

ESERCIZIO

Abbiamo un'urna con 90 palline numerate da 1 a 90.

Un giocatore gioca il turno 1, 2, 3, nel caso di estrazione ^{casuale} di 5 palline in blocco.

- 1) Calcolare la probabilità di fare turno
- 2) Calcolare la probabilità di fare turno con l'urna truccata aggiungendo 3 palline con i numeri 1, 2, 3.
- 3) Calcolare la probabilità che il trucco venga scoperto.

SVOLGIMENTO (OMETTO ~~GLI~~ I CALCOLI DEI COEFF. BINOMIALI)

$$1) \text{ Si ha } P(\text{turno senza trucco}) = \frac{\cancel{\binom{3}{3}} \binom{87}{2}}{\binom{90}{5}} \quad \text{oppure} \quad P(\text{turno senza trucco}) = \frac{\cancel{\binom{3}{3}} \cancel{\binom{3}{2}} \cancel{\binom{3}{1}} \binom{87}{2}}{\binom{90}{5}} = \frac{87 \cdot 43}{\binom{90}{5}}$$

$$2) \text{ Si ha } P(\text{turno con trucco}) = \frac{\binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{87}{2}}{\binom{93}{5}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 87 \cdot 43}{\binom{93}{5}}$$

oss. Dai valori numerici si vede che con l'urna truccata la probabilità aumenta anche se è comunque piccola

- 3) Introduciamo gli eventi

$E_k = \{ \text{estratte le due palline con il numero } k \}$ per $k=1, 2, 3$.

Viene chiesta $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3)$ e si ha

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_1 \cap E_3) - P(E_2 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3).$$

$$\rightarrow P(E_1) = \frac{\binom{2}{2} \binom{91}{3}}{\binom{93}{5}} \quad \text{oppure}; \text{ inoltre } P(E_2) = P(E_1) \text{ e } P(E_3) = P(E_1)$$

$$\rightarrow P(E_1 \cap E_2) = \frac{\binom{4}{4} \binom{89}{1}}{\binom{93}{5}} = \frac{89}{\binom{93}{5}} \quad \text{oppure} \quad P(E_1 \cap E_2) = \frac{\binom{2}{2} \binom{2}{2} \binom{89}{1}}{\binom{93}{5}} = \frac{89}{\binom{93}{5}};$$

$$\text{inoltre } P(E_1 \cap E_3) = P(E_1 \cap E_2) \text{ e } P(E_2 \cap E_3) = P(E_1 \cap E_2).$$

$$\rightarrow P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = 0 \text{ poich\'e } E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \emptyset \text{ (si dovrebbero estrarre 6 palline e invece ne vengono estratte 5)}$$

Quindi

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = 3 \frac{\binom{91}{3}}{\binom{93}{5}} - 3 \frac{89}{\binom{93}{5}} = \frac{3}{\binom{93}{5}} \left[\binom{91}{3} - 89 \right].$$