DoExercises:

Esercizi per il corso di Probabilità e Statistica



2022-06-01

2022-05-27

2022-05-10

2022-05-09

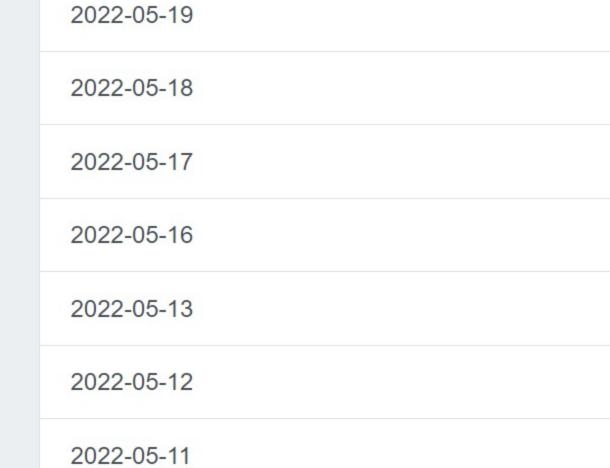
2022-05-06

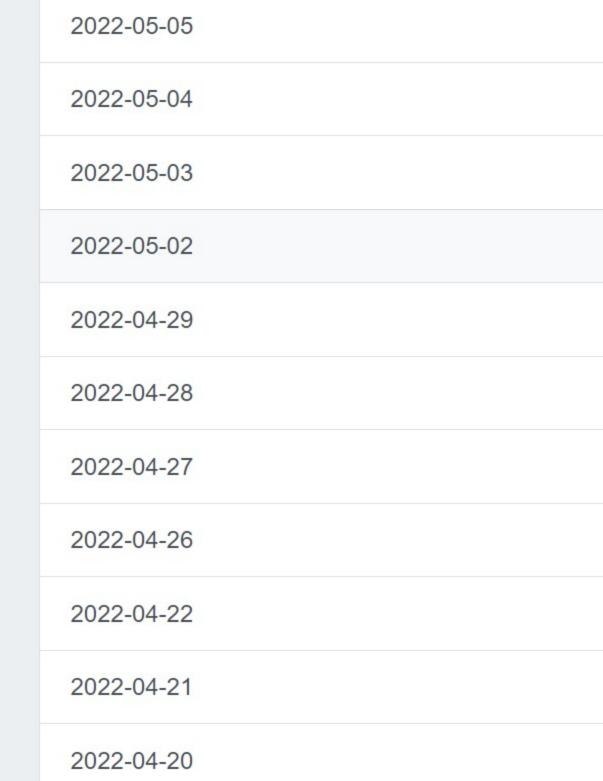


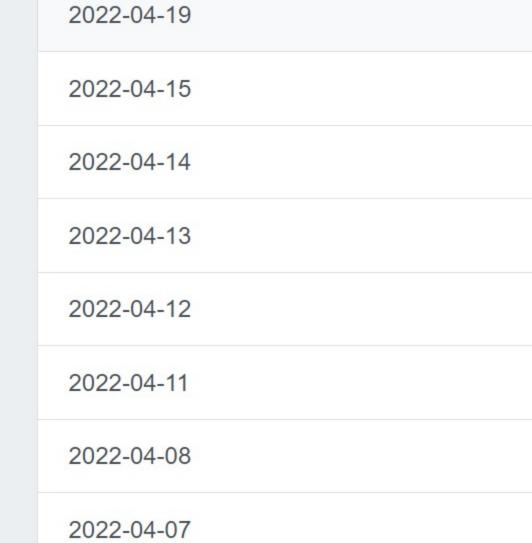
Esercizi Soluzioni Riepilogo Voti

2022-05-31
2022-05-30

2022-05-25 2022-05-24 2022-05-23 2022-05-20







2022-04-04 2022-04-01 2022-03-31

2022-04-06

2022-04-05

2022-03-30
2022-03-29

2022-03-28

Soluzione all'esercizio del 2022-05-26 creato per luigi.miazzo

Sia (X_1,\ldots,X_n) un campione casuale da una distribuzione ignota di cui sappiamo che il valore medio è w=-4.45 e la varianza è pari a $w^2=19.8025$ (i.e. le X_i sono indipendenti ed identicamente distribuite).

Si considerino i seguenti stimatori della media

$$T_1 = rac{10X_1 + 2X_2 + 9X_3}{21}, \quad T_2 = rac{10X_1 + 9X_3}{19}.$$

Quesiti e soluzioni

Quesito 1

Calcolare la distorsione degli stimatori T_1, T_2 .

Inserire la risposta come un array c(stima_2, stima_2).

Per calcolare la distorsione di uno stimatore T, $\mathbb{E}(T-\mu)$, dobbiamo innanzitutto calcolarne il valore atteso.

$$\mathbb{E}(T_1) = rac{10\mathbb{E}(X) + 2\mathbb{E}(X) + 9\mathbb{E}(X)}{21} = \mathbb{E}(X) = w$$
 $\mathbb{E}(T_2) = rac{10\mathbb{E}(X) + 9\mathbb{E}(X)}{19} = \mathbb{E}(X) = w$

Per cui entrambi gli stimatori sono non distorti.

- La risposta corretta è: 0, 0
- La risposta inserita è: c(0, 0)

Quesito 2.

Calcolare la varianza degli stimatori T_1, T_2 .

Inserire la risposta come un array c(stima_2, stima_2).

La varianza di uno stimatore T è, da definizione

$$\mathbb{V}\mathrm{ar}(T) = \mathbb{E}\left(T - (\mathbb{E}(T))^2
ight).$$

Ricordiamo inoltre che la varianza per trasformazioni lineari di variabili casuali (n=2) soddisfa:

$$\mathbb{V}\text{ar}(aX + bY + c) = a^{2}\mathbb{V}\text{ar}(X) + b^{2}\mathbb{V}\text{ar}(Y) + 2ab\mathbb{C}\text{ov}(X, Y)$$

$$\mathbb{V}\text{ar}(T_{1}) = \frac{100\mathbb{V}\text{ar}(X) + 4\mathbb{V}\text{ar}(X) + 81\mathbb{V}\text{ar}(X)}{441} = \frac{185}{441}w^{2}$$

$$\mathbb{V}\text{ar}(T_{2}) = \frac{100\mathbb{V}\text{ar}(X) + 81\mathbb{V}\text{ar}(X)}{361} = \frac{181}{361}w^{2}$$

- La risposta corretta è: 8.30717120181406, 9.92867728531856
- La risposta inserita è: c(8.307171, 9.928677)

Quesito 3.

Calcolare l'errore quadratico medio degli stimatori T_1, T_2 .

Inserire la risposta come un array c(stima_2, stima_2).

A questo punto abbiamo già tutto quello che ci serve, poiché l'errore quadratico medio (mean square error, MSE) di uno stimatore T è: $ext{MSE}(T,\mu) = \mathbb{V} ext{ar}(T) + (\mathbb{E}(T-\mu))^2$.

Per cui

$$ext{MSE}(T_1,\mu) = \mathbb{V} ext{ar}(T_1), \qquad ext{MSE}(T_2,\mu) = \mathbb{V} ext{ar}(T_2)$$

- La risposta corretta è: 8.30717120181406, 9.92867728531856
- La risposta corretta e: c(8.307171, 9.928677)