ESERCIZIO

Un'urna ha 3 tipi di monete:

$n_1$ monete con due teste

$n_2$ monete con due croci

$n_3$ monete con una testa e una croce.

Si sceglie una moneta a caso e si scopre una faccia a caso della moneta ed è testa.

Calcolare la probabilità che l'altra faccia della moneta non scoperta è testa.

SVOLGIMENTO

Introduciamo le seguenti notazioni:

$T_1 = \{$ la faccia scoperta della moneta scelta è testa $\}$

$T_2 = \{$ la faccia non scoperta della moneta scelta è testa $\}$

Viene chiesto di calcolare $P(T_2|T_1)$. Si ha

OSS. $M_1 = T_1 \cap T_2$

$$P(T_2|T_1) = \frac{P(T_2 \cap T_1)}{P(T_1)} = \frac{P(T_1 \cap T_2)}{\sum_{k=1}^{3} P(T_1|M_k)P(M_k)}$$

qui si considera la formula delle prob. totali a denominatore rispetto alla partizione di eventi $M_1, M_2, M_3$, dove $M_i = \{$ scelta la moneta di tipo $i \}$

$$= \frac{n_1/(n_1+n_2+n_3)}{1 \cdot \frac{n_1}{n_1+n_2+n_3} + 0 \cdot \frac{n_2}{n_1+n_2+n_3} + \frac{1}{2}\frac{n_3}{n_1+n_2+n_3}} =$$

Si semplifica $n_1+n_2+n_3$

Si moltiplica numeratore e denominatore per 2

$$= \frac{n_1}{n_1 + 0 + \frac{n_3}{2}} = \frac{2n_1}{2n_1+n_3}$$

OSSERVAZIONE

Il risultato $P(T_2|T_1) = \frac{2n_1}{2n_1+n_3}$ ha la seguente interpretazione:

è il rapporto tra il "numero di facce testa delle monete del tipo 1" e il "numero di facce testa totali".