Si ha $C_{n,0} = \{\emptyset\} \Rightarrow \# C_{n,0} = 1$

e $C_{n,n} = \{\{1,\dots,n\}\} \Rightarrow \# C_{n,n} = 1$.

Ora consideriamo k con $k \in \{1,\dots,n-1\}$.

Allora:

preso un sottoinsieme $\{i_1,\dots,i_k\}$, considerando tutte le permutazioni di $\{i_1,\dots,i_k\}$ diamo origine a particolari sequenze ordinate in $D_{n,k}$; poi tutti gli elementi di $D_{n,k}$ possono essere visti come una particolare permutazione di elementi di un certo insieme.

Per fissare le idee consideriamo un esempio.

$\boxed{n=4,\ k=2}$ $\quad C_{n,k} = \{\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,4\},\{3,4\}\}$

(1,2)	(1,3)	(1,4)	(2,3)	(2,4)	(3,4)
(2,1)	(3,1)	(4,1)	(3,2)	(4,2)	(4,3)

Questi sono gli elementi di $D_{4,2}$

$k! = 2! = 2$ permutazioni per ogni elemento di $C_{4,2}$

In effetti $\# D_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4\cdot 3\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = 12$.

A partire da questo esempio possiamo dire che

$$\# C_{n,k} \cdot k! = \# D_{n,k}$$

da cui segue

$$\boxed{\# C_{n,k} = \frac{\# D_{n,k}}{k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}}$$

L'espressione ottenuta è il ~~coefficiente binomiale~~ e si usa la notazione $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$. Questa formula vale anche per $k=0$ e per $k=n$.