1 - Automi

- Dati due linguaggi L1 e L2, definire l'operazione di concatenazione L1L2, dimostrare che la concatenazione di due linguaggi regolari produce un linguaggio regolare.
- Fornire la definizione e di definire le operazioni di intersezione e complemento di linguaggi, dimostrare che i linguaggi regolari sono chiusi per le operazioni di intersezione e complemento.
- Mostrare che la classe dei linguaggi regolari risulta chiusa per l'operazione di unione.

---

2 - Espressioni Regolari

- Fornire la definizione ricorsiva di espressione regolare, indicando con precisione il linguaggio rappresentato.
- Sintetizzare la dimostrazione che per ogni espressione regolare esiste un NFA equivalente.
- Per ognuno dei seguenti punti dire se l'affermazione risulta vera o falsa e motivare brevemente le risposte date.
  (a) Se L1 ∪ L2 è regolare, allora L1 ed L2 sono entrambi regolari.
  (b) Se L è decidibile allora anche il suo complemento è decidibile.
- Enunciare il Pumping Lemma ed utilizzarlo.

3/4 - MdT

- Fornire la definizione di configurazione di una Macchina di Turing M e di stringa accettata da M.
- Fornire le definizioni (formalmente precise) di linguaggio decidibile e linguaggio Turing riconoscibile e spiegare brevemente la differenza tra le due classi di linguaggi, mostrare o confutare che i linguaggi Turing decidibili sono chiusi per l'operazione di complemento, mostrare o confutare che i linguaggi Turing riconoscibili sono chiusi per l'operazione di complemento.
- Fornire la definizione formale di Macchina di Turing deterministica multinastro.
- Fornire la settupla che definisce una macchina di Turing a 2 nastri. Dimostrare che per ogni macchina di Turing a 2 nastri esiste una macchina di Turing equivalente a singolo nastro.

---

5 - Decidibilità

- Fornire la definizione di insieme numerabile.
- Mostrare che l'insieme di tutte le coppie (i; j) dove i e j sono numeri interi con i < j risulta numerabile.
- Utilizzare il metodo della diagonalizzazione per mostrare che l'insieme {x | x ´e un numero reale t.c. 0 < x < 1} non è numerabile.
- Dimostrare (mediante diagonalizzazione) l'esistenza di linguaggi che non sono Turing riconoscibili.
- Dimostrare l'esistenza di linguaggi che non sono Turing riconoscibili.

---

6 - Riducibilità

- Dare la definizione di riduzione e di linguaggio indecidibile.
- Mostrare la riduzione $A_{TM} \leq_m HALT_{TM}$, dedurne che $HALT_{TM}$ è indecidibile.
- Definire il linguaggio EQ_{TM}.
- Dimostrare che EQ_{TM} non è Turing riconoscibile e non è co-Turing riconoscibile. Occorre enunciare con precisione tutti i risultati intermedi utilizzati.
- Enunciare il teorema di Rice, è possibile utilizzarlo per mostrare che il seguente linguaggio risulta indecidibile? Giustificare la risposta L={⟨M⟩| M ´e una MdT che accetta ogni input di lunghezza pari}.

7/8 - Complessità

- Fornire le definizioni delle classi P, EXP, NP, co-NP, e la classe dei problemi NP-completi.
- Definire in maniera formale e rigorosa la classe NP ed il concetto di problema NP-completo.
- Illustrare il concetto di Self-reducibility
- Illustrare i concetti di riduzione polinomiale e di Self-reducibility.
- Fornire un diagramma che illustra le relazioni che si sa/suppone esistere tra queste classi; giustificando le relazioni indicate (P=NP e P≠NP).
- Siano X e Y problemi di decisione. Si sa che $X \leq_P Y$. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se essa è:
  (a) Se Y è NP-completo lo è anche X.
  (b) Se X è NP-completo lo è anche Y.
  (c) Se Y è NP-completo e X è in NP allora X è NP-complete.
  (d) Se X è NP-completo e Y è in NP allora Y è NP-complete.
  (e) X e Y non possono essere entrambi NP-completi.
  (f) Se X è in P, allora Y è in P.
  (g) Se Y è in P, allora X è in P.
- Si considerino 4 problemi A, B, C e D. Ognuno può appartenere o meno alla classe NP. Si conosce l'esistenza delle seguenti riduzioni: A ≤P B, B ≤P C, D ≤P C.
Per ognuna delle affermazioni seguenti indicare se è sicuramente VERA, sicuramente FALSA oppure NON SI SA (cioè dipende dai problemi e dalla relazione tra le classi P e NP); giustificare brevemente le risposte.
  - Se A è NP-completo allora C è NP-completo.
  - A è NP-completo e C ∈ P.
  - Se A è NP-completo e B ∈ NP, allora B è NP-completo.
  - Se C è NP-completo allora D ∈ NP.
- Mostrare in maniera formale e rigorosa le seguenti inclusioni tra classi di complessità, enunciando in maniera precisa eventuali risultati intermedi utilizzati:
  1) $P \subseteq NP$
  2) $NP \subseteq EXP$
  3) $P \subseteq co-NP$
- Definire i problemi di decisione 3-SAT e INDEPENDENT–SET.
- Si descriva e commenti l'istanza di INDEPENDENT–SET nella riduzione 3-SAT$\leq_P$INDEPENDENT–SET.
- Definire i linguaggi 3-SAT e VERTEX-COVER (occorre definire ogni termine utilizzato nella definizione).
- Si descriva l'istanza di VERTEX-COVER nella riduzione polinomiale di 3-SAT a VERTEX-COVER.
- Si definisca il problema di decisione SAT.
- Definire il problema di decisione SUBSET – SUM, HAM-CYCLE e TSP.
- Data la seguente istanza di 3−SAT si descriva l'istanza di SUBSET −SUM nella riduzione polinomiale di 3 − SAT a SUBSET − SUM