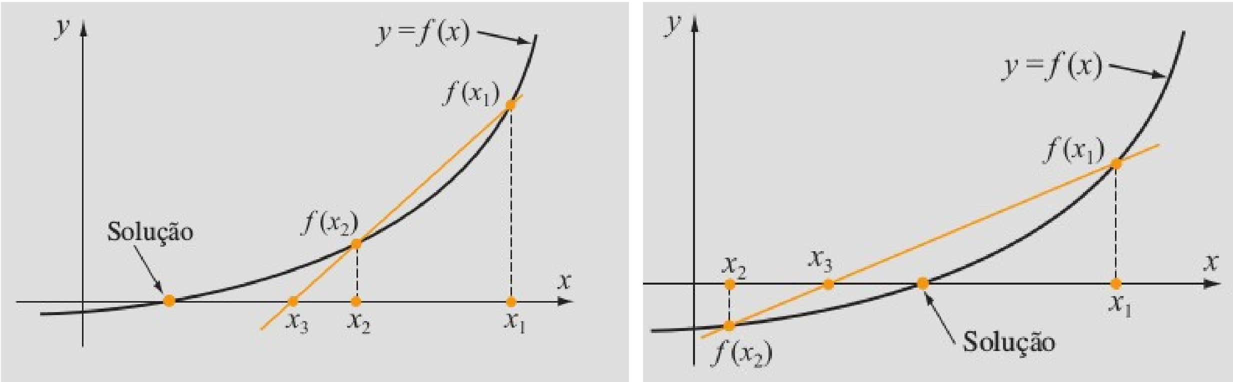
MÉTODO DA SECANTE

O método da **secante** é um esquema usado para se obter a solução numérica de uma equação na forma **f(x) = 0.**

O método usa dois pontos na vizinhança da solução para determinar a nova solução estimada (**Fig. 1**). Os dois pontos (marcados como $\mathbf{x_1}$ e $\mathbf{x_2}$ na figura) são usados para definir uma linha reta (reta secante), e o ponto onde essa reta intercepta o eixo **x** (marcado como $\mathbf{x_3}$ na figura) é a nova solução estimada.

Conforme ilustrado, ambos os pontos podem

- estar de um lado da solução (**Fig. 1a**),
- ou a solução pode estar entre os dois pontos (**Fig. 1b**).



a **b**

Figura 1 Método da secante.

A inclinação da reta secante é dada por:

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{f(x_2)-0}{x_2-x_3} \qquad (1)$$

que pode ser resolvida para $\mathbf{x_3}$:

$$x_3=x_2-\frac{f(x_2)(x_1-x_2)}{f(x_1)-f(x_2)} \qquad (2)$$

Assim que o ponto $\mathbf{x_3}$ é determinado, ele é usado juntamente com o ponto $\mathbf{x_2}$ para calcular a próxima estimativa da solução, $\mathbf{x_4}$**.**

A **Eq. (2)** pode ser generalizada para gerar uma fórmula iterativa na qual a nova estimativa da solução $\mathbf{x_{i+1}}$ é determinada a partir das duas soluções anteriores, $\mathbf{x_i}$ e $\mathbf{x_{i-1}}$.

$$\boldsymbol{x_{i+1}=x_i-\frac{f(x_i)(x_{i-1}-x_i)}{f(x_{i-1})-f(x_i)}} \qquad \mathbf{(3)}$$

A **Fig. 2** ilustra o processo iterativo com o método da secante.

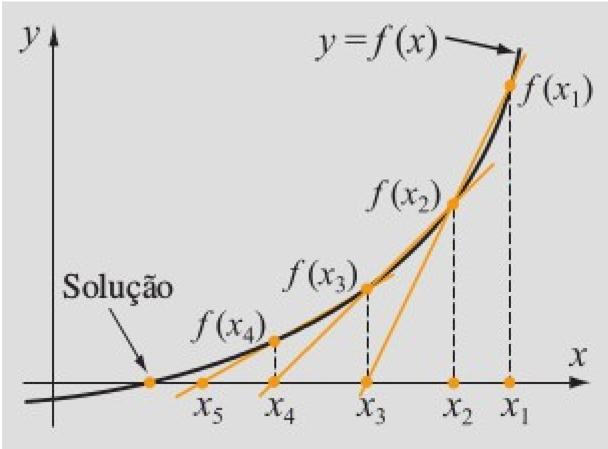


Figura 2 Método da secante: processo iterativo.

Neste método partimos das duas aproximações iniciais x_0 e x_1 e determinamos a reta que passa pelos pontos **(x_0, f (x_0))** e **(x_1, f (x_1))**.

A intersecção desta reta com o eixo **x** fornece o ponto **x_2.**

Em seguida é calculado uma nova aproximação para a raiz a partir dos pontos **(x_1, f(x_1))** e **(x_2, f (x_2))**.

O processo se repete até que seja satisfeito o critério de parada.

Observe que neste método não necessitamos da característica que é fundamental no método da falsa posição que exige que **$f(x_n)\, f(x_{n-1}) < 0$**.

É importante salientar também que a raiz não necessita estar entre as duas aproximações iniciais (**x_0** e **x_1**).

Relação com os outros métodos

Quando os dois pontos que definem a reta secante são próximos entre si, esse método é na realidade uma forma aproximada do método de Newton.

A convergência deste método é mais rápida que o método da bisseção e o da falsa posição, contudo, pode ser mais lenta que o método de Newton.

Algoritmo para o método da secante

1. Escolha duas aproximações iniciais x_0 e x_1 como tentativas iniciais da solução.
2. Para **i = 1, 2,...,** até que o erro seja menor que um valor especificado, calcule **x_{i+1}** usando a seguinte fórmula

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}$$

Critério de parada:

$$|x_{i+1} - x_i| \leq \varepsilon$$

EXERCÍCIOS

Exercício 1:

Calcular a raiz da função $f(x) = x^2 + x - 6$, sendo $x_0 = 1{,}5$, $x_1 = 1{,}7$ e o **erro** $\leq 10^{-2}$ usando o método da secante.

$x = 2{,}0000$

Exercício 2:

Calcular a raiz da função $f(x) = 3x - \cos(x)$, sendo $x_0 = 0$, $x_1 = 0{,}5$ e o **erro** $\leq 10^{-4}$ usando o método da secante.

$x = 0{,}31675$

Exercício 3:

Calcular a raiz da função $f(x) = x^3 - 4$, sendo $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ e o **erro** $\leq 0{,}05$ usando o método da secante.

$x = 1{,}5914$

Exercício 4:

Calcular a raiz da função $f(x) = x^3 - 9x + 3$ usando métodos

a) Secante ($x_0=0$ e $x_1=1$), com **erro** $\leq 0{,}0005$
$x = 0{,}337609$

b) Newton-Raphson ($x_0=0$), com **erro** $\leq 0{,}0001$
$f'(x) = 3x^2 - 9$
$f''(x) = 6x$
$x = 0{,}337608$

Pelo método de falsa posição (Unidade 2 – parte 1 – Exemplo 3) temos:
$x = 0{,}337634$