CENNI DI CALCOLO COMBINATORIO

Consideriamo un insieme di $n \geq 1$ elementi; senza perdere di generalità supponiamo che sia l'insieme $\{1, \dots, n\}$.

Siamo interessati al seguente insieme:

$\Big\{ D_{n,k} = \{(i_1, \dots, i_k)\}$ sequenze ordinate di elementi in $\{1, \dots, n\}$, senza ripetizioni, di lunghezza k con $k \in \{1, \dots, n\}$. $\Big\}$ DISPOSIZIONI SEMPLICI

$\boxed{\text{Ci si chiede quanto vale } \# D_{n,k}}$

RISPOSTA: Si hanno n scelte per i_1, $n-1$ scelte per i_2, ... fino ad avere $n-(k-1)$ scelte per i_k. Quindi

$$\boxed{\# D_{n,k} = n(n-1) \dots (n-(k-1)) = n(n-1) \dots (n-k+1)}$$

Se si vuole fare riferimento al fattoriale si ha

$$n! = \begin{cases} n(n-1) \dots 2 \cdot 1 & \text{per } n \geq 1 \\ 1 & \text{per } n = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{\# D_{n,k} = n(n-1) \dots (n-k+1) \frac{(n-k)!}{(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Nel caso $k = n$ si ha

$$\boxed{\# D_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!}$$

In questo caso gli elementi di $D_{n,n}$ vengono detti PERMUTAZIONI DI $\{1, \dots, n\}$.

Ora consideriamo il seguente insieme:

$C_{n,k} = \{\{i_1, \dots, i_k\}\}$ sottoinsiemi ~~[illegible]~~ di $\{1, \dots, n\}$, di k elementi (ovviamente elementi tutti distinti) $\Big\}$ COMBINAZIONI SEMPLICI

$\boxed{\text{Ci si chiede quanto vale } \# C_{n,k}}$

In questo caso $k = 0, 1, \dots, n$.