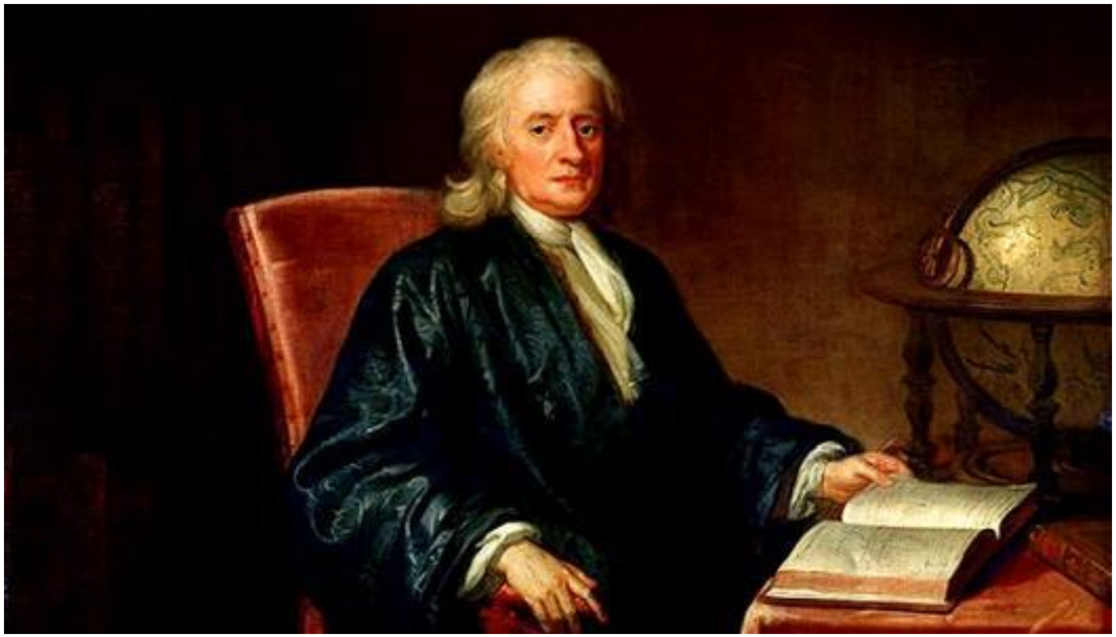
# 第二章

# 质点动力学

# 通过本次课的学习，您将学会：

- 力随时间变化（变力）情况下，牛顿第二定律的应用。



Isaac Newton
(1642-1727,明末清初)

1687年
《自然哲学之数学原理》

## 牛顿第一定律

**任何质点都保持静止或匀速直线运动状态，直到其它物体作用的力迫使它改变这种状态为止。**

**数学形式：** 质点处于静止或匀速直线运动状态时：

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

**内涵：**

**(1) 物体具有惯性----惯性定律**

惯性:物体保持自己运动状态不变的性质

**(2)力是物体运动状态变化的原因(产生加速度的原因)**

说明： 牛顿第一定律不能直接验证。

# 牛顿第二定律

在受到外力作用时，物体所获得的加速度的大小与合外力成正比，并与物体的质量成反比，加速度的方向与合外力的方向相同。

**内涵：**

(1) 运动状态变化与力的瞬时关系

(2) $m$:物体惯性的量度　　----惯性质量

## 数学形式：

第二定律：$\vec{F} = m\vec{a}$ m为常量

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

更具普适性！！

说明:

(1)力满足叠加原理

$$\vec{F}=\sum\vec{F}_i=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots+\vec{F}_n$$

$$=m\vec{a}_1+m\vec{a}_2+\cdots+m\vec{a}_n=m\sum\vec{a}_i=m\vec{a}$$

$\vec{a}$ ---- 是各外力分别作用时所产生的加速度的矢量和

(2) 求解具体问题，用分量形式

$$F_x=ma_x;F_y=ma_y;F_z=ma_z$$

# 单选题 1分

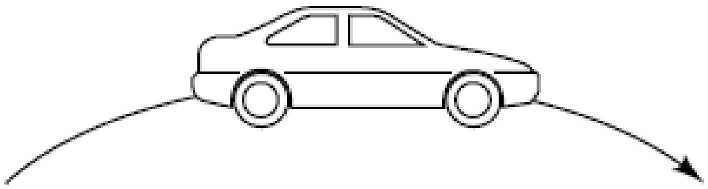
设置

如图所示，一辆汽车保持恒定的速率沿曲线运动，当它绕曲线运动时，是否有合力作用在车上?

A 没有，因为它的速率恒定

B 有

C 这取决与曲线的凹凸程度和汽车速率的大小



提交

南開大學

# 牛顿第三定律

当物体 $A$ 以力 $\vec{F}$ 作用于物体 $B$ 时，物体 $B$ 也同时以力 $\vec{F}'$ 作用于物体 $A$ 上，$\vec{F}$ 和 $\vec{F}'$ 总是大小相等，方向相反，且在同一直线上。

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

**内涵:** 力的作用是相互的，物体运动状态的变化是相互联系的。

- 作用力和反作用力的特性:
  - **成对性 —— 物体之间的作用是相互的;**
  - **一致性 —— 作用力与反作用力之间力的性质一致;**
  - **同时性 —— 相互作用之间是相互依存，<u>同生同灭</u>。**

# 讨论：

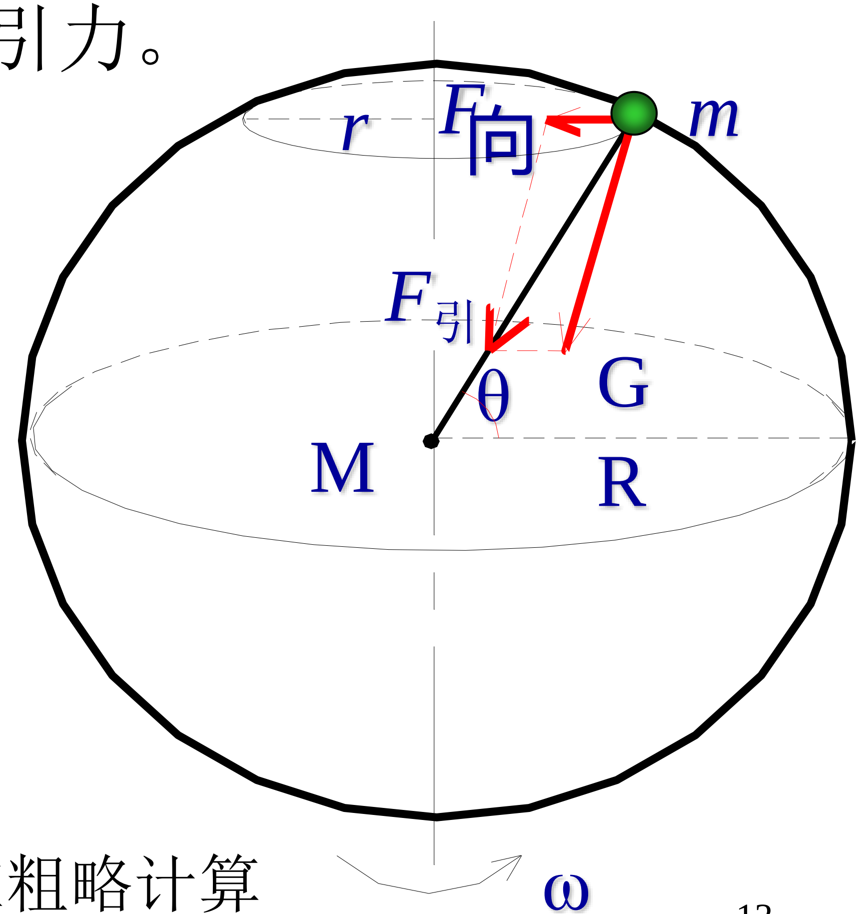
哪个物体施加的力让汽车往前行驶？

# 几种常见的力：

**重力和万有引力的关系是什么？？**

**重力**：产生g的力，是地心引力的一个分量。

**地心引力**：地球对物体的引力。




在南极和北极时，二者相等，在粗略计算时二者差异甚微，可以等同。

全国各地区重力加速度表

| 序号 | 地区 | 重力加速度 | 地区修正值 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | g(m/s2) | g/1kg | g/3kg | g/6kg | g/15kg | g/30kg |
| 1 | 包头 | 9.7986 | -0.3981 | -1.1943 | -2.3886 | -11.9430 | -11.9430 |
| 2 | 北京 | 9.8015 | -0.7045 | -2.1135 | -4.2270 | -10.5675 | -21.1350 |
| 3 | 长春 | 9.8048 | -1.0413 | -3.1239 | -6.2478 | -15.6195 | -31.2390 |
| 4 | 长沙 | 9.7915 | 0.3267 | 0.9801 | 1.9602 | 9.8010 | 9.8010 |
| 5 | 成都 | 9.7913 | 0.3267 | 0.9801 | 1.9602 | 4.9005 | 9.8010 |
| 6 | 重庆 | 9.7914 | 0.3267 | 0.9801 | 1.9602 | 4.9005 | 9.8010 |
| 7 | 大连 | 9.8011 | -0.6636 | -1.9908 | -3.9816 | -9.9540 | -19.9080 |
| 8 | 广州 | 9.7833 | 0.6432 | 1.9296 | 3.8592 | 9.6480 | 19.2960 |
| 9 | 贵阳 | 9.7968 | 0.7963 | 2.3889 | 4.7778 | 23.8890 | 23.8890 |
| 10 | 哈尔滨 | 9.8066 | -1.2251 | -3.6753 | -7.3506 | -18.3765 | -36.7530 |
| 11 | 杭州 | 9.7936 | 0.1020 | 0.3060 | 0.6120 | 1.5300 | 3.0600 |
| 12 | 海口 | 9.7863 | 0.8474 | 2.5422 | 5.0844 | 25.4220 | 25.4220 |
| 13 | 合肥 | 9.7947 | 0.0204 | 0.0612 | 0.1224 | 0.3060 | 0.6120 |
| 14 | 吉林 | 9.8048 | -1.0413 | -3.1239 | -6.2478 | -15.6195 | -31.2390 |
| 15 | 济南 | 9.7988 | -0.3981 | -1.1943 | -2.3886 | -5.9715 | -11.9430 |
| 16 | 昆明 | 9.7830 | 1.1230 | 3.3690 | 6.7380 | 16.8450 | 33.6900 |
| 17 | 拉萨 | 9.7799 | 0.5513 | 1.6539 | 3.3078 | 16.5390 | 16.5390 |
| 18 | 南昌 | 9.7920 | 0.2654 | 0.7962 | 1.5924 | 7.9620 | 7.9620 |
| 19 | 南京 | 9.7949 | -0.0306 | -0.0918 | -0.1836 | -0.4590 | 0.9180 |
| 20 | 南宁 | 9.7877 | 0.7044 | 2.1132 | 4.2264 | 10.5660 | 21.1320 |
| 21 | 青岛 | 9.7985 | -0.3981 | -1.1943 | -2.3886 | -5.9715 | -11.9430 |
| 22 | 上海 | 9.7964 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 23 | 沈阳 | 9.8035 | -0.9086 | -2.7258 | -5.4516 | -13.6290 | -27.2580 |
| 24 | 石家庄 | 9.7997 | -0.5513 | -1.6539 | -3.3078 | -8.2695 | -16.5390 |
| 25 | 太原 | 9.7970 | -0.2450 | -0.7350 | -1.4700 | -3.6750 | -7.3500 |
| 26 | 天津 | 9.8011 | -0.6636 | -1.9908 | -3.9816 | -9.9540 | -19.9080 |
| 27 | 武汉 | 9.7936 | 0.1020 | 0.3060 | 0.6120 | 1.5300 | 3.0600 |
| 28 | 乌鲁木齐 | 9.8015 | -0.7248 | -2.1744 | -4.3488 | -21.7440 | -21.7440 |
| 29 | 西安 | 9.7944 | 0.0204 | 0.0612 | 0.1224 | 0.3060 | 0.6120 |
| 30 | 西宁 | 9.7911 | 0.3267 | 0.9801 | 1.9602 | 9.8010 | 9.8010 |
| 31 | 张家口 | 9.8000 | -0.5513 | -1.6539 | -3.3078 | -8.2695 | -16.5390 |
| 32 | 郑州 | 9.7966 | -0.2041 | -0.6123 | -1.2246 | -3.0615 | -6.1230 |

# 弹性力

两物体接触都将发生形变，形变的物体企图恢复原状，因而彼此互施作用力，这种力叫弹性力。如弹簧、绳子、棍棒等。只有小部分可以直接计算，大部分根据牛顿定律间接计算。

$$F = -kx$$

# 摩擦力

最大静摩擦力

$$f_{\max} = \mu_s N$$

滑动摩擦力

$$f_{滑动} = \mu_k N$$

# § 7. 牛顿定律的应用

牛顿第二定律的应用：

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \text{或} \vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

在直角坐标系中：

$$F_x = ma_x = m\frac{dv_x}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F_y = ma_y = m\frac{dv_y}{dt} = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$F_z = ma_z = m\frac{dv_z}{dt} = m\frac{d^2z}{dt^2}$$

**运动的微分方程**

在自然坐标系下：

$$F_t = ma_\tau = m\frac{dv}{dt}$$

$$F_n = ma_n = m\frac{v^2}{p}$$

# 解题步骤：

**1）隔离物体：**

把所研究的物体从所有的物体真隔离出来。“隔离”不等于“孤立”，而是把外界和它的联系通过外界对它的力反应出来。

**2）隔离物体的受力分析及运动标定：**

对物体所受的力的大小、方向一一标出，不能丢掉，也不能无中生有，只能考虑它所受的外力，它施与其他物体的反作用力不可考虑在内。此外要标出物体的加速度。

**3 ）选好参照系及坐标系：**

一般不要选择具有加速度的参照系。坐标系的选择以计算简单为前提。

**4）列出运动方程：**

一般列出坐标轴的投影式，即运动的微分方程。还应包括力的分解。

**5）解方程：**

注意初始条件的应用。

**6）对结果进行物理意义的讨论**

## 与高中不同之处：

1　强调建立坐标系的概念；

2　将牛顿第二定律在坐标系上进行分解；

3 如果力是随速度变化的或者求任意时刻的速度/位置。只能应用高等数学里的微分方程求解。

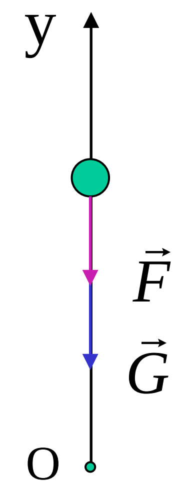
**例：**

以初速度$v_0$从地面竖直向上抛出一质量为m 的小球，小球除受重力外，还受一个大小为 $\alpha m v^2$的黏滞阻力（α 为常数，v 为小球运动的速度大小），求物体上升的最大高度。

**例：**

以初速度$v_0$从地面竖直向上抛出一质量为m 的小球，小球除受重力外，还受一个大小为$\alpha mv^2$的黏滞阻力（α 为常数，v 为小球运动的速度大小），求物体上升的最大高度。

解：　建立如图坐标系，设小球抛出的时刻为计时零点。




$$\vec{F}+\vec{G}=m\vec{a}$$

$$-\alpha mv^2-mg=m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dy}\frac{dy}{dt}=v\frac{dv}{dy}$$

$$-\alpha mv^2-mg=mv\frac{dv}{dy}$$

$$dy=\frac{-mvdv}{mg+\alpha mv^2}$$

$$\int_0^y dy=\int_{v_0}^0\frac{-mvdv}{mg+\alpha mv^2}$$

$$y=-\frac{1}{2\alpha}\ln\frac{g}{g+\alpha v_0^2}$$

## 二、圆周运动

- 对于圆周运动，一般选择自然坐标系

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt}\vec{\tau}_0$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{r}\vec{n}_0$$

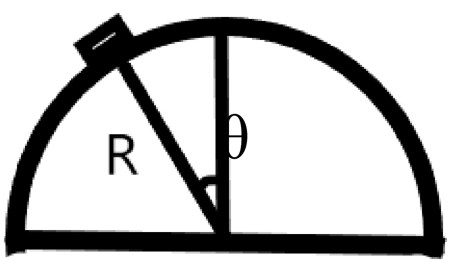
由牛顿第三定律知：

$$\vec{F}_t = m\frac{dv}{dt}\vec{\tau}_0$$

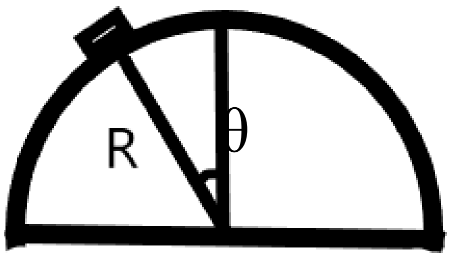
$$\vec{F}_n = m\frac{v^2}{r}\vec{n}_0$$

又$\because$ $v = r\omega$ $\therefore$ $\vec{F}_n = mr\omega^2\vec{n}_0$

例：如图所示，一小钢块，从静止开始自半径为R的光滑半圆形轨道的顶点下滑，求小钢块脱轨时的角度θ。




光滑半圆形轨道




光滑半圆形轨道

**解**：设小钢块下滑到角度θ处时，运动速度沿轨道切向，设大小为v。 钢块对轨道的正压力指向圆心，设大小为$F_N$。则小钢块应满足的动力学方程为

法向： $$mg\cos\theta - F_N = m\frac{v^2}{R} \qquad (1)$$

切向： $$mg\sin\theta = m\frac{dv}{dt} \qquad (2)$$

可以写为： $$mg\sin\theta = m\frac{dv}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

$$mg\sin\theta = m\frac{v}{R}\cdot\frac{dv}{d\theta}$$

有 $$\int_0^{\theta} gR\sin\theta d\theta = \int_0^{v} v dv$$

$$gR(1-\cos\theta) = \frac{v^2}{2} \qquad (3)$$

将小钢块脱轨条件$F_N$=0带入(1)式，得

$$g\cos\theta = \frac{v^2}{R} \qquad (4)$$

再由(3)和(4)式，可解得

$$\cos\theta = \frac{2}{3}，\text{即}\theta = \arccos\frac{2}{3}$$

# 功能原理求解

法向： $$mg\cos\theta - F_N = m\frac{v^2}{R} \quad （1）$$

功能原理可得出： $$mg(R - R\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$gR(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}v^2 \quad （2）$$

（此式与积分结果相同）

（1）（2）联立即可求解

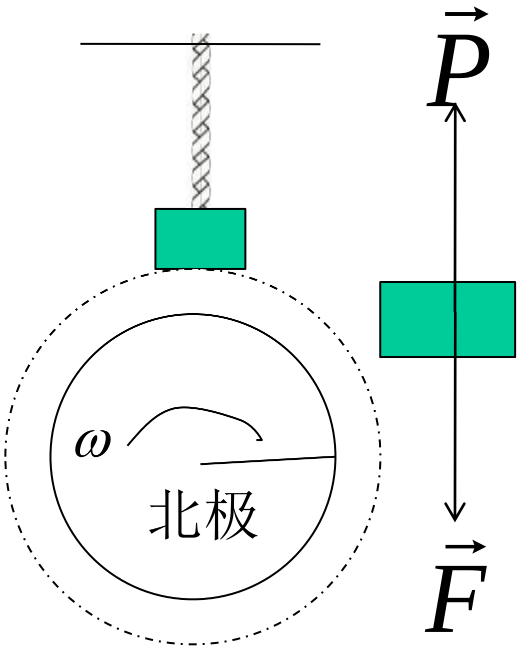
$$\cos\theta = \frac{2}{3}，\ 即\theta = \arccos\frac{2}{3}$$

例：地球以角速度$\omega$自转，地球在赤道处的半径为R。求赤道上一质量为m的物体，所受地球引力$\vec{F}$与其受弹簧拉力$\vec{P}$的关系。

解：建立自然坐标系

$$F_n = mr\omega^2$$

$$F - P = mr\omega^2$$



地球赤道半径为 $r = 6.4 \times 10^6$ 米；

自转角速度 $\omega = 7.3 \times 10^{-5}$ 弧度/秒；

对于物体m=1千克的物体：

$$F - P = 0.034N$$

## 必看

课本 P82， 例 2.14

# 您掌握了吗?

- 变力情况下应用牛顿定律


牛顿定律的成立与否与参照系有关吗？？？

投票 最多可选1项

设置

# 牛顿定律的成立与否与参照系有关吗？

A 有关

B 无关

提交

# 惯性参照系

**惯性系：**

牛顿第一、第二定律成立的参考系成为惯性参照系

相对于惯性系做匀速直线运动的参照系也是惯性系。

**常见的惯性系：**地球（地球自转的影响可以忽略时）

**说明：在动力学研究中，为了应用牛顿定律，只能选择惯性参照系**

# 变力情况下的运动学问题的求解

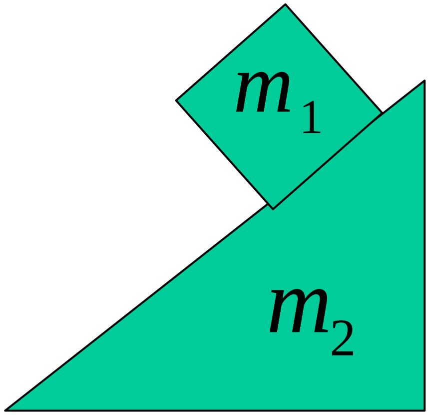
应用牛顿第二定律，求解微分方程

# §2 非惯性参照系–惯性力

# 通过本次课的学习，您将学会：

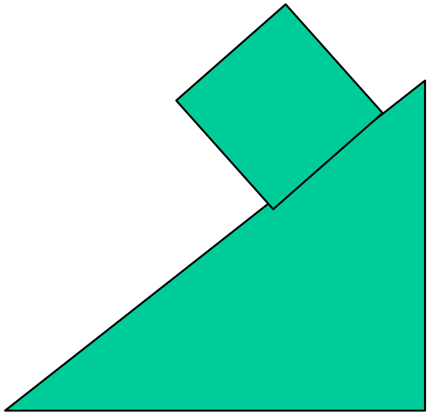
- 如何在非惯性系中该应用牛顿定律

例　光滑水平面上有一光滑斜面，物体从斜面自由下滑，求物体下滑过程中相对于斜面的加速度。已知斜面与地面的夹角为 $\alpha$ ，斜面的质量为 $m_2$ ，物体的质量为 $m_1$ 。



例 光滑水平面上有一光滑斜面，物体从斜面自由下滑，求物体下滑过程中相对于斜面的加速度。已知斜面与地面的夹角为$\alpha$，斜面的质量为$m_2$，物体的质量为 $m_1$。

$$\vec{a}=\vec{a}_0+\vec{a}'$$

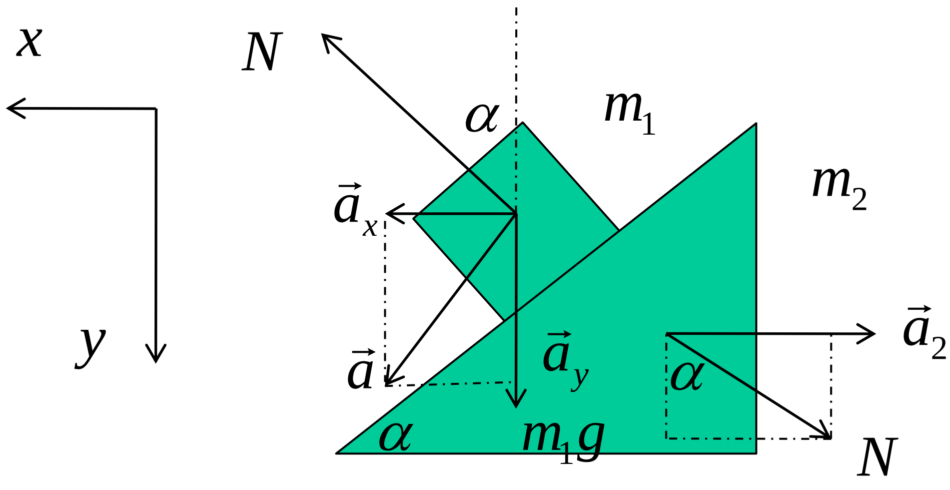


$$a_x=a_{0x}+a'_x$$

$$a_y=a_{0y}+a'_y$$

$$a_z=a_{0z}+a'_z$$

例：方法一：在惯性系下求解，绝对速度 $\vec{a}$




$$
\begin{cases}
a_x = -a_2 + a'\cos\alpha \\
a_y = a'\sin\alpha \\
\dfrac{a_y}{a_x + a_2} = tg\alpha
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
m_1 g - N\cos\alpha = m_1 a_y \\
N\sin\alpha = m_1 a_x \\
N\sin\alpha = m_2 a_2 \\
\dfrac{a_y}{a_x + a_2} = tg\alpha
\end{cases}
\Rightarrow
a' = \sqrt{a_y^{\ 2} + (a_x + a_2)^2}
$$


非惯性系中，如何应用牛顿定律？

# 1 平动参照系中的惯性力

0系： $\vec{F}=0,\quad \vec{a}=0.$

牛顿定律成立。

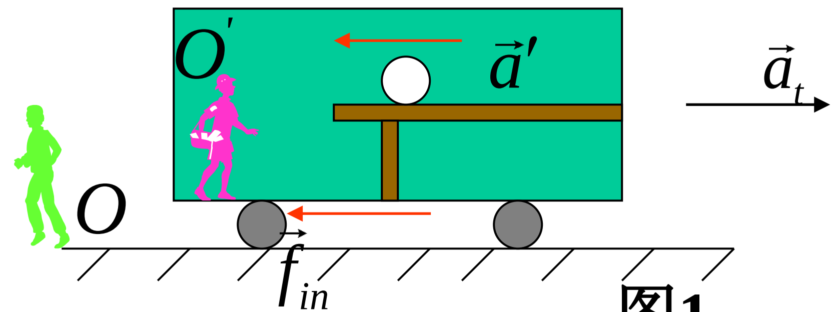


图1

$0'$系： $\vec{F}=0,\quad \vec{a}'\neq 0.$ 牛顿定律不成立。

**若设想小球受一力** $\vec{f}_{in}=-m\vec{a}_t$ 于是 $\vec{F}+\vec{f}_{in}=m\vec{a}'.$

在平动非惯性系中牛顿第二定律成立 。

0系：　$\vec{F} = m\vec{a}_t$ ,

牛顿第二定律成立。

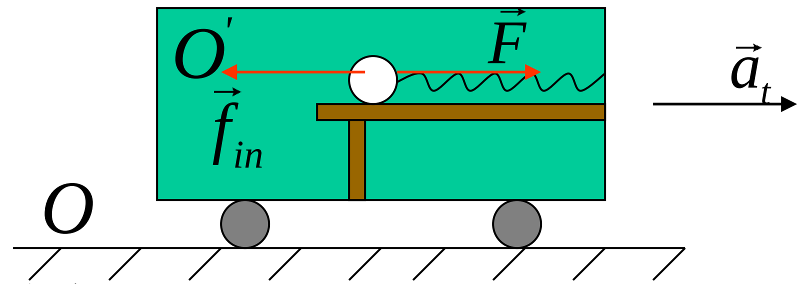


图2

0’ 系：　$\vec{F} \neq 0$，　而 $\vec{a}' = 0$.　　牛顿第二定律不成立。

若设想小球受一力：　$\vec{f}_{in} = -m\vec{a}_t$　于是　$\vec{F} + \vec{f}_{in} = 0$.

牛顿第二定律在平动非惯性系中成立 。

# 牵连坐标系平动时的惯性力：

坐标系内质点的惯性力大小为牵连加速度乘以物体的质量，惯性力的方向与牵连加速度的方向相反。

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$$

在非惯性系中，在原有受力分析的基础上加上惯性力，即可应用牛顿第二定律解决问题！

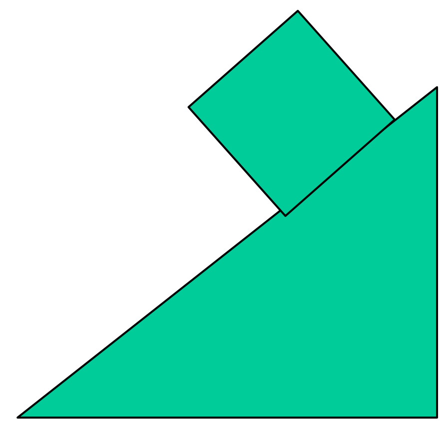
# 说明：

- 惯性力是虚拟力，它不是物体与物体间的相互作用力，没有施力物体，因而没有反作用力。

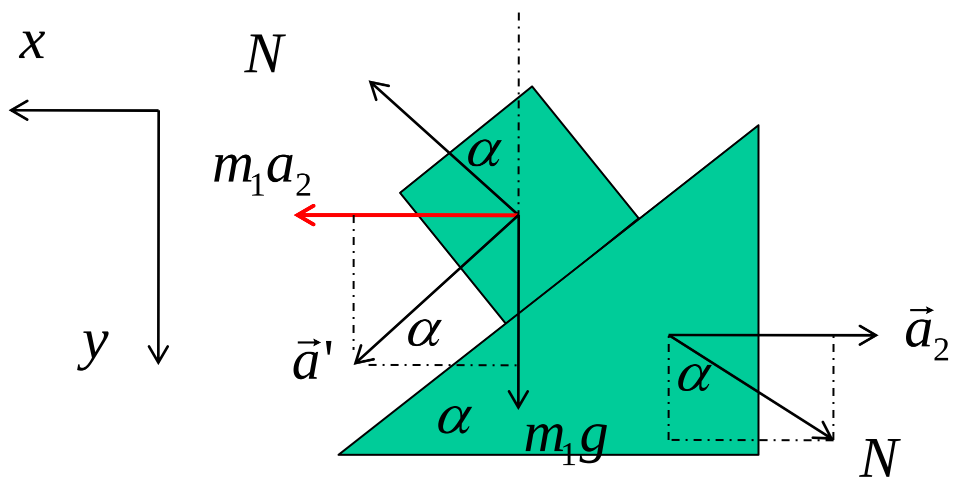
- 非惯性系中，物体的受力分析时，是实际受力和惯性力之和。这是物体受到合力。

- 在非惯性系中得到的对运动的描述是相对于非惯性系而言。

例　光滑水平面上有一光滑斜面，物体从斜面自由下滑，求物体下滑过程中相对于斜面的加速度。已知斜面与地面的夹角为 $\alpha$ ，斜面的质量为 $m_2$ ，物体的质量为 $m_1$ 。



非惯性系，相对加速度 $\vec{a}'$



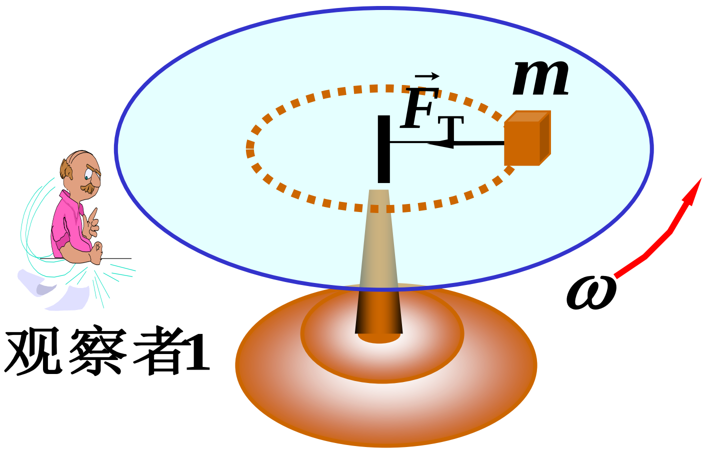

$$\begin{cases} m_1 g - N\cos\alpha = m_1 a'\sin\alpha \\ N\sin\alpha + m_1 a_2 = m_1 a'\cos\alpha \\ N\sin\alpha = m_2 a_2 \end{cases}$$

$$a' = \frac{g(m_1+m_2)\sin\alpha}{m_2 + m_1\sin^2\alpha}$$

$$N = \frac{m_1 m_2 g\cos\alpha}{m_2 + m_1\sin^2\alpha}$$

# 2、匀速转动参照系中的惯性力

设一圆盘绕固定轴在水平面内作匀速转动。沿盘径向开一细槽，槽内放一小球，用细线系于转轴上，小球相对于圆盘静止。




**对于观察者1：**

相对于静系（地面），小球作匀速圆周运动。

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\omega^2 r\vec{n}$$

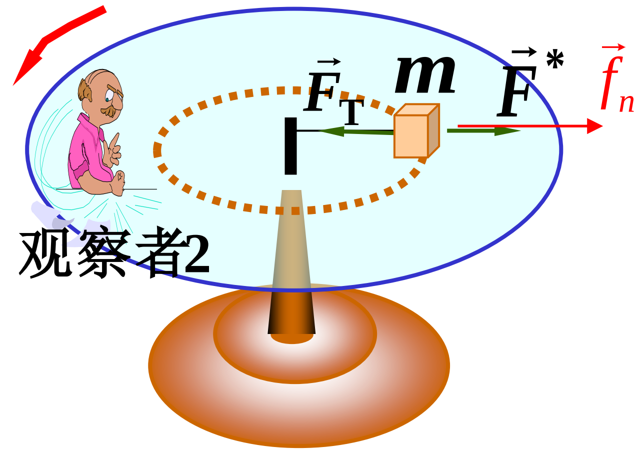
牛顿第二定律成立

相对观察者2：　小球静止。

$$\vec{F} \neq 0, \vec{a}' = 0.$$ 牛顿第二定律不成立

引入适当的惯性力：

$$\vec{f}_{in} = -m\omega^2 r\vec{n}$$




离心惯性力，方向沿径向向外。

$$\vec{F} + \vec{f}_n = 0$$ 牛顿定律成立。

注意：当转速发生变化的时候，还应计入切向惯性力.

（既有离心惯性力又有切向惯性力）

$$F_\tau = ma_\tau = mr\alpha$$

# 匀速转动参照系中的惯性力

坐标系内质点的惯性力大小为角加速度乘以物体的质量，惯性力的方向与向心力的方向相反。

$$\vec{f}_{in} = -m\omega^2 r\vec{n}$$

**离心惯性力**

# 非匀速转动参照系中的惯性力

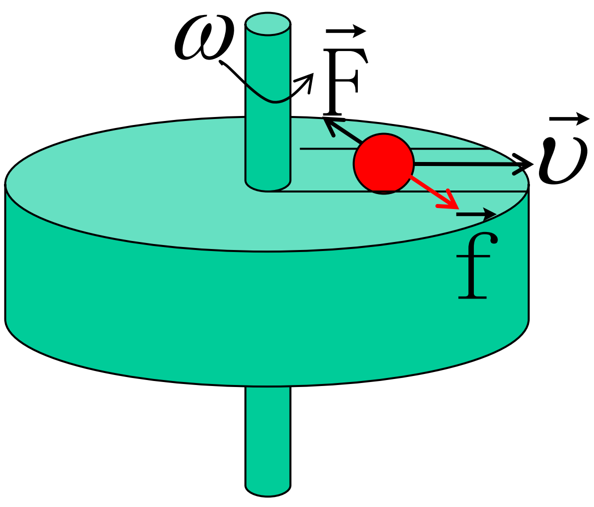
$$\vec{f}_{in} = -m\omega^2 r\vec{n}$$ 惯性离心力

$$\vec{f}_{\tau} = -m\vec{a}_{\tau} = -mr\alpha\vec{\tau}$$ 切向惯性力

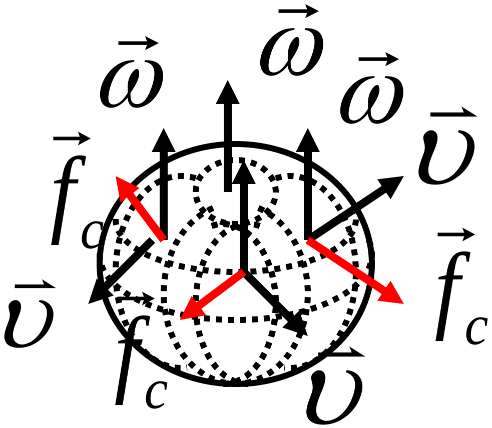
$$\vec{a}_{\tau} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} = \frac{d\omega R}{dt}\vec{\tau} = R\frac{d\omega}{dt}\vec{\tau} = R\alpha\vec{\tau}$$

# 三、科里奥利惯性力

- 小球静止于匀角速度转动的圆盘上时，只有向心加速度，但当其相对于圆盘有径向匀速运动时，它除了有向心加速度外，还有切向加速度。这个切向加速度就是**科里奥利加速度**。对应于该加速度假想的惯性力叫科里奥利惯性力，简称科里奥利力。



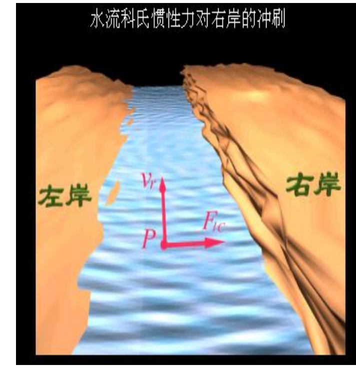
## 北半球的河流  水流的右侧被冲刷较重



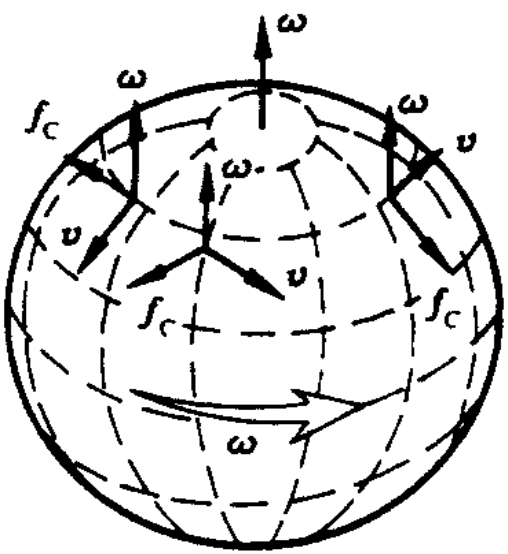
落体向东偏斜

付科摆摆动平面偏转

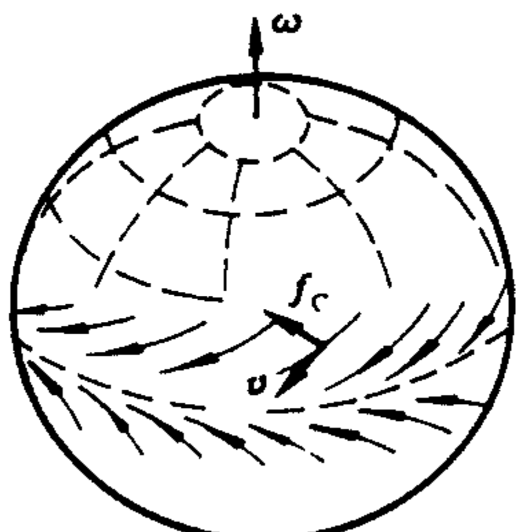
证明地球的自转



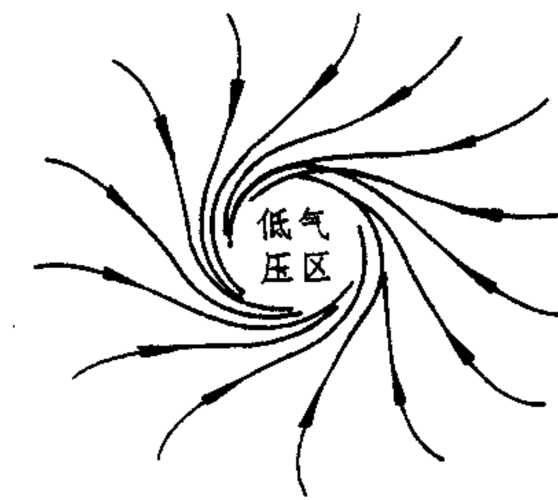

柏而定律图示



北半球的科氏力



信风的形成




旋风的形成


非惯性系中，如何应用牛顿定律？

在原有受力分析的基础上加入惯性力！

**作业：P89 T2.3, T2.5, T2.10, T2.21**

# § 10 经典力学的局限性

静力学（描述静止物体）

运动学（描述物体运动）

动力学（描述物体受力作用下的运动）

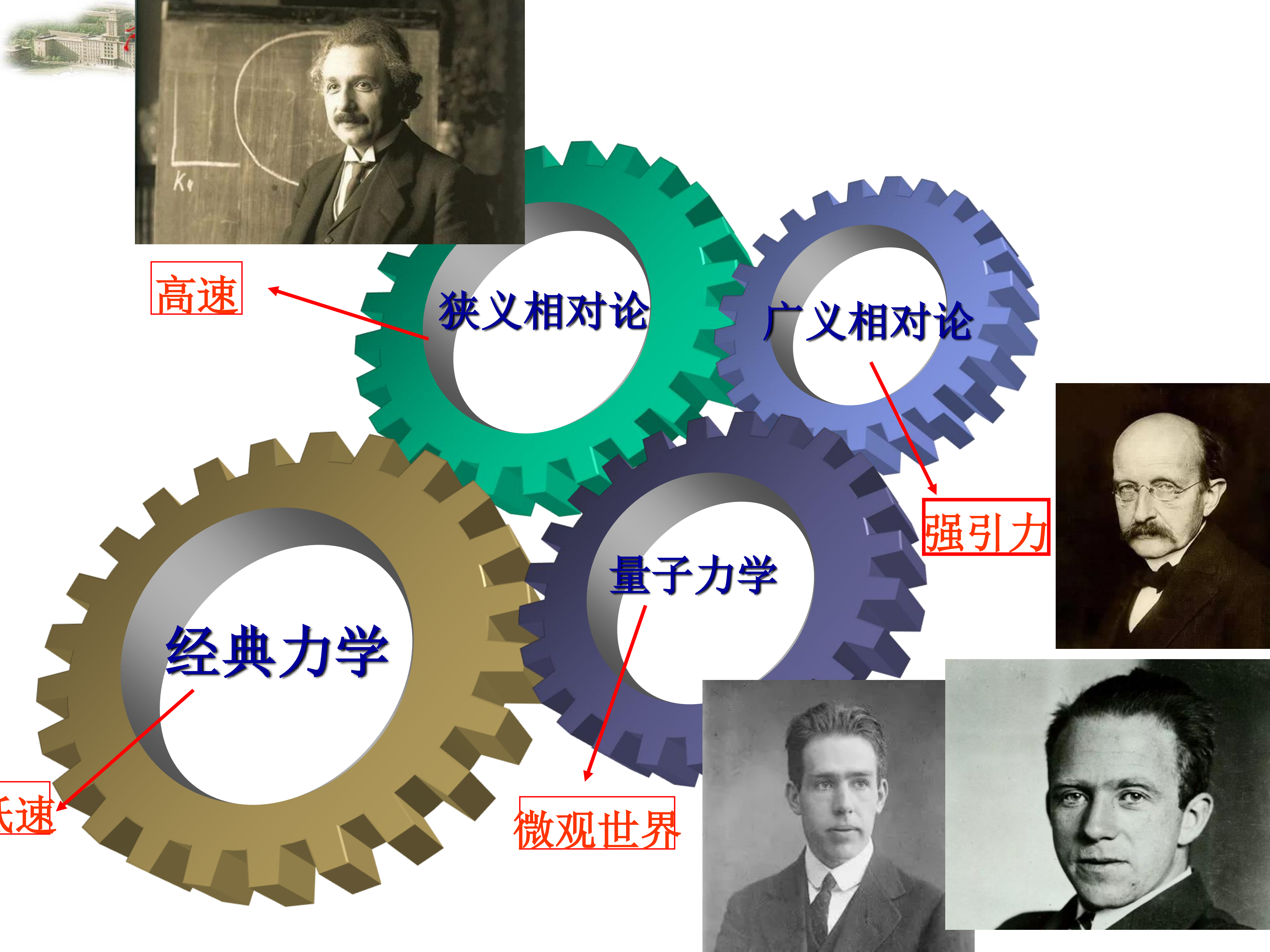
经典力学
（牛顿力学）

# 在宏观低速的世界：一切都理所当然?

宏观物体低速运动（远小于光速），经典力学完全适用。

时间和空间没有联系，相互独立，与物体及其运动状态都没有关系。

物体的相关物理量（质量、大小等）与物体的运动状态都无关。


高速
狭义相对论
广义相对论
强引力
量子力学
经典力学
速
微观世界

# 本节的学习目标，您掌握了吗？

- 应用惯性力求解问题