Atividade Avaliativa - 04

Carlos Luilquer Almeida Santos

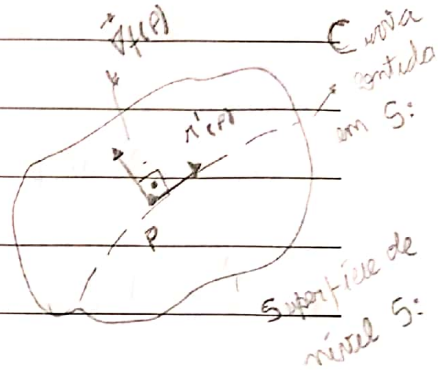
1) Seja uma curva C: contida em uma superfície de nível S: $f(x, y, z) = k$ e um ponto $P = (2, 0, 2)$. Determine a equação da reta normal ao paraboloide elíptico $z = x^2 + y^2$ que passa pelo ponto P.

Atividade Avaliativa 04

Carlos Luilquer Almeida Santos

De acordo com a proposição, no espaço (3D) o gradiente ($\vec{\nabla} f(P)$) é um vetor normal à superfície de nível $f(x,y,z)=K$:

$$\vec{\nabla} f(P) \perp f(x,y,z)=K$$



Assim:

$$z = x^2+y^2$$
$$x^2+y^2-z=0$$
$$f(x,y,z)=K$$

Por outro lado, o gradiente pode ser obtido por:

$$\vec{\nabla} f(P) = \frac{\partial f(P)}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial f(P)}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial f(P)}{\partial z}\hat{k}$$
$$\vec{\nabla} f(P) = 2x + 2y - 1$$
$$\vec{\nabla} f(2,0,2) = 2(2) + 2(0) - 1$$
$$\vec{\nabla} f(2,0,2) = 4\hat{i} + 0\hat{j} - 1\hat{k}$$

Logo, para determinar a equação da reta normal ao paraboloide no ponto P necessita-se de:

$P=(2,0,2)$

$\vec{u} = \vec{\nabla} f(P) = (4,0,-1)$

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = 2 + 4t \\ y(t) = 0 + 0t \\ z(t) = 2 - t \end{cases}$$

$$\therefore \vec{r}(t) = (2+4t)\hat{i} + 0\hat{j} + (2-t)\hat{k}$$