SPAZIO DI PROBABILITÀ UNIFORME DISCRETO.

Questa terminologia si usa nel caso in cui si ha la seguente situazione:

- Ω insieme finito (per fissare le idee con n elementi, $n \geq 1$).
- $\mathcal{A} = \mathcal{P}(\Omega)$
- $\forall A \in \mathcal{A}$ $\quad P(A) = \dfrac{\# A}{\# \Omega} = \dfrac{\# A}{n}$. (dove $\# A$ è la cardinalità di A)

Questa situazione viene fuori imponendo la seguente condizione:

$\forall \omega \in \Omega$ $\quad P(\{\omega\})$ assume sempre lo stesso valore.

Infatti, se questo valore lo indichiamo con p, allora abbiamo le seguenti uguaglianze:

$$1 = P(\Omega) = P\Big(\bigcup_{\omega \in \Omega} \{\omega\}\Big) = \sum_{\omega \in \Omega} \underbrace{P(\{\omega\})}_{=p} = \sum_{\omega \in \Omega} p = np$$

cioè se $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$
allora $\Omega = \{\omega_1\} \cup \{\omega_2\} \cup \dots \cup \{\omega_n\}$

$$\Longrightarrow p = \frac{1}{n}.$$

Allora, per ogni $A \in \mathcal{A}$, si ha

$$P(A) = P\Big(\bigcup_{\omega \in A} \{\omega\}\Big) = \sum_{\omega \in A} \underbrace{P(\{\omega\})}_{=p} = p \cdot \# A = \frac{\# A}{n}.$$

COMMENTI.

1) In questo caso $P(A) = 0$ se e solo se $A = \emptyset$.
2) Questa situazione esce fuori quando si compiono "estrazioni a caso da un insieme di n oggetti"
3) Questa costruzione non può essere fatta nel caso in cui Ω è infinito numerabile perché si avrebbe infinito a denominatore e quindi si avrebbe sempre $P(A) = 0$. In altri termini non si riesce a modellizzare il caso di estrazioni a caso da un insieme infinito numerabile di oggetti.
4) Questo modello si può usare nel caso del lancio di un dado equo con $n = 6$ e $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.