

### **Obiettivi principali**

Conclusa l'esercitazione, lo studente dovrà essere in grado di:

1. Calcolare i punti di equilibrio di un levitatore magnetico.
2. Ottenere un modello LTI approssimato del levitatore magnetico mediante la procedura di linearizzazione.
3. Eseguire un'analisi di controllabilità e di osservabilità del sistema LTI ottenuto.
4. Progettare un regolatore dinamico (osservatore di Luemberger + retroazione statica dello stato) per controllare la posizione della pallina.

## Problema 1

Si consideri il modello nonlineare della dinamica del sistema di levitazione magnetica presentato a lezione, descritto dalle seguenti equazioni di ingresso-stato-uscita:

$$\dot{x}_1(t) = x_2 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = g - \frac{K_m I_m^2}{m x_1^2} \quad (2)$$

$$y(t) = K_t(x_1 - \bar{x}_1) \text{ (tensione d'uscita del traduttore di posizione)} \quad (3)$$

in cui l'ingresso di comando  $u(t)$  è la corrente  $I_m(t)$  applicata al solenoide avvolto intorno al magnete e gli altri simboli hanno il significato seguente:

- $x_1(t)$ : posizione della pallina (positiva verso il basso)
- $x_2(t)$ : velocità della pallina
- $m = 0.02$  kg: massa della pallina
- $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>: accelerazione di gravità
- $\bar{x}_1$ : posizione di equilibrio
- $K_t = 708.27$  V/m: guadagno del trasduttore di posizione (sensore)
- $K_m = 1.52 \cdot 10^{-4}$  Nm<sup>2</sup>/A<sup>2</sup>: Costante magnetica dell'elettromagnete

1. Determinare lo stato di equilibrio  $\bar{x}$  corrispondente all'ingresso  $\bar{u} = I_{m0} = 0.8$ A.
2. Determinare la rappresentazione in variabili di stato:

$$\begin{cases} \delta \dot{x}(t) = \tilde{A} \delta x(t) + \tilde{B} \delta u(t) \\ \delta y(t) = \tilde{C} \delta x(t) + \tilde{D} \delta u(t) \end{cases} \quad (4)$$

del sistema linearizzato nell'intorno del punto di equilibrio  $(\bar{x}, \bar{u})$ .

3. Studiare la stabilità del punto di equilibrio  $(\bar{x}, \bar{u})$ .
4. Costruire uno schema SIMULINK idoneo a simulare, nel dominio del tempo, il modello nonlineare del levitatore magnetico.
5. Costruire uno schema SIMULINK idoneo a simulare, nel dominio del tempo, il sistema linearizzato.
6. Utilizzando il modello linearizzato eseguire l'analisi di controllabilità del sistema.
7. Assumendo che entrambe le variabili di stato del sistema siano misurabili, progettare (se possibile) una legge di controllo in retroazione statica dallo stato del tipo  $u = -Kx + \alpha r$  finalizzata alla regolazione automatica dell'uscita del sistema (nell'intorno della punto di equilibrio considerato).

8. Testare la legge di controllo progettata sul sistema linearizzato e sul sistema nonlineare (mediante l'utilizzo di Simulink).
9. Utilizzando il modello linearizzato eseguire l'analisi di osservabilità del sistema.
10. Assumendo che le variabili di stato non siano direttamente misurabili, progettare un regolatore dinamico (basato su un opportuno osservatore) finalizzato alla regolazione automatica dell'uscita del sistema (nell'intorno della punto di equilibrio considerato)
11. Testare il regolatore progettato sul sistema linearizzato e sul sistema nonlineare (mediante l'utilizzo di Simulink).