静电场与物质的相互作用2

电介质

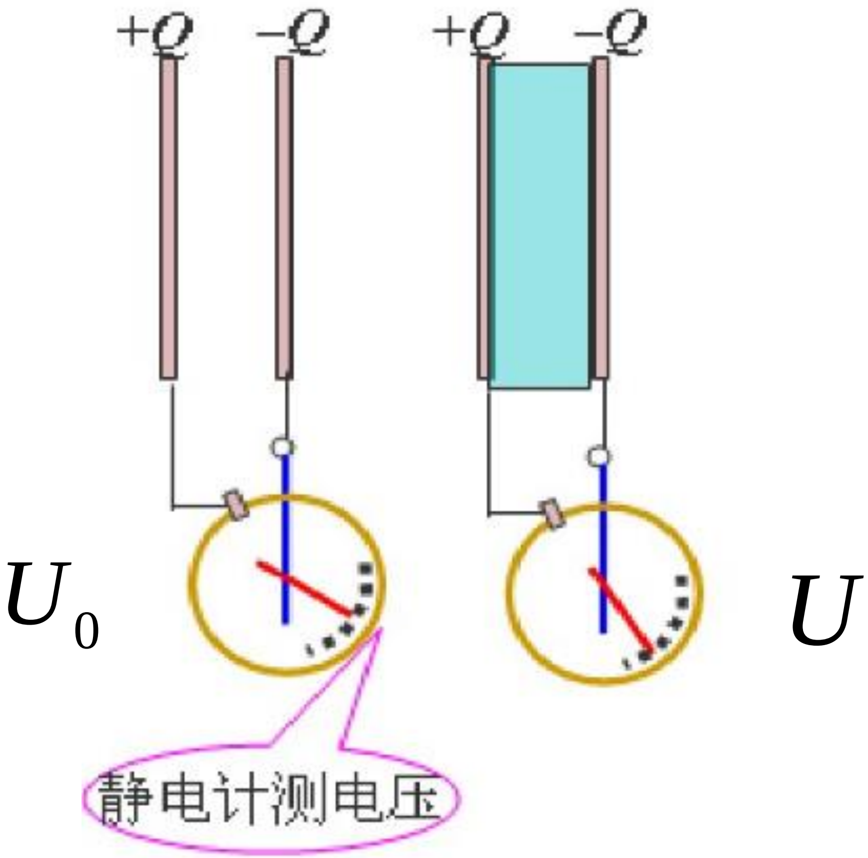
通过本部分的学习，您将：

- 掌握极化现象的微观解释；
- 掌握极化强度的定义；
- 掌握极化强度与极化电荷的关系；
- 掌握有介质存在的高斯定理和环路定理；
- 会求解相关问题。

§2.2 电介质

电场对于没有自由移动电荷的电介质能否产生作用？

实验真相：

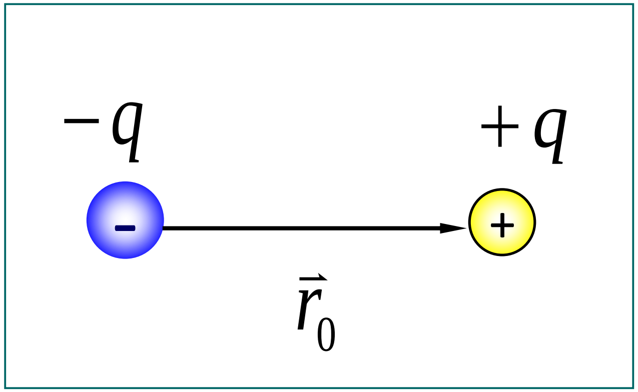


$$U = \frac{U_0}{\varepsilon_r},$$

结论： 电介质的引入改变了电容器中的电场

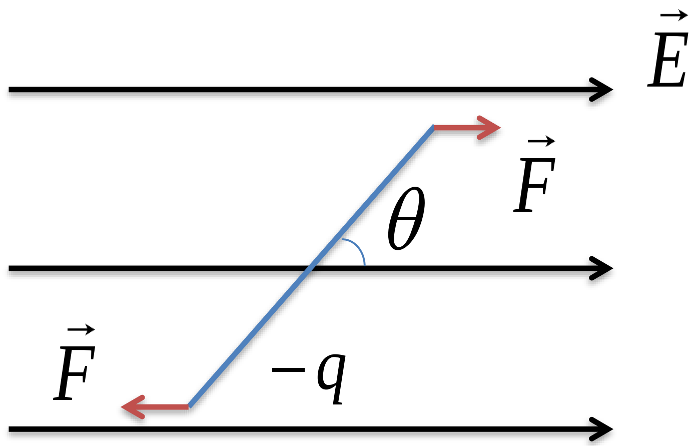
不含自由移动的电荷的电介质是如何影响电场的呢？

物理模型



$$\vec{p} = q\vec{r}_0$$

一、电场中的电偶极子



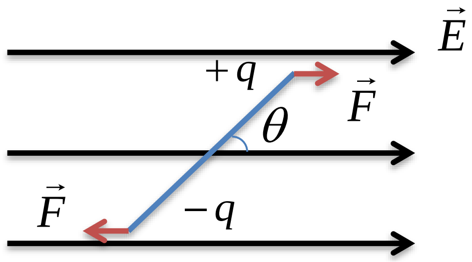
电偶极子在电场中受到的力矩是多少?

在力矩的作用下，电偶极子会发生什么样的运动?

这里对电偶极子在外电场中的行为进行分析：

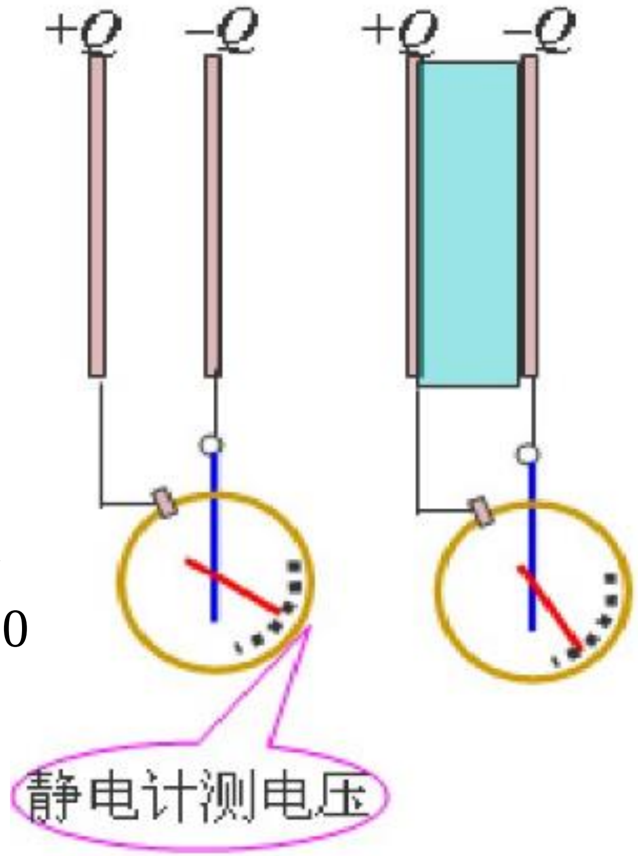
力矩：

$$\vec{M}=\vec{p}\times\vec{E}$$



外电场总是使电偶极子 $\vec{P}$ 与 $\vec{E}$ 的方向趋于一致

二、介质极化

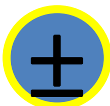


U_0

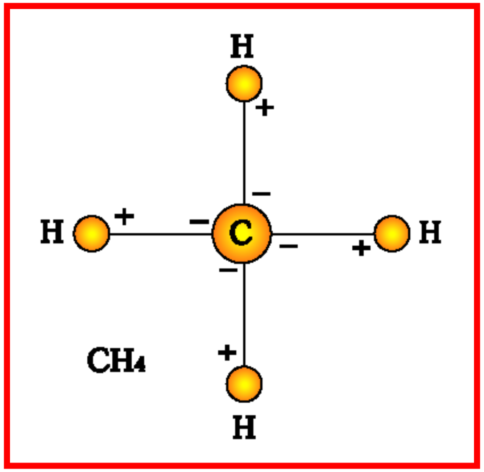
U

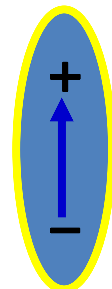
从微观角度，借助电偶极子模型解释实验现象。

非极性分子（无极分子） 　　　　　　　　　　　　极性分子

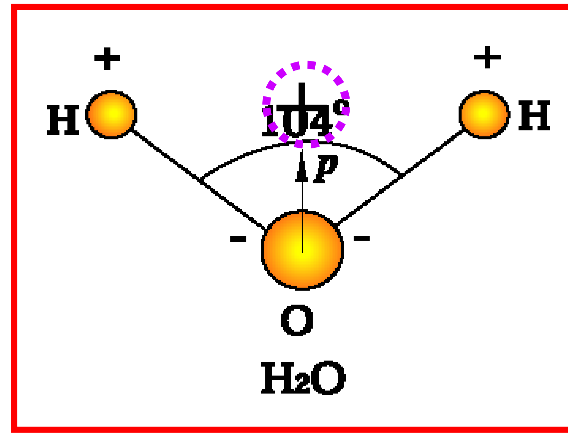


$\vec{p} = 0$

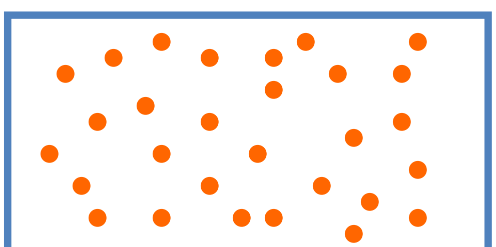




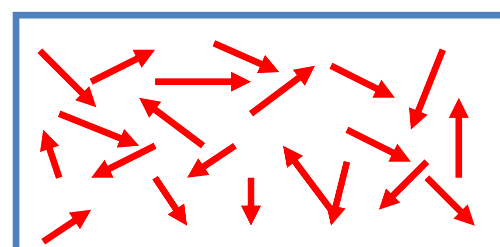
$\vec{p} = q\vec{l}$



无外场时（热运动）



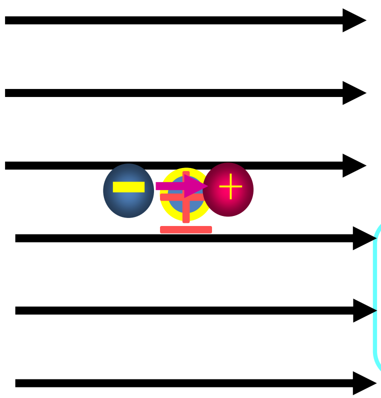
整体对外
不显电性

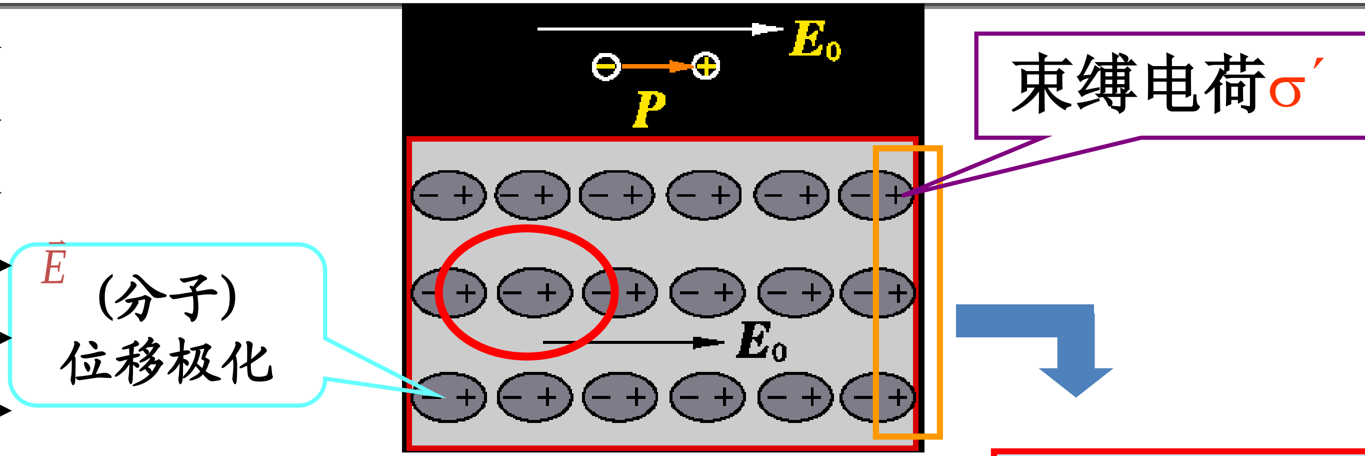


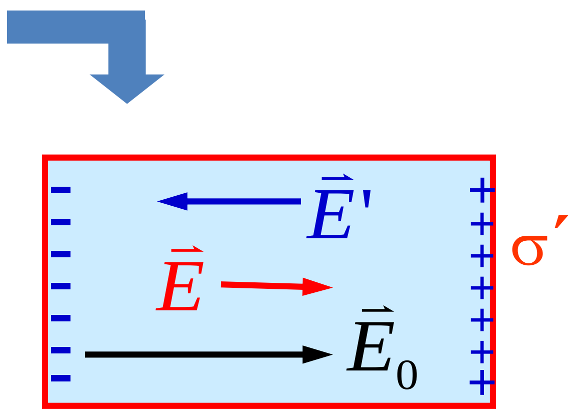
(非极性分子电介质) 　　　　　　　　(极性分子电介质)

有外场时

- 非极性分子电介质

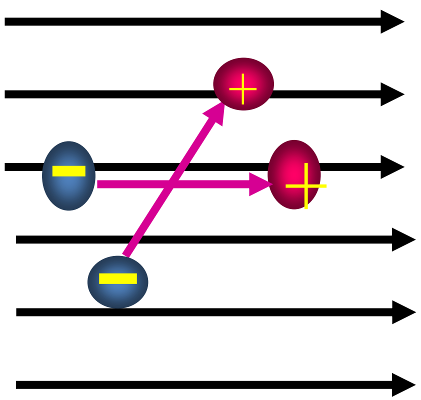


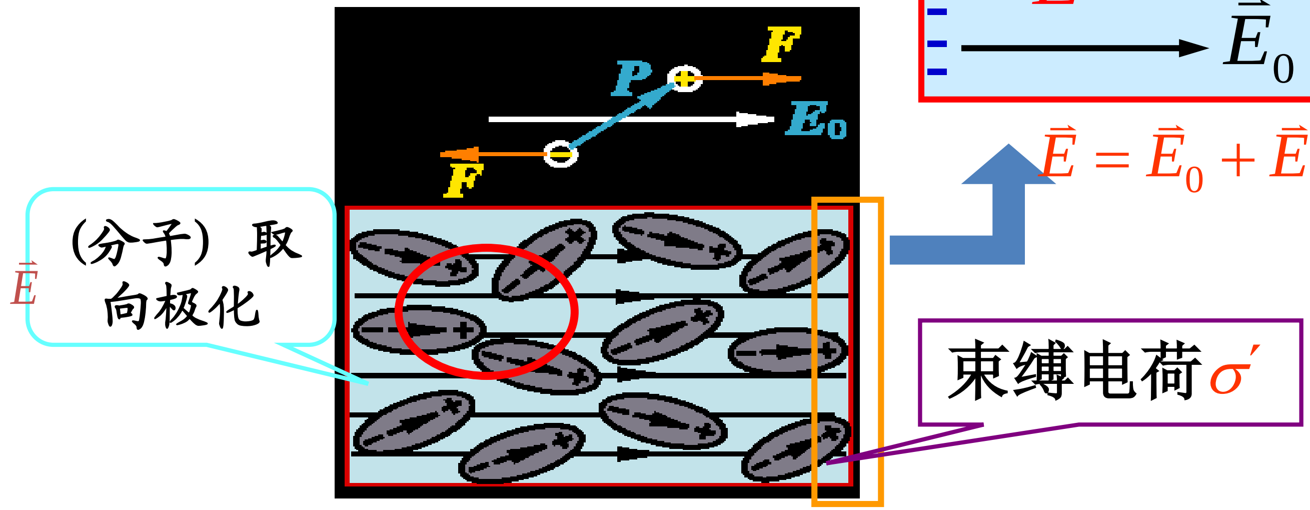




$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$

- 极性分子电介质





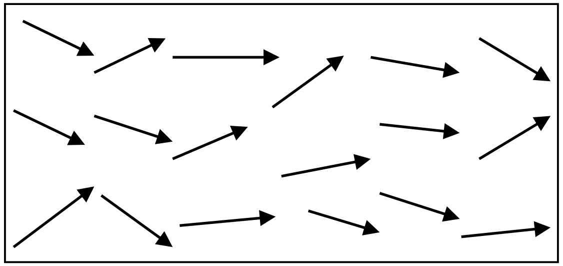
有外场时:

（a）有极分子电介质，主要是**取向极化**，也有位移极化。

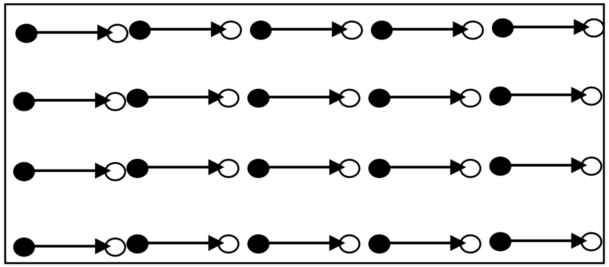
（b）无极分子介质，只有**（电子）位移极化**。

外电场越强，电偶极矩矢量和越大。

有极分子



无极分子



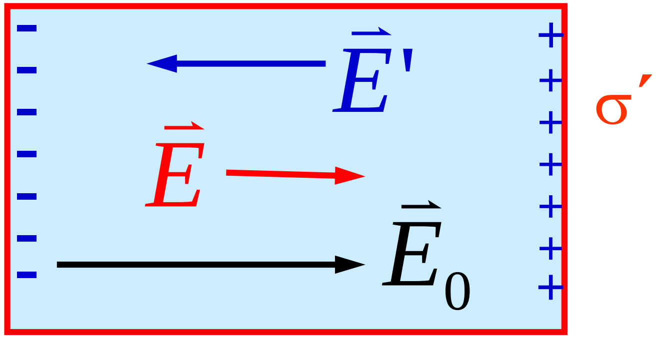
关于电介质极化的说明：

（a）对于均匀电介质，极化电荷只出现在表面上；

（b）极化电荷与导体的自由电荷不同，极化电荷属于束缚电荷；

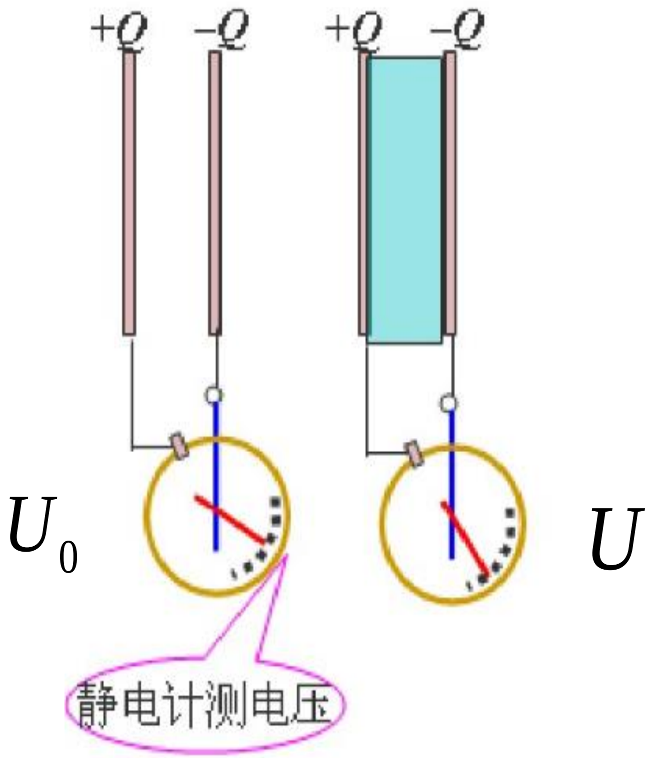
（c）两种极化微观机制不同，宏观效果相同，在研究宏观问题时不必加以区分。

束缚电荷：由于极化，在介质表面积累的净电荷



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

退极化场： 在电介质内附加电场 $\vec{E}'$ 总是与外电场方向相反，使外加电场减弱，阻碍电介质的极化，故把附加电场叫做退极化场。



由束缚电荷提供的电场，与原来的电场方向相反，因此，介质内的电场强度减小。电场强度减小，导致电压减小。

电极化强度矢量

极化强度反映物质极化的强弱

- 从微观角度阐述：
  极化强度与极化的面电荷联系起来（极化电荷面密度）

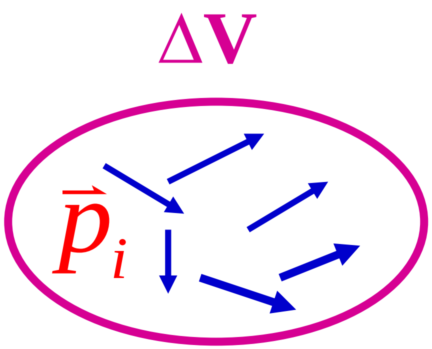
- 从宏观角度阐述：
  极化强度与电场联系起来（电极化率）

2 电极化强度矢量及面电荷密度

（1）电极化强度矢量 $\vec{\mathrm{P}}$

在电介质中取一宏观无限小微观无限大的体积元**ΔV**

定义电极化强度：$\vec{P} = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \dfrac{\sum\limits_i \vec{p}_i}{\Delta V}$

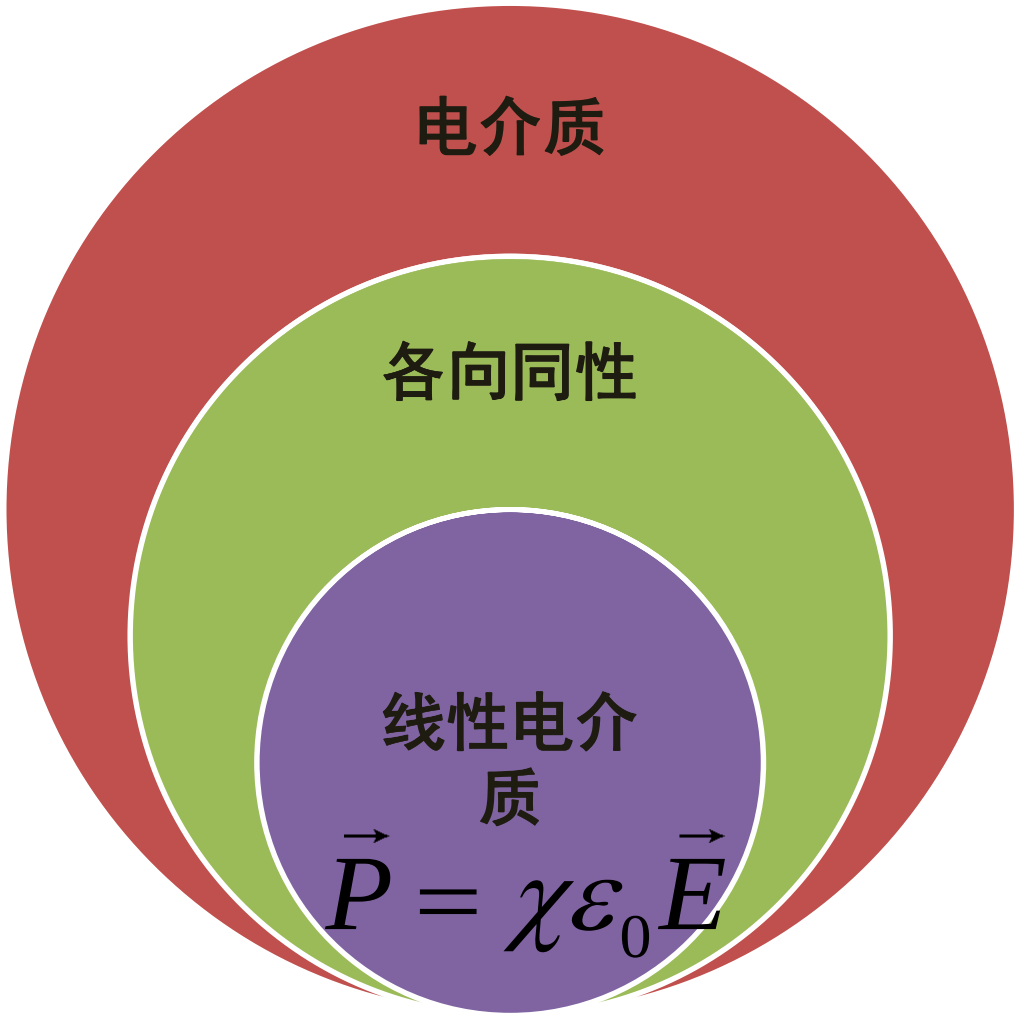


非极性分子：$\vec{P} = n\vec{p}_i$

$\vec{p}_i$ 是每个分子的电偶极矩

电极化强度：度量电介质极化状态的物理量。

电介质



各向同性电介质： 电介质性质不因电场矢量方向改变而改变

对于各向同性电介质：

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

χ 叫做电介质的电极化率；
一般而言，它的大小与E的大小相关；

E是介质内总的电场

线性电介质：电介质的电极化率与总电场无关，由介质自身性质决定，此电介质叫做线性电介质

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

χ 为常数，其大小不随电场变化

（2）电极化强度矢量与极化电荷分布

闭合曲面的电极化强度矢量通量等于该闭合曲面内的极化电荷的负值。

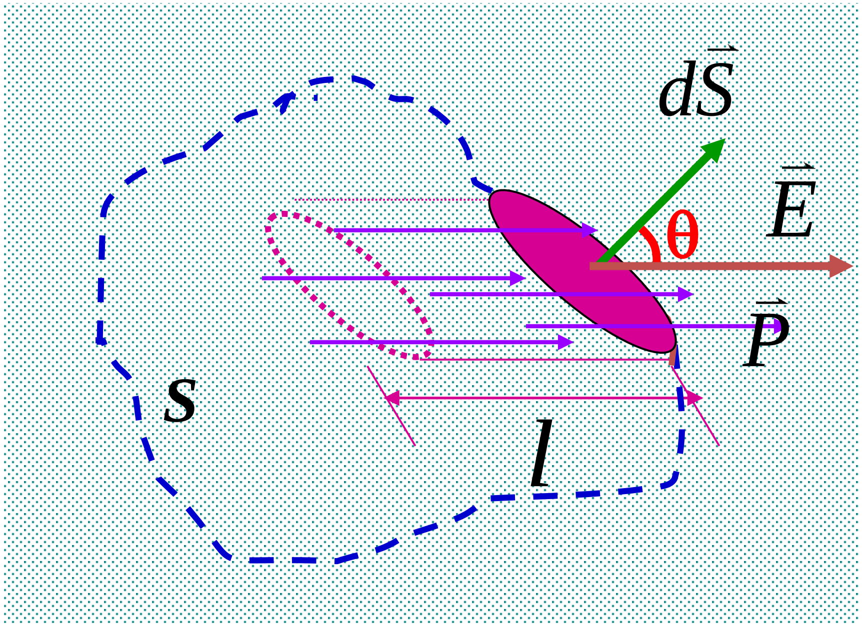
$$\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{S} = -\sum_{内} q'$$

设一个分子因极化产生的正负电荷的数量分别为+q和-q。电场作用产生的位移为l。设单位体积内有n个分子

在已极化的介质内任意作一闭合面S

1）dS对S内极化电荷的贡献

在**dS**附近厚为l的薄层内

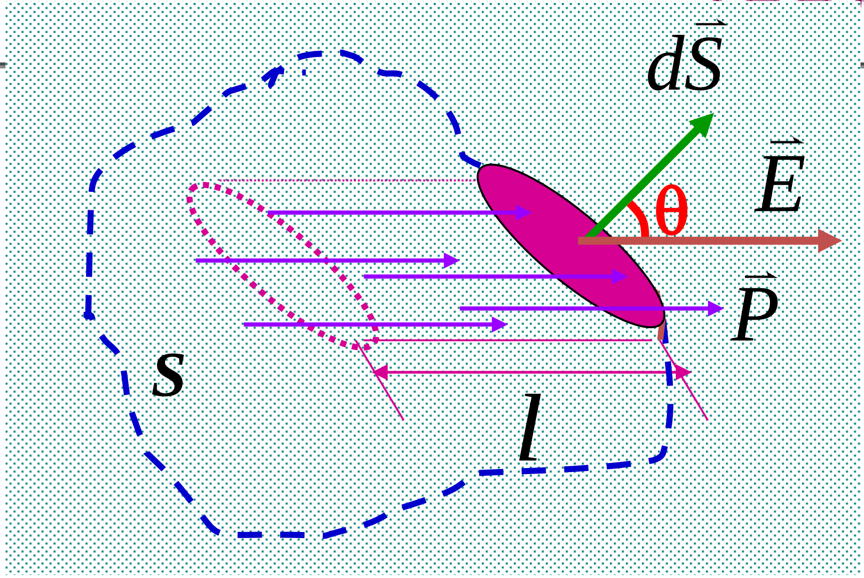


穿过ds面的极化电荷：

$$dq_1' = qndV$$

$$= qnl\, dS \cos\theta$$

$$= PdS\cos\theta = \vec{P}\cdot d\vec{S}$$



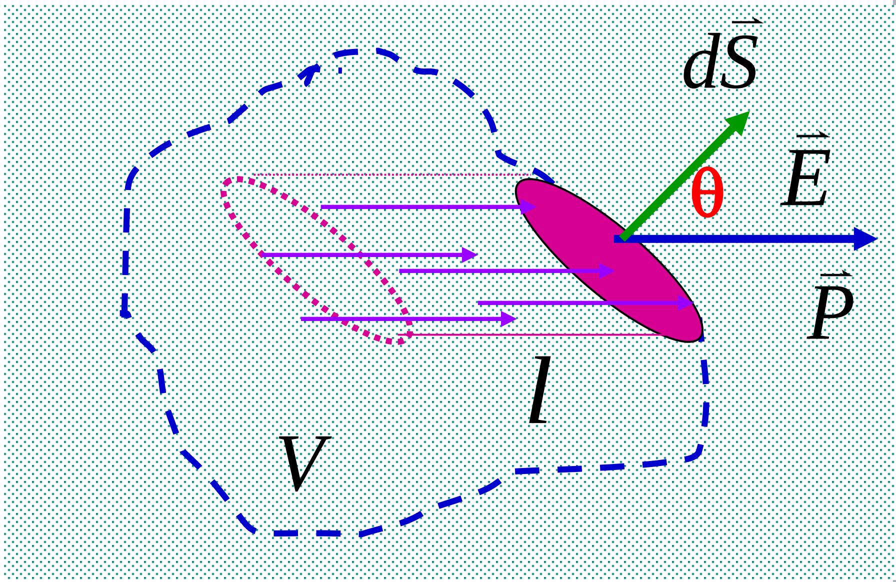
所以，ds对S内极化电荷的贡献为：

$$dq' = -\vec{P}\cdot d\vec{s}$$

2）S所围的体积内的极化电荷为

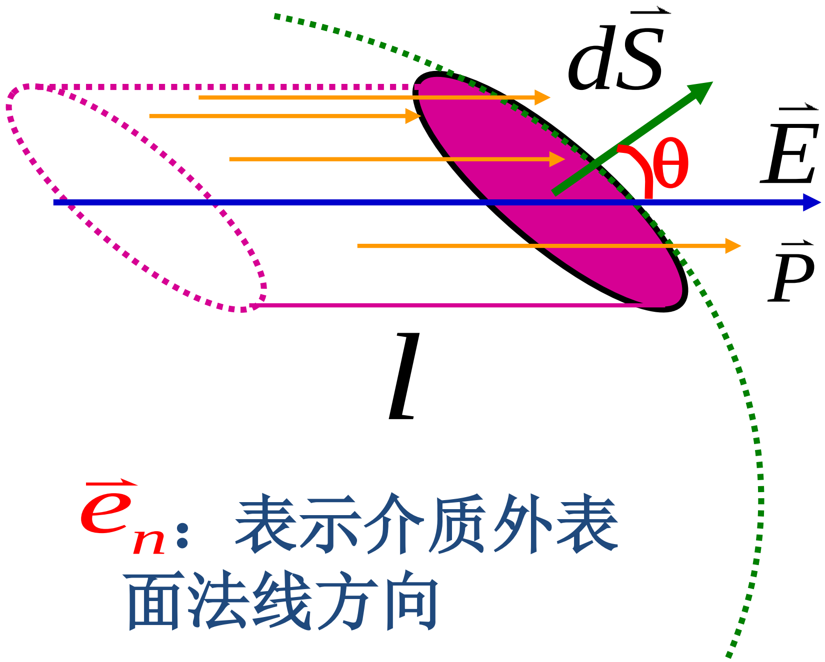
$$dq' = -\vec{P} \cdot d\vec{s}$$

$$\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum_{S内} q'$$



封闭面内体束缚电荷等于通该封闭面的电极化强度的通量的负值。

电介质表面极化电荷面密度



$$dq' = \vec{P}\cdot d\vec{S} = PdS\cos\theta$$

$$\sigma' = \frac{dq'}{dS} = P\cos\theta$$

$\vec{e}_n$：表示介质外表面法线方向

$$\boxed{\sigma' = \vec{P}\cdot\vec{n} = P_n}$$

极化电荷面密度等于电极化强度沿介质表面法线方向的分量。

电介质表面极化电荷面密度：

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n$$

$\vec{n}$ ：表示介质外表面法线方向

三、有电介质时静电场规律

1、高斯定理

存在电介质时，静电场的高斯定理仍然成立。

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

其中：

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}',$$

$$\sum q = \sum q_f + \sum q'$$

$$\oiint \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum q_f + \sum q',$$

$$\because \oiint \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum q'$$

$$\therefore \quad \oiint (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = \sum q_f$$

令$\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D} \rightarrow$ 电位移矢量

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_f$$

有电介质存在时的高斯定理

闭合曲面的电位移矢量通量等于闭合曲面内的自由电荷代数和。事实上在真空中也是成立的，它是普遍成立的高斯定理。

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_f$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

说明：

- $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$ 其中 $\vec{E}$为总的电场强度矢量
- q_f 为自由电荷

2. $\vec{D},\vec{E},\vec{P}$ 之间的关系

南开大学

$$\vec{D}=\varepsilon_o\vec{E}+\vec{P}$$ （普遍关系）

$$\because\quad \vec{P}=\chi\varepsilon_o\vec{E}$$

$$\therefore\quad \vec{D}=\varepsilon_o\vec{E}+\chi\varepsilon_o\vec{E}=\varepsilon_o(1+\chi)\vec{E}$$

令 $\varepsilon_r=(1+\chi)\rightarrow$ 相对介电常数, 则 $\vec{D}=\varepsilon_o\varepsilon_r\vec{E}$

令 $\varepsilon=\varepsilon_o\varepsilon_r\rightarrow$（绝对）介电常数, 则 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$

对于真空： $\vec{P}=0$ $\vec{D}=\varepsilon_o\vec{E}$

ε_o 真空介电常数； $\varepsilon_r=1$

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\oiint_S \varepsilon_0\vec{E}\cdot d\vec{S}=\sum q_f$$

其它电介质： $\varepsilon_r=(1+\chi)>1$

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_f$$

有介质时场强的求解

有介质时的高斯定理

求得 $\vec{D}$

求得 $\vec{E}$ ： $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$

3、环路定理

在真空条件下，静电场的环路定理在有电介质存在的情况下仍然成立，即

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

不论是真空还是存在电介质，静电场都是保守场，电场矢量的线积分与积分路径无关，或者说电场矢量沿闭合环路的线积分等于零。

有介质存在时电场的性质

高斯定理：

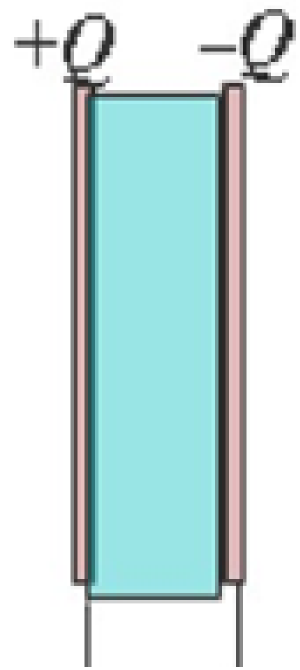
$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_{f}$$

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$$

环路高斯定理：

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$$

如果持续增加外电场，会出现什么现象？



4 介电强度

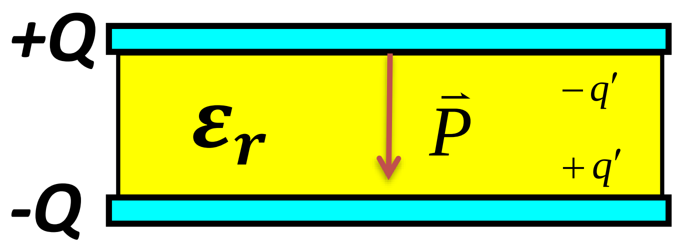
介电强度： 某电介质不发生击穿所能承受的最大电场强度称为该电介质的介电强度。

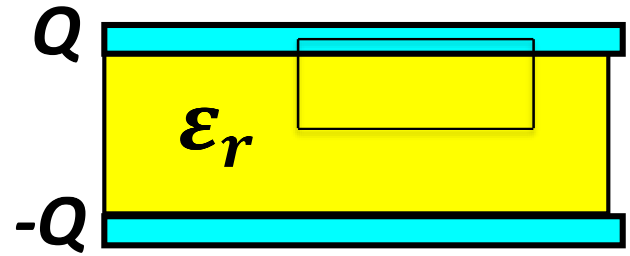
击穿的机理：电介质在外场作用下，出现极化电荷，起初为束缚电荷，随着电场的增大，当达到一定数值时，束缚电荷就会脱离分子的束缚而成为自由电荷。从而使电介质的绝缘性受到破坏，成为导体。

常以 10^{-6}伏特/米为单位来表示介电强度。如空气：3，玻璃：30，云母：200，等等。

四、应用举例

例1、平行板电容器两极带电为Q和-Q，极间充满均匀电介质，其相对介电常数为 ε_r ，极板面积为S，板间距为d，略去边缘效应，求极化电荷、电位移矢量分布以及电容器电容。





高斯定理

如图作柱形高斯面。因为边缘效应可以忽略，且介质均匀。

因而 $\vec{E}$ 对称，$\vec{D}$ 也对称

$$\because \oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_f \qquad \therefore \iint_{上} \vec{D}\cdot d\vec{S} + \oiint_{下} \vec{D}\cdot d\vec{S} + \oiint_{侧} \vec{D}\cdot d\vec{S} = \Delta S\cdot\sigma$$

$\vec{D}$

$$D = \sigma = \frac{Q}{S} \qquad \because D = \varepsilon_r\varepsilon_0 E, \quad \therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$$

$$\therefore P = \chi\varepsilon_0 E = \frac{(\varepsilon_r - 1)\sigma}{\varepsilon_r}, \qquad \therefore \sigma' = \vec{P}\cdot\hat{n} = p = \frac{(\varepsilon_r - 1)\sigma}{\varepsilon_r}$$

$$\therefore q' = s\sigma' = \frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{\varepsilon_r}$$

求电容：

$$U = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0} d = \frac{Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S} d$$

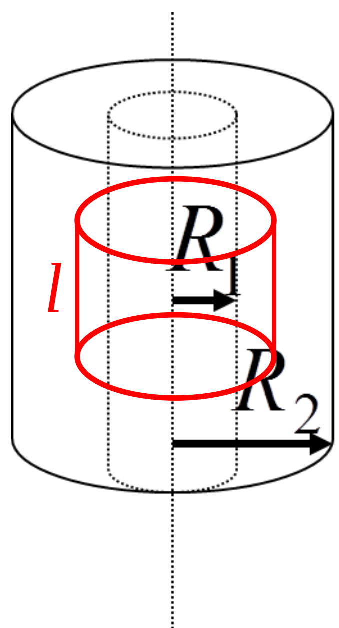
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{d}$$

与真空相比，扩大到达原来的 ε_r倍。

事实上，从真空到充满电介质，很多结论都是将$\boldsymbol{\varepsilon_0}$变化为$\boldsymbol{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$。如点电荷的电场、电位、库仑定律、各种电容器的电容等。

例2、柱形电容器的内外半径为 R_1, R_2 在内外导体之间充满相对介电常数为 ε_r 的电介质，已知介质的介电强度为 E_m ，求电容器的耐压。

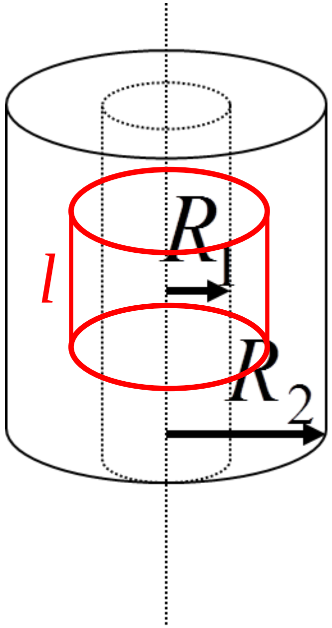
（忽略边缘效应）



解：设内外表面的线电荷密度为 $\lambda, -\lambda$ ，

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = \lambda l \Rightarrow D\cdot 2\pi r l = \lambda l \Rightarrow D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

又 $D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \Rightarrow E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$，$E$为总的场强



结果表明，在内导体的外表面上（ $r = R_1$ ）电场最强，因而该处最先击穿。将 $r = R_1$ 和 $E = E_m$ 带入上式，可得最大的线电荷密度。

$$\lambda_{\max} = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 E_m$$

当带有最大电荷时，介质中的电场强度为：

$$E = \frac{\lambda_{\max}}{2\pi r\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1 E_m}{2\pi r\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{R_1 E_m}{r}$$

电容的耐压为：

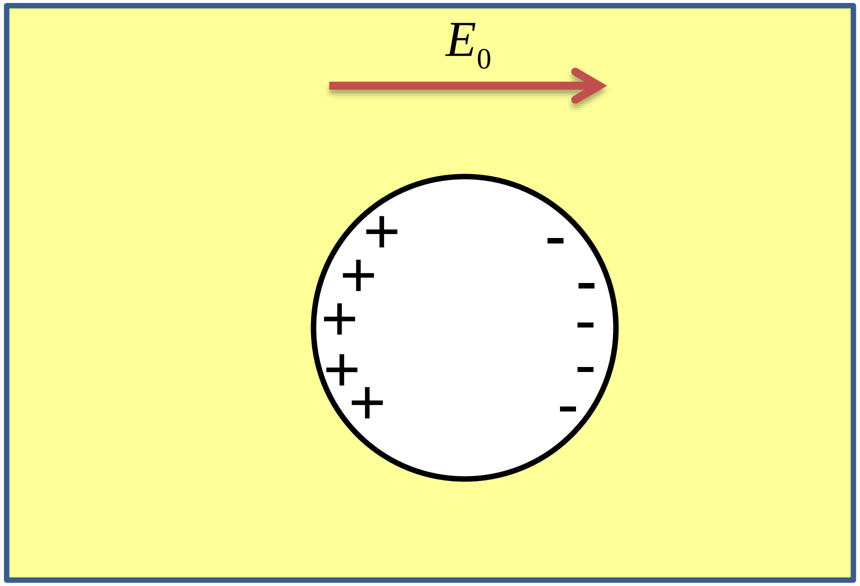
$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{R_1 E_m}{r} dr = R_1 E_m \ln\frac{R_2}{R_1}$$

例3、在无限大的均匀电介质中，存在外加均匀电场矢量E_0，介质的相对介电常数为ε_r,在介质中挖一个半径为有限值的球形空腔，求

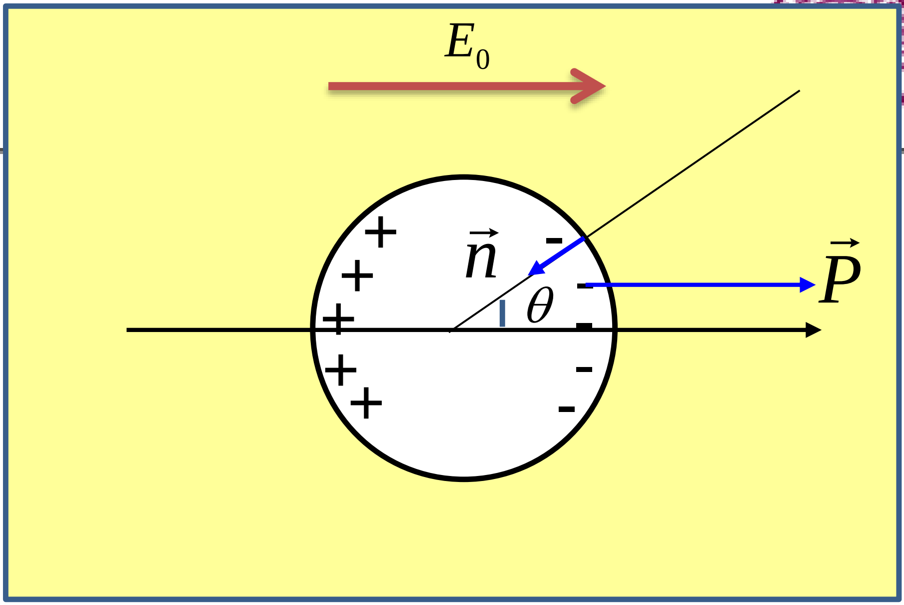
（1）极化电荷面密度σ'。

（2）空腔中心处的附加电场矢量。

（3）空腔中心处总电场矢量E。



解：建立球坐标系



$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = -P\cos\theta$$

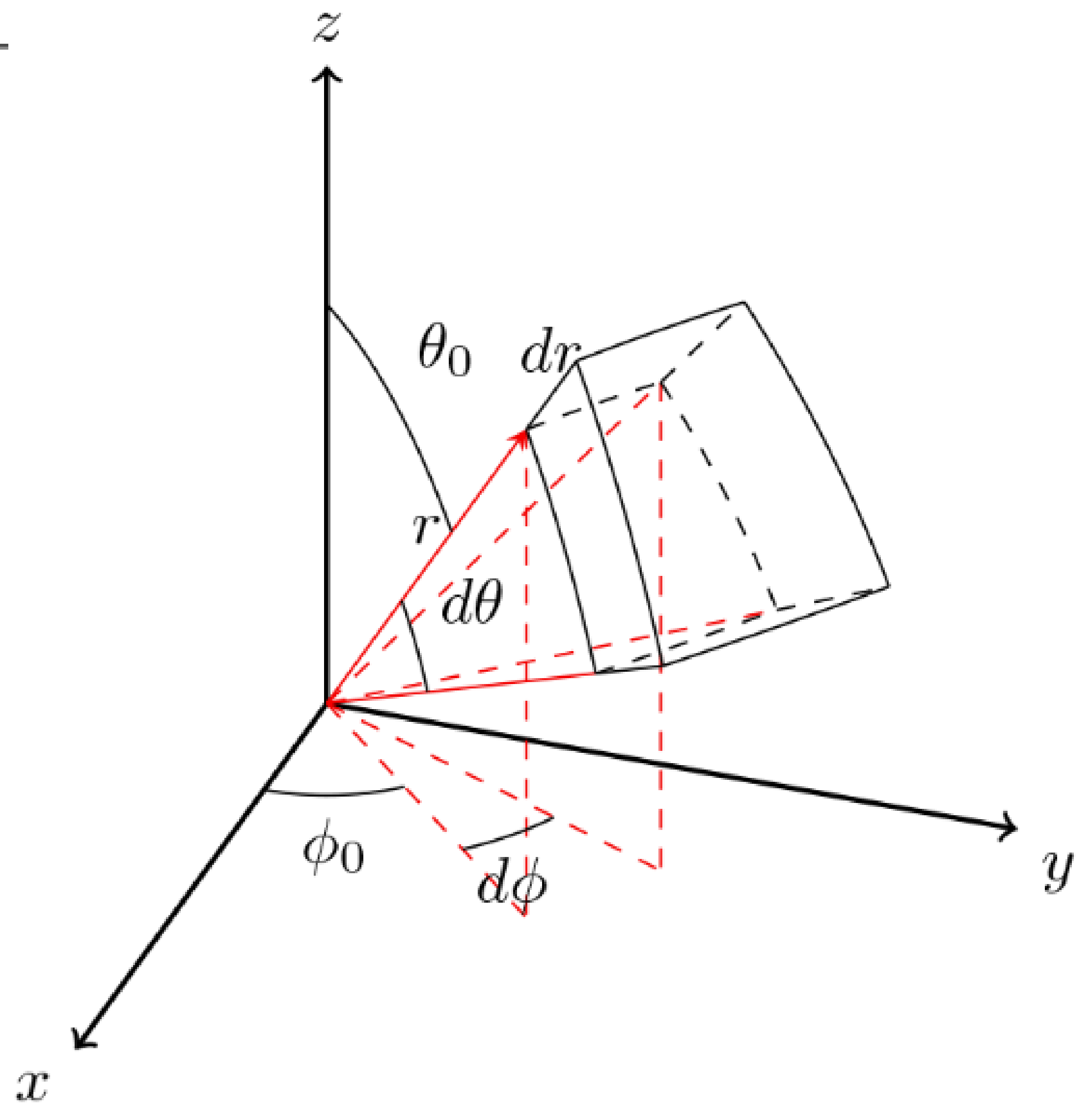
$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

电介质为无限大，空腔内为有限大，在介质内部

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' = \vec{E}_0$$

$$\therefore \vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{E}_0$$

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = -P\cos\theta = -(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E_0 \cos\theta$$



z
θ_0
dr
r
$d\theta$
ϕ_0
$d\phi$
y
x

取一电荷元：　$ds = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi$

$$dq' = \sigma' ds = -P\cos\theta ds = -P\cos\theta R^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

电荷元在圆心处产生的电场强度为：

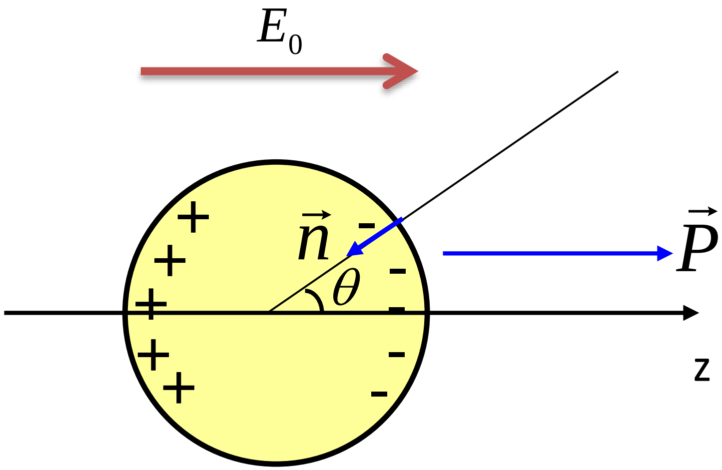
$$d\vec{E}' = k\frac{dq'}{R^2}\hat{\vec{r}} = -k\frac{dq'}{R^2}\hat{\vec{R}} = kP\cos\theta\sin\theta d\theta d\varphi\hat{\vec{R}}$$

$$dE'_z = dE'\cos\theta = kP\cos^2\theta\sin\theta d\theta d\varphi$$

$$E'_z = kP\int_0^{\pi}\cos^2\theta\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi = \frac{P}{3\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_r - 1}{3}E_0$$

总的电场为：

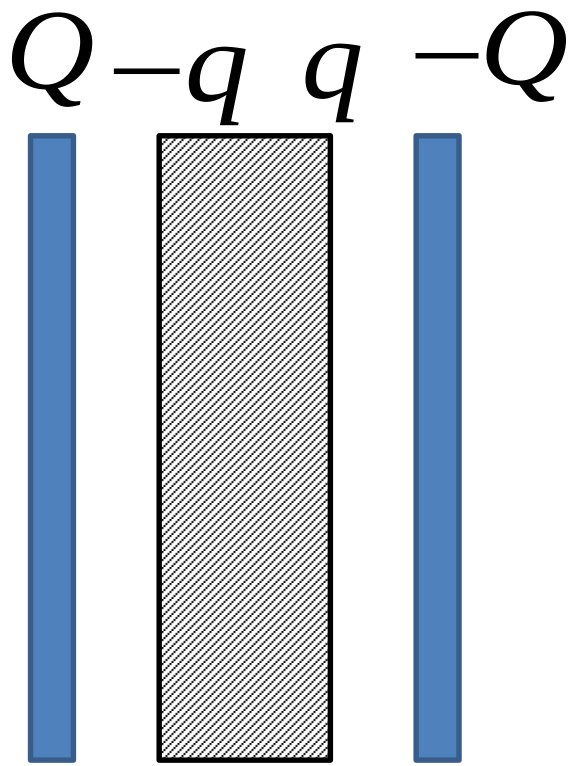
$$E = E_0 + E' = \frac{\varepsilon_r + 2}{3} E_0$$



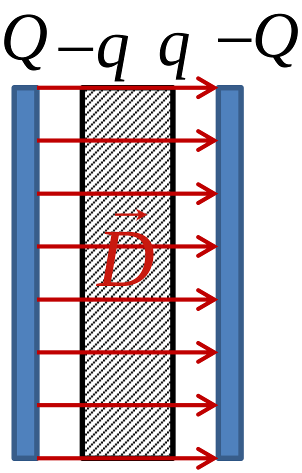
课本： P346 例8.36， 例8.37

请画出平行平板电容器之间放入一电介质后

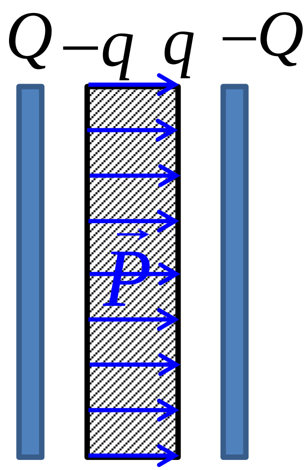
$\vec{D},\vec{E},\vec{P}$ 在极板间的分布



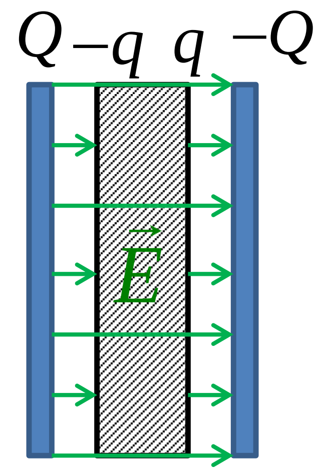
以平行板电容器说明 $\vec{D}, \vec{E}, \vec{P}$ 的关系：



$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_f$$



$$\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{S} = -\sum q'$$



$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \sum (q_f + q')/\varepsilon_0$$

- 作业：

  P356　T8.54　T8.57　T8.58　T8.60

本次课的学习目标，您掌握了吗？

- 掌握极化现象的微观解释；
- 掌握极化强度的定义；
- 掌握极化电荷与极化电荷的关系；
- 掌握有介质存在的高斯定理和环路定理；
- 会求解相关问题。