Ora consideriamo l'indipendenza tra più eventi.

DEFINIZIONE

Sia $\{A_i\}_{i\in I}$ una famiglia di eventi.

Allora si ha una famiglia di eventi indipendenti se:

→ se la famiglia è finita (es. $\{A_1, \ldots, A_n\}$)
ogni sottoinsieme di almeno due insiemi $\{A_{i_1}, \ldots, A_{i_k}\}$ con $k \geq 2$
si ha $\quad P(A_{i_1} \cap \ldots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \ldots P(A_{i_k})$

→ se la famiglia è infinita, ogni sottofamiglia finita lo è in accordo con quanto detto sopra.

~~ESEMPIO~~ (FAMIGLIA DI 3 EVENTI NON INDIPENDENTI, MA INDIPENDENTI A DUE A DUE)

PREMESSA ?

Consideriamo tre eventi $\{A_1, A_2, A_3\}$. Allora c'è indipendenza se

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$$
$$P(A_1 \cap A_3) = P(A_1)P(A_3) \quad \text{e} \quad P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)$$
$$P(A_2 \cap A_3) = P(A_2)P(A_3)$$

Consideriamo ~~la~~ la seguente ~~esempio~~ situazione.
Un'urna ha 4 carte numerate come segue $\quad \boxed{1} \; \boxed{2} \; \boxed{3} \; \boxed{123}$
e si estrae una carta a caso.

Consideriamo gli eventi

$$A_i = \{\text{la carta estratta ha il numero } i\} \quad i = 1,2,3$$

Allora

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) \overset{?}{=} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \qquad \boxed{i} \; \boxed{123}$$

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1 \cap A_3) = P(A_2 \cap A_3) \overset{?}{=} \frac{1}{4} \qquad \boxed{123}$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \overset{?}{=} \frac{1}{4} \qquad \boxed{123}$$

in tutti i casi $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

Quindi $P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$, $P(A_1 \cap A_3) = P(A_1)P(A_3)$, $P(A_2 \cap A_3) = P(A_2 \cap A_3)$
e $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \neq P(A_1)P(A_2)P(A_3)$ (si ha $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{8}$).

CONCLUSIONE:
Eventi non indipendenti
ma indipendenti a due a due