Si vuole fare riferimento a "famiglie di eventi con buone proprietà".
Si intende che, facendo operazioni insiemistiche su elementi di $\mathcal{A}$, ~~[illegible]~~ si ottiene ancora un elemento di $\mathcal{A}$.

DEFINIZIONE (σ-algebra)
Sia Ω un ~~[illegible]~~ insieme non vuoto e sia $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}(\Omega)$. — insieme delle parti di Ω
Allora $\mathcal{A}$ è una <u>σ-algebra ~~[illegible]~~ (di eventi)</u> se:
i) $\Omega \in \mathcal{A}$
ii) $\forall A \in \mathcal{A} \Rightarrow A^c \in \mathcal{A}$
iii) $\forall \{A_n\}_{n \geq 1} \subset \mathcal{A} \Rightarrow \bigcup_{n \geq 1} A_n \in \mathcal{A}$

<u>OSS</u>. ~~[illegible]~~ Si vede facilmente che anche $\emptyset \in \mathcal{A}$ e che $\bigcap_{n \geq 1} A_n \in \mathcal{A}$ nella iii).

<u>OSS</u>. La richiesta della numerabilità viene fatta per semplificare alcune cose successivamente. È una questione che non tratteremo in questo corso.

<u>OSS</u>. Si può prendere $\mathcal{A} = \mathcal{P}(\Omega)$. Questa scelta dà altri problemi se Ω è più che numerabile (è una questione che non trattiamo).
Per questo motivo il caso con Ω discreto viene trattato più diffusamente in questo corso.

DEFINIZIONE (misura di probabilità).
Sia Ω un insieme non vuoto e $\mathcal{A}$ una σ-algebra di eventi.
Allora una funzione $P: \mathcal{A} \to [0, \infty)$ è una <u>misura di probabilità</u> se
1) $P(\Omega) = 1$
2) $\forall \{A_n\}_{n \geq 1} \subset \mathcal{A}$ tale che $\left[A_m \cap A_n = \emptyset \text{ per } m \neq n \right]$ si ha

$$P\left(\bigcup_{n \geq 1} A_n\right) = \sum_{n \geq 1} P(A_n)$$

DISGIUNTI A DUE A DUE

<u>TERMINOLOGIA</u>: La terna $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ è detta ~~[illegible]~~ SPAZIO DI PROBABILITÀ.