UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Centro de Ciências, Tecnologias e Saúde - Campus Araranguá
Coord. Especial de Física, Química e Matemática

II Prova de Cálculo III - Engenharia de Computação e Engenharia de Energia - 11/11/2020

Orientações:
1: A prova deve ser manuscrita (não aceitarei provas digitadas);
2: As fotos devem ser tiradas na vertical. Você pode tirar foto na horizontal, desde que a escrita também esteja na horizontal;
3: A prova deve ser enviada em **arquivo único** via moodle, no link correspondente.
4: O nome do arquivo deve seguir o padrão **P2-CIII-SeuNomeCompleto.pdf**;
5: O tempo de duração da prova será de 48h, com início às 18h do dia 11/11 e prazo máximo de postagem às 18h do dia 13/11.
6: Sugestões de aplicativos para converter corretamente seu PDF: CamScanner ou Google Drive. Antes de postar seu PDF, verifique a qualidade do mesmo.

Realize seus cálculos de forma organizada. Seja claro e sucinto. Respostas sem justificativa adequada serão desconsideradas.

Questão 1. Indique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas. Tudo que estiver sendo afirmado nas sentenças abaixo, seja verdadeiro ou falso, deve ser justificado a partir do que foi trabalhado nas videoaulas ao longo do semestre.

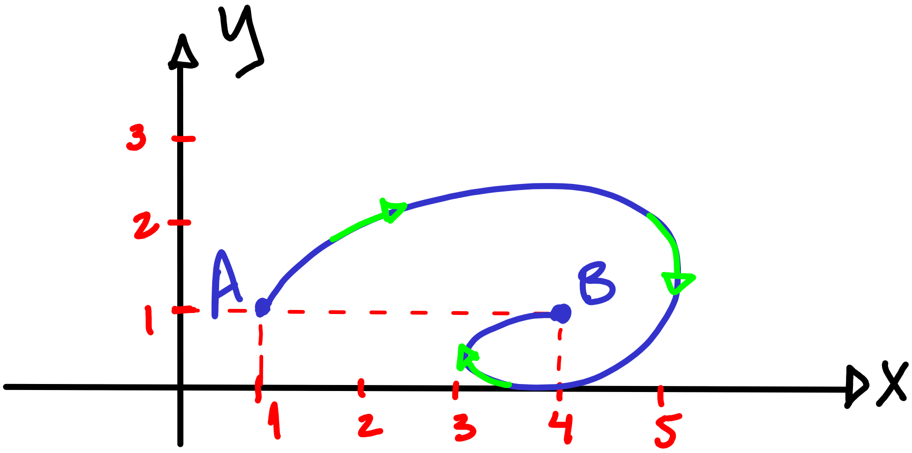
(a) (1,0 pt) Uma das formas de representar a área do hipocicloide $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ é a partir da integral $A = \dfrac{3a^2}{2}\displaystyle\int_0^{\pi/2}(1 - cos^2(2t))dt$.

(b) (0,5 pt) Considere a superfície S dada por $\overrightarrow{r}(u,v) = u\cos(v)\hat{i} + u\,\text{sen}(v)\hat{j} + u^2\hat{k}$ e o ponto $P = (2,2,8)$. As curvas coordendas de S em P serão dadas por uma circunferência num plano paralelo ao plano xy e por uma parábola num plano paralelo ao yz.

(c) (0,5 pt) Considere um campo vetorial constante. O fluxo deste campo através de uma superfície qualquer será nulo.

(d) (0,5 pt) Só é possível saber o valor do fluxo de $\overrightarrow{F}(x,y,z) = f(x,y)\hat{i} + g(x,y)\hat{j}$ através da superfície $\overrightarrow{r}(u,v) = u\hat{i} + v\hat{j} + \hat{k}$ se soubermos o formato de $f(x,y)$ e $g(x,y)$.

Questão 2. (1,5 pt) Calcule $\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$, onde $\overrightarrow{F}(x,y) = \frac{-y}{x^2+y^2}\hat{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\hat{j}$ e C é o caminho que vai do ponto A ao ponto B, conforme a figura abaixo:



Questão 3. Considere a parte da esfera $x^2+y^2+z^2=4$ que é interna ao cone $z = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$. Esta parte da esfera é uma superfície S.

(a) (0,5 pt) Parametrize S usando coordenadas retangulares.

(b) (0,5 pt) Parametrize S usando coordenadas cilíndricas.

(c) (0,5 pt) Parametrize S usando coordenadas esféricas.

(d) (1,5 pt) Calcule a área de S usando o conceito de integral de superfície.

Questão 4. (3,0 pts) Verifique o teorema de Stokes $\oint_c \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \iint_S (\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{F}) \cdot \overrightarrow{n}\, dS$ para $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (z + \text{sen}(x))\hat{i} + (x+y^2)\hat{j} + (y+e^z)\hat{k}$ e C a curva dada pela intersecção das superfícies $x^2+y^2+z^2 = 3$ e $2z = x^2+y^2$, com orientação anti-horária olhando no eixo z positivo de cima para baixo.