CORREZIONE

p_r al posto di p_1

Consideriamo la seguente sequenza di risultati:

$$(\underbrace{R_1,\dots,R_1}_{k_1 \text{ volte}},\ \underbrace{R_2,\dots,R_2}_{k_2 \text{ volte}},\ \dots\dots,\ \underbrace{R_r,\dots,R_r}_{k_r \text{ volte}}).$$

Allora, per indipendenza delle prove, questa sequenza ha probabilità $p_1^{k_1}\cdots p_r^{k_r}$.

Ovviamente si ottiene la stessa probabilità per qualsiasi altra sequenza con "k_1 volte R_1, ..., k_r volte R_r". Quindi la grandezza che vogliamo calcolare è

$$P\begin{pmatrix} k_1 \text{ volte } R_1 \\ \vdots \\ k_r \text{ volte } R_r \end{pmatrix} = \underbrace{\#\left\{\text{sequenze con "}k_1 \text{ volte } R_1,\dots,k_r \text{ volte } R_r\text{"}\right\}}_{\overset{?}{=}\ \frac{n!}{k_1!\cdots k_r!}} \cdot p_1^{k_1}\cdots p_1^{k_r}$$

Si può verificare che $\frac{n!}{k_1!\cdots k_r!}$ ⟷ è detto COEFFICIENTE MULTINOMIALE (per $r=2$ è un COEFFICIENTE BINOMIALE).