

Esame Controlli Automatici

Regruto

09/02/21 - 25/06/21

Prima parte

1. Dato il sistema non lineare destricco dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2^2 - \mathbf{x}_1^3 - \mathbf{x}_1 + \mathbf{u}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = -\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2$$

dire quale delle seguenti affermazioni è quella corretta:

- (a) Il punto di equilibrio $\mathbf{u} = \mathbf{0}, \mathbf{x}_1 = \mathbf{0}, \mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ è asintoticamente stabile.
 - (b) Il punto di equilibrio $\mathbf{u} = \mathbf{0}, \mathbf{x}_1 = \mathbf{0}, \mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ è instabile.
 - (c) $\mathbf{u} = \mathbf{0}, \mathbf{x}_1 = \mathbf{0}, \mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ non è un punto di equilibrio del sistema.
 - (d) Non è possibile trarre nessuna conclusione sulla stabilità del punto di equilibrio $\mathbf{u} = \mathbf{0}, \mathbf{x}_1 = \mathbf{0}, \mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ mediante il metodo di linearizzazione
2. Dato il sistema dinamico LTI a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{t})$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{t})$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 1] \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

determinare i guadagni K della retroazione statica dallo stato che permettono di assegnare i seguenti autovalori del sistema controllato:

$$\lambda_1 = \mathbf{20}, \lambda_2 = -\mathbf{10}$$

- (a) Non è possibile calcolare i guadagni K in quanto l'autovalore λ_1 è positivo.
 - (b) $\mathbf{K} = [-83.5 \quad 95.5]$
 - (c) $\mathbf{K} = [-56.5 \quad 84.5]$
 - (d) $\mathbf{K} = [83.5 \quad -95.5]$
3. - Dato il sistema nonlineare descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = -\mathbf{x}_1^3 + \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{u} + \mathbf{1}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2$$

determinare le equazioni di ingresso-stato-uscita del sistema linearizzato intorno al punto di equilibrio corrispondente all'ingresso costante $\bar{\mathbf{u}} = -\mathbf{1}$

- (a) Non esistono punti di equilibrio corrispondenti al valore dell'ingresso indicato
 - (b) $\dot{\delta \mathbf{x}}_1 = -2\delta \mathbf{x}_1$
 $\dot{\delta \mathbf{x}}_2 = \delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2 + \delta \mathbf{u}$
 $\delta \mathbf{y} = \delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2$
 - (c) $\dot{\delta \mathbf{x}}_1 = -2\delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2 + \delta \mathbf{u}$
 $\dot{\delta \mathbf{x}}_2 = -\delta \mathbf{x}_2 + \delta \mathbf{u}$
 $\delta \mathbf{y} = \delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2$
 - (d) $\dot{\delta \mathbf{x}}_1 = -2\delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2 + \delta \mathbf{u}$
 $\dot{\delta \mathbf{x}}_2 = \delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2 + \delta \mathbf{u}$
 $\delta \mathbf{y} = \delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2$
4. - Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni:

$$\mathbf{x}(\mathbf{k} + \mathbf{1}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{k}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ a & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad b] \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

determinare i valori dei parametri reali a,b per cui il sistema risulta essere completamente controllabile.

- (a) Per ogni valore di a,b con a diverso da 5
- (b) Per qualsiasi valore di a,b con b diverso da 5
- (c) Per ogni valore di a,b con a diverso da 0

(d) Per ogni valore di a,b

5. - Dato il sistema dinamico LTI a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t)$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ b \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0] \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

determinare i valori del parametro reale b per cui il sistema risulta essere BIBO stabile.

(a) Per nessun b

(b) Per qualsiasi b

(c) Per b = -2

(d) b = 0

6. - Dato il sistema dinamico LTI a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t)$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 1] \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

determinare la risposta ad un segnale di ingresso a gradino di ampiezza 5 partendo da condizioni iniziali nulle.

(a) $\mathbf{y}(t) = 6.67\epsilon(t) + 5e^{-t}$

(b) $\mathbf{y}(t) = 6.67\epsilon(t) + 7.07e^{-t}\cos(2.8018t - 1.414)\epsilon(t)$

(c) $\mathbf{y}(t) = 5\epsilon(t) + 7.07e^{-t}\cos(1.414t - 2.8018)\epsilon(t)$

(d) $\mathbf{y}(t) = 6.67\epsilon(t) + 7.07e^{-t}\cos(1.414t - 2.8018)\epsilon(t)$

7. Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Ax}(k) + \mathbf{Bu}(k)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{Cx}(k) + \mathbf{Du}(k)$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & -2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 1] \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

determinare i valori dei parametri reali a,b,c per cui il sistema risulta essere completamente osservabile.

(a) Per qualsiasi valore di a,b,c con a diverso da -5

(b) Per qualsiasi valore di a,b,c con a diverso da 0

(c) Per qualsiasi valore di a,b,c con a diverso da b

(d) Per qualsiasi valore di a,b,c con b e c entrambi diversi da 0

8. - Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{Ax}(k) + \mathbf{Bu}(k)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{Cx}(k) + \mathbf{Du}(k)$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0.7 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [0 \quad 3] \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

determinare la risposta in regime permanente a fronte di un segnale di ingresso a gradino unitario e di condizioni iniziali nulle.

(a) $\mathbf{y}_{\infty} = \mathbf{10}$

(b) $\mathbf{y}_{\infty} = \mathbf{1}$

(c) Non è possibile calcolare la risposta a regime perché il sistema non è asintoticamente stabile

(d) Non è possibile calcolare la risposta a regime perché il sistema non è BIBO stabile

9. - Dato il sistema dinamico LTI a tempo continuo descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{Cx}(t) + \mathbf{Du}(t)$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [1 \quad 1] \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

progettare i guadagni L di un'osservatore asintotico dello stato avente i seguenti autovalori:

$$\lambda_1 = -20, \lambda_2 = -10$$

(a) Non è possibile progettare un'osservatore asintotico dello stato perché il sistema è instabile

(b) $L = [114.5 \quad -82.5]'$

(c) $L = [105.5 \quad -97.5]$

(d) Non è possibile progettare un'osservatore perché il sistema non è completamente controllabile

10. - Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni:

$$\mathbf{x}(\mathbf{k} + 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{k}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & -2 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

determinare i valori di α, β, γ per cui il sistema risulta essere asintoticamente stabile.

- (a) $\alpha = \mathbf{0.1}, \beta = \mathbf{1}, \forall \gamma$
- (b) $\alpha = \mathbf{0.1}, \beta = \mathbf{0.215}, \forall \gamma$
- (c) $\alpha = \mathbf{-1}, \beta = \mathbf{-2}, \forall \gamma$
- (d) $\forall \alpha, \forall \beta, \gamma = \mathbf{0.1}$

11. Dato il sistema non lineare descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = -2\mathbf{x}_1 + (\sin^2(\mathbf{x}_1) + 1)\mathbf{x}_2 + 2\mathbf{u}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{x}_2$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}_1$$

determinare le equazioni di ingresso-stato-uscita del sistema linearizzato nell'intorno del punto di equilibrio $\bar{\mathbf{x}}_1 = \bar{\mathbf{x}}_2 = \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0}$

- (a) $\dot{\delta \mathbf{x}}_1 = -2\delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2 + 2\delta \mathbf{u}$
 $\dot{\delta \mathbf{x}}_2 = \delta \mathbf{x}_2$
 $\delta \mathbf{y} = \delta \mathbf{x}_1$
- (b) $\dot{\delta \mathbf{x}}_1 = \delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2 + 6\delta \mathbf{u}$
 $\dot{\delta \mathbf{x}}_2 = \delta \mathbf{x}_2$
 $\delta \mathbf{y} = \delta \mathbf{x}_1$
- (c) $\dot{\delta \mathbf{x}}_1 = \delta \mathbf{x}_1 + \delta \mathbf{x}_2 + 2\delta \mathbf{u}$
 $\dot{\delta \mathbf{x}}_2 = \delta \mathbf{x}_2$
 $\delta \mathbf{y} = \delta \mathbf{x}_1$
- (d) $\dot{\delta \mathbf{x}}_1 = -2\delta \mathbf{x}_1 + 5.5\delta \mathbf{x}_2 + 2\delta \mathbf{u}$
 $\dot{\delta \mathbf{x}}_2 = \delta \mathbf{x}_2$
 $\delta \mathbf{y} = \delta \mathbf{x}_1$

12. Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni:

$$\mathbf{x}(\mathbf{k} + 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{k}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

Si consideri il problema di progettare un regolatore dinamico in modo che la funzione di trasferimento $H(s)$ tra riferimento e uscita del sistema controllato abbia come poli $\mathbf{p}_1 = \mathbf{0.1}, \mathbf{p}_2 = \mathbf{0.2}$ indicare quale tra le affermazioni seguenti è corretta.

- (a) Non è possibile progettare il regolatore dinamico perché il sistema non è completamente controllabile
- (b) Il regolatore deve essere progettato in modo che gli autovalori dell'osservatore siano $\lambda_1 = \mathbf{0.1}, \lambda_2 = \mathbf{0.2}$ a prescindere da quanto valgono i guadagni K.
- (c) Non è possibile progettare il regolatore dinamico.
- (d) Qualsiasi regolatore con guadagni K calcolati in modo che gli autovalori di (A-BK) siano $\lambda_1 = \mathbf{0.1}, \lambda_2 = \mathbf{0.2}$ risolve correttamente il problema in quanto i poli di $H(s)$ coincidono con gli autovalori di (A-BK)

13. Dato il sistema dinamico LTI a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni:

$$\mathbf{x}(\mathbf{k} + 1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{k}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \mathbf{D}\mathbf{u}(\mathbf{k})$$

dove

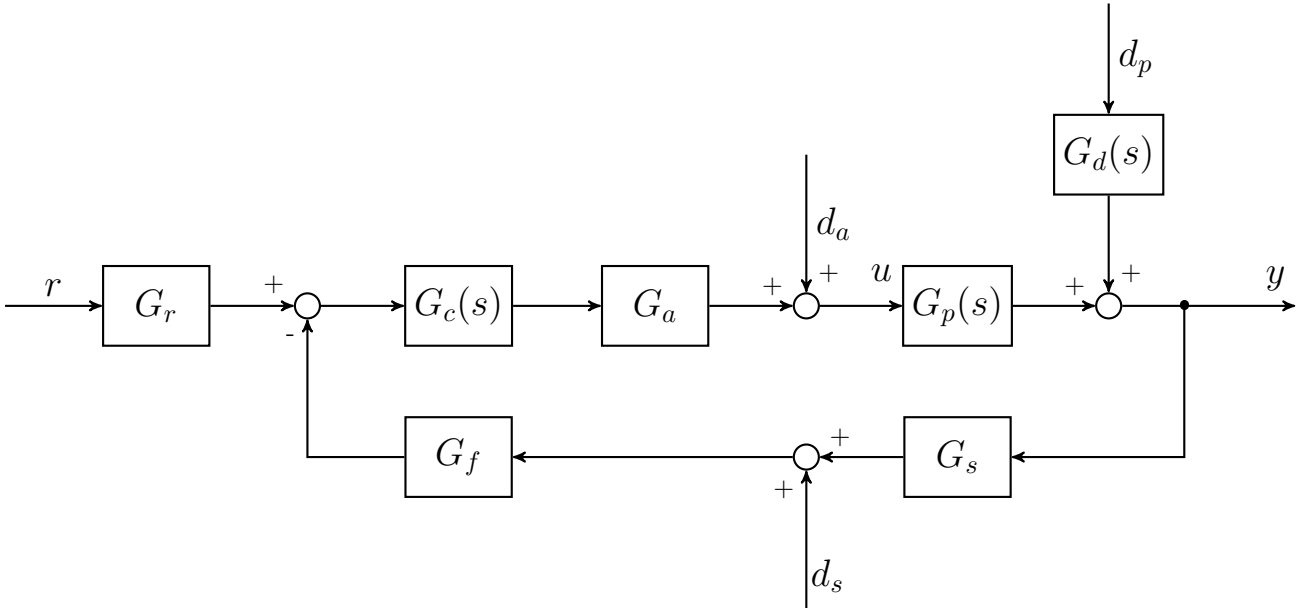
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \mathbf{0}$$

Determinare per quali valori del parametro reale α i guadagni $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \end{bmatrix}$ della retroazione statica dallo stato permettono di ottenere un sistema controllato asintoticamente stabile.

- (a) $\alpha < 3$
- (b) $\alpha > 3$
- (c) Per nessun valore di α
- (d) Per α negativo

Seconda parte

Traccia del 09/02/21



Si consideri il sistema di controllo illustrato in figura, dove:

$$G_p(s) = \frac{-1}{0.1s^2 + 12.5s} \quad G_{d_a}(s) = 1 \quad G_{d_p}(s) = 1$$

$$G_s = 5$$

$$G_a = 3$$

$$d_a(t) = D_{a0}; \quad |D_{a0}| \leq 222 \cdot 10^{-2}$$

$$d_a(t) = a_s \sin(\omega_s t); \quad |a_s| \leq 5 \cdot 10^{-3}, \quad \omega_s = 2500 \text{ rad/s}$$

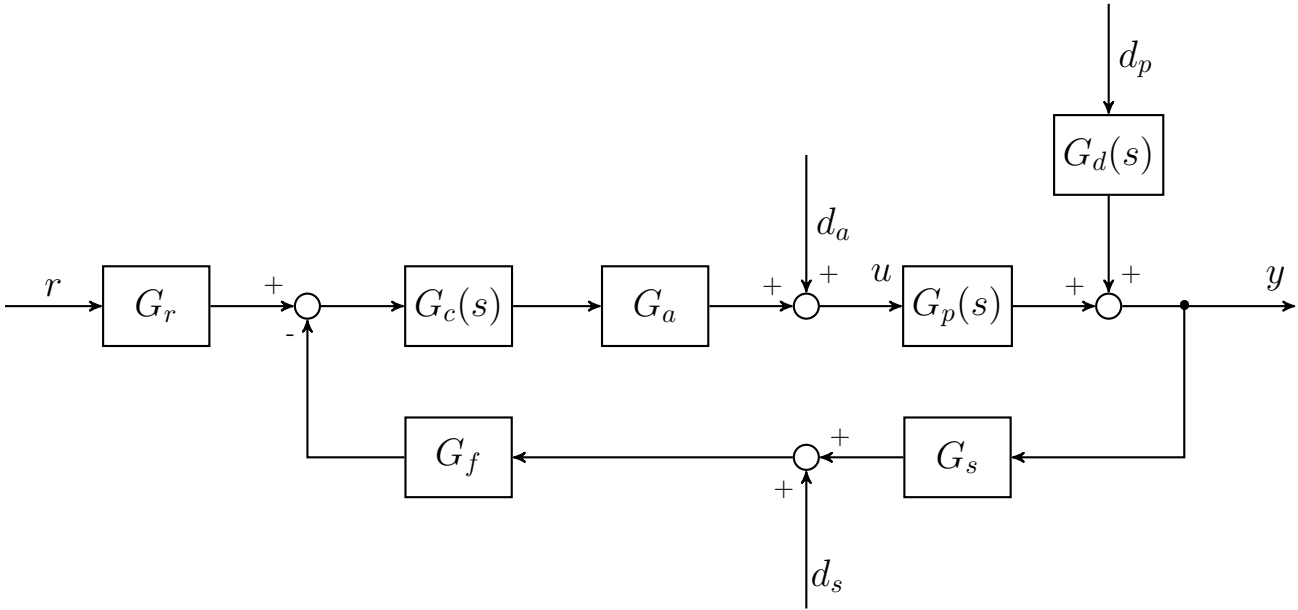
Specifiche

- (S1) Guadagno stazionario del sistema di controllo: $K_d = 1$
- (S2) Errore sull'uscita, in regime permanente, in presenza di d_a : $|e_{d_a}^\infty| = 0$
- (S3) Errore sull'uscita, in regime permanente, in presenza di d_s : $|e_{d_s}^\infty| < 1 \cdot 10^{-4}$
- (S4) Tempo di salita: $t_r < 0.05 \text{ s}$
- (S5) Tempo di assestamento: $t_{s,5\%} < 0.1 \text{ s}$
- (S6) Sovraelongazione nella risposta ad un riferimento a gradino: $\hat{s} < 8\%$

Traduzione delle specifiche, progetto, documentazione delle prestazioni ottenute, analisi.

- (A) Interpretare e tradurre le specifiche assegnate
- (B) Dimensionare il blocco G_f ed un controllore analogico $G_c(s)$ con il minor numero possibile di reti correttrici, tale per cui il sistema di controllo soddisfi le specifiche assegnate. Motivare le scelte operate e documentare adeguatamente il progetto in tutte le sue fasi.
- (C) Discutere la scelta del tempo di campionamento che si dovrebbe utilizzare per implementare il controllore in forma digitale.
- (D) Documentare le prestazioni ottenute (con riferimento al sistema di controllo analogico) e verificare il soddisfacimento dei requisiti assegnati.

Motivare e discutere adeguatamente tutte le scelte operate



Si consideri il sistema di controllo illustrato in figura, dove:

$$G_p(s) = \frac{375200}{s^3 + 575s^2 + 70000s} \quad G_{d_p}(s) = 1$$

$$G_s = 3$$

$$G_a = 6650$$

$$d_p(t) = D_{p0}; \quad |D_{p0}| \leq 1.5 \cdot 10^{-2}$$

$$d_s(t) = a_s \sin(\omega_s t); \quad |a_s| \leq 3 \cdot 10^{-1}, \quad \omega_s = 5000 \text{ rad/s}$$

Specifiche

- (S1) Guadagno stazionario del sistema di controllo: $K_d = 3$
- (S2) Errore sull'uscita, in regime permanente, per un riferimento a gradino ($R_0 = 1$): $|e_r^\infty| = 1 \cdot 10^{-3}$
- (S3) Errore sull'uscita, in regime permanente, in presenza di d_p : $|e_{d_p}^\infty| = 0$
- (S4) Errore sull'uscita, in regime permanente, in presenza di d_s : $|e_{d_s}^\infty| < 1 \cdot 10^{-2}$
- (S5) Tempo di assestamento: $t_{s,5\%} < 0.00648 \text{ s}$
- (S6) Sovraelongazione nella risposta ad un riferimento a gradino: $\hat{s} < 11\%$

Traduzione delle specifiche, progetto, documentazione delle prestazioni ottenute, analisi.

- (A) Interpretare e tradurre le specifiche assegnate
- (B) Dimensionare il blocco G_f ed un controllore analogico $G_c(s)$ con il minor numero possibile di reti correttrici, tale per cui il sistema di controllo soddisfi le specifiche assegnate. Motivare le scelte operate e documentare adeguatamente il progetto in tutte le sue fasi.
- (C) Discutere la scelta del tempo di campionamento che si dovrebbe utilizzare per implementare il controllore in forma digitale.
- (D) Documentare le prestazioni ottenute (con riferimento al sistema di controllo analgico) e verificare il soddisfacimento dei requisiti assegnati.

Motivare e discutere adeguatamente tutte le scelte operate