CÁLCULO III
Lista 16 M. Gonçalves e D. Flemming, Cálculo B, 2ª edição.

INTEGRAL DE SUPERFÍCIE DE UM CAMPO VETORIAL

Questão 1

2. Seja T a superfície exterior do tetraedro limitado pelos planos coordenados e o plano $x + y + z = 4$. Calcular

$$I = \iint_S (yz\,dydz + xz\,dzdx + xy\,dxdy),$$

onde:

a) S é a face da frente de T;

b) S é a face de T que está no plano xz;

Questão 2

4. Calcular $\iint_S \vec{f} \cdot \vec{n}\, dS$, sendo $\vec{f} = y\vec{i} - x\vec{j}$ e S a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ no 1º octante com a normal apontando para fora.

Questão 3

6. Calcular $I = \iint_S x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy$, onde S é a superfície exterior da semi-esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2,\ z \geq 0.$$

Questão 4

9. $\iint_S dydz + dzdx + dxdy$, onde S é a superfície exterior do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ delimitado pelos planos $z = 1$ e $z = 4$.

Questão 5

16. Determinar o fluxo do campo vetorial

$$\vec{f} = (2x, 2y, 2z),$$

através da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ interior ao cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ com normal exterior.

TEOREMA DE STOKES

Questão 1

2. $\oint\limits_C [(y + 2z)dx + (2z + x)dy + (x + y)dz]$,
onde C é a intersecção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ e $x = \frac{a}{2}$. Considerar os dois sentidos de percurso.

Questão 2

4. $\oint\limits_C (e^{x^2}dx + (x + z)dy + (2x - z)dz)$, onde C é o contorno da parte do plano $x + 2y + z = 4$ que está no 1º octante, no sentido anti-horário.

Questão 3

6. $\oint\limits_C [ydx + (x + y + 2z)dy + (x + 2y)dz]$, onde C é a intersecção do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $z = y$, orientada no sentido anti-horário.

Questão 4

8. $\oint\limits_C \vec{f} \cdot d\vec{r}$, sendo $\vec{f} = (e^{x^2} + 2y, e^{y^2} + x, e^{z^2})$ e C a elipse $x = \cos t$, $y = 2 \operatorname{sen} t$, $z = 2$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Questão 5

11. Calcular $\iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{g} \cdot \vec{n}dS$, sendo $\vec{g} = (xy^2, x, z^3)$ e S qualquer superfície suave delimitada pela curva

$$\vec{r}(t) = (2\cos t, 3 \operatorname{sen} t, 1), 0 \leq t \leq 2\pi,$$

com a normal apontando para cima.

TEOREMA DA DIVERGÊNCIA

Questão 1

12. $\displaystyle\iint_S [x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy]$, sendo S a superfície exterior do tetraedro delimitado pelos planos coordenados e pelo plano $x + y + z = 1$.

Questão 2

14. $\displaystyle\iint_S \vec{f} \cdot \vec{n}dS$, sendo $\vec{f} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} + 4z\vec{k}$ e S a superfície exterior do sólido delimitado pelos parabolóides

$$z = x^2 + y^2 - 9 \text{ e } z = -2x^2 - 2y^2 + 9.$$

Questão 3

17. $\displaystyle\iint_S [x\,dydz + y\,dzdx + z\,dxdy]$, sendo S a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ abaixo do plano $z = \dfrac{1}{2}$, com normal exterior.

Questão 4

19. $\displaystyle\iint_S (2dydz + 3dzdx - 5dxdy)$, onde S é a superfície do parabolóide $z = 9 - x^2 - y^2$ acima do plano $z = 0$.

Questão 5

22. Verificar o teorema da divergência para

$$\vec{f} = (2xy + z)\vec{i} + y^2\vec{j} - (x + 3y)\vec{k}$$

tomado no sólido limitado por $x + y + 2z = 6$, $x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$.