FORMULE LEGATE ALLE PROBABILITÀ CONDIZIONATE

1) REGOLA DEL PRODOTTO (o FORMULA INVERSA)
2) FORMULA DELLE PROBABILITÀ TOTALI
3) FORMULA DI BAYES

OSS. Vale anche per $P(B)=0$ purché si $A\cap B \subset B \Rightarrow P(A\cap B)=0$ e quindi $0=0$ anche se $P(A|B)$ è indeterminato

1) A partire da $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$ si ottiene $\boxed{P(A\cap B)=P(A|B)P(B)}$

Questa formula è utile quando la probabilità condizionata segue dal testo dell'esercizio ~~problema~~ e la probabilità dell'intersezione è la grandezza da calcolare.

Questa formula può essere usata anche per l'intersezione di più di due eventi. Ad esempio, nel caso di 3 eventi, si ha $P(A\cap B\cap C)=P(A|B\cap C)P(B\cap C)$ e quindi

$$\boxed{P(A\cap B\cap C)=P(A|B\cap C)\,P(B|C)P(C)}$$

ESEMPI

Un'urna contiene 2 palline bianche, 3 rosse e 4 nere.
Si estraggono 3 palline a caso, una alla volta e senza reinserimento.

1) Calcolare la probabilità di ottenere la sequenza (rosso, non rosso) nelle prime due estrazioni.
2) Calcolare la probabilità di ottenere la sequenza (rosso, bianco, rosso).

RISPOSTE

In questi casi si deve scegliere bene quali sono gli eventi per applicare le formule; infatti, se si scelgono male, otteniamo uguaglianze non utili per ottenere i valori numerici che cerchiamo.
Tipicamente si fa riferimento al "condizionamento rispetto alle estrazioni precedenti".

1) $P(R_1\cap R_2^c)=P(R_2^c|R_1)\,P(R_1)=\dfrac{6}{8}\cdot\dfrac{3}{9}=\dots=\dfrac{1}{4}$

2) $P(R_1\cap B_2\cap R_3)=P(R_3|R_1\cap B_2)\,P(B_2|R_1)\,P(R_1)=\dfrac{2}{7}\;\dfrac{2}{8}\;\dfrac{3}{9}=\dots=\dfrac{1}{42}$