COMMENTO

Supponiamo che $P(B)=1$. Allora $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A\cap B)}{1}=P(A\cap B)$.

Inoltre $P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B^c)$ dove $0 \overset{\text{ovvio}}{\leq} P(A\cap B^c) \leq P(B^c)=0$; $\boxed{A\cap B^c \subset B^c}$

quindi $P(A)=P(A\cap B)$, e sostituendo nell'uguaglianza precedente si ha

$$\boxed{P(A|B)=P(A)}$$

Questa conclusione si può spiegare come segue. Il verificarsi di un evento di probabilità 1 è una informazione "banale" e quindi la prob. condizionata coincide con quella che si ha senza il condizionamento.

COMMENTO (PROB. CONDIZIONATA per SPAZIO DI PROBABILITÀ UNIFORME DISCRETO).

Sia $B\in\mathcal{A}$ t.c. $P(B)\neq 0$; quindi $B\neq\emptyset$. Allora

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\#(A\cap B)/\cancel{n}}{\#B/\cancel{n}}=\frac{\#(A\cap B)}{\#B} \quad \forall A\in\mathcal{A}.$$

ESEMPIO

Un'urna ha 10 palline numerate da 1 a 10.

Si estrae una pallina a caso.

1) Calcolare la probabilità di estrarre un numero maggiore di 5 sapendo che è stato estratto un numero pari

2) Calcolare la stessa probabilità nel caso in cui vengano aggiunte due palline, una con il numero 1 e l'altra con il numero 10.

RISPOSTA

Abbiamo $A=\{6,7,8,9,10\}$ e $B=\{2,4,6,8,10\}$; quindi $A\cap B=\{6,8,10\}$.

Nel 1° caso abbiamo uno spazio di prob. uniforme discreto e quindi

$$P(A|B)=\frac{\#(A\cap B)}{\#B}=\frac{3}{5}.$$

Nel ~~secondo~~ 2° caso abbiamo

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(\{6,8,10\})}{P(\{2,4,6,8,10\})}=\frac{\frac{1+1+2}{12}}{\frac{1+1+1+1+2}{12}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}.$$