

Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências, Tecnologias e Saúde  
Coord. Esp. de Física, Química e Matemática

**Atividade Avaliativa - Semana 02**  
**Cálculo III**

09 de Setembro de 2020

Orientações: a atividade deve ser manuscrita (não aceitarei trabalhos digitados) e enviada via Moodle em **FORMATO PDF** até as 20h do dia 10/09.

**AA02**

Considere a curva obtida pela intersecção das superfícies  $S_1$ :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$  e  $S_2$ :  $x^2 + y^2 + 2y = 0$ .

- (a) (20%) Faça um esboço das superfícies se intersectando.
- (b) (50%) Determine as equações paramétricas da curva de intersecção. Não esqueça de definir o intervalo em que o parâmetro é válido.
- (c) (30%) Calcule as equações paramétricas da reta tangente à curva de intersecção obtida em (b), que passa pelo ponto genérico  $P = (x_0, y_0, z_0)$ .

## A02 - Cálculo III

$$S1: x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0 \rightarrow x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$$

$$S2: x^2 + y^2 + 2y = 0 \rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 1$$

b) De S2:  $x^2 = 1 - (y+1)^2$

$$x^2 + (y+1)^2 = 1$$

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y+1 = \sin t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \cos t \\ y = -1 + \sin t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

Usando S2 em S1:

$$x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$$

$$1 - (y+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$$

$$1 - (y^2 + 2y + 1) + y^2 + (z-2)^2 = 4$$

$$-2y + (z-2)^2 = 4$$

$$(z-2)^2 = 4 + 2y$$

$$z = 2 \pm \sqrt{4 + 2y}$$

Como  $y = -1 + \sin t$ :

$$z = 2 \pm \sqrt{4 + 2(-1 + \sin t)}$$

$$z = 2 \pm \sqrt{2 + 2\sin t}$$

Eq. Param. =

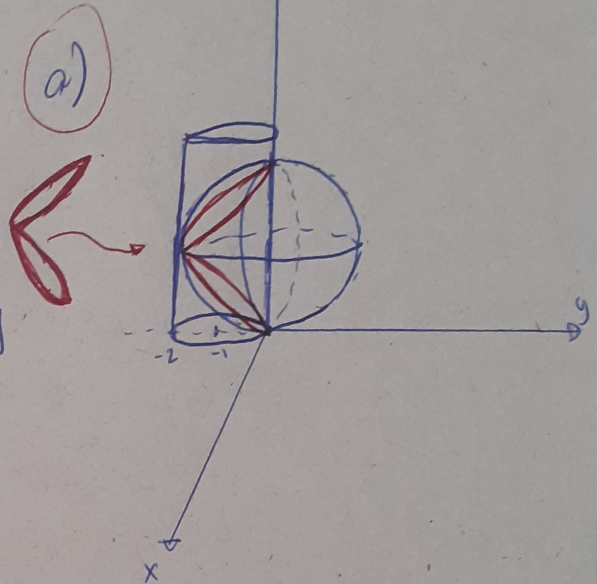
$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = -1 + \sin t \\ z = 2 \pm \sqrt{2 + 2\sin t} \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$$

$$2 + 2\sin t \geq 0$$

$$2\sin t \geq -2 \rightarrow \sin t \geq -1$$

0 seno oscila entre 1 e -1, então qualquer  $t$  satisfaz a condição.

$t \in \mathbb{R}$ , MAS lá em cima a circunferência limita  $t$  em  $[0, 2\pi]$ .



c) RETA TANGENTE:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

$$(a, b, c) = (x'(t), y'(t), z'(t))$$

$$x'(t) = -\sin t$$

$$y'(t) = \cos t$$

$$z'(t) = \frac{(\pm) \cos t}{\sqrt{2 + 2\sin t}}$$

logo:

$$(a, b, c) = \left( -\sin t_0, \cos t_0, \frac{\pm \cos t_0}{\sqrt{2 + 2\sin t_0}} \right)$$

$$P = (x_0, y_0, z_0)$$

$$\begin{aligned} t_0 &= \arccos y_0 \\ \text{ou} \\ t_0 &= -\arcsin x_0 \end{aligned}$$