



2022-06-01
2022-05-31
2022-05-30
2022-05-27
2022-05-26
2022-05-25
2022-05-24
2022-05-23
2022-05-20
2022-05-19
2022-05-18
2022-05-17
2022-05-16
2022-05-13
2022-05-12
2022-05-11
2022-05-10
2022-05-09
2022-05-06
2022-05-05
2022-05-04
2022-05-03
2022-05-02
2022-04-29
2022-04-28
2022-04-27
2022-04-26
2022-04-22
2022-04-21
2022-04-20
2022-04-19
2022-04-15
2022-04-14
2022-04-13
2022-04-12
2022-04-11
2022-04-08
2022-04-07
2022-04-06
2022-04-05
2022-04-04
2022-04-01
2022-03-31
2022-03-30
2022-03-29
2022-03-28
2022-03-24

## Soluzioni all'esercizio del 2022-04-29 creato per luigi.miazzo

Di una variabile aleatoria  $X$  sappiamo che ha la seguente funzione di densità:  $f(t) = c \cdot t(7 - t)$  per  $t \in (0, 7)$  e identicamente nulla altrimenti.

### Quesiti e soluzioni

Siccome ne conosciamo la funzione di densità, sappiamo che la variabile aleatoria  $X$  è assolutamente continua.

#### Quesito 1

Quanto vale  $c$ ?

La costante di rinormalizzazione  $c$  deve essere tale che  $\int_0^7 c \cdot t(7 - t)dt = 1$ , ossia  $c = \frac{6}{7^3}$  (si tratta di integrare un polinomio).

- La risposta corretta è: 0.0174927
- La risposta inserita è: 6/343
- che corrisponde a 0.0174927

#### Quesito 2

Qual è il valore atteso di  $T^2$ , ossia il secondo momento non centrato?

$$\mathbb{E}[T^2] = \int_0^7 \frac{6}{7^3} \cdot t^3(7 - t)dt = \frac{6 \cdot 7^2}{20}.$$

- La risposta corretta è: 14.7
- La risposta inserita è: 147/10

#### Quesito 3

Implementare in R la funzione di ripartizione  $F(t)$  prestando attenzione al supporto della variabile e inserire, sotto forma di vettore `c(valore1, valore2, ...)`, i valori della  $F$  nei seguenti punti:

-0.1, 1.87, 2.74, 0.23, 2.28, 4.88, 7

Sia  $n = 7$ .

Da definizione,

Ora,

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 0 \\ \int_0^t f(s)ds & 0 \leq t < n \\ 1 & \text{for } t \geq n \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_0^t f(s)ds &= \frac{6}{n^3} \int_0^t s(n - s)ds \\ &= \frac{6}{n^3} \left( \frac{n}{2} t^2 - \frac{2}{n^3} t^3 \right) \\ &= \frac{3}{n^2} t^2 - \frac{2}{n^3} t^3. \end{aligned}$$

In R

```
F_T <- function(t) {
  ifelse(
    test = t > 0,
    yes = ifelse(
      test = t < n,
      yes = 3 / (n ^ 2) * t ^ 2 - 2 / (n ^ 3) * t ^ 3,
      no = 1
    ),
    no = 0
  )
}
```

Per cui

```
##      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6] [,7]
## x    -0.1  1.870000  2.740000  0.23000000  2.280000  4.880000    7
## Fx    0.0  0.175966  0.339702  0.00316783  0.249159  0.780390    1
```

- La risposta inserita è: c(0, 0.1759664, 0.3397024, 0.0031678, 0.2491594, 0.7803902, 1)