Dinámica de sistemas mecánicos

Cinemática de partículas

Jonathan Camargo

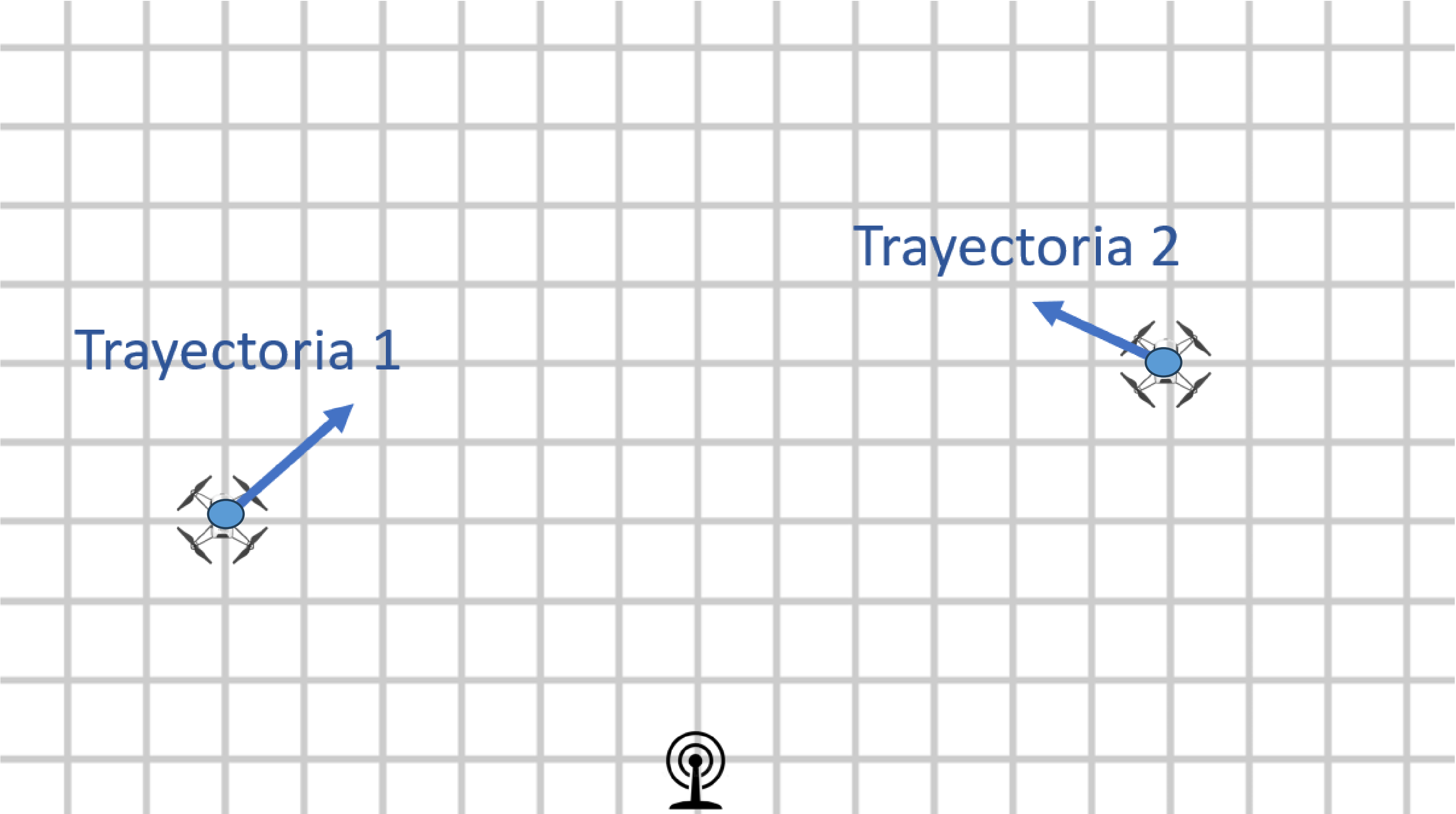
jon-cama@uniandes.edu.co

Universidad de los Andes Colombia

Temas

- Partícula
- Posición
- Sistemas de coordenadas
- Transformación de sistema de coordenadas
- Derivada de un vector

Partícula



Partícula

Punto en el espacio
No orientación
Solo posición y masa

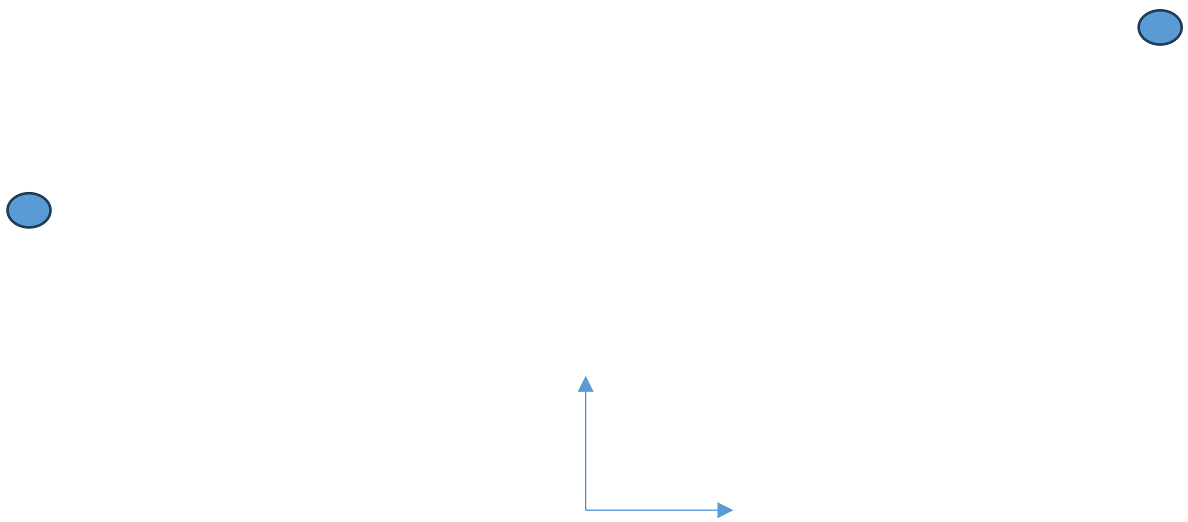
Partícula

Punto en el espacio

No orientación

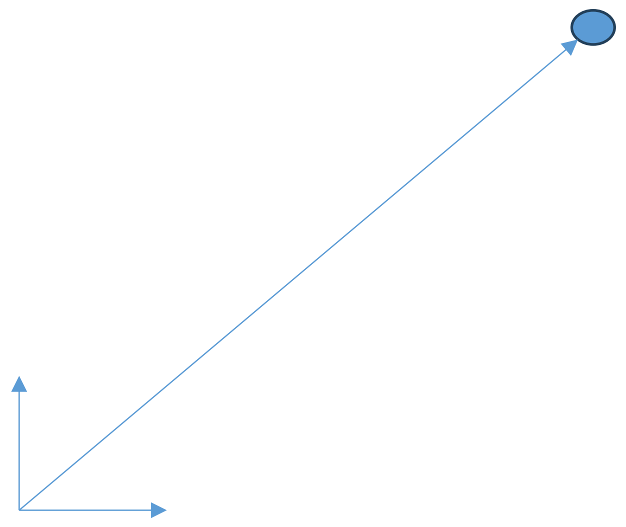
Solo **posición** y masa

$\mathbb{R}^2$ (o $\mathbb{R}^3$)

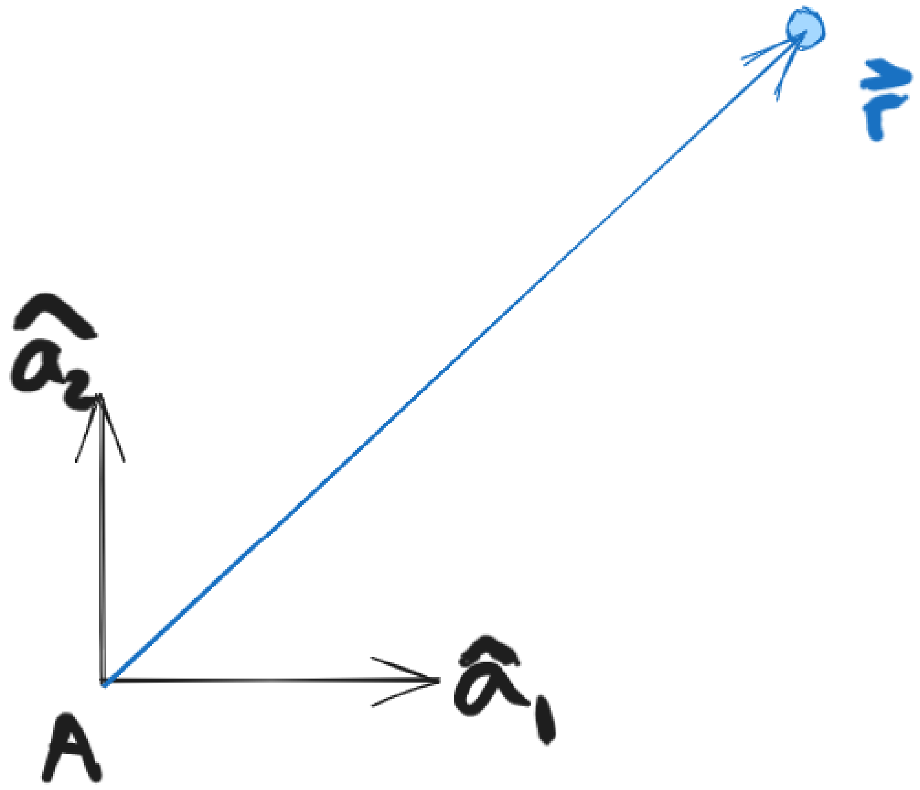


Posición

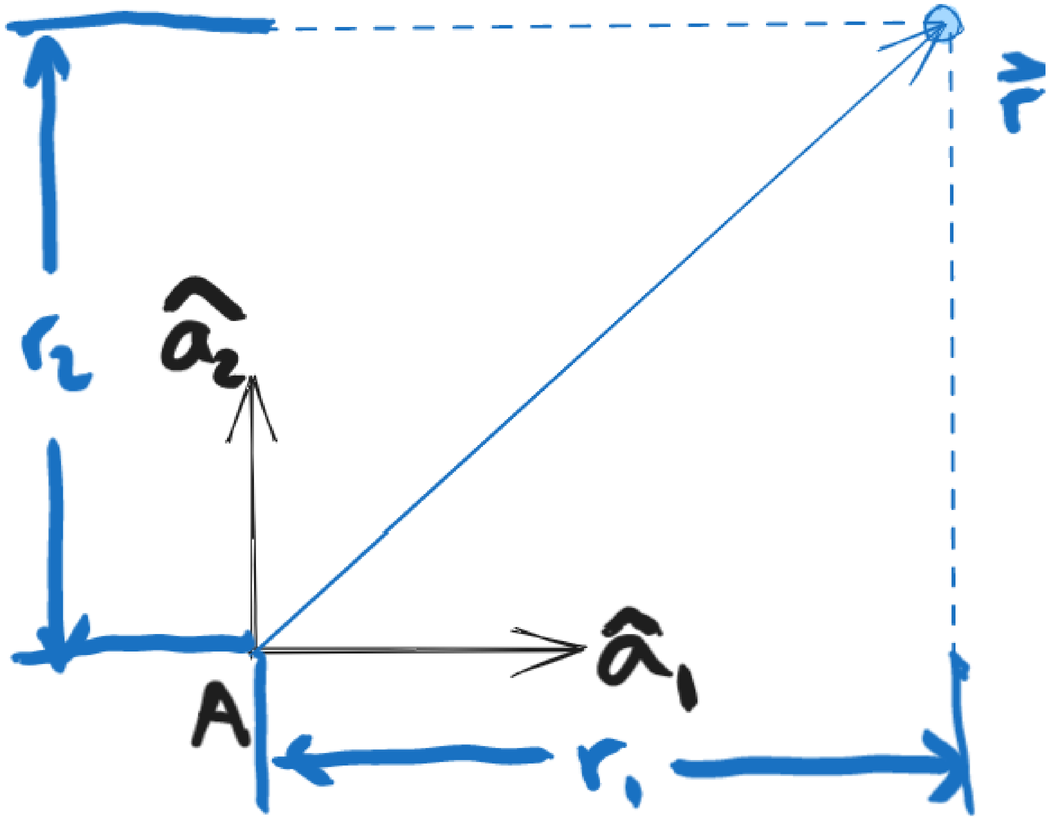
Posición



Posición



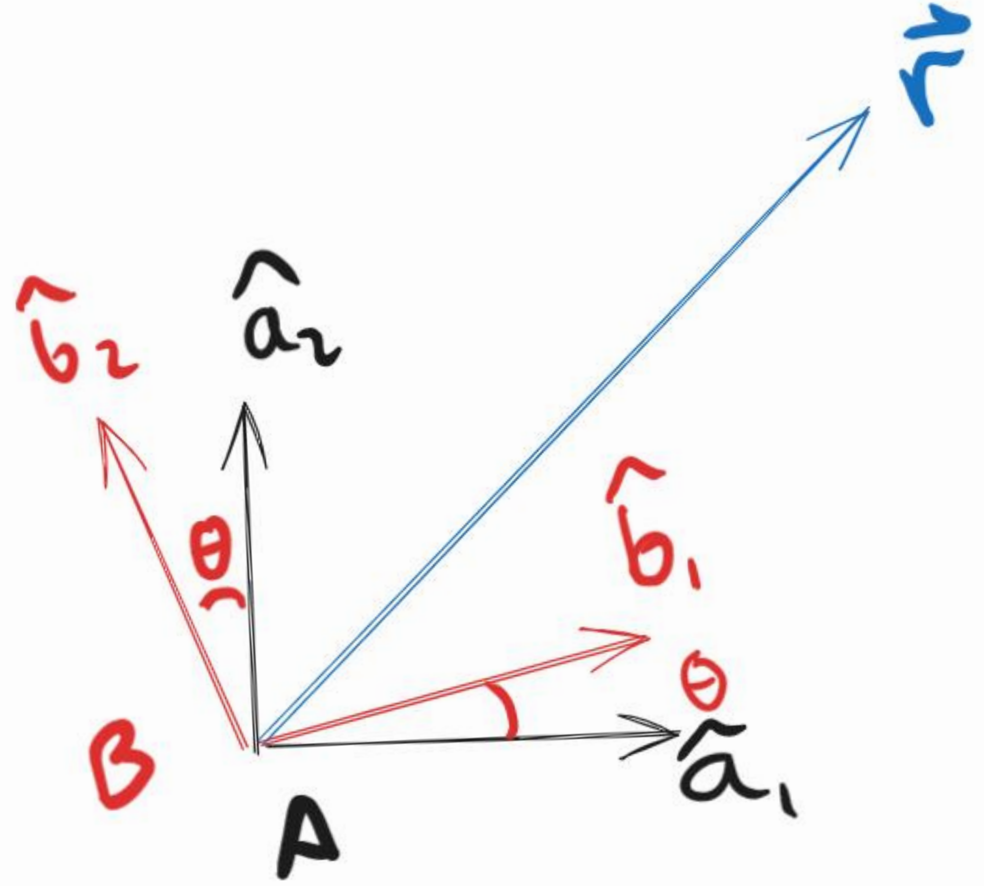
Posición



$$\vec{r} = r_1\,\hat{a}_1 + r_2\,\hat{a}_2$$

Sistemas de coordenadas

Sistemas de coordenadas



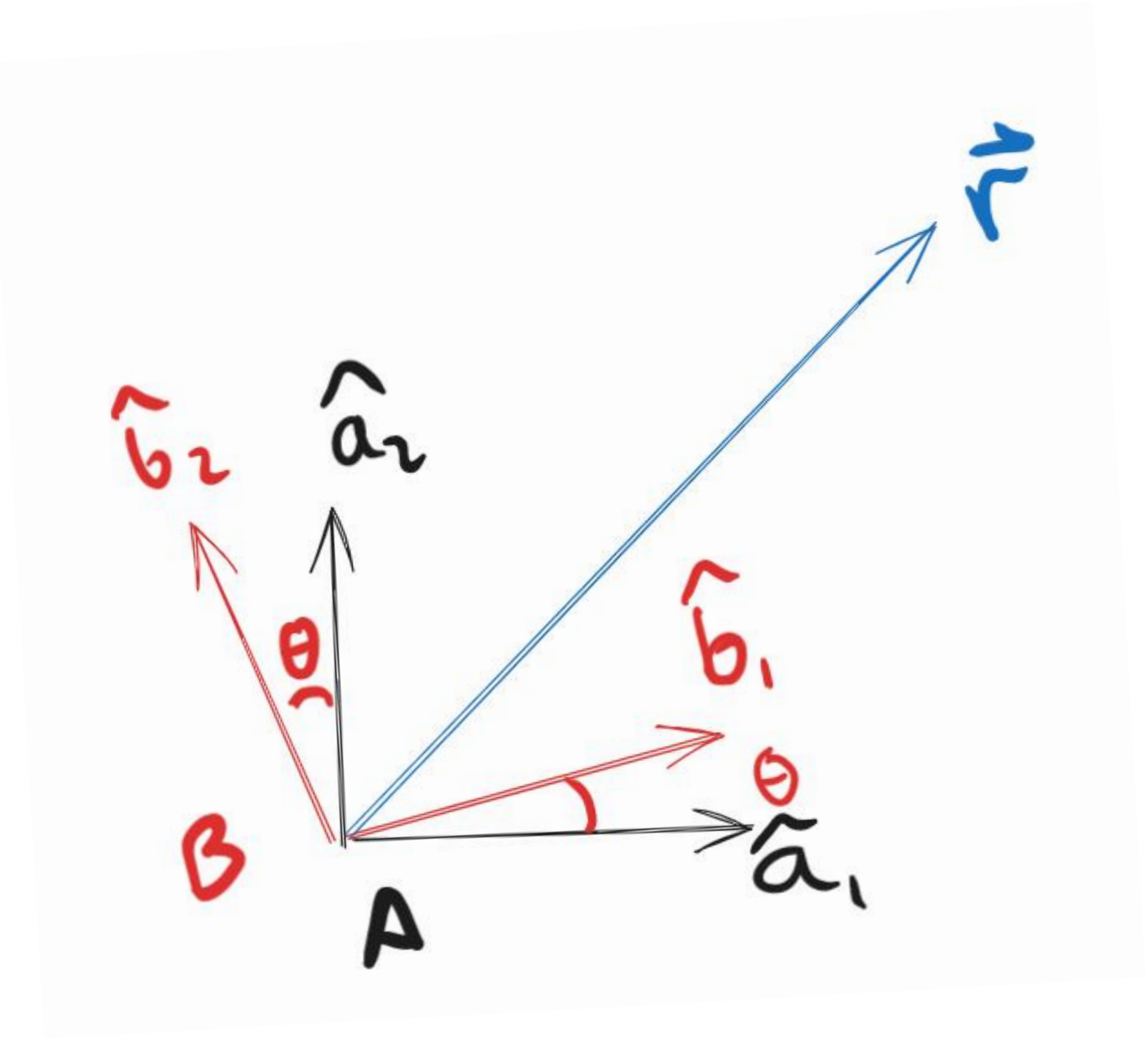
$$\vec{r} = r_1 \hat{a}_1 + r_2 \hat{a}_2$$

$$\hat{a}_1 = \cos\theta \, \hat{b}_1 - \sin\theta \, \hat{b}_2$$

$$\hat{a}_2 = \sin\theta \, \hat{b}_1 + \cos\theta \, \hat{b}_2$$

$$\vec{r} = (r_1 \cos\theta + r_2 \sin\theta)\, \hat{b}_1 + (r_2 \cos\theta - r_1 \sin\theta)\, \hat{b}_2$$

Sistemas de coordenadas



$$\vec{r} = (r_1 \cos\theta + r_2 \sin\theta)\,\hat{b}_1 + (r_2 \cos\theta - r_1 \sin\theta)\,\hat{b}_2$$

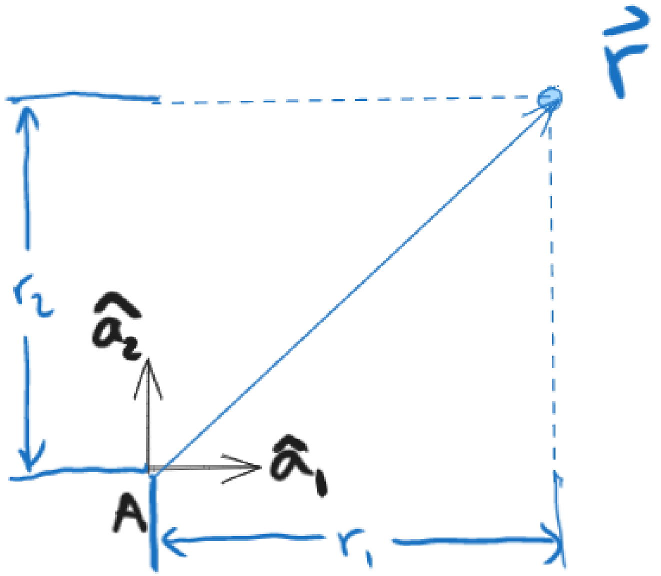
$$^{A}[\vec{r}] = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \qquad ^{B}[\vec{r}] = \begin{bmatrix} r_1 \cos\theta + r_2 \sin\theta \\ r_2 \cos\theta - r_1 \sin\theta \end{bmatrix}$$

$$^{B}[\vec{r}] = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}}\ \underbrace{\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}}$$

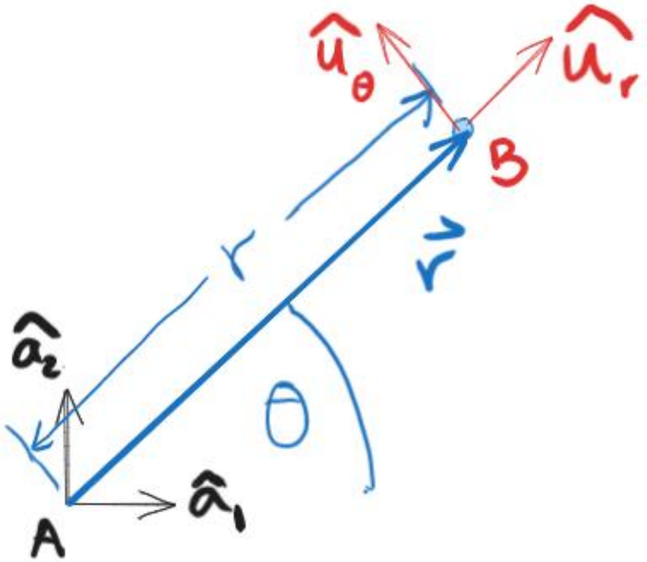
$$^{B}[\vec{r}] = [{}^{B}R^{A}]\ {}^{A}[\vec{r}]$$

Sistemas de coordenadas

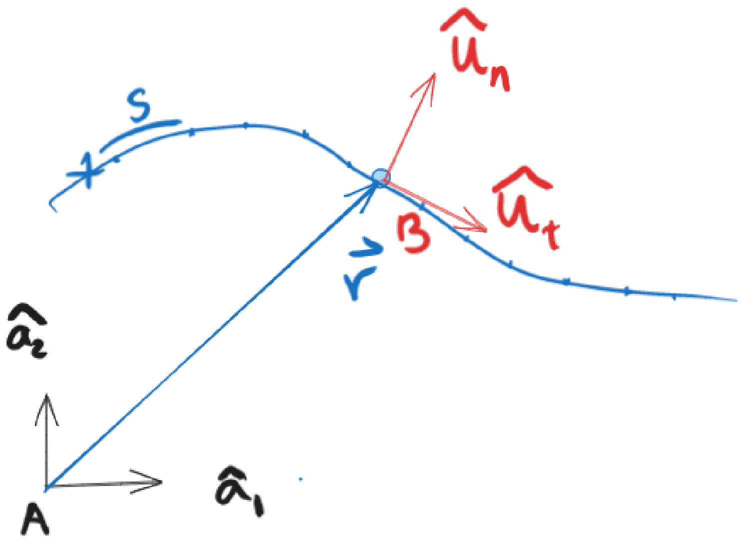
Cartesiano



Polar



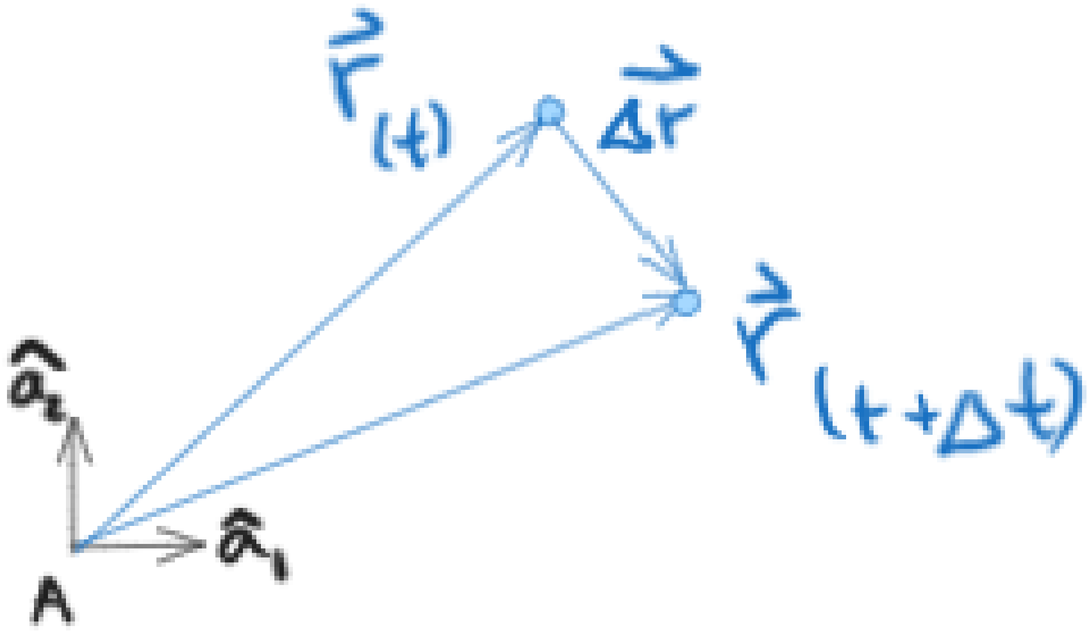
n-t



Derivada de un vector

Movimiento = cambio de posición

Derivada de un vector

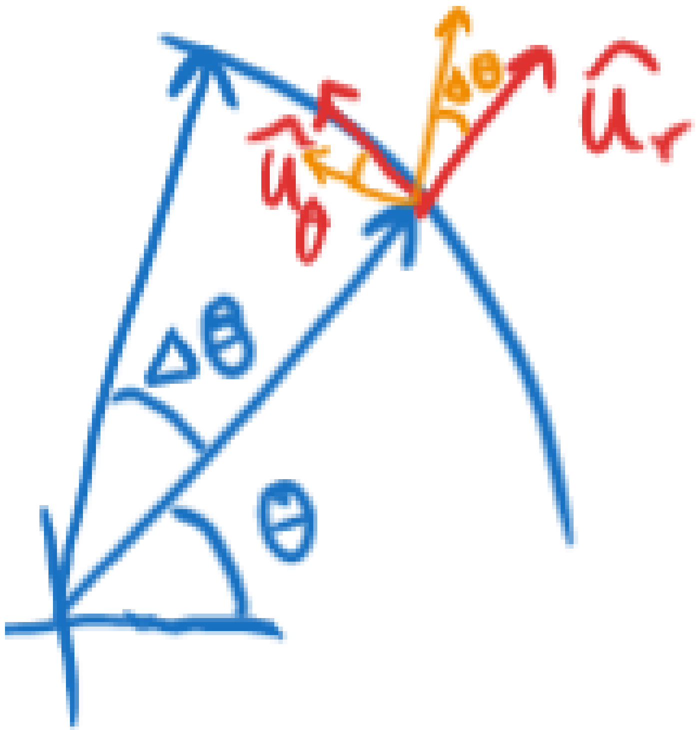


$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \dot{\vec{r}}$$

Derivada de un vector

En coordenadas polares

$$\boxed{\dot{\hat{u}}_r = \dot{\theta}\,\hat{u}_\theta} \qquad \boxed{\dot{\hat{u}}_\theta = -\dot{\theta}\,\hat{u}_r}$$



$$\vec{r} = r\,\hat{u}_r$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{r}\,\hat{u}_r + r\,\frac{d\hat{u}_r}{dt} = \dot{r}\,\hat{u}_r + r\,\dot{\theta}\,\hat{u}_\theta$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{r}\,\hat{u}_r + \underbrace{\dot{r}\,\dot{\theta}\,\hat{u}_\theta + \dot{r}\,\dot{\theta}\,\hat{u}_\theta} + r\,\ddot{\theta}\,\hat{u}_\theta + r\,\dot{\theta}\,\dot{\hat{u}}_\theta$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{r}\,\hat{u}_r + 2\dot{r}\,\dot{\theta}\,\hat{u}_\theta + r\,\ddot{\theta}\,\hat{u}_\theta - r\,\dot{\theta}^2\,\hat{u}_r$$