LUIS ALEJANDRO RODRIGUEZ ARENAS

COD. 202321287

DINÁMICA DE SISTEMAS MECÁNICOS

PROBLEM SETS

ej 1 Resumen gráfico conceptos semana 1

Velocidad

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

$$v_{AV} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \therefore v = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Aceleración

$$a_{AV} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \therefore a = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{d^2 t} = \ddot{s}$$

Nota que la aceleración sería positiva si la partícula tuviera v negativa y se estuviera deteniendo.

Ahora si tomamos

3 $v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$ 1 $a = \frac{dv}{dt}$

$$\therefore v\,dt = ds$$

$$\therefore dt = \frac{ds}{v}$$

$$\therefore dt = \frac{dv}{a}$$ ¿Isn't this a math sin?

$$\therefore \frac{dv}{a} = \frac{ds}{v}$$

$$\therefore v\,dv = a\,ds$$ 2

ó $\dot{s}\,d\dot{s} = \ddot{s}\,ds$

Integración para ACELERACIÓN CONSTANTE

1 $\int_{t_0}^{t_f} a\,dt = \int_{v_0}^{v_f} dv$ 2 $\int_{v_0}^{v_f} v\,dv = \int_{s_0}^{s_f} a\,ds$

$$a(t_f - t_i) = v_f - v_i \qquad \frac{\Delta v^2}{2} = a\,\Delta s$$

$$v_f = a\Delta t - v_i \qquad v_f^2 = 2a\Delta s + v_0^2$$

y finalmente al sustituir con 3 e integrar resp t...

$$\int_{t_0}^{t_f} (a\Delta t - v_i)\,dt = \int_{s_0}^{s_f} \frac{ds}{\cancel{dt}}$$

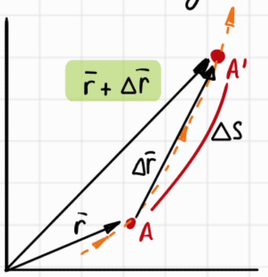
$$a\frac{t^2}{2} - v_i t = S_f - S_i$$

Para aceleración dada como función del tiempo

$$\int f(t)\,dt = \int \frac{dv}{\cancel{dt}}$$

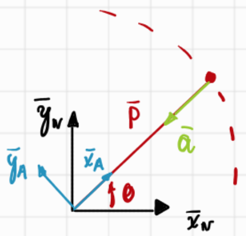
$$v_f = v_i + \int_0^t f(t)\,dt$$

Time derivate of a vector



$$v_{AV} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}$$

Ejercicio en clase, motocicleta en la rueda de la muerte



$$\bar{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_N$$

$$\bar{P} = x\,\hat{x}_n + y\,\hat{y}_n$$

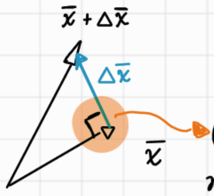
$$\bar{P} = R\,\hat{x}_A + 0\,\cancel{\hat{y}_A}$$

Hay una ventaja clara

Ahora derivemos pero $\hat{x}_n$ no cambia

$$\dot{\bar{P}} = \bar{v} = \dot{x}\,\hat{x}_n + \cancel{x\dot{\hat{x}}_n} + \dot{y}\,\hat{y}_n + \cancel{y\dot{\hat{x}}_n}$$

$$\dot{\bar{P}} = \dot{R}\cdot\cancel{\hat{x}_n} + R\,\dot{\hat{x}}_A$$ pero $\dot{R}$ es 0



Cuando es muy chiquito

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(x)}{\Delta t}$$

El chiste es que $\dot{\hat{x}}_A = \hat{y}_A$ en dirección

demalicamente

$\dot{\bar{P}} = R\,\hat{y}_A$, derivamos matemáticamente porque es tangencial pero ayo falta la magnitud

$\dot{\bar{P}} = R\,\dot{\theta}\,\hat{y}_A$, nota que $\dot{\theta} = \omega$, y ωr es la $v_{tangencial}$

$$\dot{a} = \ddot{\theta} R\,\hat{y}_A + R\dot{\theta}\,\dot{\hat{y}}_A$$ es igual a $-\hat{x}_A$

$$\dot{a} = \ddot{\theta} R\,\hat{y}_A - R\dot{\theta}^2\,\hat{x}_A$$

Aquí de nuevo agregamos la magnitud

Este vector va hacia adentro

Aceleración tangencial (que es 0 cuando no acelera en la tangente)

a_c

y como $F = ma$, ya podemos hacer DCL

$$F = ma$$

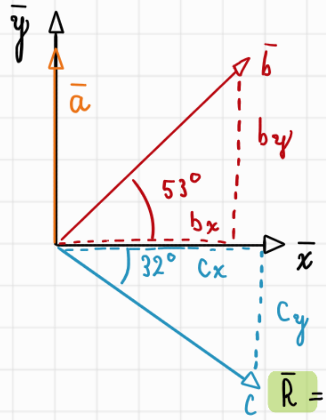
$$\mu ma = mg$$

$$\mu \cancel{m} R\dot{\theta}^2 = \cancel{m}g$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{g/\mu R}$$

$$v = \sqrt{Rg/\mu}$$

ej2 $\|\bar{a}\| = 10$, $\|\bar{b}\| = 20$, $\|\bar{c}\| = 35$



1. Componentes x-y de cada vector

$\bar{a} = 0\hat{x} + 10\hat{y}$

$\bar{b} = 12.04\hat{x} + 15.97\hat{y}$, $20\sin(53°) = b_y = 15.97$

$\bar{c} = 29.68\hat{x} - 18.55\hat{y}$ $\quad 20\cos(53°) = b_x = 12.04$

$35\sin(-32°) = b_y = -18.55$

$35\cos(-32°) = b_x = 29.68$

$\bar{R} = \bar{a} + \bar{b} + c = 41.72\hat{x} + 7.42\hat{y}$

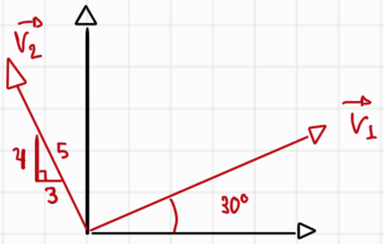
$\|R\| = \left((41.72\hat{x})^2 + (7.42\hat{y})^2\right)^{0.5} = 42.374$ $\qquad \theta_R = \tan^{-1}(7.42/41.72) = 10.08°$

$$\mathrm{proy}_{\bar{R}}(\bar{a}) = \frac{(0 * 41.72) + (10 * 7.42)}{42.374} = 1.751$$

$$\mathrm{proy}_{\bar{R}}(\bar{b}) = \frac{(12.04 * 41.72) + (15.97 * 7.42)}{42.374} = 14.65$$

$$\mathrm{proy}_{\bar{R}}(\bar{c}) = \frac{(29.68 * 41.72) + (-18.55 * 7.42)}{42.374} = 25.97$$

ej3 $\bar{V}_1, \bar{V}_2$ de mag V_1, V_2, det $\bar{V}_1 + \bar{V}_2$, $\bar{V}_1 - \bar{V}_2$, $\bar{V}_1 \times \bar{V}_2$, $\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_2$



$V_{1x} = V_1 \cos(30°) = \sqrt{3}/2\ V_1$

$V_{1y} = V_1 \sin(30°) = 1/2\ V_1$

$V_{2x} = 3/5 * V_1 \quad = 3/5\ V_2$

$V_{2y} = 4/5 * V_2 \quad = 4/5\ V_2$

$\bar{V}_1 + \bar{V}_2 = (\sqrt{3}/2\ V_1 + 3/5 V_2)\hat{x} + (1/2\ V_1 + 4/5 V_2)\hat{y}$

$\bar{V}_1 - \bar{V}_2 = (\sqrt{3}/2\ V_1 - 3/5 V_2)\hat{x} + (1/2\ V_1 - 4/5 V_2)\hat{y}$

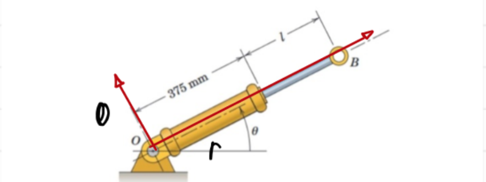
$\begin{pmatrix} V_{1x} & V_{2x} \\ V_{1y} & V_{2y} \end{pmatrix}$

$\bar{V}_1 \times \bar{V}_2 = (V_{1x} - V_{2y})(V_{2x} * V_{1y}) = (\sqrt{3}/2 V_1 * 4/5 V_2) - (3/5 V_2 * 1/2 V_1) = (V_1 V_2)((-3 + 4\sqrt{3})/10)$

$\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_2 = (\sqrt{3}/2\ V_1 * 3/5 V_2) + (1/2\ V_1 * 4/5 V_2) = V_1 \cdot V_2 \cdot 3\sqrt{3}/10 + V_2 \cdot V_1 \cdot 2/5 = V_1 \cdot V_2((4 + 3\sqrt{3})/10)$

ej4 Tomamos un punto de referencia en O y el marco $e_1 - e_\theta$ que sigue al punto B

A medida que el cilindro hidráulico gira alrededor de O, la longitud expuesta l del vástago del pistón P es controlada por la acción de la presión del aceite del cilindro. Si el cilindro gira a una velocidad contante de $\dot{\theta}$=60 deg/s y l esta decreciendo a una razón constante de 150 mm/s, calcule la velocidad v de la punta del cilindro B y su aceleración.



$r = l\hat{e}_r$

$\hat{e}_r$ es igual a $\hat{e}_\theta$ en dirección, solo que en magnitud esto no es verdad y por esto multiplicamos por $\dot{\theta}$

$\dot{r} = \dot{l}\hat{e}_r + l\dot{\hat{e}}_r = \dot{l}\hat{e}_r + l\dot{\theta}\hat{e}_\theta$

$\ddot{r} = \ddot{l}\hat{e}_r + \dot{l}\dot{\hat{e}}_r + \dot{l}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + (\ddot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{\theta}\dot{\hat{e}}_\theta)l$

Usamos coordenadas polares

de nuevo $\dot{\hat{e}}_r = \dot{\theta}\hat{e}_\theta$ y $\dot{\hat{e}}_\theta = -\dot{\theta}\hat{e}_r$

$\dot{\theta} = 60°/s$, $\ddot{\theta} = 0$

pero la magnitud de $\dot{\hat{e}}_r$ depende de que tan rápido gira, que es $\dot{\theta}$

$\ddot{r} = \ddot{l}\hat{e}_r + \dot{l}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{l}\dot{\theta}\hat{e}_\theta + l\ddot{\theta}\hat{e}_\theta - \dot{\theta}^2\hat{e}_r l$ $\qquad l = 125\,mm$, $\dot{l} = -150\,mm/s = \dot{r}$, $\ddot{l} = 0 = \ddot{r}$

$r = 375\,mm + l$

$\ddot{r} = \hat{e}_r(\cancel{\ddot{l}}^{\,0} - \dot{\theta}^2 l) + \hat{e}_\theta(\cancel{l\ddot{\theta}}^{\,0} + 2\dot{l}\dot{\theta})$

$$\ddot{r} = -\dot{\theta}^2 \ell\, \hat{e}_r + 2\dot{\ell}\dot{\theta}\,\hat{e}_\theta$$

Finalmente remplazamos con los datos del problema

$$v = -1.150\ m/s\ \hat{e}_r + (0.375+\ell)\frac{\pi}{3}\,\hat{e}_\theta$$

$$a = -\frac{\pi^2}{9}(0.375+\ell)\,\hat{e}_r - 0.1\pi\,\hat{e}_\theta$$

Las magnitudes son entonces

$$\|v\| = \sqrt{(-0.15)^2 + \left[(0.375+\ell)\frac{\pi}{3}\right]^2} \quad [mm/s]$$

$$\|a\| = \sqrt{\left[-\frac{\pi^2}{9}(0.375+\ell)\,\hat{e}_r\right] - (0.1\pi)^2} \quad [mm/s]$$