A11

Carlos Luilguer Almeida Santos

1. $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{(-1)^K (x+1)^{2K+1}}{K^2+4}$

$a_K = \frac{(x+1)^{2K+1}}{K^2+4}$; $a_{K+1} = \frac{(x+1)^{2K+3}}{(K+1)^2+4}$

$\rho = \lim_{K\to\infty} \left|\frac{a_{K+1}}{a_K}\right| \Rightarrow \rho = \lim_{K\to\infty} \left|\frac{(x+1)^{2K+3}}{(K+1)^2+4} \cdot \frac{K^2+4}{(x+1)^{2K+1}}\right| = \left|\frac{\cancel{(x+1)^{2K}}.(x+1)^3}{(K+1)^2+4} \cdot \frac{K^2+4}{\cancel{(x+1)^{2K}}.(x+1)}\right|$

$'' = \left|(x+1)^2 \cdot \frac{K^2+4}{K^2+2K+5}\right| \Rightarrow \rho = |(x+1)^2| \cdot \lim_{K\to\infty} \left|\frac{\cancel{K^2}+4}{\cancel{K^2}+2K+5}\right|^{1} \Rightarrow \rho = |(x+1)^2| \cdot 1$

$\rho = |(x+1)^2| < 1$ $\quad (x+1)=0$

$\rho = |x+1| < 1$ $\quad x_0 = -1$

$-1 < x+1 < 1$

$-1-1 < x+1-1 < 1-1$ $\quad$ -2 $\quad$ -1 $\quad$ 0

$-2 < x < 0$ $\quad R = 1$

Se $x = 0$ ou $x = -2$

p/ $x = 0$

$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{(0+1)^{2K+1}}{K^2+4} \Rightarrow \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(1)^1 . (1)^{2K}}{K^2+4} \Rightarrow \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2}$ p-série

$p = 2 > 1 \to$ converge

Pelo Teste da integral:

$f(x) = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \int_1^{\infty} f(x)dx \Rightarrow \lim_{b\to+\infty} \int_1^b 1/x^2 \, dx \Rightarrow \int_1^b x^{-2} dx \Rightarrow \left[-1/x\right]_1^b \Rightarrow \left[-1/b - (-1/1)\right]$

$\Rightarrow \lim_{b\to\infty} \left[-\cancel{1/b} + 1\right] = 1 \to$ converge

p/ $x = -2$

$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2K+1}}{K^2+4} \Rightarrow \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(-2+1)^{2K+1}}{K^2+4} \Rightarrow \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2K+1}}{K^2+4}$

$= \frac{(-1)^3}{5} + \frac{(-1)^5}{8} + \frac{(-1)^7}{13}$

tilibra

. Pelo Teste da comparação

$b_k = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ → converge

$= \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots$

$a = 1$

$r = 1/4$ → $|r| < 1$ → converge

$a_k = \frac{(-1)^{2k+1}}{k^2+4}$

$\frac{(-1)^{2k+1}}{k^2+4} < \frac{1}{k^2}$

↳ pelo denominador, pode-se perceber que será sempre menor. Assim, se a série a_k ("maior") convergir, então a b_k ("menor") também convergirá.

. Por fim,

Intervalo de convergência: $[-2, 0]$

Raio de convergência: 1