

Altre domande possibili ^{sono} ~~potrebbero essere~~ le seguenti:

|| Calcolare la prob. che sia uscito $\boxed{1}$ sapendo di aver estratto ||
una pallina bianca.

|| Calcolare le probabilità che sia uscito $\boxed{4}$ o $\boxed{5}$ o $\boxed{6}$ sapendo ||
di aver estratto una pallina bianca.

In questi due casi le probabilità richieste sono $P(E_1|B)$ e $P(E_3|B)$. In corrispondenza si ha

$$P(E_1|B) = \frac{P(B|E_1)P(E_1)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6}} = \dots = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

stesso denominatore
della domanda precedente

$$P(E_3|B) = \frac{P(B|E_3)P(E_3)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6}}{\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6}} = \dots = \frac{3}{8}$$

OSSERVAZIONE

Abbiamo ottenuto che $P(E_i|B) = \begin{cases} 2/8 & \text{per } i=1 \\ 3/8 & \text{per } i=2 \\ 3/8 & \text{per } i=3 \end{cases}$

Quindi $P(E_1|B) + P(E_2|B) + P(E_3|B) = 1$.

Questo è in accordo con il fatto che la somma delle probabilità degli eventi di una partizione è sempre uguale a 1 (infatti ad esempio $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = 1$) e che

$P(\cdot|B)$ è una misura di probabilità.