



2022-06-01
2022-05-31
2022-05-30
2022-05-27
2022-05-26
2022-05-25
2022-05-24
2022-05-23
2022-05-20
2022-05-19
2022-05-18
2022-05-17
2022-05-16
2022-05-13
2022-05-12
2022-05-11
2022-05-10
2022-05-09
2022-05-06
2022-05-05
2022-05-04
2022-05-03
2022-05-02
2022-04-29
2022-04-28
2022-04-27
2022-04-26
2022-04-22
2022-04-21
2022-04-20
2022-04-19
2022-04-15
2022-04-14
2022-04-13
2022-04-12
2022-04-11
2022-04-08
2022-04-07
2022-04-06
2022-04-05
2022-04-04
2022-04-01
2022-03-31
2022-03-30
2022-03-29
2022-03-28
2022-03-24

## Soluzioni all'esercizio del 2022-04-05 creato per luigi.miazzo

Un'urna contiene 27 palline, numerate da 1 a 27. Si estraggono due palline con reimmissione.

### Quesiti e soluzioni

#### Quesito 1

Qual è la probabilità che almeno una delle due palline pescate sia etichettata con un numero strettamente maggiore di 25?

Sia  $I_{27} = \{r \in \mathbb{N} | r \leq 27\}$ , lo spazio campionario è  $\Omega = I_{27} \times I_{27}$  e rappresenta le possibili coppie di risultati delle estrazioni.  $A = I_{27} \setminus I_{25} = \{k + 1, \dots, n\}$  corrisponde all'evento "una pallina estratta ha numero maggiore di  $k$ ". Siano  $A_1 = A \times I_{27}$  e  $A_2 = I_{27} \times A$  gli eventi per cui la prima pallina estratta o, rispettivamente, la seconda, abbia un numero strettamente maggiore di 25.

Dobbiamo calcolare la probabilità di  $A_1 \cup A_2$ . Notiamo che  $A_1$  e  $A_2$  non sono disgiunti e, contando gli elementi, abbiamo

$$P(A_1) = P(A_2) = \frac{2 \cdot 27}{27 \cdot 27} = \frac{2}{27}, \quad P(A_1 \cap A_2) = \frac{2 \cdot 2}{27 \cdot 27} = \frac{2^2}{27^2}$$

Da cui ricaviamo:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = \frac{2 \cdot 2}{27} - \frac{25^2}{2^2}.$$

- La risposta corretta è: 0.1426612
- La risposta inserita è: 104/729

#### Quesito 2

Qual è la probabilità che la somma dei numeri sulle due palline sia pari sapendo che almeno una delle due palline pescate è etichettata con un numero strettamente maggiore di 25?

Sia  $S$  l'evento in cui la somma dei numeri sulle due palline è pari.

Notiamo che la somma di due numeri è pari se entrambi gli addendi sono pari o se entrambi sono dispari. Allora contiamo il numero di possibili coppie di palline con numeri della stessa parità.

Vale in generale che l'insieme  $I_n$  contiene  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  numeri pari e  $n - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  numeri dispari.

Il numero di possibili coppie di palline estratte entrambe etichettate con numero pari in  $A_1$  è:  $\lfloor \frac{2}{2} \rfloor \cdot \lfloor \frac{27}{2} \rfloor$

Il numero di possibili coppie di palline estratte entrambe etichettate con numero dispari in  $A_1$  è:  $\left(2 - \lfloor \frac{2}{2} \rfloor\right) \cdot \left(27 - \lfloor \frac{27}{2} \rfloor\right)$ .

Per evidenti ragioni di simmetria, gli stessi risultati valgono per  $A_2$ .

Ci viene chiesto di calcolare  $P(S | A_1 \cup A_2)$ . Abbiamo

$$P(S | A_1 \cup A_2) = \frac{P(S \cap (A_1 \cup A_2))}{P(A_1 \cup A_2)} = \frac{P((S \cap A_1) \cup (S \cap A_2))}{P(A_1 \cup A_2)} = \frac{P(S \cap A_1) + P(S \cap A_2) - P(S \cap A_1 \cap A_2)}{P(A_1 \cup A_2)}.$$

dove

$$P(S \cap A_1) + P(S \cap A_2) = \frac{2 \left( \lfloor \frac{2}{2} \rfloor \cdot \lfloor \frac{27}{2} \rfloor + \left(2 - \lfloor \frac{2}{2} \rfloor\right) \cdot \left(27 - \lfloor \frac{27}{2} \rfloor\right) \right)}{27^2},$$

e inoltre

$$P(S \cap A_1 \cap A_2) = \frac{\left( \lfloor \frac{2}{2} \rfloor^2 + \left(2 - \lfloor \frac{2}{2} \rfloor\right)^2 \right)}{27^2}.$$

Quindi

$$P(S | A_1 \cup A_2) = 0.5$$

- La risposta corretta è: 0.5
- La risposta inserita è: 52/104