



2022-06-01
2022-05-31
2022-05-30
2022-05-27
2022-05-26
2022-05-25
2022-05-24
2022-05-23
2022-05-20
2022-05-19
2022-05-18
2022-05-17
2022-05-16
2022-05-13
2022-05-12
2022-05-11
2022-05-10
2022-05-09
2022-05-06
2022-05-05
2022-05-04
2022-05-03
2022-05-02
2022-04-29
2022-04-28
2022-04-27
2022-04-26
2022-04-22
2022-04-21
2022-04-20
2022-04-19
2022-04-15
2022-04-14
2022-04-13
2022-04-12
2022-04-11
2022-04-08
2022-04-07
2022-04-06
2022-04-05
2022-04-04
2022-04-01
2022-03-31
2022-03-30
2022-03-29
2022-03-28
2022-03-24

Soluzioni all'esercizio del 2022-04-04 creato per luigi.miazzo

Si consideri il lancio di una moneta, di cui non si sa se sia equilibrata o truccata. Ci viene detto che, lanciando la moneta due volte, la probabilità di ottenere esattamente una testa “T” e una croce “C” (non necessariamente in questo ordine) è 0.455.

N.B. Dire che la moneta è equilibrata significa che testa e croce sono equiprobabili.

Quesiti e soluzioni

Quesito 1

La moneta è equilibrata?

L'evento in questione è $H = \{(T, C), (C, T)\} = \{(T, C)\} \cup \{(C, T)\}$. Possiamo vederlo come evento in uno spazio prodotto, quindi, in termini di lanci di una moneta, come $(\{T\} \times \{C\}) \cup (\{C\} \times \{T\})$.

Se la moneta fosse equilibrata avremmo

$$P(H) = P(\{T\} \times \{C\}) + P(\{C\} \times \{T\}) = 2 \cdot P_m(T) \cdot P_m(C) = \frac{1}{2},$$

dove con P_m indichiamo la probabilità relativa al lancio di una sola moneta. Basta quindi confrontare 0.455 con $\frac{1}{2}$.

- La risposta corretta è: FALSE
- La risposta inserita è: FALSE

Quesito 2

Ora che sappiamo cosa aspettarci, giochiamo. Supponiamo che la probabilità di fare croce $P_m(C)$ sia minore o uguale della probabilità $P_m(T)$ di fare testa. Tiriamo la moneta ed esce T. Qual è la probabilità di ottenere nuovamente T rilanciando la moneta?

Sappiamo che $2 \cdot P_m(T) \cdot P_m(C) = 0.455$, quindi, siccome $P_m(T) = 1 - P_m(C)$, $2 \cdot P_m(C)^2 - 2 \cdot P_m(C) + 0.455 = 0$, le cui due radici sono $P_1 = 0.35$ e $P_2 = 0.65$. Una di queste è $P_m(C)$ e l'altra è (per simmetria) $P_m(T)$, ma dal momento che abbiamo assunto che $P_m(C) \leq P_m(T)$, deve essere $P_m(C) = 0.35$ e dunque $P_m(T) = 0.65$. Per concludere dobbiamo solo ricordare che il secondo lancio della moneta è indipendente dal primo.

- La risposta corretta è: 0.65
- La risposta inserita è: 0.65

Quesito 3

Giochiamo ancora e questa volta lanciamo la moneta tre volte. Ci dicono che almeno due su tre sono T. Qual è la probabilità che i primi esiti due siano T (non escludendo la possibilità che lo sia anche il terzo)?

L'evento accaduto è

$$H = \{\{T, T, C\}, \{C, T, T\}, \{T, C, T\}, \{T, T, T\}\}$$

La probabilità che i primi due esiti siano T è $P(T)^2$, perciò

$$P(\text{primi due sono } T | P(H)) = \frac{P(T)^2}{P(T)^3 + 3 \cdot P(T)^2 \cdot P(C)}$$

- La risposta corretta è: 0.5882353
- La risposta inserita è: 10/17