Consideriamo altre possibili domande.

‖ Calcolare la probabilità che sia uscito $\boxed{2}$ o $\boxed{3}$ sapendo di aver estratto una pallina nera ‖

‖ Calcolare la probabilità che esca un numero dispari nel lancio del dado sapendo di aver estratto una pallina bianca ‖

Nel primo caso si chiede di calcolare $P(E_2|B^c)$.

Si ha

$$P(E_2|B^c) = \frac{P(B^c|E_2)\,P(E_2)}{P(B^c)}.$$

Sotto E_2 l'urna è così composta: $\begin{array}{|c|c|} 3 & 2 \\ B & N \end{array}$

Quindi si ha

$P(B^c|E_2) = \frac{2}{5}$ (del resto $P(B^c|E_2) = 1 - P(B|E_2)$
$= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$)

$P(\cdot|E_2)$ è una misura di probabilità.

$P(B^c)$ è stata calcolata precedentemente:

$1 - P(B) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$ oppure $P(B^c) = \sum_{k=1}^{3} P(B^c|E_k)\,P(E_k) = \ldots = \frac{7}{15}$

F. PROB. TOTALI

Quindi

$$P(E_2|B^c) = \frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{6}}{7/15} = \frac{4}{30}\,\frac{15}{7} = \frac{2}{7}.$$

OSSERVAZIONE In generale non è vero che $P(E_2|B) + P(E_2|B^c) = 1$.

Infatti $P(E_2|B) + P(E_2|B^c) = \frac{3}{8} + \frac{2}{7} = \frac{21+16}{56} = \frac{37}{56}$.