Probabilidade e Estatística - Lista 03
Universidade Federal de Santa Catarina
Campus Araranguá
Prof. Agenor Hentz

1. Se $A \subset B$, com $\Pr(B) > 0$, qual é o valor de $\Pr(A|B)$?

2. Se A e B são eventos mutualmente excludentes, e $\Pr(B) > 0$, qual é o valor de $\Pr(A|B)$?

3. Se o espaço de amostra de um experimento seja S e A é qualquer evento neste espaço, qual é o valor de $\Pr(A|S)$?

4. Cada vez que um cliente compra uma pasta de dente, ele escolhe entre as marcas A e B. Suponha que para cada compra que ele fizer, a probabilidade de que ele escolha a mesma marca na próxima compra seja dada por $1/3$ e, portanto, a probabilidade de que ele troque de marca seja $2/3$. Se as probabilidades do cliente comprar qualquer um dos dois produtos (A ou B for $1/2$) na primeira compra, encontre:

   a) a probabilidade de que ambas a 1^a e a 2^a compras sejam da marca A;

   b) a probabilidade de que a 3^a e a 4^a compras sejam da marca B.

5. Uma classe é composta de 10 alunos do curso A, 30 alunos do curso B e 10 alunos do curso C. No final do semestre se viu que dos alunos reprovados, 3 foram do curso A, 10 do curso B e 5 do curso C. Se um aluno desta classe for escolhido ao acaso, e se descobrir que ele foi um dos reprovados, qual é a probabilidade de que ele seja do curso B?

6. Uma amostra aleatoria de 200 adultos foi classificada por sexo e nível de educação, segundo a tabela abaixo:

educação	homem	mulher
fundamental	38	45
média	28	50
superior	22	17

   Se uma pessoa for escolhida aleatoriamente deste grupo, encontre a probabilidade de:

   a) a pessoa seja um homem, dado que a pessoa tenha nível de educação médio.

   b) a pessoa não tenha educação superior, dado que ela seja mulher.

7. Em um experimento que visava estudar a relação entre hipertensão e o hábito de fumar, os dados abaixo foram coletados de 180 indivíduos:

	não-fumantes	moderados	frequentes
H	21	36	30
nH	48	26	19

   onde a segunda coluna se refere aos indivíduos não fumantes, a 3^a coluna se refere aos fumantes eventuais e a 4^a coluna se refere aos fumantes frequentes. H se refere aos indivíduos hipertensos e nH se refere aos indivíduos não-hipertensos. Se um indivíduo for selecionado aleatoriamente, qual é a probabilidade de que:

   a) ele seja hipertenso, dado que ele é um dos fumantes frequentes?

   b) ele não seja fumante, dado que ele não tem hipertensão?

8. Um fabricante de vacinas enviou amostras de seus produtos para um 3 laboratórios diferentes. Historicamente, sabe-se que os 3 laboratórios atestam os produtos analisados como negativos (produto não atende as especificações legais) com taxas, respectivas, de 0,10, 0,08 e 0,12. Se as inspeções forem feitas de maneira sequencial, mas independente, então qual é a probabilidade de que:

   a) o produto seja aprovado pelo primeiro laboratório enviado (que pode ser qualquer um deles) mas rejeitado pelo segundo (que será um dos outros dois)?

   b) o produto seja rejeitado pelo pelo terceiro laboratório analisado (ou seja, que tenha sido analisado pelos outros dois laboratórios escolhidos aleatoriamente)?

   Atenção: as análises podem ser feitas em qualquer ordem de laboratório.

9. Se três dados são rolados, qual é a probabilidade de que todos os 3 números sejam os mesmos?

10. Considere um experimento no qual uma moeda "justa" é jogada até que uma "cara" seja obtida pela primeira vez. Se o experimento é feito três vezes, qual é a probabilidade de que sejam necessárias exatamente o mesmo número de jogadas até que a "cara" seja obtida?

11. Imagine uma competição onde dois times, A e B, se enfrentam tantas vezes quanto sejam necessárias, até que um deles ganhe um total de 4 jogos. Se a probabilidade de que o time A vença o time B em qualquer jogo seja $1/3$, qual é a probabilidade do time A ganhar a competição?

12. Uma caixa contém 20 bolas vermelhas, 30 bolas brancas e 50 bolas azuis. Suponha que 10 bolas sejam selecionadas aleatoriamente uma por vez, com reposição. Isto significa que cada bola retorna à caixa assim que for selecionada. Determine a probabilidade de que ao menos uma cor esteja faltando no conjunto de 10 bolas selecionadas.

13. Em determinada região é conhecido o fato de experiências anteriores que a porção da população que tem câncer é 0,05. Se a probabilidade de que um médico faça o diagnóstico correto de uma pessoa com câncer é 0,78 e a probabilidade de diagnosticar erroneamente uma pessoa que não tenha essa doença, como se ela tivesse, for de 0,06, qual é a probabilidade de que um adulto com mais de 40 anos seja diagnosticado com câncer?

14. A polícia de determinada localidade planeja colocar pardais em 4 pontos da cidade. Os pardais, chamados P_1, P_2, P_3 e P_4 funcionarão somente em determinados períodos de tempo (40%, 30%, 20% e 30%, respectivamente). Se uma pessoa anda constantemente acima da velocidade em seu caminho para o trabalho, e tem probabilidades 0,2, 0,1, 0,5 e 0,2, respectivamente, de passar por estes pardais, qual é a probabilidade desta pessoa receber uma multa?

15. Uma companhia telefônica opera 3 estações distribuidoras em localidades diferentes. Durante o período de 1 ano, o número de falhas reportadas por cada distribuidora e suas causas estão descritas abaixo.

tipo de falha	A	B	C
falta de energia	2	1	1
servidor	4	3	2
equipamento	5	4	2
humana	7	7	5

Suponha que uma falha tenha sido reportada, e que foi constatada que foi falha humana. Qual é a probabilidade de que a falha tenha vindo da estação C?

16. Um novo teste para detectar um tipo particular de câncer foi desenvolvido. Se o teste por aplicado em uma pessoa com este tipo de câncer, a probabilidade de que a pessoa tenha um resultado positivo é 0,95 e a probabilidade de que a pessoa tenha um resultado negativo é 0,05. Se o teste for aplicado em uma pessoa que não possua este tipo de câncer, a probabilidade de que a pessoa tenha resultado negativo é 0,95 e a probabilidade de que ela tenha resultado positivo é 0,05. Suponha que, em geral, somente uma pessoa em 100 mil habitantes tenha este tipo de câncer. Se uma pessoa escolhida ao acaso tem um resultado positivo na realização do teste, qual é a probabilidade de que ela tenha, de fato, este tipo de câncer?

17. Em uma certa cidade, 30% das pessoas são eleitores do partido A, 50% do partido B e 20% do partido C. Em determinada eleição, se notou que 65% dos eleitores do partido A votaram, 82% dos eleitores do partido B votaram e 50% dos eleitores do partido C votaram. Caso uma pessoa da cidade seja escolhida aleatoriamente, e se descobrir que ela não votou na última eleição, qual é a probabilidade de que ela seja eleitora do partido B?

18. Suponha que quando uma máquina esteja ajustada corretamente, 50% dos ítems produzidos por ela sejam de alta qualidade e os outros 50% sejam de qualidade mediana. Suponha, entretanto, que a máquina seja 10% do tempo ajustada incorretamente e que, nesta condição, 25% dos ítens produzidos por ela sejam de alta qualidade e 75% dos ítems sejam de qualidade mediana.

    a) Suponha que 5 ítens produzidos pela máquina em determinado momento sejam selecionados aleatoriamente. Caso 4 destes ítens sejam de alta qualidade e um deles seja de qualidade mediana, qual é a probabilidade de que a máquina esteja ajustada corretamente?

    b) Suponha que um novo ítem é produzido, neste mesmo período, e seja verificado que este ítem é de qualidade mediana. Qual passa a ser a nova probabilidade de que esta máquina esteja ajustada adequadamente?

Respostas: **1)** $\Pr(A)/\Pr(B)$; **2)** 0; **3)** $\Pr(A)$; **4)** *a*) $\Pr(A_1 \cap A_2) = \Pr(A_1) \cdot \Pr(A_2|A_1) = 1/6$; *b*) $\Pr(B_3 \cap B_4) = \Pr(B_3) \cdot \Pr(B_4|B_3) = (1/2) \cdot (1/3) = 1/6$; **5)** $\Pr(B|Ap^c) = 10/18$; **6)** *a*) $28/78 = 14/39$; *b*) $(45 + 50)/112 = 95/112$; **7)** *a*) $30/49$; *b*) $48/93$; **8)** *a*) $P = (1/6)[0,9\,(0,08 + 0,12) + 0,92\,(0,1 + 0,12) + 0,88\,(0,1 + 0,08)] = 0,09013333$ *b*) $P = (1/6)[0,9\,(0,88\,0,08 + 0,92\,0,12) + 0,92\,(0,88\,0,1 + 0,9\,0,12) + 0,88\,(0,92\,0,1 + 0,9\,0,08)] = 0,08122667$; **9)** $6\left(\frac{1}{6}\right)^3$; **10)** $P = (\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^6 + (\frac{1}{2})^9 + ... = \frac{1}{7}$; **11)** $P = (\frac{1}{3})^4\left[1 + \binom{4}{1}(\frac{2}{3}) + \binom{5}{2}(\frac{2}{3})^2 + \binom{6}{3}(\frac{2}{3})^3\right]$; *a*) $3\left[6\,(4)^2 + 4\,(6)^2\right]/10^3 = 0,72$; **12)** -; **13)** $P = (0,05\,0,78 + 0,95\,0,06) = 0,096$; **14)** $P = (0,2\,0,4 + 0,1\,0,3 + 0,5\,0,2 + 0,2\,0,3) = 0,27$; **15)** $P = \frac{5}{19}$; **16)** $\sim$ 0,00019; **17)** 0,4184397; **18)** *a*) $P = \frac{0{,}9\,[5\,(\frac{1}{2})^4\,(\frac{1}{2})]}{0{,}9\,[5\,(\frac{1}{2})^4\,(\frac{1}{2})]+0{,}1\,[5\,(\frac{1}{4})^4\,(\frac{3}{4})]} = 0,9896907$; *b*) $P = \frac{0{,}9896907\,0{,}5}{0{,}9896907\,0{,}5+(1-0{,}9896907)\,0{,}75} = 0,9846154$