ESEMPIO

$\boxed{m_1 = 3,\ m_2 = 2,\ n = 3}$

$$\binom{m_1+m_2}{n} = \binom{3+2}{3} = \binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!} \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

3	2
1	2

convenzione $\begin{cases} 1 & 1,2,3 \\ 2 & 4,5 \end{cases}$

In quel che segue scrivo i $\binom{5}{3} = 10$ sottoinsiemi e indico accanto il numero di elementi di tipo 1:

$\{1,2,3\} \to 3$
$\{1,2,4\} \to 2$
$\{1,2,5\} \to 2$
$\{1,3,4\} \to 2$
$\{1,3,5\} \to 2$
$\{1,4,5\} \to 1$
$\{2,3,4\} \to 2$
$\{2,3,5\} \to 2$
$\{2,4,5\} \to 1$
$\{3,4,5\} \to 1$

Quindi $p_0 = 0$, $p_1 = \frac{3}{10}$, $p_2 = \frac{6}{10}$, $p_3 = \frac{1}{10}$

(perché i 10 casi hanno tutti probabilità $\frac{1}{10}$).

Questi valori sono in accordo con la formula

$$p_k = \frac{\binom{3}{k}\binom{2}{3-k}}{\binom{5}{3}} = \frac{\binom{3}{k}\binom{2}{3-k}}{10} = \begin{cases} k=0 & 0 \\ k=1 & \frac{3 \cdot 1}{10} = \frac{3}{10} \\ k=2 & \frac{3 \cdot 2}{10} = \frac{6}{10} \\ k=3 & \frac{1 \cdot 1}{10} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

perché $\binom{2}{3} = 0$

$\boxed{\text{del resto almeno un elemento di tipo 1 deve essere estratto}}$

ESTENSIONE AL CASO CON PIÙ DI 2 TIPI

Supponiamo di avere

m_1	......	m_r
1		r

e di estrarre a caso n oggetti in blocco con $n < m_1 + m_2 + \dots + m_r$.

$\boxed{\text{Quanto vale la probabilità di estrarre } \begin{cases} k_1 \text{ oggetti } 1 \\ \vdots \\ k_r \text{ oggetti } r \end{cases}, \text{ dove } k_1 + \dots + k_r = n \text{ ?}}$

Con ragionamenti simili si vede che

$$p_{k_1,\dots,k_r} = \frac{\binom{m_1}{k_1} \cdots \cdots \binom{m_r}{k_r}}{\binom{m_1 + \dots + m_r}{n}}$$

con la solita convenzione $\binom{a}{b} = 0$ per $b > a$.