Relazione

Introduzione

Il programma realizzato su MATLAB è un'implementazione del metodo di fattorizzazione di Doolittle. Questo fa parte dei metodi di fattorizzazione LU, ossia di quelli in cui la matrice A del sistema A*x=b viene decomposta nel prodotto di due matrici L e U, di cui sono rispettivamente la matrice triangolare inferiore e la matrice triangolare superiore.

La prima rappresenta quella parte di matrice in cui gli elementi sopra la diagonale principale sono nulli. In formula:

$$\forall i<j \; a_{ij}=0$$

La seconda, invece, coincide con quella parte di matrice in cui gli elementi al di sotto della diagonale principale sono nulli. In formula:

$$\forall i>j \; a_{ij}=0$$

Dunque, la matrice A in precedenza enunciata può essere riscritta come prodotto tra le matrici L e U:

$$A=L*U$$

Allo stesso modo, anche il sistema A*x=b può essere riformulato, esprimendolo nella seguente maniera:

$$A*\underline{x}=\underline{b} \rightarrow (L*U)*\underline{x}=\underline{b} \rightarrow L*(U*\underline{x})=\underline{b}$$

Dove il prodotto U*x coincide con un vettore colonna, chiamato y.

Ponendo U*x=y, il sistema precedente viene risolto in due passaggi:

1. L*y=b, ossia si ricava y mediante la sostituzione in avanti;
2. U*x=y, vale a dire si ricava x mediante la sostituzione all'indietro.

Metodo di fattorizzazione di Doolittle

Data una matrice A di tipo 3×3:

$$A=L*U \leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

Si può subito notare che nella prima matrice sono presenti 9 incognite, mentre le altre due matrici possiedono a testa 6 incognite, per un totale di 12 incognite complessive, quindi bisognerebbe risolvere un sistema di 9 equazioni in 12 incognite.

Imponendo la condizione:

$$l_{11}=l_{22}=l_{33}=1$$

Il numero di incognite si riduce a 9, quindi è possibile risolvere il sistema di 9 equazioni in 9 incognite:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} u_{11} = a_{11} \\ u_{12} = a_{12} \\ u_{13} = a_{13} \\ l_{21} * u_{11} = a_{21} \\ l_{21} * u_{12} + u_{22} = a_{22} \\ l_{21} * u_{13} + u_{23} = a_{23} \\ l_{31} * u_{11} = a_{31} \\ l_{31} * u_{12} + l_{32} * u_{22} = a_{32} \\ l_{31} * u_{13} + l_{32} * u_{23} + u_{33} = a_{33} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{11} = a_{11} \\ u_{12} = a_{12} \\ u_{13} = a_{13} \\ l_{21} = \frac{a_{21}}{u_{11}} \\ u_{22} = a_{22} - l_{21} * u_{12} \\ u_{23} = a_{23} - l_{21} * u_{13} \\ l_{31} = \frac{a_{31}}{u_{11}} \\ l_{32} = \frac{a_{32} - l_{31} * u_{12}}{u_{22}} \\ u_{33} = a_{33} - l_{31} * u_{13} - l_{32} * u_{23} \end{cases}$$

Primo esempio da considerare

Dato un sistema del tipo A<u>x</u>=<u>b</u>, dove la matrice A è la seguente:

$$A=L*U \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

Si ottiene il seguente sistema di 9 equazioni in 9 incognite da risolvere:

$$\begin{cases} u_{11} = 1 \\ u_{12} = 3 \\ u_{13} = 6 \\ l_{21} * u_{11} = 2 \\ l_{21} * u_{12} + u_{22} = -1 \\ l_{21} * u_{13} + u_{23} = 1 \\ l_{31} * u_{11} = 4 \\ l_{31} * u_{12} + l_{32} * u_{22} = -2 \\ l_{31} * u_{13} + l_{32} * u_{23} + u_{33} = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{11} = 1 \\ u_{12} = 3 \\ u_{13} = 6 \\ l_{21} = 2 \\ u_{22} = -1 - (2 * 3) = -7 \\ u_{23} = 1 - (2 * 6) = -11 \\ l_{31} = 4 \\ l_{32} = \frac{-2-(4*3)}{-7} = 2 \\ u_{33} = 3 - (4 * 6) - \big(2 * (-11)\big) = 1 \end{cases}$$

Quindi, le matrici L e U risultanti sono:

$$L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad U=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -11 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

I vettori colonna del sistema da considerare, ossia <u>b</u> e <u>x</u>, sono rappresentati da:

$$\underline{b}=\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 19 \end{pmatrix} \qquad \underline{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Applicando la fattorizzazione LU:

$$A*\underline{x}=\underline{b} \leftrightarrow L*(U*\underline{x})=\underline{b} \leftrightarrow L*\underline{y}=\underline{b}$$

Con il vettore colonna $\underline{y}$ costituito da:

$$\underline{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

A questo punto, bisogna svolgere i seguenti passaggi:

1. Risolvere il sistema $L*\underline{y}=\underline{b}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}*\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 19 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y_1 = 3 \\ 2y_1 + y_2 = 9 \\ 4y_1 + 2y_2 + y_3 = 19 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 19 - 12 - 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 1 \end{cases}$$

$$\underline{y}=\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Risolvere il sistema $U*\underline{x}=\underline{y}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & -7 & -11 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}*\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 3 \\ -7x_2 - 11x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 - 3x_2 - 6x_3 \\ x_2 = \frac{3+11}{-7} \\ x_3 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 - \big(3*(-2)\big) - 6 = 3 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\underline{x}=\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Secondo esempio da considerare

Dato un sistema del tipo $A\underline{x}=\underline{b}$, dove la matrice A è la seguente:

$$A=L*U \leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix}*\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

Si ottiene il seguente sistema di 9 equazioni in 9 incognite da risolvere:

$$\begin{cases} u_{11} = 3 \\ u_{12} = 1 \\ u_{13} = 1 \\ l_{21} * u_{11} = -3 \\ l_{21} * u_{12} + u_{22} = -3 \\ l_{21} * u_{13} + u_{23} = 1 \\ l_{31} * u_{11} = 3 \\ l_{31} * u_{12} + l_{32} * u_{22} = -3 \\ l_{31} * u_{13} + l_{32} * u_{23} + u_{33} = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{11} = 3 \\ u_{12} = 1 \\ u_{13} = 1 \\ l_{21} = -1 \\ u_{22} = -3 - ((-1) * 1) = -2 \\ u_{23} = 1 - ((-1) * 1) = 2 \\ l_{31} = 1 \\ l_{32} = \frac{-3-(1*1)}{-2} = 2 \\ u_{33} = 6 - (1 * 1) - (2 * 2) = 1 \end{cases}$$

Quindi, le matrici L e U risultanti sono:

$$L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad U=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

I vettori colonna del sistema da considerare, ossia $\underline{b}$ e $\underline{x}$, sono rappresentati da:

$$\underline{b}=\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Applicando la fattorizzazione LU:

$$A*\underline{x}=\underline{b} \leftrightarrow L*(U*\underline{x})=\underline{b} \leftrightarrow L*\underline{y}=\underline{b}$$

Con il vettore colonna $\underline{y}$ costituito da:

$$\underline{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

A questo punto, bisogna svolgere i seguenti passaggi:

1. Risolvere il sistema $L*\underline{y}=\underline{b}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}*\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 \\ -y_1 + y_2 = -4 \\ y_1 + 2y_2 + y_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -2 \\ y_3 = -2 + 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -2 \\ y_3 = 2 \end{cases}$$

$$\underline{y}=\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Risolvere il sistema $U*\underline{x}=\underline{y}$:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}*\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -2x_2 + 2x_3 = -2 \\ x_3 = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2-x_2-x_3}{3} \\ x_2 = \frac{-2-4}{-2} \\ x_3 = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2-3-2}{3} = -1 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Terzo esempio da considerare

Dato un sistema del tipo A$\underline{x}$=$\underline{b}$, dove la matrice A è la seguente:

$$A = L*U \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & \frac{13}{2} \\ -2 & -\frac{10}{3} & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

Si ottiene il seguente sistema di 9 equazioni in 9 incognite da risolvere:

$$\begin{cases} u_{11} = 2 \\ u_{12} = 2 \\ u_{13} = 1 \\ l_{21} * u_{11} = 1 \\ l_{21} * u_{12} + u_{22} = -1 \\ l_{21} * u_{13} + u_{23} = \frac{13}{2} \\ l_{31} * u_{11} = -2 \\ l_{31} * u_{12} + l_{32} * u_{22} = -\frac{10}{3} \\ l_{31} * u_{13} + l_{32} * u_{23} + u_{33} = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{11} = 2 \\ u_{12} = 2 \\ u_{13} = 1 \\ l_{21} = \frac{1}{2} \\ u_{22} = -1 - \left(2 * \frac{1}{2}\right) = -2 \\ u_{23} = \frac{13}{2} - \left(\frac{1}{2} * 1\right) = 6 \\ l_{31} = -1 \\ l_{32} = \frac{-\frac{10}{3} - ((-1)*2)}{-2} = \frac{2}{3} \\ u_{33} = 6 - ((-1) * 1) - \left(\frac{2}{3} * 6\right) = 3 \end{cases}$$

Quindi, le matrici L e U risultanti sono:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -1 & \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix} \qquad U = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

I vettori colonna del sistema da considerare, ossia $\underline{b}$ e $\underline{x}$, sono rappresentati da:

$$\underline{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -15 \\ -24 \end{pmatrix} \qquad \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Applicando la fattorizzazione LU:

$$A*\underline{x}=\underline{b} \leftrightarrow L*(U*\underline{x})=\underline{b} \leftrightarrow L*\underline{y}=\underline{b}$$

Con il vettore colonna $\underline{y}$ costituito da:

$$\underline{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

A questo punto, bisogna svolgere i seguenti passaggi:

1. Risolvere il sistema L*$\underline{y}$=$\underline{b}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -1 & \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -15 \\ -24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y_1 = 6 \\ \frac{1}{2}y_1 + y_2 = -15 \\ -y_1 + \frac{2}{3}y_2 + y_3 = -24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 6 \\ y_2 = -18 \\ y_3 = -24 + 6 + 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 6 \\ y_2 = -18 \\ y_3 = -6 \end{cases}$$

$$\underline{y}=\begin{pmatrix} 6 \\ -18 \\ -6 \end{pmatrix}$$

2. Risolvere il sistema U*$\underline{x}$=$\underline{y}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -18 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ -2x_2 + 6x_3 = -18 \\ 3x_3 = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x_1 = 6 - 2x_2 - x_3 \\ -2x_2 = -18 + 12 \\ x_3 = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x_1 = 6 - (2 * 3) - (-2) = 1 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\underline{x}=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Costo computazionale

Il metodo di fattorizzazione LU comprende due fasi:

1. Fattorizzazione LU, che richiede circa $n^3/3$ operazioni, con n che rappresenta l'ordine della matrice;
2. Sostituzione in avanti e all'indietro, ciascuna delle quali richiede circa n^2 operazioni.

Complessivamente, il numero totale di operazioni è circa pari a $(n^3/3)+(2n^2)$. Se n è molto grande, il metodo richiede circa $n^3/3$ operazioni.

Implementazione su MATLAB

Per l'implementazione del metodo di fattorizzazione di Doolittle su MATLAB, sono stati realizzati 8 file di estensione ".m": un main, che coincide con il file da mandare in esecuzione per far partire il programma, e 7 funzioni di assistenza al main stesso, che contengono operazioni di controllo dei valori inseriti in input, di riempimento delle matrici e dei vettori richiesti dal metodo in maniera automatica o manuale e di esecuzione vera e propria di tutti i passaggi precedentemente illustrati.

Il nome del file corrispondente al main è “main_doolittle.m”. Al suo interno, è possibile trovare nell’ordine:

- I passaggi di rimozione degli elementi dal workspace, di chiusura delle figure e dei grafici aperti e di pulizia della finestra di comando, rispettivamente attraverso “clear all”, “close all” e “clc”;
- L’inizializzazione dell’intervallo dei valori entro cui devono essere contenuti gli elementi della matrice A e del vettore colonna $\underline{b}$ e dell’ordine massimo consentito per la matrice A;
- Il messaggio di esplicitazione del metodo implementato, con annesso comando per interrompere in anticipo l’esecuzione del programma;
- Il richiamo della funzione “dati_input”;
- Il riempimento di questi ultimi due in base alla modalità scelta dall’utente e ottenuta come output della funzione “dati_input”;
- La visualizzazione sulla finestra di comando della matrice A e del vettore colonna $\underline{b}$;
- Il richiamo delle funzioni “doolittle” e “calcolo_costo_computazionale”;
- Il calcolo in valore assoluto e l’arrotondamento dell’errore percentuale nell’individuare il costo computazionale, ottenuto confrontando il numero di operazioni previste e quello delle operazioni realmente effettuate, valori ottenuti dalle ultime due funzioni richiamate;
- La rimozione dal workspace di variabili di cui non è necessaria la visualizzazione ai fini del metodo implementato.

Le 7 funzioni realizzate, invece, hanno per nome:

1. “calcolo_costo_computazionale”;
2. “dati_input”;
3. “doolittle”;
4. “riempimento_automatico_matrice”;
5. “riempimento_automatico_vettore”;
6. “riempimento_manuale_matrice”;
7. “riempimento_manuale_vettore”.

Ognuna è presente nel relativo file di estensione “.m”.

La funzione “calcolo_costo_computazionale”:

- Riceve in input 1 parametro:
    1. “A”, che rappresenta la matrice dei coefficienti del sistema iniziale $A\underline{x}=\underline{b}$.
- Fornisce in output 1 valore:
    1. “n_op_p”, che corrisponde al numero di operazioni previste, necessario per calcolare il costo computazionale preventivato.
- Svolge le seguenti operazioni:

   1. Calcola l'ordine della matrice A, che è possibile identificare nel programma con la variabile "ordine";
   2. Se "ordine" dovesse essere inferiore a 100, calcola "n_op_p" mediante la seguente formula: $(ordine^3/3)+(2*ordine^2)$;
   3. Se, invece, "ordine" dovesse essere almeno pari a 100, calcola "n_op_p" attraverso la seguente formula: $ordine^3/3$.

La funzione "dati_input":

- Riceve in input 1 parametro:
   1. "ordine_max", che rappresenta il massimo ordine consentito per la matrice A, impostabile nel file "main_doolittle.m" e settato di default a 10.
- Fornisce in output 3 valori:
   1. "equazioni", che corrisponde al numero di equazioni scelto dall'utente per il sistema $A\underline{x}=\underline{b}$;
   2. "elementi", che coincide con il numero di elementi di cui è costituita la matrice A;
   3. "creazione", che indica la modalità di creazione della matrice A e del vettore colonna $\underline{b}$ scelta dall'utente.
- Svolge le seguenti operazioni:
   1. Inizializza i valori di "equazioni" e "creazione" a 0, al fine di permettere l'attraversamento dei successivi cicli while proposti;
   2. All'interno di due cicli while successivi, richiede di inserire per la variabile "equazioni" un valore numerico compreso tra 1 e l'ordine massimo consentito per la matrice A, ossia 10 nel caso in questione, e per la variabile "creazione" un valore numerico che sia 1 o 2, controllando eventuali errori e ripetendo la precedente richiesta in caso di operazione non andata a buon fine;
   3. Calcola la variabile "elementi" come quadrato di "equazioni".

La funzione "doolittle":

- Riceve in input 2 parametri:
   1. "A";
   2. "b", che rappresenta il vettore colonna dei termini noti del sistema iniziale $A\underline{x}=\underline{b}$.
- Fornisce in output 5 valori:
   1. "L", che corrisponde alla matrice triangolare inferiore di "A";
   2. "U", che coincide con la matrice triangolare superiore di "A";
   3. "y", che esprime il vettore colonna dato dal prodotto tra la matrice "L" e il vettore "x";
   4. "x", che indica il vettore colonna contenente le soluzioni del sistema di partenza;
   5. "n_op", che è il numero di operazioni realmente svolte, fondamentale per individuare il costo computazionale effettivo.
- Svolge le seguenti operazioni:
   1. Inizializza "n_op" a 0;

   2. Calcola il numero di righe e colonne della matrice “A” e il numero di righe del vettore colonna “b”;
   3. Inizializza “x” e “y” a due vettori costituiti da n righe, una colonna e soli elementi 0;
   4. Decompone la matrice “A” mediante fattorizzazione di Doolittle, usufruendo di un ciclo for con, al suo interno, due coppie di altri cicli for annidati, tutti con indice crescente;
   5. Calcola le soluzioni di $L\underline{y}=\underline{b}$ tramite due cicli for, uno annidato nell’altro ed entrambi con indice crescente;
   6. Calcola le soluzioni di $U\underline{x}=\underline{y}$ attraverso due cicli for, anche in questo caso uno annidato nell’altro, ma con quello esterno con indice decrescente e quello interno con indice crescente;
   7. Inizializza “L” alla matrice identità costituita dallo stesso numero di righe e colonne di “A”;
   8. Pone “U” uguale alla matrice triangolare superiore di “A”;
   9. Somma agli elementi di “L” quelli della matrice triangolare inferiore di “A”.

La funzione “riempimento_automatico_matrice”:

- Riceve in input 2 parametri:
   1. “intervallo”, che indica l’insieme dei valori di cui fanno parte gli elementi di A, impostabile nel file “main_doolittle.m” e settato di default a [-25, 25];
   2. “equazioni”.
- Fornisce in output 1 valore:
   1. “A”.
- Svolge la seguente operazione:
   1. Crea la matrice “A” di dimensione “equazioni”×”equazioni”, inserendo al suo interno elementi casuali compresi nell’intervallo in precedenza specificato, ossia [-25, 25] nel caso considerato.

La funzione “riempimento_automatico_vettore”:

- Riceve in input 2 parametri:
   1. “intervallo”;
   2. “equazioni”.
- Fornisce in output 1 valore:
   1. “b”.
- Svolge la seguente operazione:
   1. Crea la matrice “b” di dimensione “equazioni”×1, inserendo al suo interno elementi casuali compresi nel medesimo intervallo [-25, 25].

La funzione “riempimento_manuale_matrice”:

- Riceve in input 3 parametri:
   1. “intervallo”;
   2. “elementi”;
   3. “equazioni”.

- Fornisce in output 1 valore:
    1. “A”.
- Svolge le seguenti operazioni:
    1. Inizializza la matrice “A” e del vettore riga utilizzato per inserire riga per riga gli elementi in “A”, rispettivamente, a una matrice vuota e a un vettore vuoto;
    2. Inizializza gli indici che identificano riga e colonna a 1;
    3. Inizializza l’elemento da inserire nella matrice “A” all’estremo superiore di “intervallo” sommato 1, al fine di permettere l’attraversamento del successivo ciclo while proposto;
    4. Per un numero di volte pari a “elementi”, all’interno di un ciclo while, richiede di inserire per l’elemento da immettere nella matrice “A” un valore numerico compreso tra l’estremo inferiore e l’estremo superiore di “intervallo”, in altre parole tra -25 e 25 in questo caso, controllando eventuali errori e ripetendo la precedente richiesta in caso di operazione non andata a buon fine;
    5. Aggiunge l’elemento appena inserito nel vettore riga utilizzato per immettere gli elementi in “A” riga per riga e incrementa il contatore della colonna;
    6. Controlla se l’indice di colonna è pari il numero di colonne della matrice “A” sommato 1;
    7. Se l’uguaglianza precedente si verifica, aggiunge gli elementi del suddetto vettore riga alla matrice “A”, inizializza quest’ultimo a un vettore vuoto, incrementa l’indice di riga e inizializza quello di colonna a 1;
    8. Inizializza nuovamente l’elemento da inserire nella matrice “A” all’estremo superiore di “intervallo” sommato 1.

La funzione “riempimento_manuale_vettore”:

- Riceve in input 2 parametri:
    1. “intervallo”;
    2. “equazioni”.
- Fornisce in output 1 valore:
    1. “b”.
- Svolge le seguenti operazioni:
    1. Inizializza il vettore colonna “b” a un vettore vuoto;
    2. Inizializza l’elemento da inserire nel vettore colonna “b” all’estremo superiore di “intervallo” sommato 1, al fine di permettere l’attraversamento del successivo ciclo while proposto;
    3. Per un numero di volte pari a “equazioni”, all’interno di un ciclo while, richiede di inserire per l’elemento da immettere nel vettore colonna “b” un valore numerico compreso tra l’estremo inferiore e l’estremo superiore di “intervallo”, vale a dire tra -25 e 25 nel caso in questione, controllando eventuali errori e ripetendo la precedente richiesta in caso di operazione non andata a buon fine;
    4. Aggiunge l’elemento appena inserito nel vettore colonna “b”;
    5. Inizializza nuovamente l’elemento da inserire nella matrice “A” all’estremo superiore di “intervallo” sommato 1.