



2022-06-01
2022-05-31
2022-05-30
2022-05-27
2022-05-26
2022-05-25
2022-05-24
2022-05-23
2022-05-20
2022-05-19
2022-05-18
2022-05-17
2022-05-16
2022-05-13
2022-05-12
2022-05-11
2022-05-10
2022-05-09
2022-05-06
2022-05-05
2022-05-04
2022-05-03
2022-05-02
2022-04-29
2022-04-28
2022-04-27
2022-04-26
2022-04-22
2022-04-21
2022-04-20
2022-04-19
2022-04-15
2022-04-14
2022-04-13
2022-04-12
2022-04-11
2022-04-08
2022-04-07
2022-04-06
2022-04-05
2022-04-04
2022-04-01
2022-03-31
2022-03-30
2022-03-29
2022-03-28
2022-03-24

## Soluzione all'esercizio del 2022-05-26 creato per luigi.miazzo

Sia  $(X_1, \dots, X_n)$  un campione casuale da una distribuzione ignota di cui sappiamo che il valore medio è  $w = -4.45$  e la varianza è pari a  $w^2 = 19.8025$  (i.e. le  $X_i$  sono indipendenti ed identicamente distribuite).

Si considerino i seguenti stimatori della media

$$T_1 = \frac{10X_1 + 2X_2 + 9X_3}{21}, \quad T_2 = \frac{10X_1 + 9X_3}{19}.$$

### Quesiti e soluzioni

#### Quesito 1

Calcolare la distorsione degli stimatori  $T_1, T_2$ .

Inserire la risposta come un array `c(stima_2, stima_2)`.

Per calcolare la distorsione di uno stimatore  $T$ ,  $\mathbb{E}(T - \mu)$ , dobbiamo innanzitutto calcolarne il valore atteso.

$$\mathbb{E}(T_1) = \frac{10\mathbb{E}(X) + 2\mathbb{E}(X) + 9\mathbb{E}(X)}{21} = \mathbb{E}(X) = w$$

$$\mathbb{E}(T_2) = \frac{10\mathbb{E}(X) + 9\mathbb{E}(X)}{19} = \mathbb{E}(X) = w$$

Per cui entrambi gli stimatori sono non distorti.

- La risposta corretta è: 0, 0
- La risposta inserita è: c(0, 0)

#### Quesito 2.

Calcolare la varianza degli stimatori  $T_1, T_2$ .

Inserire la risposta come un array `c(stima_2, stima_2)`.

La varianza di uno stimatore  $T$  è, da definizione

$$\mathbb{V}\text{ar}(T) = \mathbb{E}\left(T - (\mathbb{E}(T))\right)^2.$$

Ricordiamo inoltre che la varianza per trasformazioni lineari di variabili casuali ( $n = 2$ ) soddisfa:

$$\mathbb{V}\text{ar}(aX + bY + c) = a^2\mathbb{V}\text{ar}(X) + b^2\mathbb{V}\text{ar}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y)$$

$$\mathbb{V}\text{ar}(T_1) = \frac{100\mathbb{V}\text{ar}(X) + 4\mathbb{V}\text{ar}(X) + 81\mathbb{V}\text{ar}(X)}{441} = \frac{185}{441}w^2$$

$$\mathbb{V}\text{ar}(T_2) = \frac{100\mathbb{V}\text{ar}(X) + 81\mathbb{V}\text{ar}(X)}{361} = \frac{181}{361}w^2$$

- La risposta corretta è: 8.30717120181406, 9.92867728531856
- La risposta inserita è: c(8.307171, 9.928677)

#### Quesito 3.

Calcolare l'errore quadratico medio degli stimatori  $T_1, T_2$ .

Inserire la risposta come un array `c(stima_2, stima_2)`.

A questo punto abbiamo già tutto quello che ci serve, poiché l'errore quadratico medio (mean square error, MSE) di uno stimatore  $T$  è:  $\text{MSE}(T, \mu) = \mathbb{V}\text{ar}(T) + (\mathbb{E}(T - \mu))^2$ .

Per cui

$$\text{MSE}(T_1, \mu) = \mathbb{V}\text{ar}(T_1), \quad \text{MSE}(T_2, \mu) = \mathbb{V}\text{ar}(T_2)$$

- La risposta corretta è: 8.30717120181406, 9.92867728531856
- La risposta inserita è: c(8.307171, 9.928677)