

ESERCIZIO

Gli elementi prodotti da una fabbrica possono avere due tipi di difetti:

il difetto 1 con probabilità $\frac{3}{100}$; il difetto 2 con probabilità $\frac{7}{100}$.

La presenza dei due difetti può essere considerata indipendente una dall'altra.

Si sceglie un elemento prodotto a caso.

- 1) Calcolare la probabilità che siano presenti entrambi i difetti
- 2) Calcolare la probabilità che l'elemento sia difettoso (sia presente almeno uno dei due difetti)
- 3) Calcolare la probabilità che l'elemento abbia il difetto 1 sapendo che è difettoso
- 4) Calcolare la probabilità che l'elemento abbia un solo difetto sapendo che è difettoso

SVOLGIMENTO

Introduciamo le seguenti notazioni:

$D_k = \{ \text{l'elemento ha il difetto } k \}$ con $k=1,2$.

Allora D_1 e D_2 sono indipendenti; inoltre $P(D_1) = \frac{3}{100}$ e $P(D_2) = \frac{7}{100}$.

$$1) P(D_1 \cap D_2) = P(D_1)P(D_2) = \frac{3}{100} \cdot \frac{7}{100} = \frac{21}{10000}$$

$$2) P(D_1 \cup D_2) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1)P(D_2) = \\ = \frac{3}{100} + \frac{7}{100} - \frac{3}{100} \cdot \frac{7}{100} = \frac{300 + 700 - 21}{10000} = \frac{979}{10000}$$

Metodo alternativo

$$P(D_1 \cup D_2) = 1 - P((D_1 \cup D_2)^c) = 1 - P(D_1^c \cap D_2^c) \stackrel{\text{prop. dell'indipendenza}}{=} 1 - P(D_1^c)P(D_2^c) = 1 - \left(1 - \frac{3}{100}\right)\left(1 - \frac{7}{100}\right) \\ = 1 - \frac{97 \cdot 93}{10000} = \frac{10000 - 9021}{10000} = \frac{979}{10000}$$

$$3) P(D_1 | D_1 \cup D_2) = \frac{P(D_1 \cap (D_1 \cup D_2))}{P(D_1 \cup D_2)} \stackrel{D_1 \subset D_1 \cup D_2}{=} \frac{P(D_1)}{P(D_1 \cup D_2)} = \frac{3/100}{979/10000} = \frac{3}{100} \cdot \frac{10000}{979} = \frac{300}{979}$$

$$4) P(E | D_1 \cup D_2) = \frac{P(E \cap (D_1 \cup D_2))}{P(D_1 \cup D_2)} \stackrel{E \subset D_1 \cup D_2}{=} \frac{P(E)}{P(D_1 \cup D_2)} = \frac{P(D_1 \cup D_2) - P(D_1 \cap D_2)}{P(D_1 \cup D_2)} = 1 - \frac{P(D_1 \cap D_2)}{P(D_1 \cup D_2)} =$$

$$\boxed{P(D_1 \cup D_2) = P(E) + P(D_1 \cap D_2)} \quad = 1 - \frac{21/10000}{979/10000} = 1 - \frac{21}{979} = \frac{979 - 21}{979} = \frac{958}{979}$$

