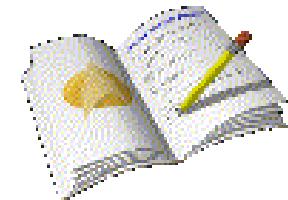




第三章

货币时间价值





第三章

货币时间价值

货币时间价值

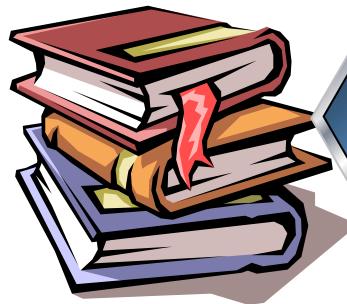
利率决定因素



第一节 货币时间价值计算模型



相关概念及符号



终值和现值的计算



一、相关概念及符号

货币时间

企业财务活动是在特定时空中进行的，不同时点等量货币价值不一样。

货币经过一定时间投资再投资所增加的价值就叫作货币的时间价值(*time value*)。货币时间价值有相对数形式和绝对数形式。



一、相关概念及符号

(一) 时间轴——货币时间价值工具

时间轴就是能够表示各个时间点的数轴，可以直观、便捷地反映资金运动发生的时间和方向，方便不同时点现金流量的换算。除0点以外，每个时点数字都有两个含义，即当期的期末和下一期的期初，如时点 $t=1$ 就表示第1期的期末和第2期的期初。 $t=0$ ，即“现在”，也是第1期期初。

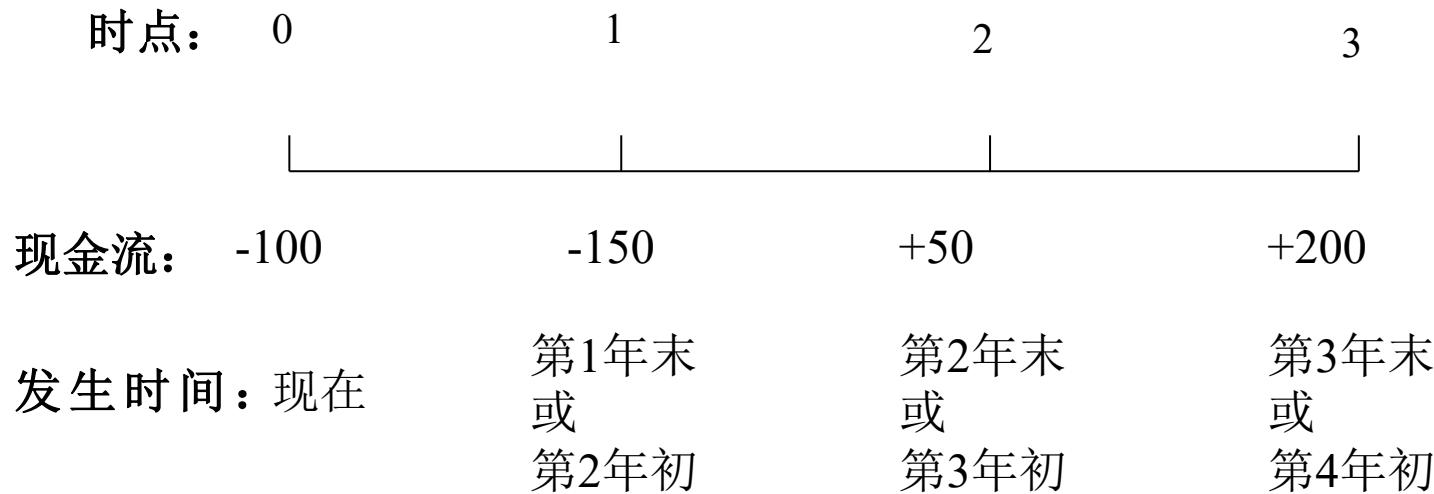


图2-1 货币时间价值时间轴



(二) 单利和复利

单利和复利是两种不同的利息计算体系。

在单利 (simple interest) 情况下，只有本金计算利息，利息不计算利息；

在复利 (compound interest) 情况下，除本金计算利息之外，每经过一个计息期所得到的利息也要计算利息，逐期滚算，俗称“利滚利”。

利息率常用r或i表示



(三) 现值和终值

现值即现在 ($t=0$) 的价值，发生在未来的一笔资金在现在的价值，用PV (Present value的简写) 表示。

终值即未来值 (如 $t=n$ 时的价值)，发生在现在的一笔资金在未来特定时刻的价值，用FV (Future value的简写) 表示。



（四）单一支付款项和系列支付款项

单一支付款项是指在某一特定时间内只发生一次的简单现金流量，如投资于到期一次偿还本息的公司债券就是单一支付款项的问题。

系列支付款项是指在n期内多次发生现金流入或现金流出。

年金是系列支付款项的特殊形式，是在一定时期内每隔相同时间（如一年）发生相同金额的现金流量。

年金（用A表示，即Annuity的简写）可以分为普通年金、预付年金、递延年金和永续年金等形式。



1. 普通年金

普通年金又称为后付年金，是指一定时期内，每期期末发生的等额现金流量。例如从投资的每年支付一次利息、到期一次还本的公司债券中每年得到的利息就是普通年金的形式。普通年金，既可以求现值，也可以求终值。

2. 预付年金

预付年金又称为先付年金，是指一定时期内，每期期初发生的等额现金流量。例如对租入的设备，如果要求每年年初支付相等的租金额，那么该租金就属于预付年金的形式。与普通年金相同，预付年金也既可以求现值，也可以求终值。



3. 递延年金

递延年金又成为延期年金，是指第一次现金流量发生在第2期、或第3期、或第4期……的等额现金流量。一般情况下，假设递延年金也是发生在每期期末的年金，因此，递延年金也可以简单地归纳为：第一笔现金流量不是发生在第1期的普通年金，都属于递延年金。对于递延年金，既可以求现值，也可以求终值。

4. 永续年金

永续年金是指无限期支付的年金，即永续年金的支付期限趋于无穷大。由于永续年金没有终止的时间，因此只能计算现值，不能计算终值。



二、终值和现值的计算

(一) 单一支付款项的终值和现值

(1) 复利终值（已知现值PV，求终值FV）

$$FV = PV(1 + r)^n$$

其中， $(1+r)^n$ 通常称为“复利终值系数”，记作(F/P, r, n)，可直接查阅书后的附表“复利终值系数表”。



单利下终值与现值的计算公式

$$FV = PV(1 + nr)$$

$$PV = \frac{FV}{(1 + nr)}$$

时间越长，单利计息和复利计息之间的利息差别就越大，而且差别大得惊人。



(二) 系列支付款项的终值和现值

由于系列支付款项可以分为普通年金、预付年金、递延年金和永续年金等形式，因此计算终值和现值时要区别对待。

1. 普通年金终值（已知普通年金A，求终值FV）

普通年金又称为后付年金，是指一定时期内，每期期末发生的等额现金流量。年金终值犹如零存整取的本利和，它是一定时期内每期期末现金流量的复利终值之和。



假设每年的支付金额为A，利率为r，期数为n，则普通年金终值的计算公式为：

$$FV = A \left[\frac{(1 + r)^n - 1}{r} \right]$$

式中方括号中的数值，通常称作“年金终值系数”，记作(F/A, r, n)，可以直接查阅书后的附表“年金终值系数表”。



年金现值计算的一般公式为：

$$PV = A \left[\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right]$$

式中方括号内的数值称作“年金现值系数”，记作(P/A , r , n)，可直接查阅书后的附表“年金现值系数表”。

也可以写作： $PV = A(P/A, r, n)$



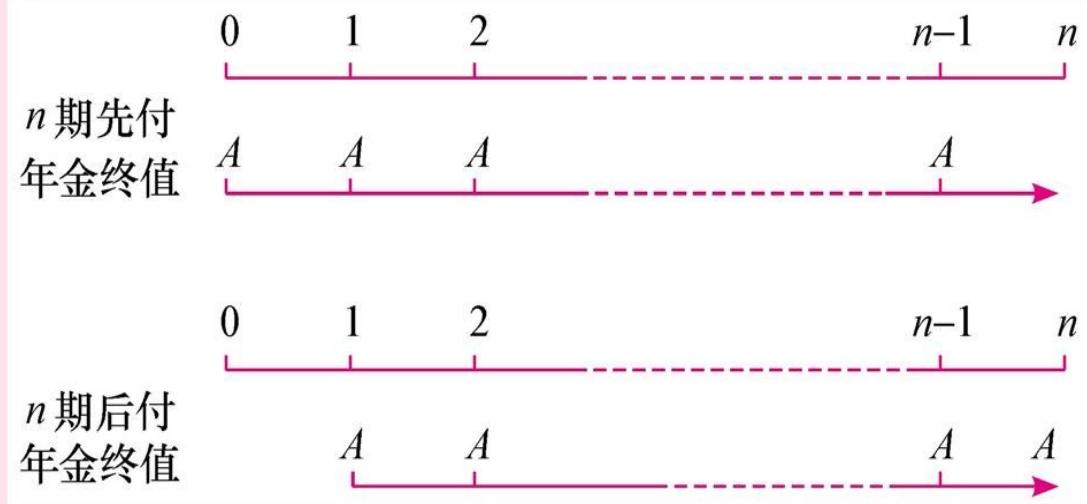
3. 预付年金终值（已知预付年金A，求预付年金终值FV）

预付年金与普通年金的差别仅在于现金流量的发生时间不同，预付年金发生在每期**期初**。由于年金终值系数表和年金现值系数表是按普通年金编制的，在利用这种普通年金系数表计算预付年金的终值和现值时，可在计算普通年金的基础上加以适当的调整。预付年金终值的一般计算公式为：

$$FV = A \left[\frac{(1+r)^{n+1} - 1}{r} - 1 \right]$$

也可以写成 $FV = A[(F/A, r, n + 1) - 1]$,

$$FV = A(F/A, r, n)(1+r)$$





4. 预付年金现值（已知预付年金A，求预付年金现值PV）

预付年金的现值可以在普通年金现值的基础上加以调整，其计算公式为：

$$PV = A \left[\frac{1 - (1 + r)^{-(n-1)}}{r} + 1 \right]$$

也可以写成：

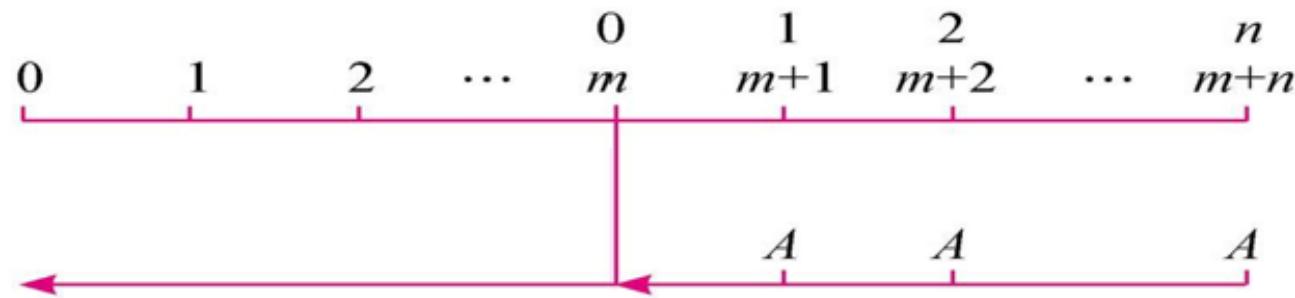
$$PV = A[(P/A, r, n - 1) + 1]$$

$$PV = A(P/A, r, n)(1 + r)$$



5. 递延年金现值（已知递延年金A，求递延年金现值PV）

递延年金的第一次现金流量并不是发生在第一期的，而是从未来的某一期开始。





7. 永续年金现值（已知永续年金A，求永续年金现值PV）

永续年金的现值可以通过普通年金现值的计算公式推导得出。

$$PV = A \left[\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right]$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时， $(1+r)^{-n}$ 的极限为零，故上式可写成：

$$PV = A \times \frac{1}{r}$$



8. 增长型永续年金现值（已知第0期现金流量 C_0 , 每年增长率为 g , 求现值 PV ）。 增长型永续年金是指无限期支付的，但每年按固定增长率增长的年金。

其现值计算公式可表示为：

$$\begin{aligned} PV &= \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C_n}{(1+r)^n} + \dots \\ &= \frac{C_0(1+g)}{1+r} + \frac{C_0(1+g)^2}{(1+r)^2} + \frac{C_0(1+g)^3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C_0(1+g)^n}{(1+r)^n} + \dots \end{aligned}$$

当增长率 $g <$ 折现率 r 时，该增长型永续年金现值可简化为：

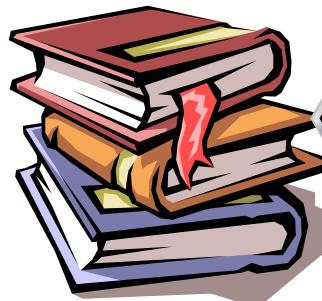
$$PV = \frac{C_0(1+g)}{r-g} = \frac{C_1}{r-g}$$



第二节 利率决定因素



利率报价与调整



利率构成



利率的期限结构



一、名义利率与有效利率

金融机构报出的利率通常以年为单位，它可以与计息周期相同，也可以不同。当利率周期与计息周期不一致时（例如每半年付息一次），就出现了名义利率和实际利率的概念。**名义利率**，也称报价利率，通常记作APR (Annual Percentage Rate)。将名义年利率按不同计息期调整后的利率称为**有效利率EAR** (Effective Annual Rate)。

设1年复利次数为m次，名义年利率APR为 r_{nom} ，则有效利率EAR的计算公式为：

$$EAR = \left(1 + \frac{r_{nom}}{m}\right)^m - 1$$



二、利率构成

利率由以下三大主要因素构成，即真实无风险利率（纯粹利率）、预期通货膨胀溢价及其他风险溢价。用公式可以表示为：

利率 $r =$ 真实无风险利率+预期通货膨胀率+其他风险溢价
通常把前两者之和称为名义无风险利率。

严格意义上，名义无风险利率应按以下公式计算：

名义无风险利率= $(1 + \text{真实无风险利率}) \times (1 + \text{预期通货膨胀率}) - 1$



信用风险溢价：借款人无法按时支付利息或本金的风险而给予投资人的补偿；

流动性风险溢价：不能在短期内以合理价格变现的风险而给予投资人的补偿；

期限风险溢价：负债到期日越长，投资人承担的不确定性越多，风险越大，对此风险而给予投资人的补偿。利率变化对长期债券的影响更大。



三、利率期限结构*

利率的期限结构(the term structure of interest rate)是指某一时点上不同期限资金的收益率与到期期限之间的关系，反映的是长期利率与短期利率的关系。

利率期限结构可以用一系列不同期限即期利率 r_1 、 $r_2 \dots, r_n$ 来表示。



利率的期限结构可根据收益率曲线进行分析，下图描绘了四种典型的收益率曲线的形状。

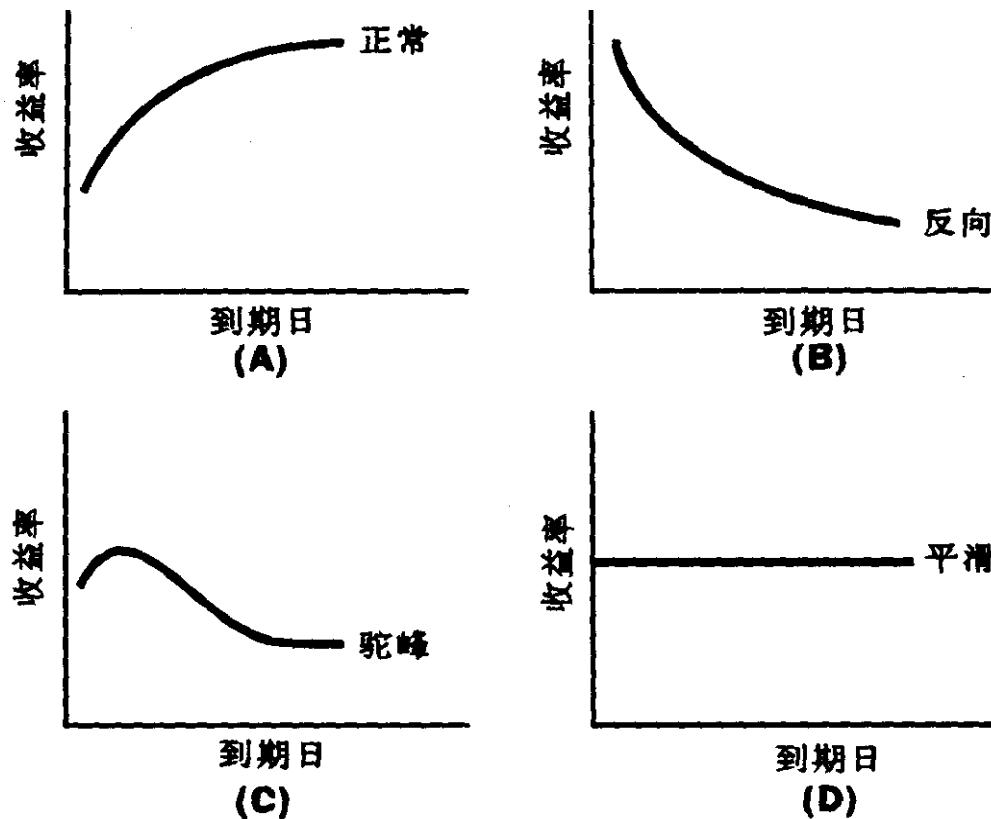


图3-2 国库券收益率曲线图



即期利率与远期利率的关系可用下式描述：

$$(1 + r_n)^n = (1 + f_1)(1 + f_2) \cdots (1 + f_n)$$

即期利率是远期利率的几何平均数，而远期利率可以看成是未来某一段时期借款或贷款的边际成本。



【例】从现在开始，存第一年的利率为6%，如果一年后再存第二年，预计利率是7%。这里6%是一年期的即期利率，预计的第二年一年期的7%利率就是预期（远期）利率。

上面操作是先存一年，然后再续存一年。如果现在直接存两年，要达到和上面一年一年存的收益相同，那么两年期的年利率是多少？

$$(1 + r_2)^2 = (1+6\%) * (1+7\%)$$

$$r_2 = \sqrt{(1+0.06)*(1+0.07)} - 1 = 6.5\%$$

这里6.5%是两年期的即期利率。