



| |
|------------|
| 2022-06-01 |
| 2022-05-31 |
| 2022-05-30 |
| 2022-05-27 |
| 2022-05-26 |
| 2022-05-25 |
| 2022-05-24 |
| 2022-05-23 |
| 2022-05-20 |
| 2022-05-19 |
| 2022-05-18 |
| 2022-05-17 |
| 2022-05-16 |
| 2022-05-13 |
| 2022-05-12 |
| 2022-05-11 |
| 2022-05-10 |
| 2022-05-09 |
| 2022-05-06 |
| 2022-05-05 |
| 2022-05-04 |
| 2022-05-03 |
| 2022-05-02 |
| 2022-04-29 |
| 2022-04-28 |
| 2022-04-27 |
| 2022-04-26 |
| 2022-04-22 |
| 2022-04-21 |
| 2022-04-20 |
| 2022-04-19 |
| 2022-04-15 |
| 2022-04-14 |
| 2022-04-13 |
| 2022-04-12 |
| 2022-04-11 |
| 2022-04-08 |
| 2022-04-07 |
| 2022-04-06 |
| 2022-04-05 |
| 2022-04-04 |
| 2022-04-01 |
| 2022-03-31 |
| 2022-03-30 |
| 2022-03-29 |
| 2022-03-28 |
| 2022-03-24 |

Soluzioni all'esercizio del 2022-05-17 creato per luigi.miazzo

Abbiamo due variabili aleatorie binomiali indipendenti X e Y , di parametri rispettivamente $(n = 8, p = 0.252)$ e $(n = 5, p = 0.252)$. Prendiamone anche la somma $S = X + Y$, che, come è noto, è distribuita come una binomiale di parametri $(n = 13, p = 0.252)$.

Quesiti e soluzioni

Quesito 1

Qual è la probabilità che S sia compresa nell'intervallo $[11, 12]$?

Sappiamo che S è binomiale di parametri $(n = 8 + 5, p = 0.252)$.

Pertanto possiamo usare le funzioni `pbinom` o `dbinom` per risolvere il problema, ad esempio calcolando la prima in $11 - 1$ e $12 - 1$ e sottraendo il primo valore dal secondo.

- La risposta corretta è: 0.0000114
- La risposta inserita è: 0.0000113

Quesito 2

Se sappiamo che $S = 5$, qual è la probabilità che $X = 3$?

Stiamo cercando quale sia la densità discreta di $X|S$. Per farlo, partiamo dalla definizione

$$\begin{aligned}\varphi_{X|S}(k|5) &= \frac{\varphi_X(k) \cdot \varphi_Y(5 - k)}{\varphi_S(5)} \\ &= \frac{\binom{8}{k} p^k (1 - p)^{8 - k} \cdot \binom{5}{5 - k} p^{5 - k} (1 - p)^{5 - 5 + k}}{\binom{8 + 5}{5} p^5 (1 - p)^{8 + 5 - 5}} \\ &= \frac{\binom{8}{k} \binom{5}{5 - k}}{\binom{8 + 5}{5}},\end{aligned}$$

in cui abbiamo usato l'indipendenza di X e Y e la forma della densità discreta determinata nel primo quesito

Quella scritta nell'ultima riga è la densità discreta di una variabile aleatoria ipergeometrica. In altre parole, $X|S$ ha legge ipergeometrica di parametri $(8, 5, 5)$. Dobbiamo allora calcolare il valore della densità discreta di una tale ipergeometrica in $k = 3$, cosa che possiamo fare con l'ausilio della funzione R `dhyper`.

- La risposta corretta è: 0.4351204
- La risposta inserita è: 0.4351204

Quesito 3

Se sappiamo che $S = 5$, qual è la probabilità che $Y \in [2, 4]$?

In questo caso ci occorre la legge di $Y|S$, ma essa è, come abbiamo visto nella soluzione del Quesito 2 (scambiando i ruoli di X e Y)

$$\varphi_{Y|S}(k|5) = \frac{\binom{5}{k} \binom{8}{5 - k}}{\binom{5 + 8}{5}},$$

cioè un'ipergeometrica di parametri $(5, 8, 5)$. Dobbiamo sommare i valori della sua densità discreta per tutti i k tra 2 e 4, oppure possiamo fare la differenza tra la funzione di ripartizione, che in R si calcola con la funzione `phyper` nel caso dell'ipergeometrica, valutata nei punti 4 e $2 - 1$.

- La risposta corretta è: 0.6837607
- La risposta inserita è: 0.6837606