LISTA 9 – INTEGRAIS DE LINHA PARA CAMPOS ESCALARES

M. B. Gonçalves e D. M. Flemming – Cálculo B

Nos exercícios 1 a 19, calcular as integrais curvilíneas.

1. $\int_C (2x - y + z)\, ds$, onde C é o segmento de reta que liga $A(1, 2, 3)$ a $B(2, 0, 1)$.

2. $\int_C (3y - \sqrt{z})\, ds$, onde C é o arco de parábola $z = y^2$, $x = 1$ de $A(1, 0, 0)$ a $B(1, 2, 4)$.

3. $\int_C xz\, ds$, onde C é a intersecção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ com o plano $x = y$.

4. $\int_C |y|\, ds$, onde C é a curva dada por $y = x^3$ de $(-1, -1)$ a $(1, 1)$.

5. $\int_C y(x - z)\, ds$, onde C é a intersecção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e $x + z = 3$.

6. $\int_C (x + y)\, ds$, onde C é a intersecção das superfícies $z = x^2 + y^2$ e $z = 4$.

7. $\int_C 2xy\, ds$, onde C é o arco da circunferência $x^2 + y^2 = 4$ de $(2, 0)$ a $(1, \sqrt{3})$.

8. $\int_C x^2\, ds$, onde C é o arco da hipociclóide $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, $a > 0$, 1º quadrante.

9. $\int_C y^2\, ds$, *onde C é o 1º arco da ciclóide*

$\vec{r}(t) = 2(t - \operatorname{sen} t)\vec{i} + 2(1 - \cos t)\vec{j}$.

10. $\int_C (x^2 + y^2 + z^2)\, ds$, onde C é a intersecção das superfícies $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{16} = 1$ e $y = 2$.

11. $\int_C (x + y + z)\, ds$, onde C é o quadrado de vértices $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 1)$, $(0, 1, 1)$ e $(0, 0, 1)$.

12. $\int_C xy\, ds$, onde C é a elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

13. $\int_C xy^2(1 - 2x^2)\, ds$, onde C é a parte da curva de Gauss, $y = e^{-x^2}$, $A(0, 1)$ até $B\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)$.

14. $\int_C \dfrac{xy^2}{\sqrt{1 + 4x^2y^4}}\, ds$, onde C é a curva dada por $y = \dfrac{1}{1 + x^2}$, de $(0, 1)$ a $(1, 1/2)$.

15. $\int_C (|x| + |y|)\, ds$, onde C é o retângulo formado pelas retas $x = 0$, $x = 4$, $y = -1$ e $y = 1$.

16. $\int_C (x + y - 1)\, ds$, onde C é a parte da intersecção das superfícies $z = x^2 + y^2$ e $y = 1$ que está abaixo do plano $z = 5$.

17. $\int_C (x^2 + y^2 - z)\, ds$, onde C é a intersecção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 8z$ e $z = 4$.

18. $\int_C (x - y)\, ds$, onde C é o triângulo da Figura 9.17.

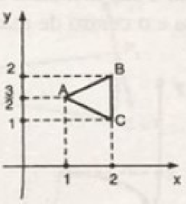

Figura 9.17

19. $\int_C y^2\, ds$, onde C é a semicircunferência da Figura 9.18.

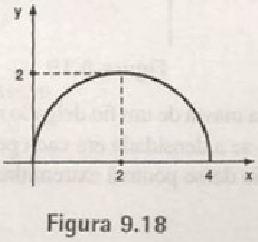

Figura 9.18

20. Um fio delgado é preso em dois suportes fixos de mesma altura, tomando a forma da catenária $y = \cosh x$, $-2 \leq x \leq 2$. Supondo que a densidade do fio seja a mesma em todos os pontos, calcular a massa do fio.

21. Dado um arame semicircular uniforme de raio 4 cm:

a) Mostrar que o centro de massa está situado no eixo de simetria a uma distância de $\frac{8}{\pi}$ cm do centro.

b) Mostrar que o momento de inércia em relação ao diâmetro que passa pelos extremos do arame é $8M$, sendo M a massa do arame.

22. Calcular a massa de arame cujo formato é definido pela intersecção do plano $2x + y + z = 4$ com os planos coordenados, se a densidade do arame em um ponto (x, y, z) é $2x + 1$.

23. Determinar a massa de um fino anel circular de raio 2 cm, sabendo que sua densidade é constante.