



2022-06-01
2022-05-31
2022-05-30
2022-05-27
2022-05-26
2022-05-25
2022-05-24
2022-05-23
2022-05-20
2022-05-19
2022-05-18
2022-05-17
2022-05-16
2022-05-13
2022-05-12
2022-05-11
2022-05-10
2022-05-09
2022-05-06
2022-05-05
2022-05-04
2022-05-03
2022-05-02
2022-04-29
2022-04-28
2022-04-27
2022-04-26
2022-04-22
2022-04-21
2022-04-20
2022-04-19
2022-04-15
2022-04-14
2022-04-13
2022-04-12
2022-04-11
2022-04-08
2022-04-07
2022-04-06
2022-04-05
2022-04-04
2022-04-01
2022-03-31
2022-03-30
2022-03-29
2022-03-28
2022-03-24

Soluzioni all'esercizio del 2022-05-09 creato per luigi.miazzo

Consideriamo una moneta *non* equilibrata, per cui la probabilità di avere testa è $p = 0.653$. Lanciamo un dado a 10 facce e poi la moneta, tante volte quante il valore uscito nel lancio del dado. Sia D la variabile aleatoria che ci dà l'esito del dado e N la variabile aleatoria che conta il numero di teste uscite.

Quesiti e soluzioni

Quesito 1

Qual è il valore atteso di N ?

Per calcolare il valore atteso, o momento primo, ci occorre innanzitutto conoscere le probabilità discrete marginali di N . $p_N(n) = P(N = n)$, per $n = 0, \dots, 10$, infatti la definizione di valore atteso per una variabile aleatoria discreta a valori in $0, \dots, 10$ è:

$$\mathbb{E}[N] = \sum_{n=0}^{10} n \cdot P(N = n).$$

Ricordiamo che la densità discreta marginale di N , p_N , si ottiene come:

$$p_N(n) = P(N = n) = \sum_{d \in \mathcal{R}_D} p_{D,N}(d, n),$$

dove $p_{D,N}(d, n) = P(D = d, N = n)$ è la densità discreta congiunta di D e N , e $\mathcal{R}_D = \{1, \dots, 10\}$ sono i possibili esiti del lancio del dado.

Quindi per ricavarci le probabilità marginali di N dobbiamo prima calcolare la probabilità discreta congiunta di D e N :

$$p_{D,N}(d, n) = P(D = d)P(N = n|D = d) = \frac{1}{10} \cdot \binom{d}{n} p^n (1 - p)^{n-1}$$

dove $p = 0.653$. Osserviamo infatti che, per quanto riguarda la probabilità condizionata $P(N = n|D = d)$, se lanciando il dado otteniamo la faccia con il numero d , lanceremo la moneta d volte e dunque conteremo il numero di successi (teste) sui d tentativi (lanci), cioè abbiamo una distribuzione binomiale di parametri d e p .

- La risposta corretta è: 3.5915
- La risposta inserita è: 3.5915000

Quesito 2

Qual è la media (valore atteso) di N sapendo che $D = 7$?

Qui ci interessa la media di N condizionata all'evento $D = 7$. Come abbiamo visto, conoscendo il valore di $D = 7$ sappiamo che il numero di successi N si distribuisce come una binomiale di parametri $d = 7$ e $p = 0.653$, di cui il valore atteso è noto, cioè:

$$\mathbb{E}[N|D = d] = d \cdot p.$$

In alternativa possiamo usare la definizione di valore atteso per una variabile aleatoria discreta, con l'accortezza di usare $p_{N|D=d}$ come densità discreta.

- La risposta corretta è: 4.571
- La risposta inserita è: 4.5710000

Quesito 3

Sapendo che alla fine dell'esperimento abbiamo avuto 1 teste, qual è la media del risultato del lancio del dado?

Dobbiamo calcolare:

$$\mathbb{E}[D|N = 1] = \sum_{d=1}^{10} d \cdot P(D = d|N = 1),$$

dove possiamo usare la densità discreta congiunta e la marginale calcolate per i punti precedenti, dato che

$$P(D = d|N = n) = \frac{P(D = d, N = n)}{P(N = n)}$$

- La risposta corretta è: 2.0609688
- La risposta inserita è: 2.0609688