UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Campus Araranguá - ARA Departamento de Energia e Sustentabilidade

UNIDADE 2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

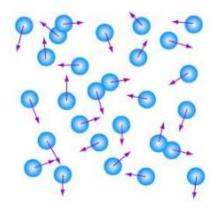
Aparentemente, o fluido é um meio contínuo e o tratamos como tal na maior parte das aplicações de engenharia.

Isso significa que cada propriedade do fluido tem valores definidos em cada ponto do espaço. Propriedades como massa específica, temperatura e velocidade são funções contínuas do espaço e do tempo.

No entanto, do ponto de vista microscópico, há moléculas de fluido em constante movimento.

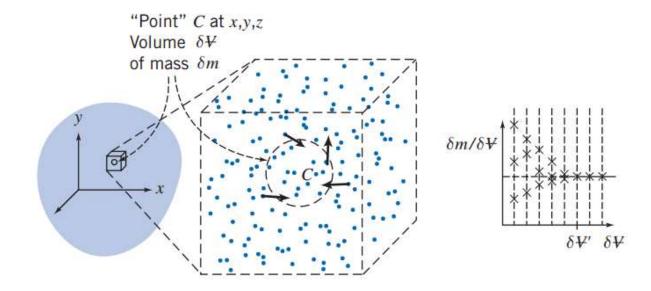
Como definimos o conceito de propriedade em um ponto?





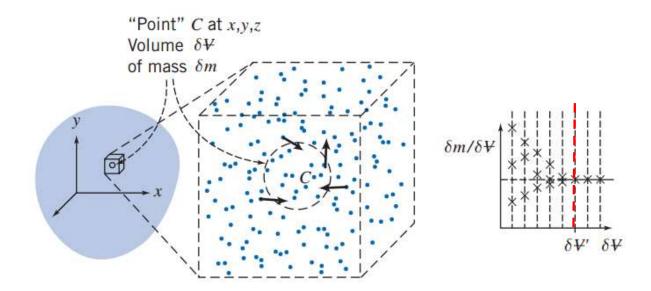
Determinação da massa específica no ponto C:

$$\rho = \lim_{\delta \forall \to \delta \forall'} \frac{\delta m}{\delta \forall}$$



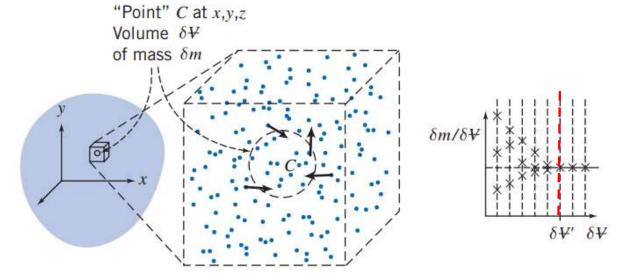
Determinação da massa específica no ponto C:

$$\rho = \lim_{\delta \forall \to \delta \forall'} \frac{\delta m}{\delta \forall}$$



Determinação da massa específica no ponto C:

$$\rho = \lim_{\delta \forall \to \delta \forall'} \frac{\delta m}{\delta \forall}$$



- 1 m³ de ar
 2,5 x 10²⁵ moléculas
- 10⁻¹² m³ de ar (cubo 0,1 mm)
 2,5 x 10¹³ moléculas

Campos de escoamento

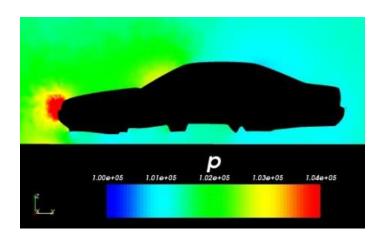
Como consequência da teoria do contínuo, cada propriedade tem um valor definido em cada "ponto" do espaço. No caso da massa específica, temos:

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

o que configura o campo de uma grandeza escalar (campo escalar).

Outros exemplos de campo escalar:

$$T = T(x, y, z, t)$$
 $p = p(x, y, z, t)$



Campos de escoamento

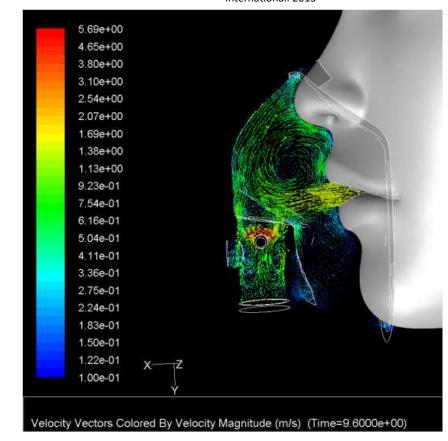
O mesmo se aplica a grandezas vetoriais (velocidade, por exemplo):

Aerosol Research and Engineering Laboratory Inc. "Computational Fluid Dynamics Modeling of Amsino OneMask™ Oxygen Mask" Project 10766.2 for Amsino International. 2013

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$
 representação de campo

 $\vec{V} = u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}$ representação em função de componentes escalares

u, v e w podem ou não ser função do tempo.



Campos de escoamento

O mesmo se aplica a grandezas vetoriais (velocidade, por exemplo):

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$
 representação de campo

 $\vec{V} = u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}$ representação em função de componentes escalares

u, v e w podem ou não ser função do tempo.

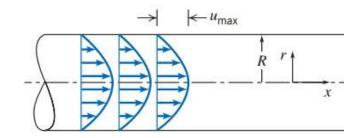
Se as propriedades em cada ponto do escoamento não variam com o tempo, dizemos que o escoamento está em **regime permanente**.

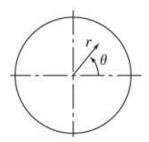
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = 0$$

$$\eta = \rho, p, T, \vec{V} \dots$$

Um escoamento é classificado como uni, bi ou tridimensional de acordo com o número de coordenadas espaciais necessárias para especificar seu campo de velocidade.

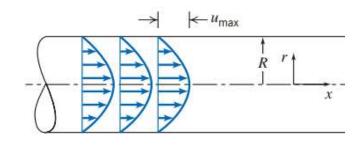
$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$
 escoamento tridimensional e transiente





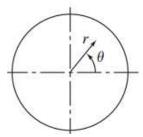
Um escoamento é classificado como uni, bi ou tridimensional de acordo com o número de coordenadas espaciais necessárias para especificar seu campo de velocidade.

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$
 escoamento tridimensional e transiente



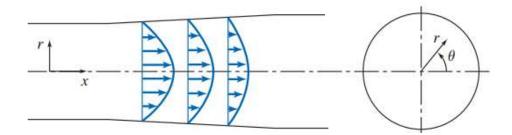
$$\vec{V} = \vec{V}(r)$$

unidimensional



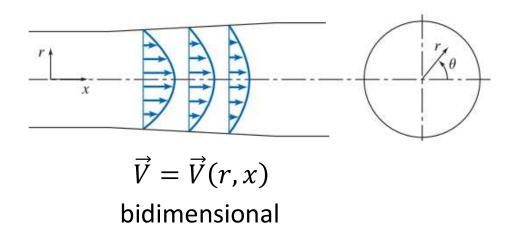
Um escoamento é classificado como uni, bi ou tridimensional de acordo com o número de coordenadas espaciais necessárias para especificar seu campo de velocidade.

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$
 escoamento tridimensional e transiente



Um escoamento é classificado como uni, bi ou tridimensional de acordo com o número de coordenadas espaciais necessárias para especificar seu campo de velocidade.

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$
 escoamento tridimensional e transiente



Exercícios:

$$\vec{V} = 4x\hat{\imath} + 5y\hat{\jmath}$$

$$\vec{V} = 4xy\hat{\imath}$$

$$\vec{V} = \hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$$

Exercícios:

$$\vec{V} = 4x\hat{\imath} + 5y\hat{\jmath}$$

bidimensional

$$\vec{V} = 4xy\hat{\imath}$$

$$\vec{V} = \hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$$

Exercícios:

$$\vec{V} = 4x\hat{\imath} + 5y\hat{\jmath}$$

bidimensional

$$\vec{V} = 4xy\hat{\imath}$$

bidimensional

$$\vec{V} = \hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$$

Exercícios:

$$\vec{V} = 4x\hat{\imath} + 5y\hat{\jmath}$$

bidimensional

$$\vec{V} = 4xy\hat{\imath}$$

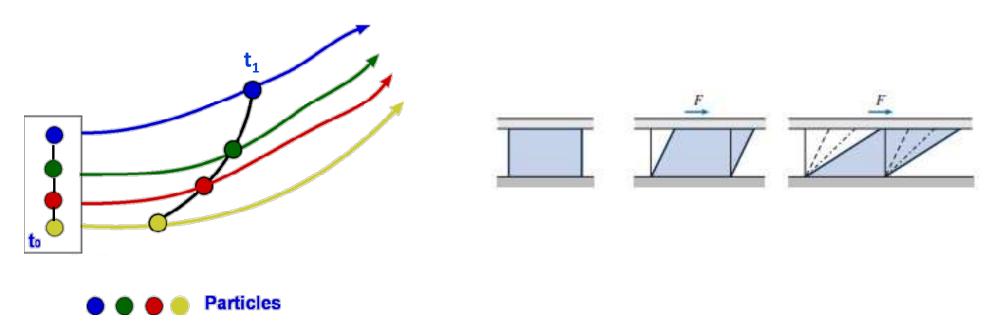
bidimensional

$$\vec{V} = \hat{\imath} - 5\hat{\jmath}$$

campo de escoamento uniforme

Representação visual do campo de escoamento.

Linha de tempo: marcação em um dado instante de uma quantidade de partículas fluidas adjacentes no campo do escoamento.

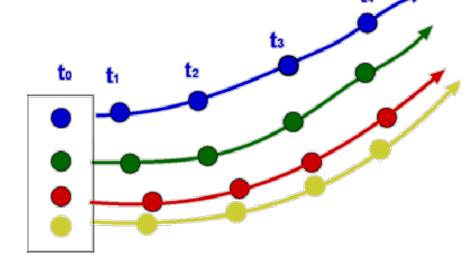


Linha de trajetória: caminho traçado por uma partícula fluida.

Forma de visualizar: corante + fotografia de exposição prolongada.



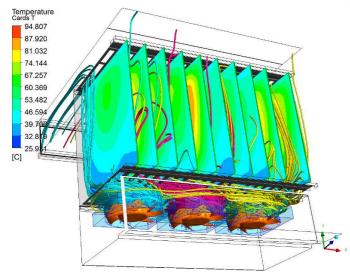


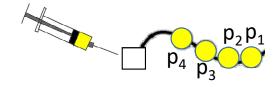


Linha de emissão: linha que une todas as partículas que passam por um ponto específico ao longo do tempo.

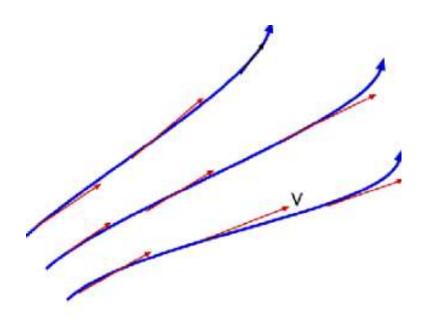
Forma de visualizar: injetar corante no ponto de interesse do escoamento.



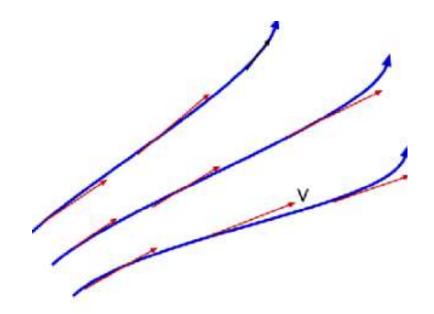




Linhas de corrente: linhas desenhadas no campo de modo que, em um dado instante, são tangentes à direção do escoamento em cada ponto.

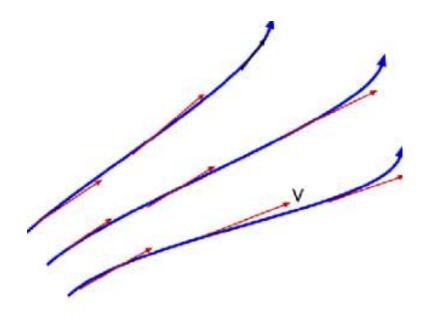


Linhas de corrente: linhas desenhadas no campo de modo que, em um dado instante, são tangentes à direção do escoamento em cada ponto.



Não há escoamento através das linhas de corrente

Linhas de corrente: linhas desenhadas no campo de modo que, em um dado instante, são tangentes à direção do escoamento em cada ponto.



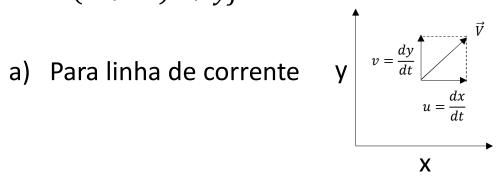
Não há escoamento através das linhas de corrente

Em regime permanente, as linhas de corrente, trajetória e emissão coincidem

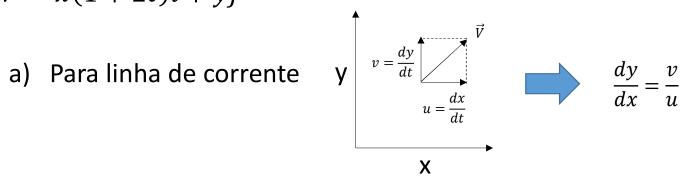
Exemplo: Dado o campo $\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$, determinar:

- a) Linha de corrente que passa pelo ponto (1,1) em t = 1s;
- b) Linha de trajetória da partícula que passou por (1,1) em t = 1s;
- c) Linha de emissão das partículas que passaram pelo ponto (1,1) entre 0 e 1s.

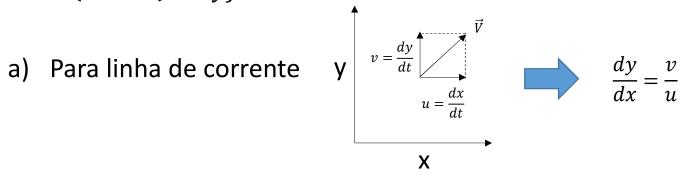
$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$



$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$



$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$



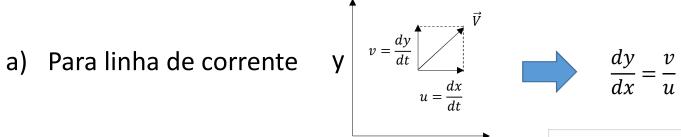
Como u = x(1 + 2t) e v = y:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x(1+2t)} \qquad \qquad \qquad \int_{1}^{y} \frac{dy}{y} = \int_{1}^{x} \frac{dx}{x(1+2t)}$$

$$\ln y = \frac{\ln x}{(1+2t)} \qquad t = 1$$

$$y = x^{1/3}$$

$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$



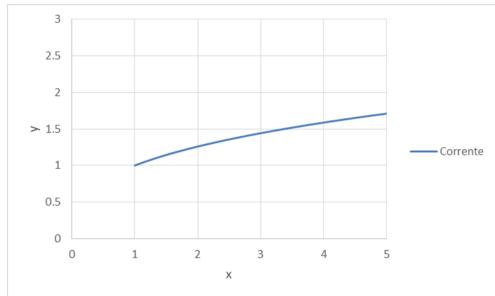
Χ

Como u = x(1 + 2t) e v = y:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x(1+2t)} \qquad \qquad \qquad \int_{1}^{y} \frac{dy}{y} = \int_{1}^{x} \frac{dx}{x(1+2t)}$$

$$\ln y = \frac{\ln x}{(1+2t)} \qquad t = 1$$

$$y = x^{1/3}$$



Exemplo: Dado o campo $\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$, determinar:

- a) Linha de corrente que passa pelo ponto (1,1) em t = 1s;
- b) Linha de trajetória da partícula que passou por (1,1) em t = 1s;
- c) Linha de emissão das partículas que passaram pelo ponto (1,1) entre 0 e 1s.

$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

b) Como o interesse é avaliar a trajetória da partícula, $u_p = u = \frac{dx}{dt}$; $v_p = v = \frac{dy}{dt}$

$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

b) Como o interesse é avaliar a trajetória da partícula, $u_p = u = \frac{dx}{dt}$; $v_p = v = \frac{dy}{dt}$

Assim,
$$\frac{dx}{dt} = x(1+2t)$$
 ; $\frac{dy}{dt} = y$

$$\int_{1}^{x} \frac{dx}{x} = \int_{1}^{t} (1+2t)dt \quad ; \quad \int_{1}^{y} \frac{dy}{y} = \int_{1}^{t} dt$$

$$x = e^{-2+[t(1+t)]}$$
; $y = e^{t-1}$ $x = y^{3+\ln y}$

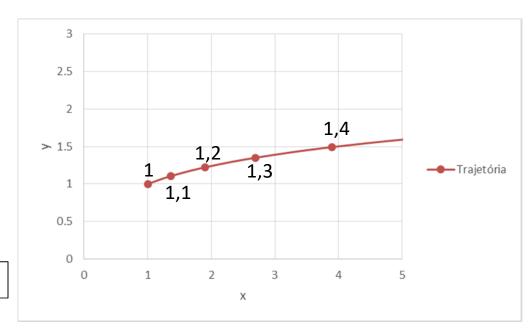
$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

b) Como o interesse é avaliar a trajetória da partícula, $u_p = u = \frac{dx}{dt}$; $v_p = v = \frac{dy}{dt}$

Assim,
$$\frac{dx}{dt} = x(1+2t)$$
 ; $\frac{dy}{dt} = y$

$$\int_1^x \frac{dx}{x} = \int_1^t (1+2t)dt \quad ; \quad \int_1^y \frac{dy}{y} = \int_1^t dt$$

$$x = e^{-2+[t(1+t)]}$$
; $y = e^{t-1}$ $x = y^{3+\ln y}$



Exemplo: Dado o campo $\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$, determinar:

- a) Linha de corrente que passa pelo ponto (1,1) em t = 1s;
- b) Linha de trajetória da partícula que passou por (1,1) em t = 1s;
- c) Linha de emissão das partículas que passaram pelo ponto (1,1) entre 0 e 1s.

$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

c)
$$u = \frac{dx}{dt}$$
 ; $v = \frac{dy}{dt}$ \longrightarrow $\frac{dx}{dt} = x(1+2t)$; $\frac{dy}{dt} = y$

Separando variáveis e integrando, $\int_{1}^{x} \frac{dx}{x} = \int_{t_{0}}^{t} (1+2t)dt \quad ; \quad \int_{1}^{y} \frac{dy}{y} = \int_{t_{0}}^{t} dt$

$$x = e^{t(1+t)-t_0(1+t_0)}$$
; $y = e^{t-t_0}$

$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

c)
$$u = \frac{dx}{dt}$$
 ; $v = \frac{dy}{dt}$ $\xrightarrow{}$ $\frac{dx}{dt} = x(1+2t)$; $\frac{dy}{dt} = y$

Separando variáveis e integrando, $\int_{1}^{x} \frac{dx}{x} = \int_{t_{0}}^{t} (1+2t)dt \quad ; \quad \int_{1}^{y} \frac{dy}{y} = \int_{t_{0}}^{t} dt$

$$x = e^{t(1+t)-t_0(1+t_0)}$$
; $y = e^{t-t_0}$

A linha de emissão das partículas que passam pelo ponto (1,1) em um intervalo de tempo entre 0 e 1s é obtida fazendo t = 1s e variando t_0 .

$$x = e^{2-t_0(1+t_0)}$$
 ; $y = e^{1-t_0}$ $x = y^{3-\ln y}$

$$\vec{V} = x(1+2t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

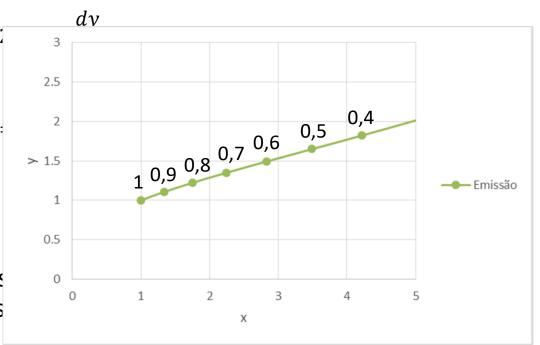
c)
$$u = \frac{dx}{dt}$$
 ; $v = \frac{dy}{dt}$ \xrightarrow{d} $\frac{dx}{dt} = x(1+x)$

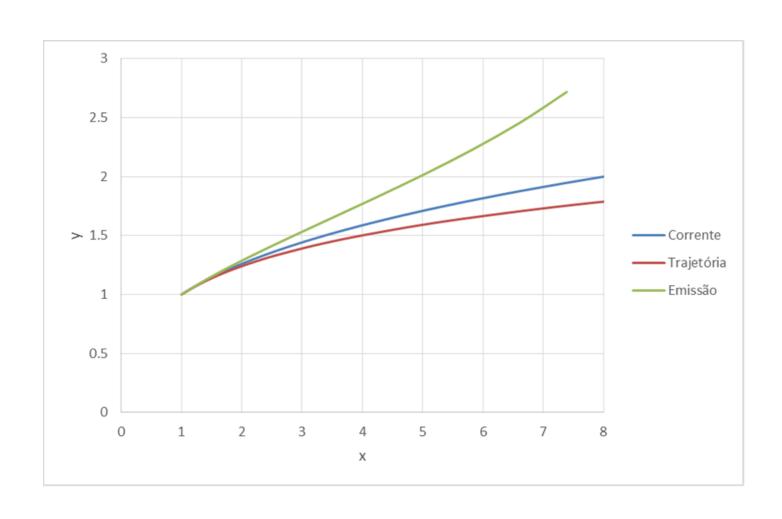
Separando variáveis e integrando, $\int_{1}^{x} \frac{dx}{x}$

$$x = e^{t(1+t)-t_0(1+t_0)}$$
; $y = e^{t-t_0}$

A linha de emissão das partículas que pass tempo entre 0 e 1s é obtida fazendo t = 1s

$$x = e^{2-t_0(1+t_0)}$$
 ; $y = e^{1-t_0}$ $x = y^{3-\ln y}$





Nos estudos de mecânica dos fluidos, é muito importante conhecer as forças que atuam nas partículas fluidas.

Existem dois tipos de força:

- <u>Forças de superfície</u>: geradas pelo contato ou interação entre partículas ou com superfícies sólidas (pressão, atrito);
- Forças de corpo: atuam através de toda a partícula (gravidade, eletromagnética).

Nos estudos de mecânica dos fluidos, é muito importante conhecer as forças que atuam nas partículas fluidas.

Existem dois tipos de força:

- <u>Forças de superfície</u>: geradas pelo contato ou interação entre partículas ou com superfícies sólidas (pressão, atrito);
- Forças de corpo: atuam através de toda a partícula (gravidade, eletromagnética).

Partícula:

$$ec{g}$$
 Massa específica ho Volume $d \forall$

$$d\vec{F}_B = \rho \vec{g} d \forall$$

As forças de superfície geram tensões.

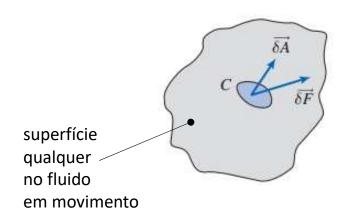
O conceito de tensão é útil para descrever como as forças atuantes nas fronteiras de um meio são transmitidas através do mesmo.

Para descrevermos o campo de tensão que atua sobre uma partícula fluida, imaginemos o seguinte:

As forças de superfície geram tensões.

O conceito de tensão é útil para descrever como as forças atuantes nas fronteiras de um meio são transmitidas através do mesmo.

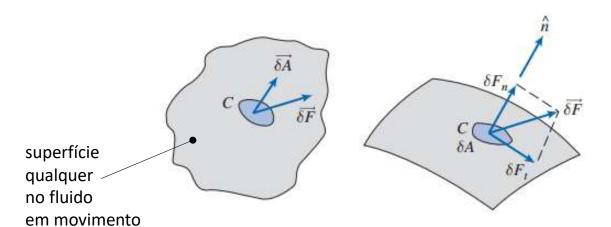
Para descrevermos o campo de tensão que atua sobre uma partícula fluida, imaginemos o seguinte:



As forças de superfície geram tensões.

O conceito de tensão é útil para descrever como as forças atuantes nas fronteiras de um meio são transmitidas através do mesmo.

Para descrevermos o campo de tensão que atua sobre uma partícula fluida, imaginemos o seguinte:



Tensão normal

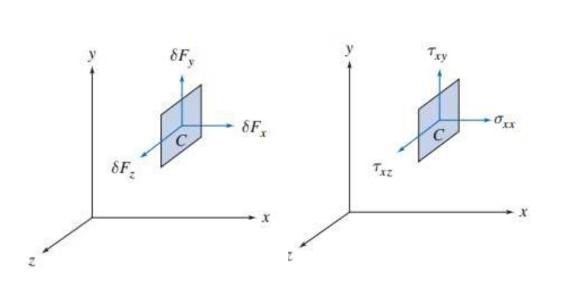
$$\sigma = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_n}{\delta A}$$

Tensão cisalhante

$$\tau = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_t}{\delta A}$$

Em um sistema de coordenadas cartesianas:

A força δF é decomposta em suas 3 componentes, originando 3 componentes de tensão atuantes no plano x.



$$\sigma_{xx} = \lim_{\delta A_x \to 0} \frac{\delta F_x}{\delta A_x}$$

$$\tau_{xy} = \lim_{\delta A_x \to 0} \frac{\delta F_y}{\delta A_x}$$

$$\tau_{xz} = \lim_{\delta A_x \to 0} \frac{\delta F_z}{\delta A_x}$$

CONVENÇÃO

1° índice: plano

2° índice: direção força

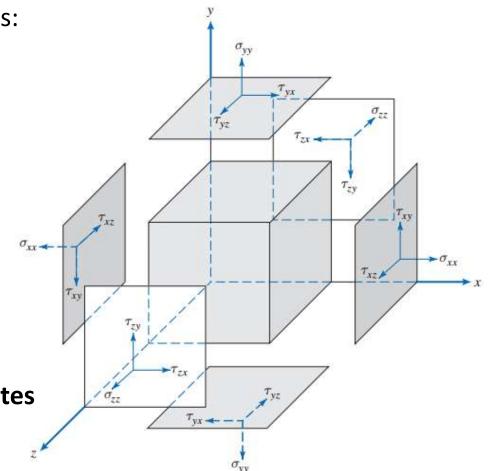
O estado de tensão em coordenadas cartesianas:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Convenção:

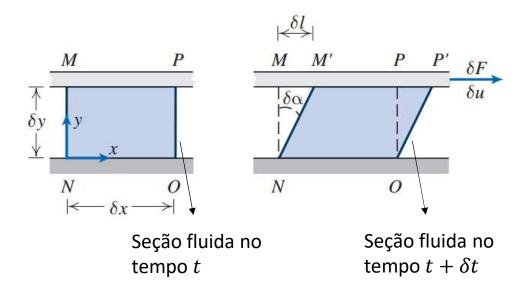
Tensão +: sentidos do plano e da tensão iguais

Tensão -: sentidos do plano e da tensão diferentes



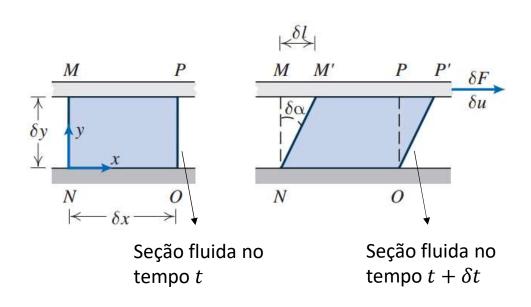
Definimos o fluido como uma substância que se deforma continuamente sob ação de uma tensão de cisalhamento.

Considere a figura abaixo:



Definimos o fluido como uma substância que se deforma continuamente sob ação de uma tensão de cisalhamento.

Considere a figura abaixo:



Ao aplicar a força δF e mover a placa superior com velocidade δu durante um intervalo de tempo δt , o elemento fluido se deforma de MNOP para M'NOP'.

Isso significa uma deformação do elemento em $\delta \alpha$, tal que:

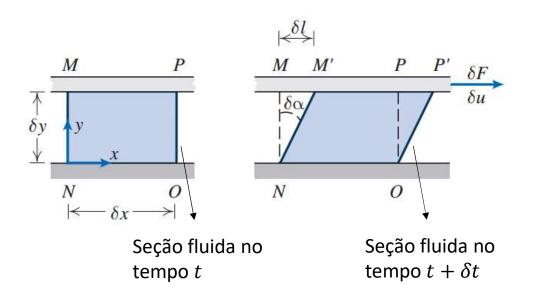
$$\delta l = \delta y \delta \alpha$$

Por outro lado,

$$\delta l = \delta u \delta t$$

Definimos o fluido como uma substância que se deforma continuamente sob ação de uma tensão de cisalhamento.

Considere a figura abaixo:



$$\delta y \delta \alpha = \delta u \delta t \longrightarrow \frac{\delta \alpha}{\delta t} = \frac{\delta u}{\delta y}$$

Tomando os limites dos dois lados, com δt e δy tendendo a zero, temos:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{du}{dy}$$
 taxa de deformação

Isto é, a força aplicada na placa superior provoca uma tensão que é "propagada para o interior do fluido", produzindo uma variação da velocidade com y.

Para fluidos newtonianos:
$$\tau_{yx} \propto \frac{du}{dy}$$

A constante de proporcionalidade entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação é a viscosidade absoluta (μ):

$$au_{yx} = \mu \frac{du}{dy}$$
 unidade de μ no SI $\left[\frac{N}{m^2}.s\right]$ ou $[Pa.s]$

Exemplos de fluidos newtonianos: água, ar, gasolina, óleos...

Interpretação física da viscosidade:

A viscosidade pode ser entendida como uma medida de resistência do fluido ao movimento (atrito no interior do fluido). Quanto $\uparrow \mu$, $\uparrow \tau_{yx}$ para uma mesma $\frac{du}{dy}$

A viscosidade cinemática é dada por $v = \frac{\mu}{\rho}$ $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

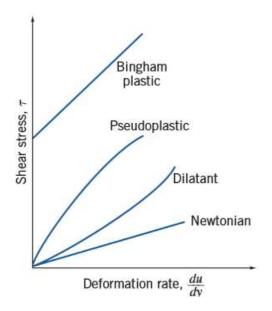
Fluidos não-newtonianos:

Fluidos em que a tensão de cisalhamento não é diretamente proporcional à taxa de deformação. Isso significa que a viscosidade varia com a taxa de deformação.

Exemplos: pasta de dente, areia da praia, suspensões coloidais, tintas...

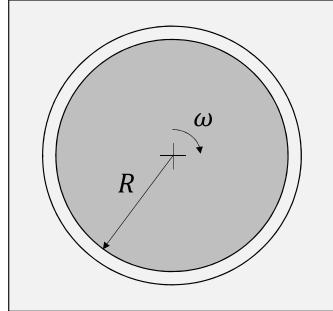






Ex: Qual é a potência consumida por um eixo de raio R e comprimento L que gira a

uma velocidade ω ? O fluido na folga tem viscosidade μ e a folga é δ .

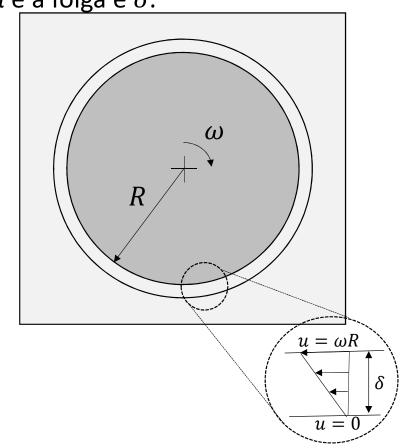


Ex: Qual é a potência consumida por um eixo de raio R e comprimento L que gira a uma velocidade ω ? O fluido na folga tem viscosidade μ e a folga é δ .

Hipóteses:

1) Fluido newtoniano

2) Taxa de deformação linear: $\frac{du}{dy} = \frac{\Delta u}{\Delta y}$



Ex: Qual é a potência consumida por um eixo de raio R e comprimento L que gira a

uma velocidade ω ? O fluido na folga tem viscosidade μ e a folga é δ .

Hipóteses:

1) Fluido newtoniano

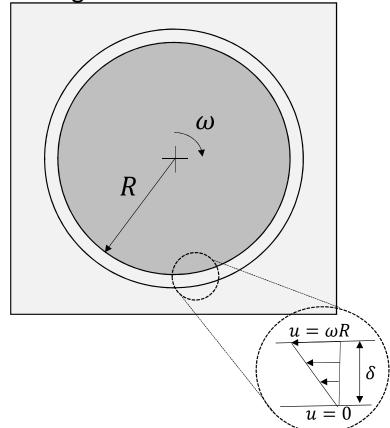
2) Taxa de deformação linear:
$$\frac{du}{dy} = \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

Solução:

$$P = T\omega = FR\omega = \tau AR\omega$$
 $A = 2\pi RL$

$$\tau = \mu \frac{\Delta u}{\Delta y} = \mu \frac{\omega R}{\delta}$$

$$P = 2\pi\mu\omega^2 \frac{LR^3}{\delta}$$

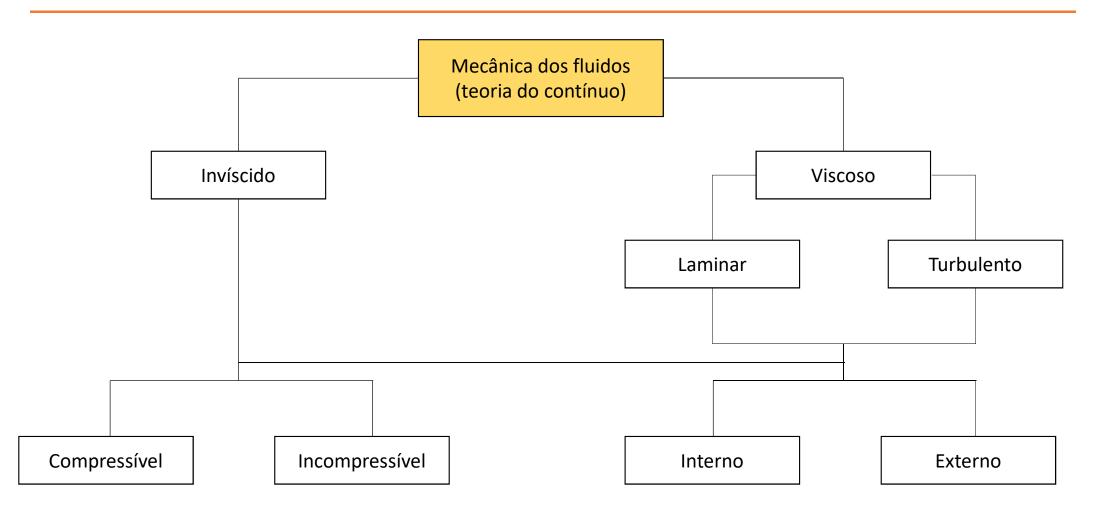


Exercício 2.30 (Fox, 6ª ed): A distribuição de velocidade para o escoamento laminar desenvolvido entre placas paralelas é dada por:

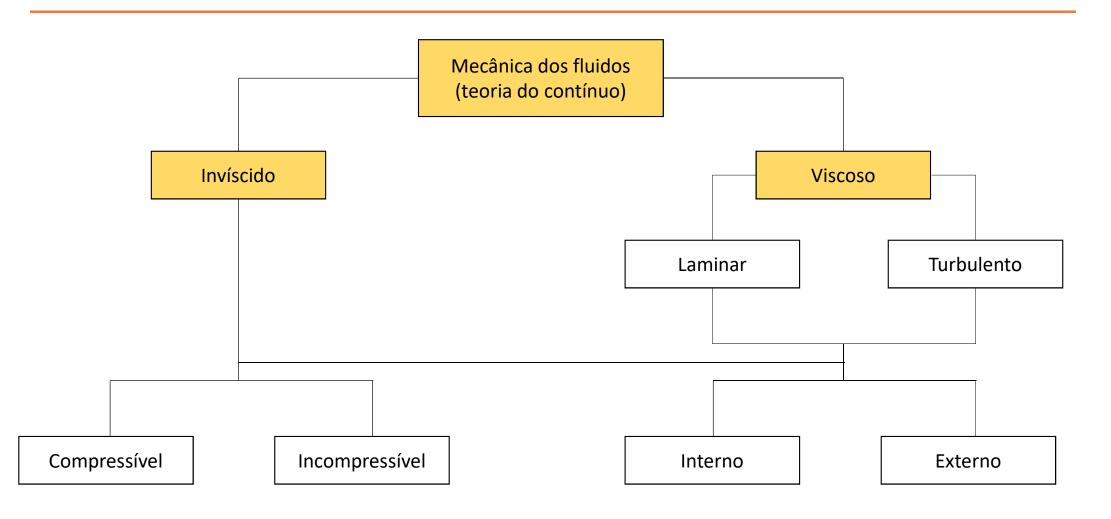
$$\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{2y}{h}\right)^2$$

onde h é a distância entre as placas; a origem é colocada na linha mediana entre as placas. Considere um escoamento de água a 15° C ($\mu = 1,14*10^{-3}$ Pa.s), com $u_{max} = 0,05$ m/s e h = 1 mm. Calcule a força cisalhante sobre uma seção de 1 m² da placa inferior e forneça o seu sentido.

Descrição e classificação do movimento dos fluidos



Descrição e classificação do movimento dos fluidos



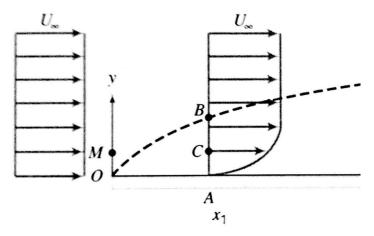
Escoamento invíscido:

- As forças viscosas são desprezadas (não há taxa de deformação no escoamento);
- Na prática, é como se $\mu = 0$.

Escoamento viscoso:

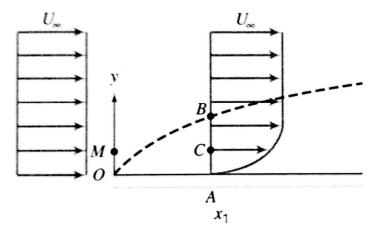
- A velocidade do fluido junto à superfície assume o seu valor (não-escorregamento);
- Presença de taxa de deformação e tensões cisalhantes.

Considere a figura:



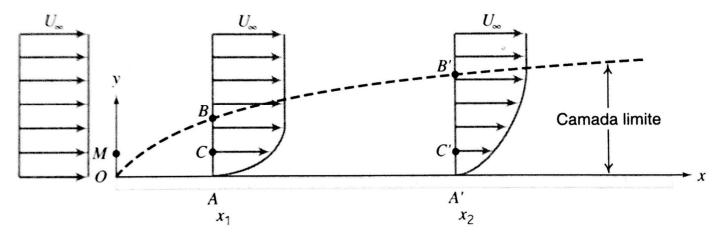
- Não-deslizamento: Em A, u=0;
- À medida que y aumenta, o efeito da presença da placa sobre o escoamento é menor, até se tornar praticamente nulo (B);
- Em C, $0 \le u \le U_{\infty}$;

Considere a figura:



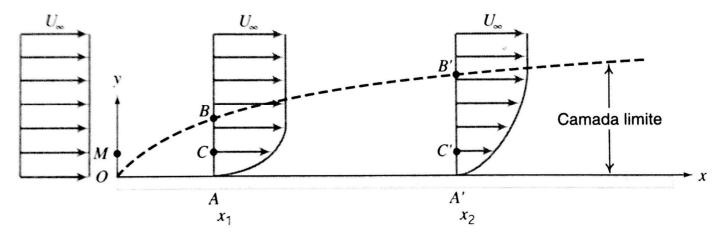
• A tensão τ_{yx} no ponto C é positiva. Se escolhermos um plano y -, o sentido da tensão será x-, retardando a camada superior do escoamento;

Considere a figura:



- A tensão τ_{yx} no ponto C é positiva. Se escolhermos um plano y -, o sentido da tensão será x-, retardando a camada superior do escoamento;
- Na seção x_2 , u=0 em A'.
- É razoável esperar que y(B') > y(B) e que $u_{\mathcal{C}'} < u_{\mathcal{C}}$

Considere a figura:

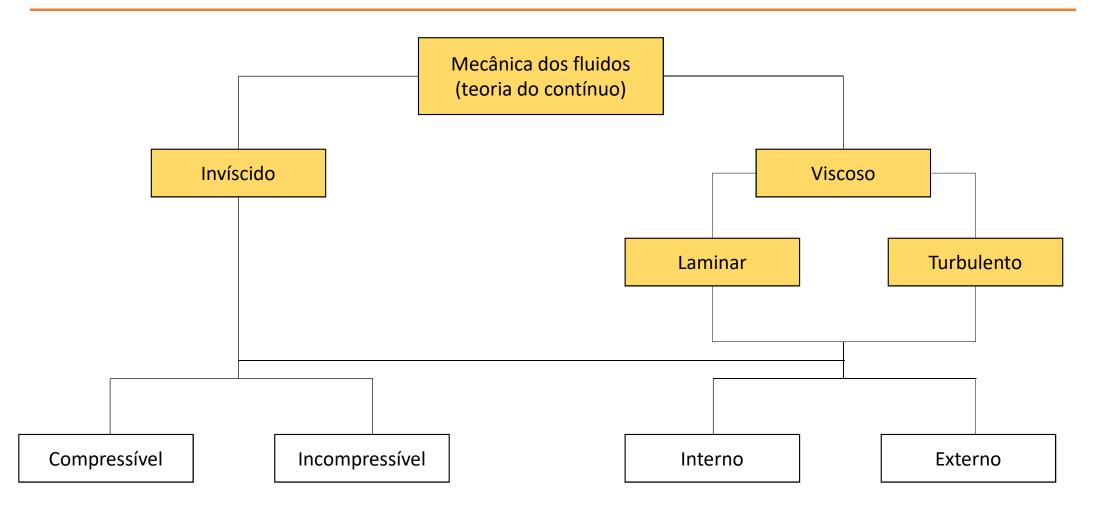


- A tensão τ_{yx} no ponto C é positiva. Se escolhermos um plano y -, o sentido da tensão será x-, retardando a camada superior do escoamento;
- Na seção x_2 , u=0 em A'.
- É razoável esperar que $\mathbf{y}(\mathbf{B}') > \mathbf{y}(\mathbf{B})$ e que $u_{\mathcal{C}'} < u_{\mathcal{C}}$

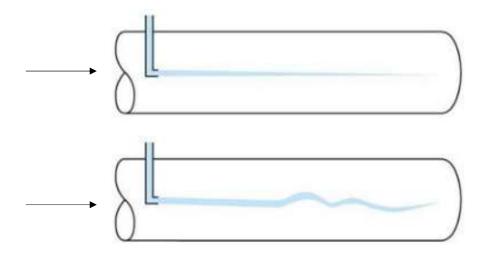
Duas regiões bem definidas:

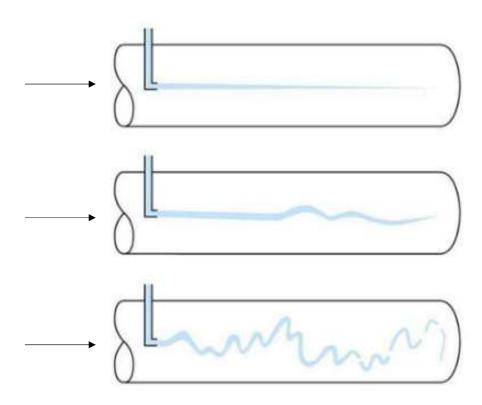
- 1. Fora da camada limite invíscido
- 2. Dentro da camada limite viscoso

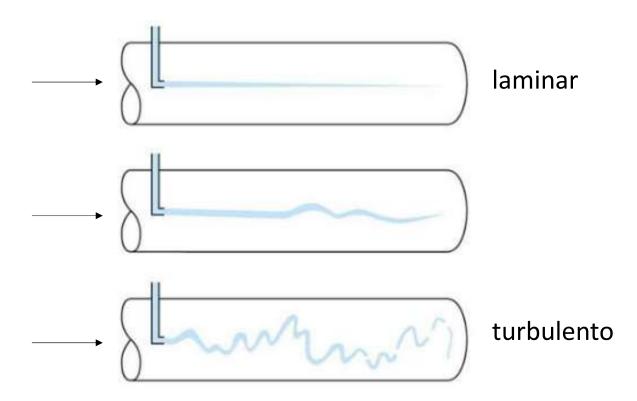
Descrição e classificação do movimento dos fluidos

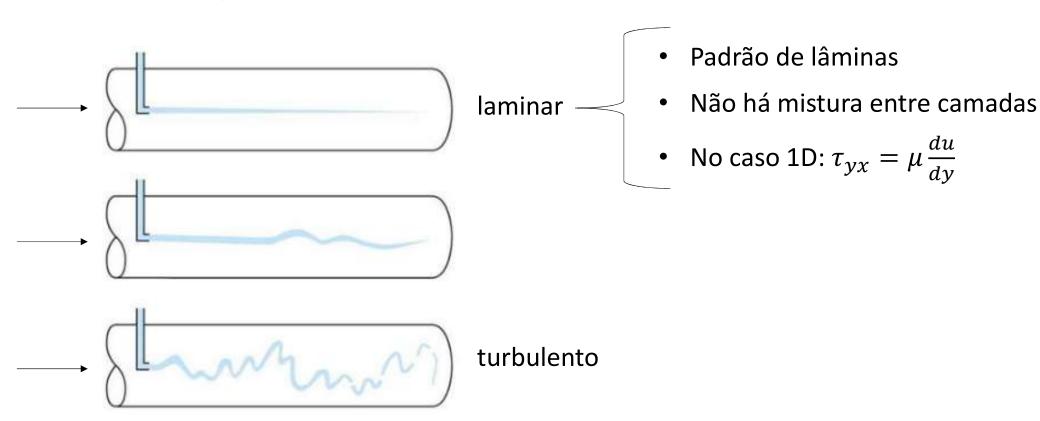


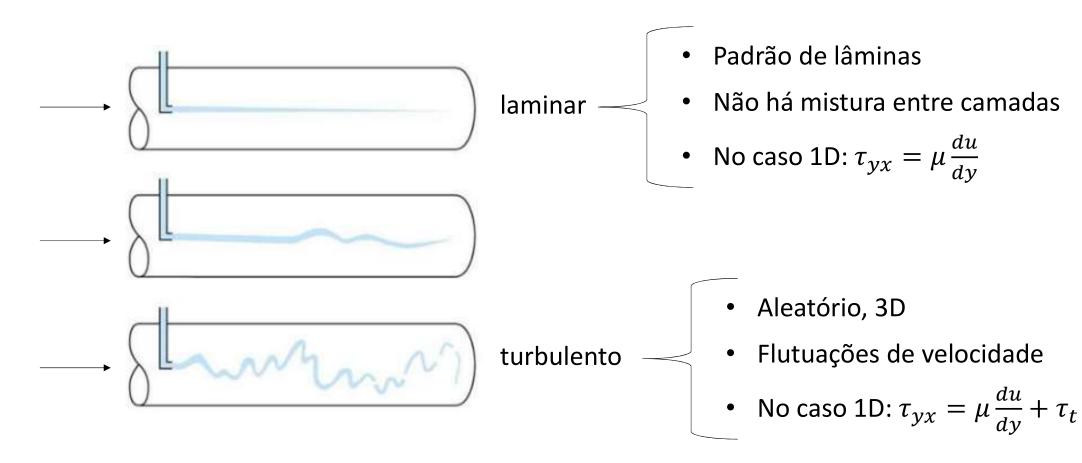




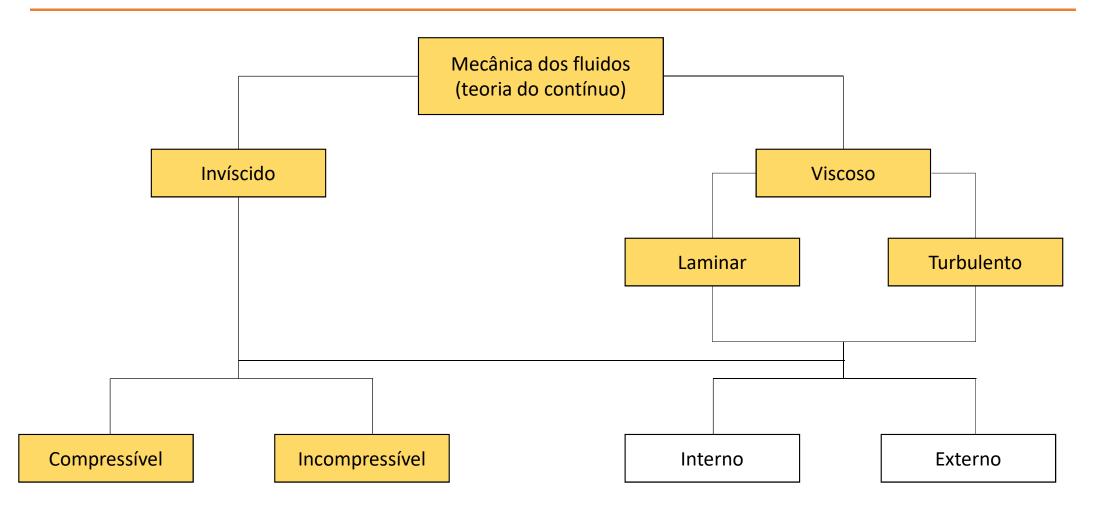








Descrição e classificação do movimento dos fluidos



Escoamentos incompressível e compressível

Incompressível:

- Variação da massa específica é desprezível;
- Geralmente, os líquidos são incompressíveis.



incompressível

Escoamentos incompressível e compressível

Incompressível:

- Variação da massa específica é desprezível;
- Geralmente, os líquidos são incompressíveis.



incompressível



compressível

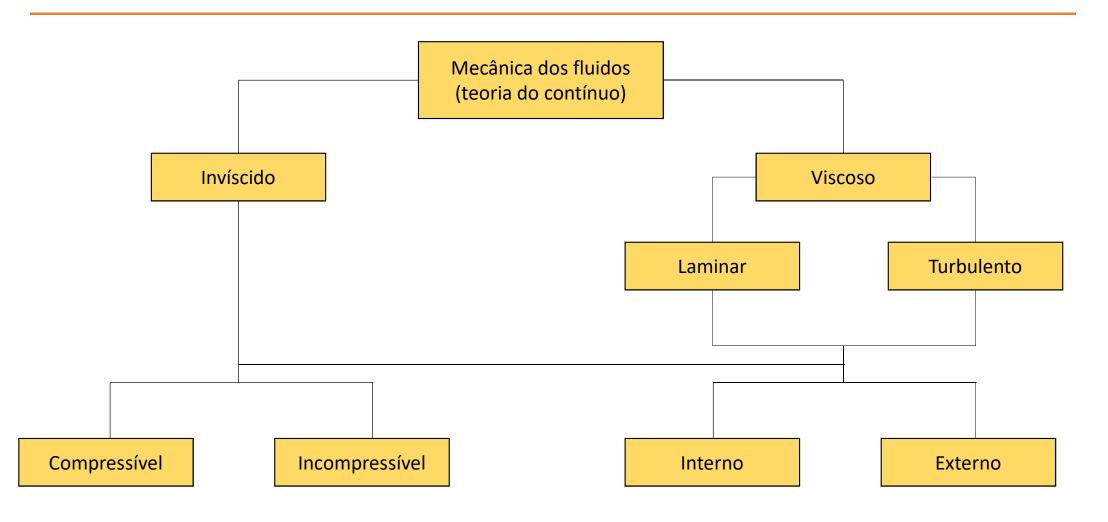
Compressível:

- Variação da massa específica não é desprezível
- Gases

$$Ma = \frac{V}{c} < 0.3$$
 incompressível

$$Ma = \frac{V}{c} > 0.3$$
 compressível

Descrição e classificação do movimento dos fluidos



Escoamentos interno e externo

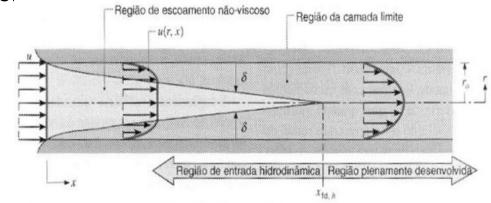
<u>Interno</u>:

- Escoamentos involtos por superfícies sólidas (confinados);
- Pode ser laminar ou turbulento, compressível ou incompressível;
- Escoamento interno incompressível em dutos:

$$Re = \frac{\rho \bar{V}D}{\mu}$$

$$Re \le 2300$$
 laminar

$$Re > 2300$$
 turbulento



Escoamentos interno e externo

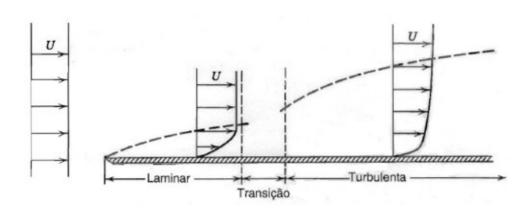
Externo:

- Escoamento sobre corpo imerso em um fluido n\u00e3o confinado;
- Pode ser laminar ou turbulento, compressível ou incompressível;
- Placa plana, cilindro
- Escoamento de camada limite pode ser laminar ou turbulento

$$Re_{x} = \frac{\rho U_{\infty} x}{\mu}$$

$$Re \leq 5x10^5$$
 laminar

$$Re > 5x10^5$$
 turbulento



Exercício 2.45 (Fox, 5^{a} ed): Foi proposto empregar um par de discos paralelos de raio R para medir a viscosidade de uma amostra líquida. O disco superior gira à velocidade angular ω a uma altura h acima do disco inferior. A viscosidade do líquido na folga deve ser calculada a partir de medições do torque necessário para girar o disco superior continuamente. Obter expressões algébricas para a tensão cisalhante em qualquer posição radial e para o torque necessário para girar o disco superior.

