

Espressioni regolari

Corso di Fondamenti di Informatica - 1 modulo

Corso di Laurea in Informatica

Università di Roma "Tor Vergata"

Prof. Giorgio Gambosi



Data l'espressione regolare a^* , definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

1: soluzione

Data l'espressione regolare a^* , definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 0$ composte di soli caratteri a .

$$\{\varepsilon, a, aa, aaa, aaaa\}$$

Data l'espressione regolare $(ab)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

2: soluzione

Data l'espressione regolare $(ab)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 0$ composte come una sequenza di coppie ab .

$\{\varepsilon, ab, abab, ababab, abababab\}$



Data l'espressione regolare $a(a + b)^*a$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

3: soluzione



Data l'espressione regolare $a(a + b)^*a$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 2$ che iniziano e terminano con il carattere a .

$$\{aa, aaa, aba, aaaa, abaa\}$$

Data l'espressione regolare $(a + b)^*a(a + b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

|

4: soluzione



Data l'espressione regolare $(a + b)^*a(a + b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 1$ che contengono almeno un carattere a .

$$\{a, ab, ba, bba, aa\}$$

Data l'espressione regolare $a(a + b)^*a$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

5: soluzione

Data l'espressione regolare $a(a + b)^*a$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 2$ che iniziano e terminano con il carattere a .

$\{aa, aaa, aba, aaaa, abaa\}$



Data l'espressione regolare $(a + b)^*a(a + b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

6: soluzione

Data l'espressione regolare $(a + b)^*a(a + b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 1$ che contengono almeno un carattere a .

$\{a, ab, ba, bba, aa\}$



Data l'espressione regolare $(a(cd)^*a)^*$, definita su $\{a, b, c, d\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

7: soluzione

Data l'espressione regolare $(a(cd)^*a)^*$, definita su $\{a, b, c, d\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 0$ composte da una sequenza (eventualmente nulla) di sottostringhe, ognuna delle quali inizia per a , continua con una sequenza (eventualmente nulla) di caratteri c e d , e termina per b .

$\{\varepsilon, ab, accddcdb, acccb, abab\}$



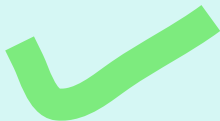
Data l'espressione regolare $(a + b)^*ab$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

8: soluzione

Data l'espressione regolare $(a + b)^*ab$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 2$ che terminano per ab .

$\{ab, aab, bab, abab, aaaab\}$



Data l'espressione regolare $(aa)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

9: soluzione

Data l'espressione regolare $(aa)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 0$ pari composte di soli caratteri a .

$\{\epsilon, aa, aaaa, aaaaaa, aaaaaaaaa\}$



Data l'espressione regolare $(a^*ba^*ba^*)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

10: soluzione

Data l'espressione regolare $(a^*ba^*ba^*)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 0$ con un numero pari di caratteri b .

$\{\epsilon, bb, aabab, abaabbb, bbbb\}$



Data l'espressione regolare a^*b^* , definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

11: soluzione

Data l'espressione regolare a^*b^* , definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe w di lunghezza $|w| \geq 0$ composte da una sequenza di a seguita da una sequenza di b .

$$\{\varepsilon, ab, aab, abbb, aaa\}$$


Data l'espressione regolare $(ba + a)^*(b + ba)^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

12: soluzione

Data l'espressione regolare $(ba + a)^*(b + ba)^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.



$\{bbaa\}$

Data l'espressione regolare $a^*(b + aaa^*)^*a^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

13: soluzione

Data l'espressione regolare $a^*(b + aaa^*)^*a^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000.

14: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000.

$(0 + 1)^*000(0 + 1)^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che non contengono la sottostringa 000.

?

MANCA
SO WITH ONE

15: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che non contengono la sottostringa 000.

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non come caratteri iniziali.

Ragionamento:

inizia con 0

-> $01(0+1)^*$

-> $001(0+1)^*$

inizia con 1

-> $1(0+1)^*$

SOL: $1(0+1)^*000(0+1)^*$

16: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non come caratteri iniziali.

$1(0 + 1)^*000(0 + 1)^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non all'inizio né alla fine.

17: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non all'inizio né alla fine.

$1(0 + 1)^*000(0 + 1)^*1$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono esattamente tre caratteri 0

18: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono esattamente tre caratteri 0

$1^*01^*01^*01^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono al più tre caratteri 0

MASSIMO TRE ZERI:
 $(0+1^*)(0+1^*)(0+1^*)$

19: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono al più tre caratteri 0

$1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono almeno tre caratteri 0

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono almeno tre caratteri 0

$1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)(0 + 1)^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che iniziano e terminano con due caratteri diversi.

21: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che iniziano e terminano con due caratteri diversi.

$0(0+1)^*1 + 1(0+1)^*0$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero dispari di 0

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero dispari di 0

$1^*0(1^*01^*0)^*1^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero pari di 0

23: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono un numero pari di 0

$1^*01^*0(1^*01^*0)^*1^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, \dots, 9\}$ che rappresentano interi divisibili per 5

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, \dots, 9\}$ che rappresentano interi divisibili per 5

$(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)^*(0 + 5)$

N.B. tutti i numeri divisibili per 5 finiscono per 0 oppure per 5 :)

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ che contengono un numero di caratteri a pari a $4k + 1$, per qualche $k \geq 0$.

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ che contengono un numero di caratteri a pari a $4k + 1$, per qualche $k \geq 0$.

$$(b+c)^* \underset{1}{a} (b+c)^* (\underset{4^*}{a(b+c)^* a(b+c)^* a(b+c)^* a(b+c)^*})^*$$

$$4k+1$$

$$k=0 \Rightarrow 1$$

$$k=1 \Rightarrow 5$$

$$k=2 \Rightarrow 9$$

$$k=3 \Rightarrow 13$$

N.B. fare in modo che carattere a sia presente $1+4^*$ volte

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ di lunghezza pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ di lunghezza pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

$((a + b + c)(a + b + c)(a + b + c))^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti un numero di caratteri c pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti un numero di caratteri c pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

$((a + b)^* c (a + b)^* c (a + b)^* c (a + b)^*)^*$



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti 2 caratteri a o 3 caratteri b .

due caratteri a : $(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*$

tre caratteri b : $(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*$

$\Rightarrow ((b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*) + ((a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*)$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti 2 caratteri a o 3 caratteri b .

$$(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^* + (a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*$$

due caratteri a : $(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*$

tre caratteri b : $(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*$

$$\Rightarrow ((b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^*) + ((a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*)$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti 2 caratteri a e 3 caratteri b .



29: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a, b, c\}$ contenenti 2 caratteri a e 3 caratteri b .

$$\begin{aligned} &c^*ac^*ac^*bc^*bc^*bc^* + c^*ac^*bc^*ac^*bc^*bc^* + c^*ac^*bc^*bc^*ac^*bc^* + \\ &c^*ac^*bc^*bc^*bc^*ac^* + c^*bc^*ac^*ac^*bc^*bc^* + c^*bc^*ac^*bc^*ac^*bc^* + \\ &c^*bc^*ac^*bc^*bc^*ac^* + c^*bc^*bc^*ac^*ac^*bc^* + c^*bc^*bc^*ac^*bc^*ac^* + c^*bc^*bc^*bc^*ac^*ac^* \end{aligned}$$

Fattorizzando:

$$\begin{aligned} &c^*ac^*(ac^*bc^*bc^*bc^* + bc^*(ac^*bc^*bc^* + bc^*(ac^*bc^* + bc^*ac^*))) + \\ &c^*bc^*(ac^*(ac^*bc^*bc^* + bc^*(ac^*bc^* + bc^*ac^*)) + bc^*(ac^*(ac^*bc^* + bc^*ac^*) + bc^*ac^*ac^*)) \end{aligned}$$

Definire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi. Si intende che l'alfabeto è $\{0, 1\}$.

1. $L_1 = \{w \mid w \text{ contiene la stringa } 0101\}$ $(0+1)^*0101(0+1)^*$
2. $L_2 = \{w \mid w \text{ non contiene la stringa } 100 \text{ come sottostringa}\}$
3. $L_3 = \{w \mid$
 $w \text{ inizia con } 0 \text{ e ha lunghezza dispari, o inizia con } 1 \text{ e ha lunghezza pari}\}$
4. $L_4 = \{w \mid w \text{ ha al più } 5 \text{ caratteri}\}$
5. $L_5 = \{w \mid w \neq \varepsilon\}$

Definire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi. Si intende che l'alfabeto è $\{0, 1\}$.

1. $L_1 = \{w \mid w \text{ contiene la stringa } 0101\}$
2. $L_2 = \{w \mid w \text{ non contiene la stringa } 100 \text{ come sottostringa}\}$
3. $L_3 = \{w \mid$
 $w \text{ inizia con } 0 \text{ e ha lunghezza dispari, } 0 \text{ inizia con } 1 \text{ e ha lunghezza pari}\}$
4. $L_4 = \{w \mid w \text{ ha al più } 5 \text{ caratteri}\}$
5. $L_5 = \{w \mid w \neq \varepsilon\}$



Definire espressioni regolari per i seguenti linguaggi sull'alfabeto $\{a, b\}$.

1. Il linguaggio di tutte le stringhe che contengono almeno tre a .
2. Il linguaggio di tutte le stringhe che iniziano e terminano con lo stesso simbolo.
3. Il linguaggio di tutte le stringhe aventi sia ab che ba come sottostringhe.

Definire espressioni regolari per i seguenti linguaggi sull'alfabeto $\{a, b\}$.

1. Il linguaggio di tutte le stringhe che contengono almeno tre a .
2. Il linguaggio di tutte le stringhe che iniziano e terminano con lo stesso simbolo.
3. Il linguaggio di tutte le stringhe aventi sia ab che ba come sottostringhe.



Fornire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi.

1. $L = \{a^{2i} \mid i > 0\}$
2. $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene esattamente 2 caratteri } a\}$
3. $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero pari di caratteri } a\}$
4. $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero dispari di caratteri } a\}$

Fornire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi.

1. $L = \{a^{2i} \mid i > 0\}$
2. $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene esattamente 2 caratteri } a\}$
3. $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero pari di caratteri } a\}$
4. $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero dispari di caratteri } a\}$

