

LISTA 18 – SÉRIES INFINITAS E TESTE DA INTEGRAL

James Stewart, Cálculo , v. 2

1. (a) Qual é a diferença entre uma sequência e uma série?
(b) O que é uma série convergente? O que é uma série divergente?
2. Explique o significado de se dizer que $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$.
- 3–4 Calcule a soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ cuja somas parciais são dadas.
3. $s_n = 2 - 3(0,8)^n$
4. $s_n = \frac{n^2 - 1}{4n^2 + 1}$

16. (a) Explique a diferença entre

$$\sum_{i=1}^n a_i \quad \text{e} \quad \sum_{j=1}^n a_j$$

(b) Explique a diferença entre

$$\sum_{i=1}^n a_i \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^n a_j$$

17–26 Determine se a série geométrica é convergente ou divergente.

Se for convergente, calcule sua soma.

17. $3 + 4 + \frac{16}{3} + \frac{64}{9} + \dots$

18. $\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 + \dots$

19. $10 - 2 + 0,4 - 0,08 + \dots$

20. $1 + 0,4 + 0,16 + 0,064 + \dots$

21. $\sum_{n=1}^{\infty} 6(0,9)^{n-1}$

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(-9)^{n-1}}$

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n}$

24. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{2})^n}$

25. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^n}{3^{n+1}}$

26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^{n-1}}$

27–42 Determine se a série é convergente ou divergente. Se for convergente, calcule sua soma.

27. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \dots$

28. $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{27} + \frac{2}{81} + \frac{1}{243} + \frac{2}{729} + \dots$

29. $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k^2}{k^2 - 1}$

30. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k(k+2)}{(k+3)^2}$

31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}$

32. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{2^n}$

33. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{2}$

34. $\sum_{n=1}^{\infty} [(0,8)^{n-1} - (0,3)^n]$

35. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)$

36. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^n}$

37. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\pi}{3}\right)^k$

38. $\sum_{k=1}^{\infty} (\cos 1)^k$

39. $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} n$

40. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5^n} + \frac{2}{n}\right)$

41. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{e^n} + \frac{1}{n(n+1)}\right)$

42. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^2}$

43–48 Determine se a série é convergente ou divergente expressando s_n como uma soma telescópica (como no Exemplo 7). Se for convergente, calcule sua soma.

43. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1}$

44. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$

45. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+3)}$

46. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{1}{n^2} - \cos \frac{1}{(n+1)^2} \right)$

47. $\sum_{n=1}^{\infty} (e^{1/n} - e^{1/(n+1)})$

48. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}$

3–8 Use o Teste da Integral para determinar se a série é convergente ou divergente.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n}}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+4}}$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$

9–26 Déterminez si la série est convergente ou divergente

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{0.85}}$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} (n^{-1.4} + 3n^{-1.2})$

11. $1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \frac{1}{125} + \dots$

12. $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{4}} + \frac{1}{5\sqrt{5}} + \dots$

13. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots$

14. $\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{11} + \frac{1}{14} + \frac{1}{17} + \dots$

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + 4}{n^2}$

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1}$

17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4}$

18. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n - 4}{n^2 - 2n}$

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 6n + 13}$

21. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

22. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}$

24. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2}{e^n}$

25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n^3}$

26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1}$