

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Centro de Ciências, Tecnologias e Saúde - Campus Araranguá
Coord. Especial de Física, Química e Matemática

III Prova de Cálculo III - Engenharia de Computação e Engenharia de Energia -
09/12/2020

Orientações:

- 1: A prova deve ser manuscrita (não aceitarei provas digitadas);
- 2: As fotos devem ser tiradas na vertical. Você pode tirar foto na horizontal, desde que a escrita também esteja na horizontal;
- 3: A prova deve ser enviada em **arquivo único** via moodle, no link correspondente.
- 4: O nome do arquivo deve seguir o padrão **P3-CIII-SeuNomeCompleto.pdf**;
- 5: O tempo de duração da prova será de 48h, com início às 18h do dia 09/12 e prazo máximo de postagem às 18h do dia 11/12.
- 6: Sugestões de aplicativos para converter corretamente seu PDF: CamScanner ou Google Drive. Antes de postar seu PDF, verifique a qualidade do mesmo.

Realize seus cálculos de forma organizada. Seja claro e sucinto. Respostas sem justificativa adequada serão desconsideradas.

Questão 1. Indique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas. Tudo que estiver sendo afirmado nas sentenças abaixo, seja verdadeiro ou falso, deve ser justificado a partir do que foi trabalhado nas videoaulas ao longo do semestre.

(a) (0,5 pt) A sequência $\left\{ \frac{5^n}{2^{n^2}} \right\}_{n=1}^{+\infty}$ é estritamente decrescente e convergente.

(b) (0,5 pt) Se $\lim_{k \rightarrow \infty} (k^2 u_k) = 5$, então a série $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ convergirá.

(c) (0,5 pt) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha^k}{k^\alpha}$ converge para todo $\alpha > 0$.

(d) (1,0 pt) A série $\sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{\ln(k)} \right)^k$ converge condicionalmente.

(e) (1,0 pt) A série $1 + \frac{1 \cdot 3}{3!} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{5!} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{7!} + \dots$ é divergente.

Questão 2. Verifique se as séries abaixo convergem ou divergem:

(a) (1,0 pt) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k(k+3)}{(k+1)(k+2)(k+5)}$

(b) (1,0 pt) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$

Questão 3. (2,0 pts) Determine a soma da série $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2x-3)^k}{4^{2k}}$, bem como seu intervalo de convergência.

Questão 4. (a) (0,5 pt) Escreva a função $f(x) = e^{x^4}$ como uma série de potências (usando a notação de somatório).

(b) (2,0 pts) Calcule $\int e^{x^4} dx$ como uma série de potências (usando a notação de somatório) e determine o intervalo de convergência e o raio de convergência do resultado.