



2022-06-01
2022-05-31
2022-05-30
2022-05-27
2022-05-26
2022-05-25
2022-05-24
2022-05-23
2022-05-20
2022-05-19
2022-05-18
2022-05-17
2022-05-16
2022-05-13
2022-05-12
2022-05-11
2022-05-10
2022-05-09
2022-05-06
2022-05-05
2022-05-04
2022-05-03
2022-05-02
2022-04-29
2022-04-28
2022-04-27
2022-04-26
2022-04-22
2022-04-21
2022-04-20
2022-04-19
2022-04-15
2022-04-14
2022-04-13
2022-04-12
2022-04-11
2022-04-08
2022-04-07
2022-04-06
2022-04-05
2022-04-04
2022-04-01
2022-03-31
2022-03-30
2022-03-29
2022-03-28
2022-03-24

Soluzioni all'esercizio del 2022-04-21 creato per luigi.miazzo

La variabile aleatoria X descrive il lancio di un dado bilanciato a 12 facce.

La variabile aleatoria Y è definita come $Y = f(X)$, con

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x - 160.$$

Abbiamo quindi una trasformazione nonlineare di una variabile aleatoria discreta.

La densità discreta di Y è la stessa di X , ma calcolata nelle preimmagini: a lezione abbiamo visto che

$$\varphi_Y(y) = \sum_{x \in f^{-1}(y)} \varphi_X(x),$$

ma in questo caso particolare possiamo osservare che nessuno dei valori di Y ha preimmagine diversa da un singoletto: al supporto di X , cioè $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ corrisponde il supporto di Y $\{-119, -108, -115, -128, -135, -124, -83, 0, 137, 340, 621, 992\}$ di uguale cardinalità.

Quesiti e soluzioni

Quesito 1

Quanto vale $P(Y = -108)$?

Vale

$$P(Y = -108) = P(X \in f^{-1}(-108)) = P(X = 2) = \frac{1}{12}.$$

In particolare il fatto che la derivata di f si annulli in 2 non è rilevante.

- La risposta corretta è: 0.0833333
- La risposta inserita è: 1/12
- che corrisponde a 0.0833333

Quesito 2

Quanto vale $P(Y < -108)$?

Dobbiamo andare a sommare $\varphi_X(x)$ su tutti gli x la cui immagine è minore di -108 . Attenzione, questo non vuol dire che dobbiamo sommare su tutti gli $x < 2$!

I valori di Y minori di -108 sono $-135, -128, -124, -119, -115$, corrispondenti ai valori di X : 1, 3, 4, 5, 6. Ciascuno di essi ha probabilità $1/12$.

- La risposta corretta è: 0.416667
- La risposta inserita è: 5/12
- che corrisponde a 0.416667

Quesito 3

Quanto vale la probabilità $P(X = 10, Y > 0)$?

Nel momento in cui fissiamo il valore di X , fissiamo anche quello di Y , quindi dobbiamo solo controllare se $f(10)$ sia positiva o meno:

$$P(X = 10, Y > 0) = P(X = 10, f(10) > 0) = I_{f(10)>0} \cdot \frac{1}{12}.$$

- La risposta corretta è: 0.0833333
- La risposta inserita è: 1/12
- che corrisponde a 0.0833333