~~Oss~~ Qui faccio alcuni commenti sul coefficiente binomiale.

In generale si ha

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

ad ogni sottoinsieme di k elementi corrisponde il suo complementare di n-k elementi; quindi $\# C_{n,k} = \# C_{n,n-k}$

perchè

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\,(n-(n-k))!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \binom{n}{k}$$

In particolare per k=0 e k=1 si ha

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = \frac{n!}{n!\,(n-n)!} = \frac{\cancel{n!}}{\cancel{n!}\,0!} = 1$$

con 0 elementi c'è solo $\emptyset$
con n elementi c'è solo $\{1, \dots, n\}$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = \frac{n!}{1!\,(n-1)!} = \frac{n\,\cancel{(n-1)!}}{1\cdot \cancel{(n-1)!}} = n$$

con 1 elemento ci sono $\{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}$
con n-1 elementi ci sono i loro complementari

~~Osservazione~~ SPIEGAZIONE DEL TERMINE "COEFFICIENTE BINOMIALE"

Possiamo dire che ~~è~~ il nome coefficiente binomiale segue dalla formula del binomio di Newton:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Infatti

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b) \cdots\cdots (a+b)}_{n \text{ volte}}$$

e per ogni $k \in \{0, 1, \dots, n\}$ abbiamo termini del tipo $a^k b^{n-k}$;
Se vogliamo contare quanti ce ne sono si vede che ~~s~~appare il coefficiente binomiale.