2022-06-01
2022-05-31
2022-05-30
2022-05-27
2022-05-26
2022-05-25
2022-05-24
2022-05-23
2022-05-20
2022-05-19
2022-05-18
2022-05-17
2022-05-16
2022-05-13
2022-05-12
2022-05-11
2022-05-10
2022-05-09
2022-05-06
2022-05-05
2022-05-04
2022-05-03
2022-05-02
2022-04-29
2022-04-28
2022-04-27
2022-04-26
2022-04-22
2022-04-21
2022-04-20
2022-04-19
2022-04-15
2022-04-14
2022-04-13
2022-04-12
2022-04-11
2022-04-08
2022-04-07
2022-04-06
2022-04-05
2022-04-04
2022-04-01
2022-03-31
2022-03-30
2022-03-29
2022-03-28
2022-03-24

Soluzione all' esercizio del 2022-05-23 creato per luigi.miazzo

Un giocatore di pallacanestro ha una probabilità del 55% di fare canestro con un tiro da 2 punti.

Quesiti e soluzioni

Quesito 1

Determinare la probabilità che il giocatore non faccia più di 36 punti in 41 tiri tutti da 2 punti, utilizzando l'approssimazione normale (Teorema Limite Centrale) e la correzione di continuità.

Sia X_{41} la v.a che conta il numero di canestri su 41 tiri da 2 punti, quindi $X_{41} \sim bin(n=41, p=0.55)$. Dato che ogni canestro segnato fa guadagnare 2 punti, dovremo calcolarci la probabilità che il giocatore faccia al più 18 canestri.

Sappiamo che $E[X_{41}] = n \cdot p = 22.55$ e $Var(X_{41}) = np(1-p) = 10.1475$ Allora, usando l'approssimazione con TLC e la correzione di continuità si ha

$$P(X_{41} \leq 18) = P\left(\frac{X_{41} - 22.55}{\sqrt{10.1475}} \leq \frac{(18+0.5)-22.55}{\sqrt{10.1475}}\right) \approx \Phi\left(\frac{(18+0.5)-22.55}{\sqrt{10.1475}}\right)$$

- La risposta corretta è: 0.1017967
- La risposta inserita è: 0.102088723007
- che corrisponde a 0.1020887

Quesito 2.

Qual è l'errore assoluto tra la probabilità ottenuta con l'approssimazione calcolata al quesito 1 e il valore esatto? (Nella risposta si diano almeno 3 cifre decimali significative.)

Dobbiamo confrontare la soluzione del quesito 1 con il valore della funzione di ripartizione della variabile aleatoria binomiale X_{41} calcolata in 18, $F_{X_{41}}(18)$. Possiamo, come al solito, usare per questo la funzione in R `pbinom`. Per concludere, sottraiamo al valore esatto ottenuto quello approssimato calcolato al quesito 1, e prendiamone il valore assoluto.

- La risposta corretta è: 0.000292
- La risposta inserita è: 0.000292037278991
- che corrisponde a 0.000292

Quesito 3

Determinare il numero minimo di tiri che il giocatore deve effettuare affinché la probabilità di segnare almeno 86 punti sia non inferiore a 0.86, utilizzando l'approssimazione normale e la correzione di continuità.

Suggerimento: `qnorm(p, mean=0, sd=1)` calcola il quantile corrispondente alla probabilità `p` secondo la distribuzione normale standard.

Sia X_n la v.a. che indica il numero di canestri su n tiri, quindi $X_n \sim bin(n, p=0.55)$.

Dobbiamo quindi determinare n in modo che si verifichi $P(X_n \geq 43) \geq 0.86$, dato che per ottenere almeno 86 punti bisogna fare almeno 43 canestri. Utilizzando l'approssimazione normale e la correzione di continuità, abbiamo

$$0.86 \leq P(X_n \geq 43) = P(X_n > 43-0.5) = \quad = P\left(\frac{X_n - n\cdot 0.55}{\sqrt{n\cdot 0.55(1-0.55)}} > \frac{(43-0.5)-n\cdot 0.55}{\sqrt{n\cdot 0.55(1-0.55)}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{(43-0.5)-n\cdot 0.55}{\sqrt{n\cdot 0.55(1-0.55)}}\right),$$

da cui segue

$$\Phi\left(\frac{(43-0.5)-n\cdot 0.55}{\sqrt{n\cdot 0.55(1-0.55)}}\right) \leq 0.14 \Leftrightarrow \frac{(43-0.5)-n\cdot 0.55}{\sqrt{n\cdot 0.55(1-0.55)}} \leq \Phi^{-1}(0.14).$$

Come suggerito, possiamo quindi usare `qnorm` per calcolarci $\Phi^{-1}(0.14)$, dopodiché risolvendo la disuguaglianza si ottiene $n \geq 86.3533726$, ossia $n \geq 87$.

- La risposta corretta è: 87
- La risposta inserita è: 87
- che corrisponde a 87