ESERCIZI DI RIEPILOGO DEL CAPITOLO

ESERCIZIO

Un'urna ha 3 palline bianche e 4 nere. Si estraggono 2 palline a caso, una alla volta e con reinserimento.

1) Calcolare la probabilità di estrarre due colori uguali.
2) Calcolare la probabilità di estrarre almeno una pallina nera.

SVOLGIMENTO

Introduciamo le seguenti notazioni:

$B_k = \{k\text{-sima estratta bianca}\}$

$N_k = \{k\text{-sima estratta nera}\}$

$k = 1, 2$

(quindi $B_k = N_k^c$ e $N_k = B_k^c$)

EVENTI con k diversi sono indipendenti perché le estrazioni sono con reinserimento

1) La prob. richiesta è

intersezione vuota tra $B_1 \cap B_2$ e $N_1 \cap N_2$

$$P((B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap N_2)) \overset{!}{=} P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) =$$

osservazione su indipendenza

$$= P(B_1)P(B_2) + P(N_1)P(N_2) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{9+16}{49} = \frac{25}{49}$$

$P(B_1) = P(B_2)$, $P(N_1) = P(N_2)$ perché l'urna è composta sempre nello stesso modo prima di ogni estrazione

2) La prob. richiesta è $P(N_1 \cup N_2)$.

1° modo: $P(N_1 \cup N_2) = P(N_1) + P(N_2) - \underbrace{P(N_1 \cap N_2)}_{= P(N_1)P(N_2)} = \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} =$

$$= \frac{8}{7} - \frac{16}{49} = \frac{56-16}{49} = \frac{40}{49}$$

2° modo: $P(N_1 \cup N_2) = 1 - P((N_1 \cup N_2)^c) \overset{!}{=} 1 - P(N_1^c \cap N_2^c)$

TEOREMA DI DE MORGAN

$$= 1 - P(B_1 \cap B_2) = 1 - P(B_1)P(B_2) = 1 - \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = 1 - \frac{9}{49}$$

indipendenza

$$= \frac{49-9}{49} = \frac{40}{49}$$