

APPLICAZIONE ~~ESERCIZIO~~ DI FORMULE DI CALCOLO COMBINATORIO:

ESTRAZIONI CASUALI IN BLOCCO

Abbiamo oggetti di due tipi: n_1 di tipo 1, n_2 di tipo 2

n_1	n_2
①	②

Si estraggono a caso in blocco (cioè contemporaneamente)

n oggetti, dove $n < n_1 + n_2$.

Quanto vale la probabilità di estrarne k oggetti di tipo 1?

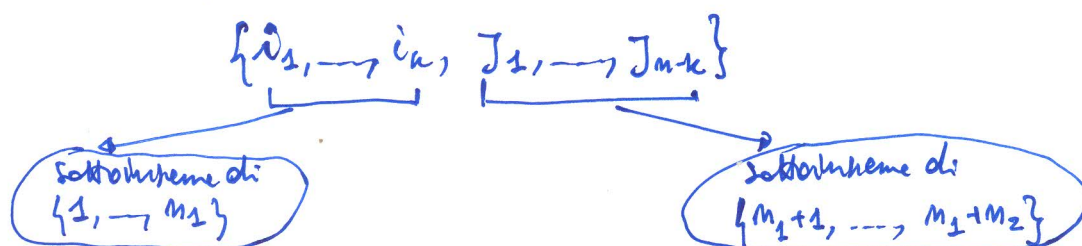
(quindi contemporaneamente si estraggono $n-k$ oggetti di tipo 2).

Indichiamo questa probabilità con P_k e si ha

$$P_k = \begin{cases} 0 & \text{se } k > n_1 \text{ oppure se } n-k > n_2 \\ \text{"da calcolare"} & \text{se } \begin{cases} 0 \leq k \leq n_1 \\ 0 \leq n-k \leq n_2 \end{cases} \end{cases}$$

Bisogna osservare che in generale abbiamo $\binom{n_1+n_2}{n}$ casi possibili e tutti equiprobabili data da tutti i sottoinsiemi di n elementi a partire da n_1+n_2 elementi.

I casi favorevoli all'evento "estrarre k oggetti ① e $n-k$ oggetti ②" devono anche pensarsi come sottoinsiemi del tipo



Abbiamo $\binom{n_1}{k}$ scelte per $\{i_1, \dots, i_k\}$ e $\binom{n_2}{n-k}$ scelte per $\{j_1, \dots, j_{n-k}\}$.

In conclusione il numero di casi favorevoli è dato dal prodotto $\binom{n_1}{k} \binom{n_2}{n-k}$ e quindi

$$P_k = \frac{\binom{n_1}{k} \binom{n_2}{n-k}}{\binom{n_1+n_2}{n}}$$

OSSERVAZIONE

Questa formula vale anche se $k > n_1$ oppure $n-k > n_2$ usando la convenzione che $\binom{a}{b} = 0$ quando $b > a$.