长度与密度测量实验报告

姓名 陆皓喆　**学号** 2211044　**专业** 工科试验班（信息科学与技术）

组别 D **实验时间** 周二上午 3 月 21 日

一．实验目的

1. 了解米尺、游标卡尺、螺旋测微器的测量原理和使用方法。
2. 熟悉仪器的读数规则及有效数字运算法则。
3. 掌握直接测量、间接测量的数据处理方法及测量不确定度估计方法。
4. 了解密度的测定方法。
5. 掌握用流体静力称衡法测定不规则物体的原理和方法。

二．实验器材

米尺、游标卡尺、螺旋测微仪、半空心有机圆柱体、小钢球、电子天平、烧杯、铁架台、牛角扣、细绳、温度计。

三．实验内容

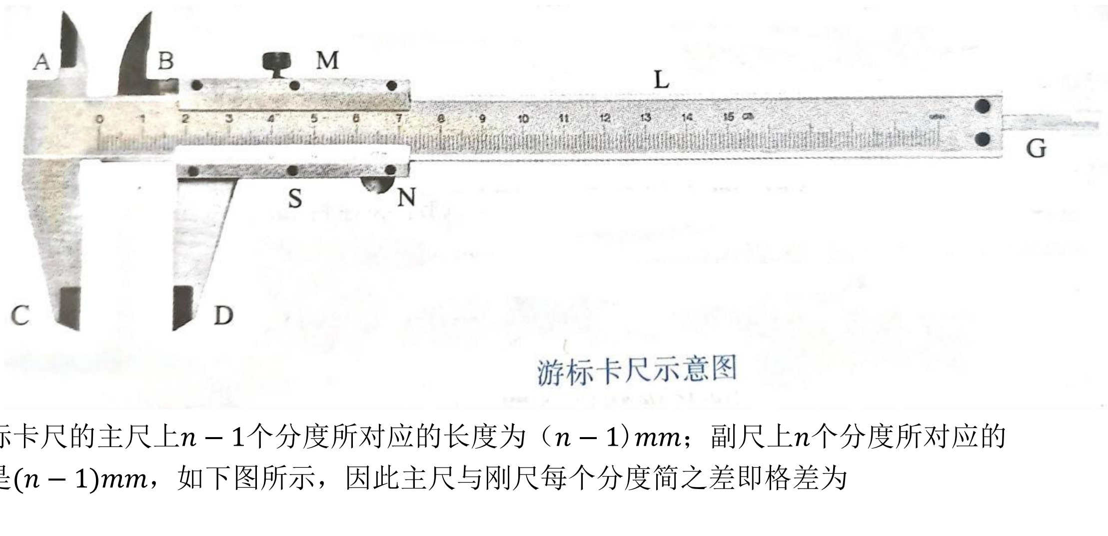
1. 用米尺测量实验桌的宽度 l（测四组数据，每组测量四次）;
2. 用游标卡尺测半空心有机圆柱体的外径D_1，内径D_2，高H_1，深H_2，并计算体积;
3. 用螺旋测微器测小钢球的直径，并计算其体积;
4. 用流体静力称衡法测定牛角扣的密度。

（1）用电子天平称量牛角扣的质量三次;

（2）用电子天平称量装满水的烧杯质量，记录；将系有绳子的牛角扣完全浸没在烧杯里额水中并且保持绳子不松弛，记录电子天平视重；把牛角扣拿出并擦干，将烧杯中的水倒出一些，记录此时烧杯的质量；做三次，记录数据。

四．实验原理

1. **米尺** 量程 0-1000.0mm，分度值 1.0mm 估读到 0.00cm;
2. **游标卡尺 50 格的仪器，一格是 0.98mm 估读到 00.00mm;** 游标卡尺是在米尺上附加一个刻度均匀且可以滑动的游标，从而巧妙地提高米尺的测量精度。游标卡尺的结构如图所示，量爪 A、C 与主尺 L 相连，B、D 及深度尺 G 与副尺 S 相连；M 为紧固螺钉，N 为推把。A、B 组成内测量爪，可测内径及槽宽；C、D 组成外测量爪，可测长度、厚度及外径；G 可测深度及台高。当卡口合拢时，主、副尺“0”刻度线重合，深度尺端面与主尺端面重合。主尺的长度决定了游标卡尺的量程，副尺的刻度决定了游标卡尺的分度值。



游标卡尺示意图

游标卡尺的主尺上$n-1$个分度所对应的长度为（$n-1$）mm；副尺上n个分度所对应的长度也是$(n-1)mm$，如下图所示，因此主尺与刚尺每个分度简之差即格差为

$$\varepsilon_x = (1 - \frac{n-1}{n})mm = \frac{1}{n}mm$$

ε_x就是游标卡尺的最小分划单位即分度值。由于ε_x可由格差精确地给出，所以卡尺的测量精度明显优于米尺，我们所使用的 50 分度游标卡尺所对应的分度值分别为 0.02mm。

游标卡尺的读数方法是：游标卡尺的读数由主尺读数和副尺读数两部分组成，主尺上读出毫米位的准确数，毫米以下的尾数由副尺读出。若副尺上第m个刻线与主尺上某刻线$(k+m)$重合，因格差为ε_x，故可断定副尺零刻线与主尺上第k个刻度线相距$m\varepsilon_x$。于是可得待测长度为

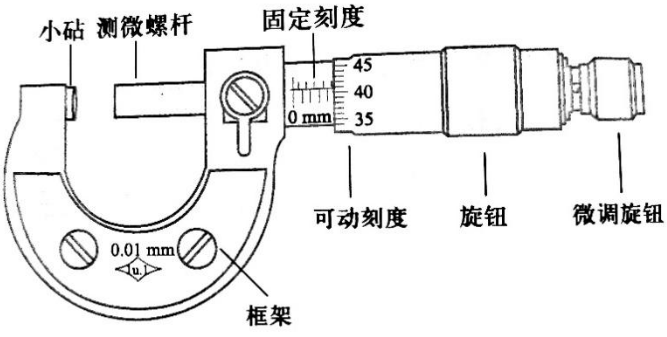
$$x = k\ mm + m\varepsilon_x$$

用游标卡尺的不同测量爪分别测量半空心圆柱体的外径D_1、内径D_2、高度H_1及深度H_2，再利用公式

$$V = \frac{\pi}{4}(D_1^2 H_1 - D_2^2 H_2)$$

可以求出半空心圆柱体的体积。

螺旋测微器 量程为 25㎜，分度值为 0.01㎜，估读到 0.000㎜；螺旋测微器是利用螺旋进退来测量长度的仪器，它比游标卡尺更精密，常用于测量小球的直径、金属丝的直径和薄板的厚度。实验室中常用的螺旋测微器量程为 25㎜，分度值为 0.01㎜，极限误差为 0.004㎜。



螺旋测微器

测微螺杆和微分筒（副尺）、棘轮相连，并以螺纹与固定套管（主尺）连接。轻转棘轮，则棘轮靠一定的摩擦力带动副尺一起转动;当微分筒相对于固定套管转过一周时，测微螺杆前进或者后退一个螺距。主尺分度为 0.5㎜，螺纹的螺距为 0.5㎜，因此副尺旋转一周，即在主尺上移动一格，即顶砧 A 与测微螺杆 B 端面的间距改变 0.5㎜。副尺套筒上均分 50 个小格，因此，每旋转 1 小格测杆 B 移动 0.5/50mm=0.01㎜。可见，螺旋测微器的设计特点就是采用了这种机械放大原理。读数时，要读出主尺上的读数还有微分筒上的读数，注意不要丢掉主尺上可能露出的“半整数”，副尺读数时应包括一位小数。此外，使用螺旋测微器测量物体之前，应先记录零点读数x_0。这是因为当转动棘轮使测微螺杆与顶砧刚接触时，微分筒的端面的读数应为 0.000㎜，否则就应该记录初始读数，也就是零点读数，以便对测量值进行修正，测量结果应是:测量值=读数值-零点读数。读零点读数时应注意微分筒上的零刻度线在主尺横线的上方还是下方，对应零点读数分别为正值还是负值。

测量得到小钢球的直径D后根据公式

$$V_{球} = \frac{4}{3}\pi(\frac{D}{2})^3 = \frac{\pi D^3}{6}$$

可计算得到小球体积。

3. **流体静力称衡法**

文字描述：利用两次质量之差算出牛角扣的质量，再使用烧杯加入水，用温度计测出温度，对应出水的密度。再将牛角扣放入水中，测三次前后之差，来算出牛角扣的体积。若物体质量为m,体积为V，则其密度为

$$\rho_0=\frac{m_0}{V} \quad ①$$

但对于形状不规则的物体，我们不能直接测得其体积，则可利用流体静力称衡法间接地测出其体积。

若空气中牛角扣的视质量为m_0,加了水的烧杯的质量为m_1,将牛角扣浸没在水中后天平的视数为m_2。对牛角扣进行受力分析

$$T+F_{浮}=T+\rho_{水}gV=G_{扣}=m_0g \quad ②$$

对烧杯、水、牛角扣整体进行受力分析

$$T+N_{支}=T+m_2g=(m_0+m_1)g \quad ③$$

（其中T为细线上的拉力，$N_{支}$为将牛角扣浸没在水中后天平对烧杯的支持力，$F_{浮}$为牛角扣在水中收到的浮力）

③式-②式得

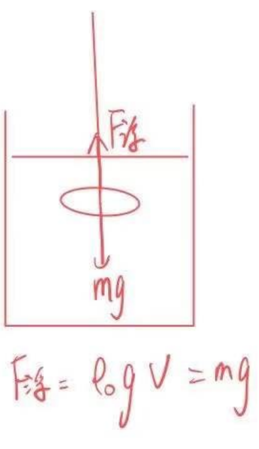
$$m_2g-\rho_{水}gV=m_1g \quad ④$$

联立①式和④式可以得到

$$\rho_0=\frac{m_0}{m_2-m_1}\rho_{水}$$

代入数据即可求得牛角扣密度。

受力分析图：



五．实验数据

1. 用米尺测量实验桌的宽度 l

$$\overline{l_1} = \frac{\sum_1^4 l_i}{4}$$

$$s_{l_{1i}} = \sqrt{\frac{n(\overline{l_i}^2 - \overline{l_i}^2)}{n-1}}$$

$$s_{\overline{l_1}} = \frac{s_{l_{1i}}}{\sqrt{n}}$$

$$u_{Al} = t_{(p,k)} s_{\overline{l_1}}$$

$$u_l = \sqrt{u_{Al}^2 + u_{Bl}^2}$$

次数	1	2	3	4	平均	u_{l1}
l_{1i}	69.52	69.60	69.58	69.55	69.5625	0.015
s	0.011	S’	0.0055	U	0.006	

表示成l_1=（69.563 ± 0.015）cm

同理，计算剩下三组数据。

第二组，四个数据分别是 69.52,69.52,69.59,69.51.

计算出长度为（69.535 ± 0.014）cm;

第三组，四个数据分别是 69.58,69.57,69.55,69.61.

计算出长度为（69.578 ± 0.015）cm;

第四组，四个数据分别是 69.51,69.53，69.56,69.52.

计算出长度为（69.658 ± 0.016）cm。

2. **测量半空心圆柱体的体积:**

零点读数$x_0 = 0.000cm$　　　　$u_{Bx} = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.001155cm$

次数	外径 D_1/cm	$s_{D_{1i}}$	内径 D_2/cm	$s_{D_{2i}}$	高度 H_1/cm	$s_{H_{1i}}$	深度 H_2/cm	$s_{H_{2i}}$
1	3.000	0.001	1.790	0.002	3.000	0	2.164	0.0012
2	2.998	$s_{\overline{D_1}}$	1.794	$s_{\overline{D_2}}$	3.000	$s_{\overline{H_1}}$	2.162	$s_{\overline{H_2}}$
3	3.000	0.0005	1.792	0.001	3.000	0	2.162	0.0006
4	3.000	u_{AD_1}	1.790	u_{AD_2}	3.000	u_{AH_1}	2.164	u_{AH_2}
平均	2.9995	0.0006	1.7915	0.0012	3.000	0	2.163	0.00072
u_x	0.0013		0.0017		0.0012		0.0014	

①D_1:

$$\overline{D_1} = \frac{\sum_1^4 D_i}{4} = \frac{3.000 + 2.998 + 3.000 + 3.000}{4} = 2.9995$$

$$s_{D_{1i}} = \sqrt{\frac{n(\overline{D_i}^2 - \overline{D_i}^2)}{n-1}} = \sqrt{\frac{4(8.997001 - 2.9995 * 2.9995)}{4-1}} = 0.001$$

$$s_{\overline{D_1}} = \frac{s_{D_{1i}}}{\sqrt{n}} = \frac{0.001}{\sqrt{4}} = 0.0005$$

$$u_{AD_1} = t_{(p,k)} s_{\overline{D_1}} = 1.20 \times 0.0005 = 0.0006cm$$

$$u_{BD_1} = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.001155cm$$

$$u_{D_1} = \sqrt{{u_{AD_1}}^2 + {u_{BD_1}}^2} = \sqrt{0.0006 * 0.0006 + 0.001155 * 0.001155} = 0.0013cm$$

②D_2:

$$\overline{D_2} = \frac{\sum_1^4 D_i}{4} = \frac{1.790 + 1.794 + 1.792 + 1.790}{4} = 1.7915$$

$$s_{D_{2i}} = \sqrt{\frac{n(\overline{D_i^2} - \overline{D_i}^2)}{n-1}} = \sqrt{\frac{4(3.209475 - 1.7915 * 1.7915)}{4-1}} = 0.002$$

$$s_{\overline{D_2}} = \frac{s_{D_{2i}}}{\sqrt{n}} = \frac{0.002}{\sqrt{4}} = 0.001$$

$$u_{AD_2} = t_{(p,k)} s_{\overline{D_2}} = 1.20 \times 0.001 = 0.0012cm$$

$$u_{BD_2} = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.001155cm$$

$$u_{D_2} = \sqrt{{u_{AD_2}}^2 + {u_{BD_2}}^2} = \sqrt{0.0012 * 0.0012 + 0.001155 * 0.001155} = 0.0017cm$$

③H_1:

$$\overline{H_1} = \frac{\sum_1^4 H_i}{4} = \frac{3.000 + 3.000 + 3.000 + 3.000}{4} = 3.000$$

$$s_{H_{1i}} = \sqrt{\frac{n(\overline{H_i^2} - \overline{H_i}^2)}{n-1}} = \sqrt{\frac{4(9 - 3 * 3)}{4-1}} = 0$$

$$s_{\overline{H_1}} = \frac{s_{H_{1i}}}{\sqrt{n}} = \frac{0}{\sqrt{4}} = 0$$

$$u_{AH_1} = t_{(p,k)} s_{\overline{H_1}} = 1.20 \times 0 = 0cm$$

$$u_{BH_1} = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.001155cm$$

$$u_{H_1} = \sqrt{{u_{AH_1}}^2 + {u_{BH_1}}^2} = \sqrt{0 + 0.001155 * 0.001155} = 0.0012cm$$

④H_2:

$$\overline{H_2} = \frac{\sum_1^4 H_i}{4} = \frac{2.164 + 2.162 + 2.162 + 2.164}{4} = 2.163$$

$$s_{H_{2i}}=\sqrt{\frac{n(\overline{H_\iota^2}-\overline{H_\iota}^2)}{n-1}}=\sqrt{\frac{4(4.67857-2.163*2.163)}{4-1}}=0.0012$$

$$s_{\overline{H_2}}=\frac{s_{H_{2i}}}{\sqrt{n}}=\frac{0.0012}{\sqrt{4}}=0.0006$$

$$u_{AH_2}=t_{(p,k)}s_{\overline{H_2}}=1.20\times0.0006=0.00072cm$$

$$u_{BH_2}=\frac{0.002}{\sqrt{3}}=0.001155cm$$

$$u_{H_2}=\sqrt{u_{AH_2}{}^2+u_{BH_2}{}^2}=\sqrt{0.00072*0.00072+0.001155*0.001155}=0.0014cm$$

下面利用间接测量法的不确定度计算公式，来计算空心圆柱体积的不确定度：

$$\bar{V}=\frac{\pi}{4}(D_1^2H_1-D_2^2H_2)=15.74645$$

$$u_V=\frac{\pi}{4}\sqrt{(2D_1H_1u_{D_1})^2+(D_1^2u_{H_1})^2+(2D_2H_2u_{D_2})^2+(D_2^2u_{H_2})^2}$$

$$=\frac{\pi}{4}\sqrt{(2*2.9995*3*0.0013)^2+(2.9995*2.9995*0.0012)\text{^}2+(2*1.7915*2.163*0.0017)\text{^}2+(1.7915*1}$$

$$=0.024cm^3$$

因此，体积 V 的最终表达式为： $V=(15.747\pm0.024)cm^3$

3. 测量小钢球的体积：

零点读数$x_0=0.000mm$ $\qquad u_{BD}=\frac{0.001}{\sqrt{3}}=0.000578mm$

次数 i	1	2	3	4	5	6	平均$\overline{D_\iota}$
直径/mm	22.215	22.212	22.215	22.214	22.212	22.212	22.2133
s_{D_i}	0.04218	$s_{\bar{D}}$	0.01722	u_{AD}	0.0191142	u_D	0.019

$$\bar{D}=\frac{\sum_1^6D_i}{6}=\frac{22.215+22.212+22.215+22.214+22.212+22.212}{6}=22.2133$$

$$s_{D_i}=\sqrt{\frac{n(\overline{D_\iota^2}-\overline{D_\iota}^2)}{n-1}}=\sqrt{\frac{6(493.43217967-22.2133*22.2133)}{6-1}}=0.04218$$

$$s_{\bar{D}}=\frac{s_{D_i}}{\sqrt{n}}=\frac{0.04218}{\sqrt{6}}=0.01722$$

$$u_{AD}=t_{(p,k)}s_{\bar{D}}=1.11\times0.01722=0.0191142mm$$

$$u_{BD}=\frac{0.001}{\sqrt{3}}=0.000578mm$$

$$u_D=\sqrt{u_{AD}{}^2+u_{BD}{}^2}=\sqrt{0.0191142\text{^}2+0.000578\text{^}2}=0.019mm$$

下面利用间接测量法的不确定度计算公式，来计算钢球体积的不确定度：

$$\bar{V}=\frac{\pi D^3}{6}=5739.0217mm^3$$

$$u_V = \frac{\pi}{6}\sqrt{(3D^2u_D)^2} = 1.5mm^3$$

因此，钢球体积的最终表达式为：　　$V = (5.7390 \pm 0.0015)cm^3$

4. 测量牛角扣的密度:

环境温度：$\theta_e = \frac{\theta_{e1}+\theta_{e2}}{2} = \frac{20.09+20.01}{2} = 20.05℃$　水温：$\theta = \frac{\theta_1+\theta_2}{2} = \frac{19.00+18.98}{2} = 18.99℃$

水的密度$\rho_{水} = 0.99843g/cm^3$　　　$u_{Bm} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.00578g$

次数i	m_{0i}/g	$s_{m_{0i}}$	m_{1i}/g	$s_{m_{1i}}$	m_{2i}/g	$s_{m_{2i}}$
1	3.79	0.061859	298.01	0.01	301.21	0.01
2	3.79	$s_{\overline{m_0}}$	297.99	$s_{\overline{m_1}}$	301.22	$s_{\overline{m_2}}$
3	3.80	0.03571	298.00	0.0057735	301.23	0.0057735
平均	3.793	$u_{Am_0} = 0.0471372$	298.01	$u_{Am_1} = 0.00762102$	301.23	$u_{Am_2} = 0.00762102$
u_x	0.047		0.010		0.010	

①m_0:

$$\overline{m_0} = \frac{\sum_1^3 m_i}{3} = \frac{3.79+3.79+3.80}{3} = 3.793$$

$$s_{m_{0i}} = \sqrt{\frac{n(\overline{m_i^2} - \overline{m_i}^2)}{n-1}} = \sqrt{\frac{3(14.4148 - 3.793 * 3.793)}{3-1}} = 0.061859$$

$$s_{\overline{m_0}} = \frac{s_{m_{0i}}}{\sqrt{n}} = \frac{0.061859}{\sqrt{3}} = 0.03571$$

$$u_{Am_0} = t_{(p,k)}s_{\overline{m_0}} = 1.32 \times 0.03571 = 0.0471372$$

$$u_{Bm} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.00578g$$

$$u_{m_0} = \sqrt{{u_{Am_0}}^2 + {u_{Bm_0}}^2} = \sqrt{0.471372 * 0.471372 + 0.00578 * 0.00578} = 0.047g$$

②m_1:

$$\overline{m_1} = \frac{\sum_1^3 m_i}{3} = \frac{298.01+298.00+297.99}{3} = 298.00$$

$$s_{m_{1i}} = \sqrt{\frac{n(\overline{m_i^2} - \overline{m_i}^2)}{n-1}} = \sqrt{\frac{3(266,412.0002 - 298.00 * 298.00)}{3-1}} = 0.01$$

$$s_{\overline{m_1}} = \frac{s_{m_{1i}}}{\sqrt{n}} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.0057735$$

$$u_{Am_1} = t_{(p,k)}s_{\overline{m_1}} = 1.32 \times 0.0057735 = 0.00762102$$

$$u_{Bm} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.00578g$$

$$u_{m_1} = \sqrt{{u_{Am_1}}^2 + {u_{Bm_1}}^2} = \sqrt{0.00578\text{^}2 + 0.00762102\text{^}2} = 0.010g$$

③m_2:

$$\overline{m_2}=\frac{\sum_1^3 m_i}{3}=\frac{301.21+301.22+301.23}{3}=301.22$$

$$s_{m_{2i}}=\sqrt{\frac{n(\overline{m_i^2}-\overline{m_i}^2)}{n-1}}=\sqrt{\frac{3(-301.22*301.22)}{3-1}}=0.01$$

$$s_{\overline{m_2}}=\frac{s_{m_{2i}}}{\sqrt{n}}=\frac{0.01}{\sqrt{3}}=0.0057735$$

$$u_{Am_2}=t_{(p,k)}s_{\overline{m_2}}=1.32\times 0.0057735=0.00762102$$

$$u_{Bm}=\frac{0.01}{\sqrt{3}}=0.00578g$$

$$u_{m_2}=\sqrt{{u_{Am_2}}^2+{u_{Bm_2}}^2}=\sqrt{0.00578\text{^}2+0.00762102\text{^}2}=0.010g$$

下面利用间接测量法的不确定度计算公式，来计算牛角扣密度的不确定度：

$$\overline{\rho_0}=\frac{m_0}{m_2-m_1}\rho_{水}=1.1761g/cm^3$$

$$u_\rho=\rho_{水}\sqrt{\left(\frac{1}{m_2-m_1}u_{m_0}\right)^2+\left(\frac{m_0}{(m_2-m_1)^2}u_{m_1}\right)^2+\left(\frac{m_0}{(m_2-m_1)^2}u_{m_2}\right)^2}=0.015g/cm^3$$

因此，牛角扣密度的最终表达式为： $\rho_0=(1.176\pm 0.015)g/cm^3$

六．实验结论

1. 实验桌宽度：l_1=（69.563 ± 0.015）cm；

l_2=（69.535 ± 0.014）cm；

l_3=（69.578 ± 0.015）cm；

l_4=（69.658 ± 0.016）cm。

2. 半空心圆柱体体积：V=$(15.747\pm 0.024)cm^3$

3.小钢球体积：$V=(5.7390\pm 0.0015)cm^3$

4.牛角扣密度：$\rho_0=(1.176\pm 0.015)g/cm^3$