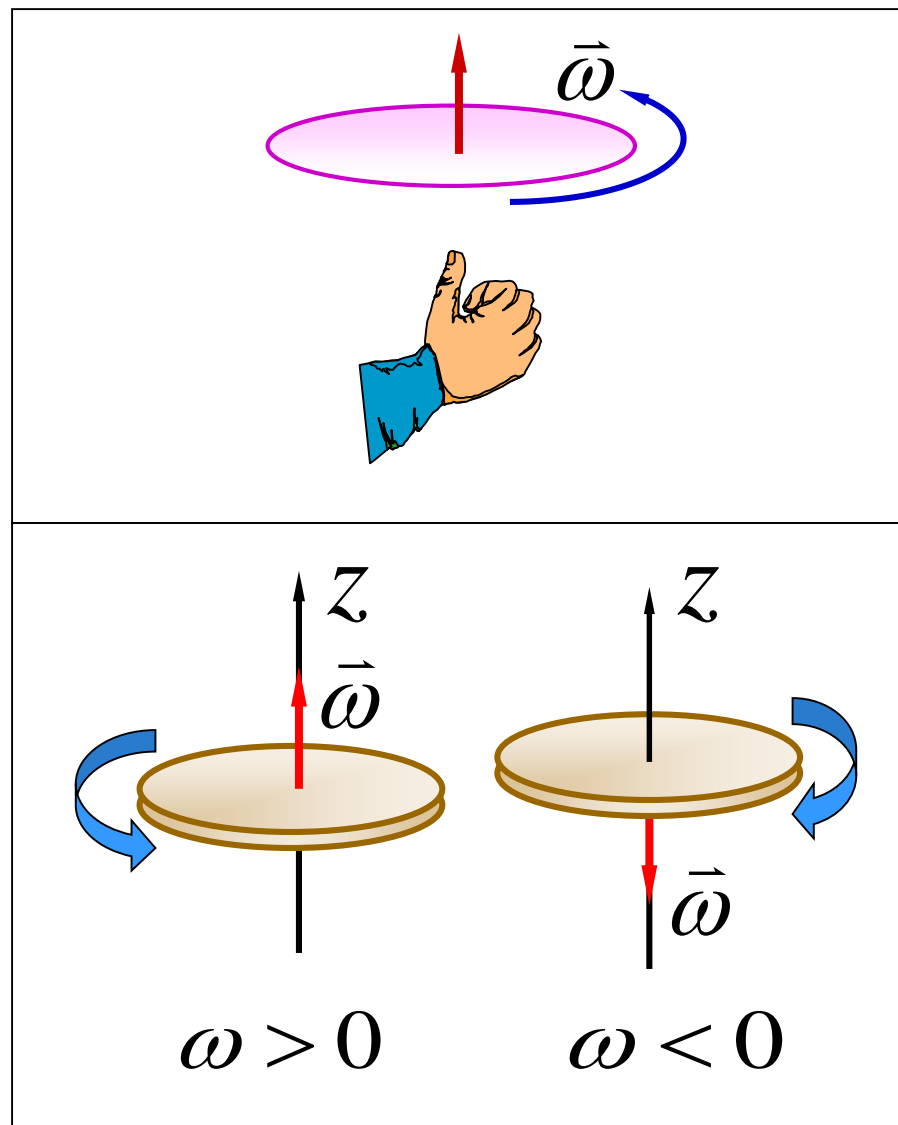
角速度  $\vec{\omega}$

$\vec{\omega}$ 方向: 右手螺旋方向,



刚体定轴转动(一维转动)的转动方向可以用角速度的正、负来表示.

角加速度  $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$





刚体的定轴转动，都有哪些特点？

## 定轴转动的特点

- (1) 每一质点均作圆周运动，圆面为转动平面；
- (2) 任一质点运动  $\Delta\theta, \bar{\omega}, \bar{\alpha}$  均相同，  
但  $\bar{v}, \bar{a}$  不同；
- (3) 运动描述仅需一个角坐标。



# P 186 例 5.3



### 3 更为一般的刚体运动



刚体运动 = 平动 + 转动





# 本节的学习目标，您达到了吗？

- 质心和质心动量定理
- 刚体的物理模型
- 刚体定轴转动的矢量描述



**作业： P190 T5.6 T5.10**