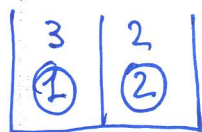


ESEMPIO

$$m_1 = 3, m_2 = 2, n = 3$$

$$\binom{m_1 + m_2}{n} = \binom{3+2}{3} = \binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$



convenzione $\begin{cases} \textcircled{1} & 1, 2, 3 \\ \textcircled{2} & 4, 5 \end{cases}$

In quel che segue scrivo i $\binom{5}{3} = 10$ sottoinsiemi e indico accanto il numero di elementi di tipo ①:

- $\{1, 2, 3\} \rightarrow 3$
- $\{1, 2, 4\} \rightarrow 2$
- $\{1, 2, 5\} \rightarrow 2$
- $\{1, 3, 4\} \rightarrow 2$
- $\{1, 3, 5\} \rightarrow 2$
- $\{1, 4, 5\} \rightarrow 1$
- $\{2, 3, 4\} \rightarrow 2$
- $\{2, 3, 5\} \rightarrow 2$
- $\{2, 4, 5\} \rightarrow 1$
- $\{3, 4, 5\} \rightarrow 1$

Quindi $p_0 = 0, p_1 = \frac{3}{10}, p_2 = \frac{6}{10}, p_3 = \frac{1}{10}$
(perché i 10 casi hanno tutti probabilità $\frac{1}{10}$).

Questi valori sono in accordo con la formula

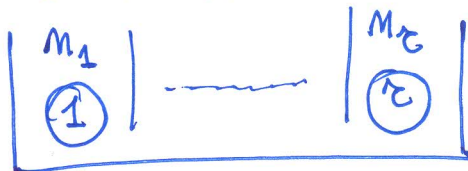
$$p_k = \frac{\binom{3}{k} \binom{2}{3-k}}{\binom{5}{3}} = \frac{\binom{3}{k} \binom{2}{3-k}}{10} = \begin{cases} k=0 & 0 \\ k=1 & \frac{3 \cdot 1}{10} = \frac{3}{10} \\ k=2 & \frac{3 \cdot 2}{10} = \frac{6}{10} \\ k=3 & \frac{1 \cdot 1}{10} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

perché $\binom{2}{3} = 0$

del resto almeno un elemento di tipo ① deve essere estratto

ESTENSIONE AL CASO CON PIÙ DI 2 TIPI

Supponiamo di avere



e di estrarne n oggetti ^{a caso} in blocco con $n < m_1 + m_2 + \dots + m_r$.

Quanto vale la probabilità di estrarne $\begin{cases} k_1 \text{ oggetti } \textcircled{1} \\ \vdots \\ k_r \text{ oggetti } \textcircled{r} \end{cases}$, dove $k_1 + \dots + k_r = n$?

Con ragionamenti simili si vede che

$$p_{k_1, \dots, k_r} = \frac{\binom{m_1}{k_1} \dots \binom{m_r}{k_r}}{\binom{m_1 + \dots + m_r}{n}}$$

con la solita convenzione $\binom{a}{b} = 0$ per $b > a$.