OSSERVAZIONE

Rispondiamo alle stesse domande nel caso di estrazioni senza reinserimento.

Qui non si ha indipendenza per eventi di estrazioni diverse. Si ha

$$\underset{\text{FORMULA PROB. TOTALI}}{P(B_2) =} P(B_2|B_1)P(B_1) + P(B_2|B_1^c)P(B_1^c) \Leftrightarrow \boxed{\text{oss. } \{B_1, N_1\} \text{ è una partizione}}$$

$$= \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{7} = \frac{6+12}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

(quindi $P(B_1) = P(B_2)$; questo accade sempre e non perché si ha questo tipo di urna)

e $P(N_2) = 1 - P(B_2) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$.

Allora

1) $P((B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap N_2)) \overset{\text{intersezione vuota ...}}{=} P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) = P(B_2|B_1)P(B_1) + P(N_2|N_1)P(N_1)$

$$= \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{7} = \frac{6+12}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

2) $P(N_1 \cup N_2) = P(N_1) + P(N_2) - \underbrace{P(N_1 \cap N_2)}_{= P(N_2|N_1)P(N_1)} = \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{7} =$

$$= \frac{8}{7} - \frac{12}{42} = \frac{48-12}{42} = \frac{36}{42} = \frac{6}{7} \quad (1^\circ \text{ modo})$$

$$P(N_1 \cup N_2) = 1 - P((N_1 \cup N_2)^c) = 1 - P(N_1^c \cap N_2^c) = 1 - P(B_1 \cap B_2)$$

$$= 1 - P(B_2|B_1)P(B_1) = 1 - \frac{\cancel{2}}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{3}}{7} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \quad (2^\circ \text{ modo})$$

Ulteriore commento:

Qui faccio una anticipazione sul fatto che la distribuzione ipergeometrica può essere usata anche per estrazioni casuali senza reinserimento (come quelle di questa ~~esercizio~~ osservazione):

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_2|B_1)P(B_1) = \frac{\cancel{2}}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{3}}{7} = \frac{1}{7} \quad \text{coincide con} \quad \frac{\binom{3}{2}\binom{4}{0}}{\binom{7}{2}} = \frac{3 \cdot 1}{21} = \frac{1}{7}$$

$$P(N_1 \cap N_2) = P(N_2|N_1)P(N_1) = \frac{\cancel{3}}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{4}^{\,2}}{7} = \frac{2}{7} \quad \text{coincide con} \quad \frac{\binom{3}{0}\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{1 \cdot 6}{21} = \frac{2}{7}$$