ESEMPIO

Un'urna ha 2 palline bianche e 1 nera.

Si lancia un dado equo:

- Se esce il numero 1 si mettono 2 palline bianche nell'urna.
- Se escono i numeri 2 e 3 si mettono nell'urna 1 pallina bianca e 1 nera.
- Se escono i numeri 4, 5 e 6 si mettono 2 palline nere nell'urna.

Poi si estrae una pallina a caso dall'urna.

Calcolare la probabilità di estrarre una pallina bianca.

RISPOSTA

Siamo interessati all'evento $B = \{\text{estratta pallina bianca}\}$.

Possiamo calcolare la probabilità di B se conosciamo quale dei 3 "casi" si è verificato. I tre "casi" costituiscono una partizione

$E_1 = \{\text{esce } \boxed{1}\}$ $\qquad E_2 = \{\text{esce } \boxed{2} \text{ o } \boxed{3}\}$ $\qquad E_3 = \{\text{esce } \boxed{4} \text{ o } \boxed{5} \text{ o } \boxed{6}\}$

e si ha:

$$\begin{cases} P(E_1) = \frac{1}{6} \qquad P(E_2) = \frac{2}{6} \qquad P(E_3) = \frac{3}{6} & \text{(ovvio perché il dado è equo)} \\ P(B|E_1) = \frac{4}{5} \qquad P(B|E_2) = \frac{3}{5} \qquad P(B|E_3) = \frac{2}{5} \end{cases}$$

| 4 B | 1 N | | 3 B | 2 N | | 2 B | 3 N |

In conclusione: $P(B) \overset{\text{FORMULA DELLE PROB. TOTALI}}{=} P(B|E_1)P(E_1) + P(B|E_2)P(E_2) + P(B|E_3)P(E_3) =$

$$= \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{6} + \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{6} + \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{6} = \frac{4+6+6}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

OSSERVAZIONE

Sappiamo che la prob. di estrarre nera è $P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$.

Questo risultato si ottiene ancora con la formula delle prob. totali:

$$P(B^c) = P(B^c|E_1)P(E_1) + P(B^c|E_2)P(E_2) + P(B^c|E_3)P(E_3)$$

$$= \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{6} + \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{6} + \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{6}$$

$$= \frac{1+4+9}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$