

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E CÓDIGOS ESPECIAIS

OBJETIVOS

- Relembrar Conceitos do Sistema Decimal de Numeração;
- Diferenciar os Sistemas Analógicos dos Sistemas Digitais;
- Conhecer Novos Sistemas de Numeração;
- Representar Informações em Sistemas Diferentes do Decimal;
- Trabalhar com os Sistemas Binário, Octal e Hexadecimal;
- Converter Informações de um Sistema para outro;
- Trabalhar com os Códigos BCD e Alfanumérico;
- Realizar Operações Aritméticas Básicas no Sistema Binário;
- Representação de Números Negativos.

RESUMO

- 1.1 Tipos principais
- 1.2 Conversões entre Bases
- 1.3 “Software” Conversor
- 1.4 Código BCD
- 1.5 Código Alfanumérico
- 1.6 Operações aritméticas
- 1.7 Números Negativos

1.1 Tipos principais

1.1.1 Decimal

Forma Posicional

$$645,13_{10} = 600 + 40 + 5 + 0,1 + 0,03 = \underline{6 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}}$$

Forma Polinomial (FP)

$$D_r = \underbrace{a_{m-1} \times r^{m-1} + \dots + a_0 \times r^0}_I + \underbrace{a_{-1} \times r^{-1} + \dots + a_{-n} \times r^{-n}}_F = N_{10} = \sum_{j=-n}^{m-1} a_j \times r^j \quad (1.1)$$

$$581 = \underbrace{5 \times 100}_{\text{Centena}} + \underbrace{8 \times 10}_{\text{Dezena}} + \underbrace{1 \times 1}_{\text{Unidade}} = \underbrace{5 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 1 \times 10^0}_{\text{Forma Polinomial}}$$

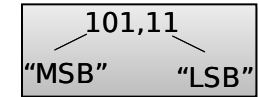
$$\begin{aligned} D_r = D_6 = 135,23_6 &= \underbrace{1 \times 6^2 + 3 \times 6^1 + 5 \times 6^0}_{\text{I}} + \underbrace{2 \times 6^{-1} + 3 \times 6^{-2}}_{\text{F}} \\ &= 36 + 18 + 5 + 2/6 + 3/36 = 59,416666_{10} = N_{10} \end{aligned}$$

1.1.2 Binário

$$\begin{aligned} D_r=1110_2 &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\ &= 8 + 4 + 2 + 0 = 14_{10} = N_{10} \end{aligned}$$

BIT

$$\begin{aligned} D_r=101,11_2 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 4 + 0 + 1 + 0,5 + 0,25 = 5,75_{10} \end{aligned}$$



1.1.3 Octal

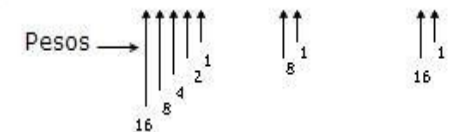
$$\begin{aligned} 46,72_8 &= \underline{4 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 7 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}} = 4 \times 8 + 6 \times 1 + 7/8 + 2/64 \\ &\quad \quad \quad | \\ &\quad \quad \quad \text{Forma Polinomial} \\ &= 38,906250_{10} \end{aligned}$$

1.1.4 Hexadecimal

$$\begin{aligned}
 5B3,C1_{16} &= 5 \times 16^2 + B \times 16^1 + 3 \times 16^0 + C \times 16^{-1} + 1 \times 16^{-2} \\
 &= 5 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 3 \times 16^0 + 12 \times 16^{-1} + 1 \times 16^{-2} \\
 &= 1459,753906..._{10}
 \end{aligned}$$

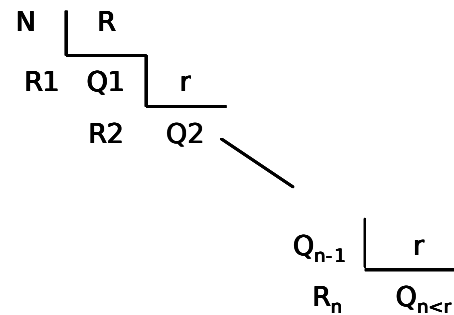
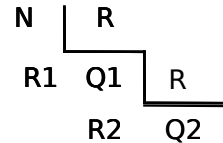
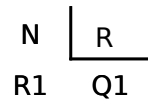
Tabela 1.1

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14

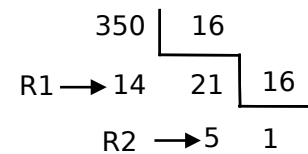
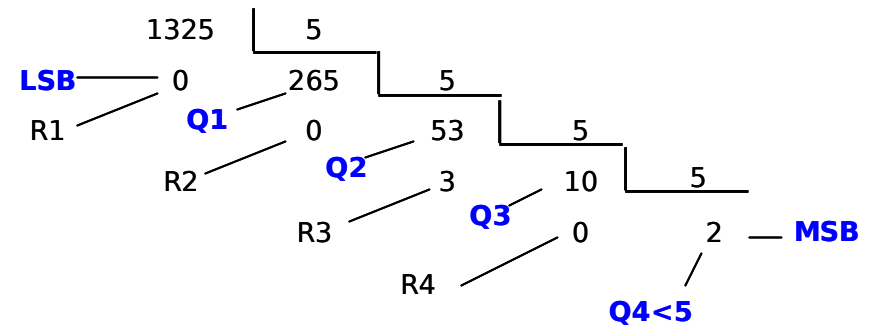


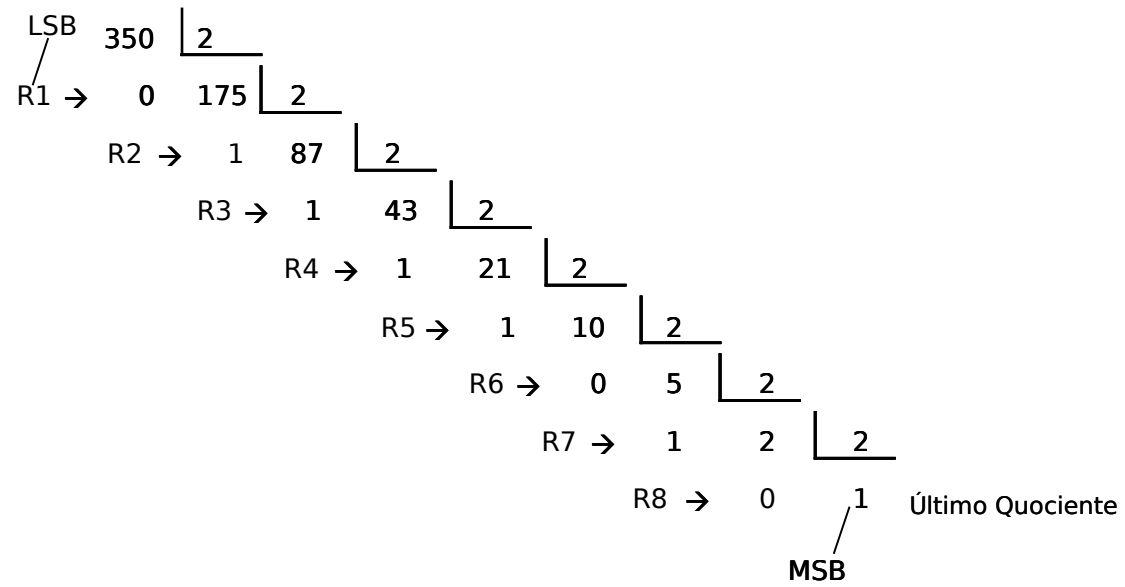
1.2 CONVERSÕES ENTRE BASES

1.2.1 Decimal Inteiro N para a Base r



$$D_r = (Q_n R_n R_{n-1} R_{n-2} \dots R_1)$$





$$\begin{array}{rclclclclclclclclclcl}
19/2 & = & 9 & + & 1/2 & = & Q1 & + & a0/r & \text{---} & Q1 & = & 9 \\
9/2 & = & 4 & + & 1/2 & = & Q2 & + & a1/r & \text{---} & Q2 & = & 4 \\
4/2 & = & 2 & + & 0/2 & = & Q3 & + & a2/r & \text{---} & Q3 & = & 2 \\
2/2 & = & 1 & + & 0/2 & = & Q4 & + & a3/r & \text{---} & Q4 & = & 1 \\
1/2 & = & 0 & + & 1/2 & = & Q5 & + & a4/r & \text{---} & Q5 & = & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{rclclclclclclclclclcl}
a0/r & = & 1/2 & \text{---} & a0 & = & 1 \\
a1/r & = & 1/2 & \text{---} & a1 & = & 1 \\
a2/r & = & 0/2 & \text{---} & a2 & = & 0 \\
a3/r & = & 0/2 & \text{---} & a3 & = & 1 \\
a4/r & = & 1/2 & \text{---} & a4 & = & 1
\end{array}$$

1.2.2 Base r para Decimal

$$\begin{aligned} 581_9 &= 5 \times 9^2 + 8 \times 9^1 + 1 \times 9^0 \\ &= 5 \times 81 + 8 \times 9 + 1 \times 1 \\ &= 478_{10} \end{aligned}$$

1.2.3 Base 2 para 2K e vice-versa

10101,0011
← | →

0 1 0 1 0 1, 110 100₂
← → Sentido de formação de grupos

0 1 0 1 0 1, 1 1 0 1 0 0₂ → Grupos com 3 "bits"
 2 5 6 4 → Equivalentes Octais

$$10101,1101_2 = 25,64_8$$

$0001\ 0110,1101_2 \longrightarrow \text{Grupos com 4 "bits"}$
 $\begin{matrix} \longleftarrow & \longrightarrow \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 1 & 6 & D \end{matrix} \longrightarrow \text{Equivalentes Hexadecimais}$

$$10110,1101_2 = 26,64_8 = 16,D_H$$

Conversão da base 2K para a base 2

5	2	3	,	4	2	→	Octal
↓	↓	↓		↓	↓		
101	010	011	,	100	010	→	Binário
↓↓↓	↓↓↓	↓↓↓		↓↓↓	↓↓↓		
421	421	421		421	421	→	Pesos

Portanto,

$523,42_8$ é igual a $101010011,100010_2$

1.2.4 Fração Decimal para a Base r

$$\begin{array}{l} 0,253 \times 8 = 2,024 = 0,024 + 2 \\ 0,024 \times 8 = 0,192 = 0,192 + 0 \\ 0,192 \times 8 = 1,536 = 0,536 + 1 \\ 0,536 \times 8 = 4,288 = 0,288 + 4 \end{array} \quad \Bigg|$$

$$0,2014_8 = 2 \times 8^{-1} + 0 \times 8^{-2} + 1 \times 8^{-3} + 4 \times 8^{-4} = 0,2529296875_{10} < 0,253_{10}$$

$$0,288 \times 8 = 2,304 = 0,304 + 2$$

$$0,20142_8 = 0,2529907226_{10} < 0,253_{10}$$

1.2.5 Número com parte Inteira e Fracionária

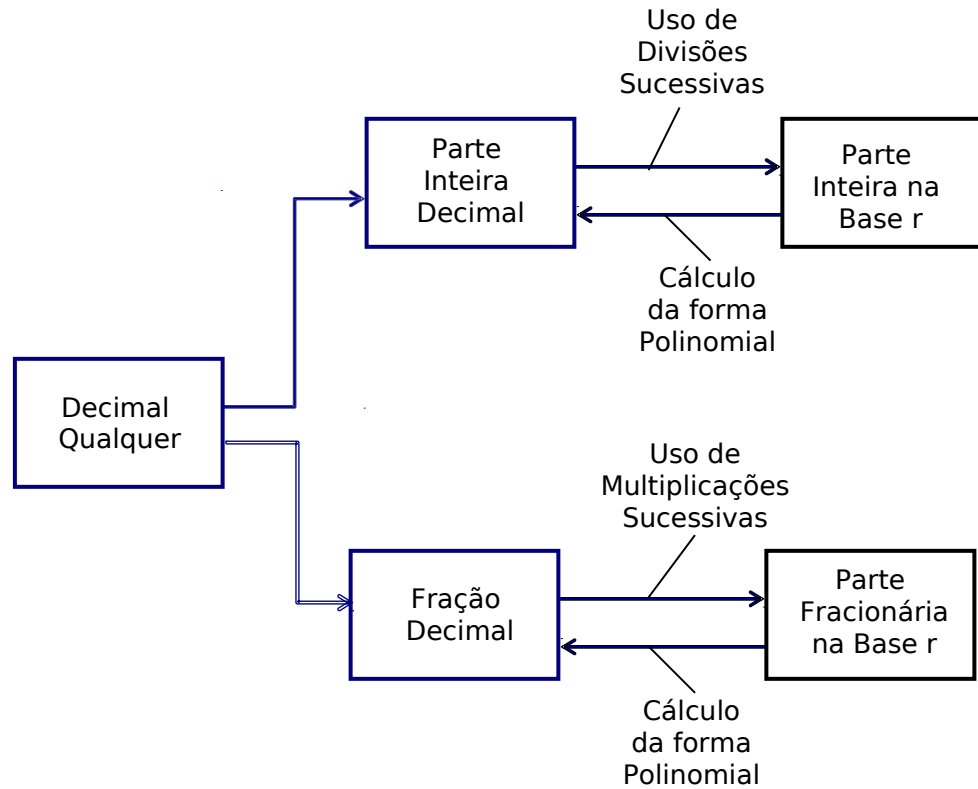
350,233

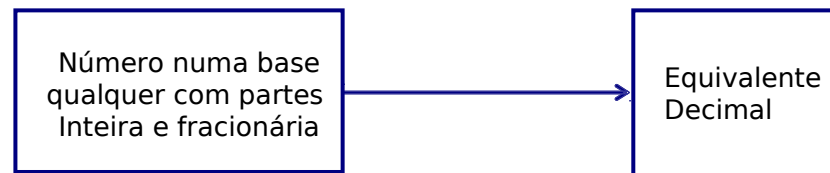
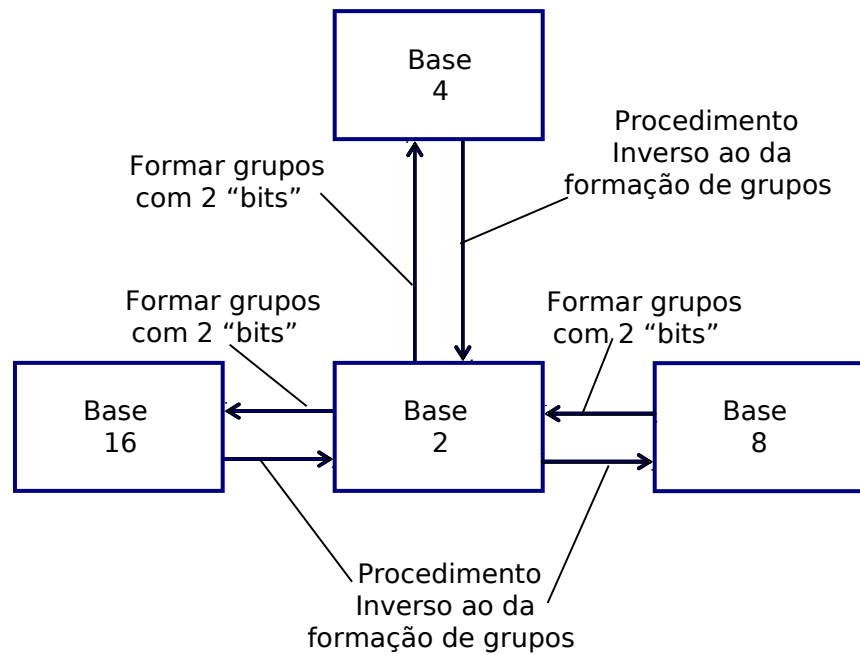
$$350_{10} = 101011110_2$$

$$\begin{array}{l} 0,233 \times 2 = 0,466 = 0,466 + 0 \\ 0,466 \times 2 = 0,932 = 0,932 + 0 \\ 0,932 \times 2 = 1,864 = 0,864 + 1 \\ 0,864 \times 2 = 1,728 = 0,728 + 1 \\ 0,728 \times 2 = 1,456 = 0,456 + 1 \end{array} \quad \downarrow$$

$0,233_{10}$ é aproximadamente igual a $0,00111_2$.

$$350,233_{10} \cong 101011110,00111..._2$$





1.3 “SOFTWARE” CONVERTOR

The screenshot shows a web-based application window titled "Conversor de Bases - Mairton Melo (www.sistemasdigitais.com.br)". The interface is designed for converting between different numerical bases. It features four input fields labeled "Campo 1", "Campo 2", "Campo 3", and "Campo 4". "Campo 1" is associated with the label "Base de Entrada". "Campo 2" is associated with the label "Dado de Entrada". "Campo 3" is associated with the label "Base de Saída". "Campo 4" is associated with the label "Resultado". A central button labeled "Converter" is identified as "Botão 1". The layout is simple and functional, with labels and arrows pointing to each field and button.

1.4 CÓDIGO BCD

2	3	5	,	4	1	—	Decimal
0010	0011	0101	,	0100	0001	—	Equivalente BCD
8421	8421	8421		8421	8421	—	Pesos

1.5 CÓDIGO ALFANUMÉRICO

	b3	b2	b1	b0												
	000		001		010		011		100		101		110		111	
0000	NUL	0	DLE	10	SP	20	0	30	@	40	P	50		60	p	70
0001	SOH	1	DC1	11	!	21	1	31	A	41	Q	51	a	61	q	71
0010	STX	2	DC2	12	"	22	2	32	B	42	R	52	b	62	r	72
0011	ETX	3	DC3	13	#	23	3	33	C	43	S	53	c	63	s	73
0100	EOT	4	DC4	14	\$	24	4	34	D	44	T	54	d	64	t	74
0101	ENQ	5	NAK	15	%	25	5	35	E	45	U	55	e	65	u	75
0110	ACK	6	SYN	16	&	26	6	36	F	46	V	56	f	66	v	76
0111	BEL	7	ETB	17		27	7	37	G	47	W	57	g	67	w	77
1000	BS	8	CAN	18	(28	8	38	H	48	X	58	h	68	x	78
1001	HT	9	EM	19)	29	9	39	I	49	Y	59	i	69	y	79
1010	LF	0A	SUB	1A	*	2A	:	3A	J	4A	Z	5A	j	6A	z	7A
1011	VT	0B	ESC	1B	+	2B	;	3B	K	4B	[5B	k	6B	{	7B
1100	FF	0C	FS	1C	,	2C	<	3C	L	4C]	5C	l	6C		7C
1101	CR	0D	GS	1D	-	2D	=	3D	M	4D	\	5D	m	6D	}	7D
1110	SO	0E	RS	1E	.	2E	>	3E	N	4E]	5E	n	6E		7E
1111	SI	OF	US	1F		2F	?	3F	O	4F	_	5F	o	6F	DEL	7F

“Bit” MSB

b6 b5 b4

“Bit” LSB

Equivalente Hexadecimal

NUL	Nulo ("Null")
SOH	Começo de cabeçalho ("Start of heading")
STX	Começo de texto ("Start text")
ETX	Fim de texto ("End text")
EOT	Fim de transmissão ("End of transmission")
ENQ	Inquirição ("Enquiry")
ACK	Reconhecimento ("Acknowledge")
BEL	Campainha ou alarme ("Bell signal")
BS	Retorno de espaço ("Backspace")
HT	Tabulação horizontal ("Horizontal tab")
LF	Alimentador de linha ("Line feed")
VT	Tabulação vertical ("vertical tab")
FF	Alimentação de papel ("Form feed")
CR	Retorno de carro ("Carriage return")
SO	Desliga maiúsculas ("Shift out")
SI	Liga maiúsculas ("Shift in")

DLE	Escape ou enlace de dados ("Data link escape")
DC1	Dispositivo de controle 1 ("Direct control 1")
DC2	Dispositivo de controle 2 ("Direct control 2")
DC3	Dispositivo de controle 3 ("Direct control 3")
DC4	Dispositivo de controle 4 ("Direct control 4")
NAK	Não-reconhecimento ("negative acknowledge")
SYN	Sincronismo ocioso ("Sincronismo idle")
ETB	Fim de transmissão/bloco (End transmission block")
CAN	Cancelamento ("Cancel")
EM	Fim de suporte ("End of medium")
SUB	Substituição ("Substitute")
ESC	Escape ("Escape")
FS	Separador de arquivo ("Form separator")
GS	Separador de grupo ("Group separator")
RS	Separador de gravação ("Record separator")
US	Separador de itens ("Unit separator")
SP	Espaço

1.6 OPERAÇÕES ARITMÉTICAS BÁSICAS

Adição de Binários Inteiros sem Sinal

$$\begin{array}{r}
 \text{Transporte} \rightarrow 1 \\
 \begin{array}{r}
 1 \quad 7 \quad 7 \quad + \\
 2 \quad 6 \quad 2 \\
 \hline
 4 \quad \textcircled{1}3 \quad 9 \\
 \text{maior do} \\
 \text{que 9}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \\
 1 \quad 7 \quad 7 \quad + \\
 2 \quad 6 \quad 2 \\
 \hline
 4 \quad 3 \quad 9
 \end{array}$$

Tabela 1.3

Num.1		Num.2		Resultado	Transporte
0	+	0	=	0	0
0	+	1	=	1	0
1	+	0	=	1	0
1	+	1	=	0	1

$$\begin{array}{r}
 \text{Transporte} \rightarrow 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\
 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad + \\
 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \rightarrow 13 + \\
 \rightarrow \underline{6} \\
 19
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Transporte} \rightarrow 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 \phantom{\text{Transporte}} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ + \rightarrow 47 \ + \\
 \phantom{\text{Transporte}} 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ \rightarrow 39 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ \rightarrow 86
 \end{array}$$

Subtração de Binários Inteiros sem Sinal

$$\begin{array}{r}
 \text{Minuendo} \rightarrow 536 \ - \\
 \text{Subtraendo} \rightarrow 142 \\
 \hline
 394
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Empréstimo} \rightarrow -1 \\
 \text{Minuendo} \rightarrow 5 \ 3 \ 6 \ - \\
 \text{Subtraendo} \rightarrow 1 \ 4 \ 2 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \quad \text{ou} \quad
 \begin{array}{r}
 4 \ 13 \ 6 \ - \\
 1 \ 4 \ 2 \\
 \hline
 3 \ 9 \ 4
 \end{array}$$

Tabela 1.4

Num.1		Num.2		Resultado	Empresta
0	-	0	=	0	0
0	-	1	=	1	1
1	-	0	=	1	0
1	-	1	=	0	0

$$\begin{array}{r}
 \text{Empréstimo} \rightarrow -1 \quad \text{---} \quad -1 \quad \text{---} \quad 0 \\
 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ - \\
 0 \ 1 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 1 \ 0
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 12 \ - \\
 6 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Multiplicação de Binários Inteiros sem Sinal

$$\begin{array}{r} 173 \times \\ \underline{621} \\ 173 \\ 346 \\ \underline{1038} \\ 107433 \end{array}$$

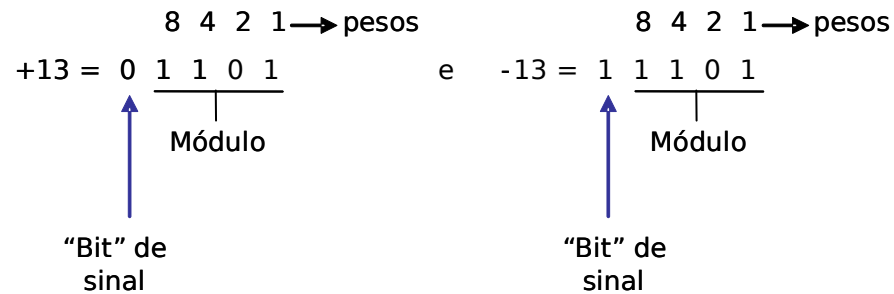
\rightarrow Multiplicando
 \rightarrow Multiplicador
 \rightarrow Produto parcial (1x173)
 \rightarrow Produto parcial deslocado (2x173)
 \rightarrow Produto parcial deslocado (6x173)
 \rightarrow Produto

$$\begin{array}{r} 1001 \times \\ \underline{101} \\ 1001 \\ 0000 \\ \underline{1001} \\ 101101 \end{array}$$

— Multiplicando (decimal 9)
— Multiplicador (decimal 5)
— Produto parcial (1x1001)
— Produto parcial deslocado (0x1001)
— Produto parcial deslocado (1x1001)
— Produto (decimal 45)

1.7 REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS NEGATIVOS

Sinal e módulo



Complemento de 1

\oplus
 $+13 = 01101$

Módulo

\ominus
 $-13 = 10010$

Invertendo cada "bit"

Transporte $\rightarrow 1$

	1	1						
	1	1	1	0	0	1	+	$\rightarrow -6$
	1	0	1	1	0	0		-19
	1	0	0	1	0	1		
Soma								
Complementar								
	1	0	0	1	1	0		$\rightarrow -25$

Transporte $\rightarrow 1$

	1	1		1	1			
	1	1	1	0	0	1	+	$\rightarrow -6$
	0	1	0	0	1	1		$+19$
	0	0	1	1	0	0		
Soma								
Complementar								
	0	0	1	1	0	1		$\rightarrow +13$

Complemento de 1

$$\begin{array}{rcccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & + & \longrightarrow & -13 \text{ em complemento de } 1 \\ & & & & 1 & & & \\ \hline \end{array}$$

$$1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad \longrightarrow \quad -13 \text{ em complemento de } 2$$

$$\begin{array}{rccccc} -16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \longrightarrow 8 + 4 + 1 = +13$$

$$\begin{array}{rccccc} -16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \longrightarrow -16 + 2 + 1 = -13$$

$$\begin{array}{rcccccccl}
 \times & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & & \text{Transporte} \\
 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & + & -6 & + \\
 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \rightarrow & -19 \\
 \hline
 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & & -25
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccccl}
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & + & +6 & + \\
 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & - & -19 \\
 \hline
 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & & -13
 \end{array}$$