

Blatt 6

Automaten und formale Sprachen Praktikum

Teammitglieder: Luis Staudt
Dominik Meurer

1

1.1

	0	1	2	3	4	...
0	0	1	3	6	10	
1	2	4	7	11	16	
2	5	8	12	17	23	
3	9	13	18	24	31	
4	14	19	25	32	39	
5	20	26	33	40	47	
6	27	34	41	48	55	
...						

Horizontale 0 Zeile

$$f_0(n) = \frac{n(n+1)}{2}$$

1.1.1 Gesamte Funktion

$$f(n, m) = \frac{(n+m)(n+m+1)}{2} + m$$

1.2

Es kann wie ein Zahlensystem mit 3 Zeichen gesehen werden, das in das Dezimalsystem übersetzt wird.

$$a := 1$$

$$b := 2$$

$$c := 3$$

$$\Sigma^* = c_n * 3^n + c_{n-1} * 3^{n-1} + \dots + c_1 * 3^1 + c_0 * 3^0$$

$$\begin{aligned}
 aaabbbbaaac &= 1 * 3^9 + 1 * 3^8 + 1 * 3^7 + 2 * 3^6 + 2 * 3^5 + 2 * 3^4 + 1 * 3^3 + 1 * 3^2 + 1 * 3^1 + 3 * 3^0 \\
 &= 19683 + 6561 + 2187 + 1458 + 486 + 162 + 27 + 9 + 3 + 3 \\
 &= 30579
 \end{aligned}$$

$$\Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$$

$$a \rightarrow 1$$

$$b \rightarrow 2$$

$$c \rightarrow 3$$

$$aa \rightarrow 4$$

$$ab \rightarrow 5$$

$$ac \rightarrow 6$$

$$ba \rightarrow 7$$

1.3

	0	1	2	3	4	...	
0	$f_0(0)$	$f_0(1)$	$f_0(2)$	$f_0(3)$	$f_0(4)$		gerade ist 0
1	$f_1(0)$	$f_1(1)$	$f_1(2)$	$f_1(3)$	$f_1(4)$		ungerade ist 0
2	$f_2(0)$	$f_2(1)$	$f_2(2)$	$f_2(3)$	$f_2(4)$		durch 5 teilbar ist 0
3	$f_3(0)$	$f_3(1)$	$f_3(2)$	$f_3(3)$	$f_3(4)$...
4	$f_4(0)$	$f_4(1)$	$f_4(2)$	$f_4(3)$	$f_4(4)$		
5	$f_5(0)$	$f_5(1)$	$f_5(2)$	$f_5(3)$	$f_5(4)$		
6	$f_6(0)$	$f_6(1)$	$f_6(2)$	$f_6(3)$	$f_6(4)$		
...							
g	$f_0(0) + 1$	$f_1(1) + 1$	$f_2(2) + 1$	$f_3(3) + 1$	$f_4(4) + 1$		hier gilt $1 + 1 = 0$

die funktion g ist per definition nicht oben enthalten. Daher kann die Tabelle nicht vollständig sein. Aus dem Widerspruch folgt, dass die Menge aller Funktionen nicht abzählbar ist.

2

2.1

```

1 whilenot iszero(A) do # Setzt A auf 0
2   pred(A);
3 od;
4
5 # Inkrementiert A auf 5
6 succ(A);

```

```
7 succ(A);
8 succ(A);
9 succ(A);
10 succ(A);
```

Code Listing 1: Inkrementieren ($A \bar{5}$)

2.2

```
1 whilenot iszero(B) do # Dekrementiert B auf 0 und A hoch ( $A = A + B$ )
2   succ(A);
3   pred(B);
4 od;
```

Code Listing 2: Addition ($A + B$)

2.3

```
1 whilenot iszero(C) do # Setzt C auf 0
2   pred(C);
3 od;
4
5 whilenot iszero(A) do # Addiert A auf B und kopiert A nach C
6   succ(B);
7   pred(A);
8   succ(C);
9 od;
10
11 whilenot iszero(C) do # Restauriert A aus C
12   pred(C);
13   succ(A);
14 od;
```

Code Listing 3: Kopieren (A nach B)

2.4

```
1 whilenot iszero(B) do # Setzt B auf 0
2   pred(B);
3 od;
4
5 whilenot iszero(A) do # Dekrementiert A auf 0, B ist nach jedem Schritt 1
6   pred(A);
7   pred(B);
8   succ(B);
9 od;
```

Code Listing 4: Signum-(Vorzeichen-)Test

2.5

```
1 whilenot iszero(C) do # Setzt C auf 0
2   pred(C);
3 od;
4
5 whilenot iszero(B) do # Dekrementiert B auf 0 und dekrementiert A
6   pred(A);
7   pred(B);
8 od;
9
10 whilenot iszero(A) do # Dekrementiert A auf 0, C ist nach jedem Schritt 1
11   pred(A);
12   pred(C);
13   succ(C);
14 od;
```

Code Listing 5: Vergleichstest ($A > B$)

3

3.1

```
1 whilenot iszero(B) do # Dekrementiert B auf 0 und dekrementiert A ( $A = A - B$ )
2   pred(A);
3   pred(B);
4 od;
```

Code Listing 6: Subtraktion ($A - B$)

3.2

```
1 whilenot iszero(C) do # Setzt C auf 0
2   pred(C);
3 od;
4
5 whilenot iszero(B) do # Dekrementiert B auf 0 und addiert A zu C in jedem Schritt
6   whilenot iszero(A) do # Addiert A zu C und inkrementiert Temp
7     succ(C);
8     pred(A);
9     succ(Temp);
10  od;
11
12  # A ist hier 0
13
14  whilenot iszero(Temp) do # Restauriert A aus Temp
15    succ(A);
16    pred(Temp);
17  od;
```

```
18  
19     pred(B); # B wird um 1 dekrementiert nach jedem Schritt  
20 od;
```

Code Listing 7: Multiplikation ($A * B$)

3.3

3.3.1

```
1 whilenot iszero(Temp) do # Setzt Temp auf 0
2   pred(Temp);
3 od;
4
5 succ(Temp); # Temp auf 1 setzen
6 whilenot iszero(Temp) do # Dekrementiert A und B, bis eines von beiden 0 ist
7   if iszero(A) then
8     pred(Temp);
9   fi;
10  if iszero(B) then
11    pred(Temp);
12  fi;
13
14  pred(A);
15  pred(B);
16 od;
17
18 # Wenn A und B 0 sind, dann sind sie gleich
19 if iszero(A) then
20   if iszero(B) then
21     succ(C);
22   fi;
23 fi;
```

Code Listing 8: Testen auf Gleichheit

3.3.2

```
1 copy(R1, R2) # Kopiert R1 nach R2
2   whilenot iszero(R_Copy) do # Setzt R_Copy auf 0
3     pred(R_Copy);
4   od;
5
6   whilenot iszero(R1) do # Kopiert R1 nach R2 und R_Copy
7     succ(R2);
8     pred(R1);
9     succ(R_Copy);
10  od;
11
12  whilenot iszero(R_Copy) do # Restauriert R1 aus R_Copy
13    pred(R_Copy);
14    succ(R1);
15  od;
16
17 whilenot iszero(C) do
18   pred(C);
19 od;
20
21 copy(A, A_Copy);
22 copy(B, B_Copy);
23
24 whilenot iszero(A) do # Dekrementiert A auf 0 (A wird 0, B unbekannt)
25   pred(A);
26   pred(B);
27 od;
28
29 whilenot iszero(B_Copy) do # Dekrementiert B auf 0 (A unbekannt, B_Copy wird 0)
30   pred(B_Copy);
31   pred(A_Copy);
32 od;
33
34 # Wenn A und B_Copy 0 sind, dann sind A und B gleich
35 if iszero(B) then
36   if iszero(A_Copy) then
37     succ(C);
38   fi;
39 fi;
```

Code Listing 9: Testen auf Gleichheit -> Komplex aber erster Versuch

3.4

```
1 whilenot iszero(Temp) do # Setzt Temp auf 0
2   pred(Temp);
3 od;
4
5 succ(Temp); # Setzt Temp auf 1
6 whilenot iszero(Temp) do # Dekrementiert A und B, bis eines von beiden 0 ist
7   if iszero(A) then # Temp wird 0, da A 0 ist
8     pred(Temp);
9   fi;
10  if iszero(B) then # Temp wird 0, da B 0 ist
11    pred(Temp);
12  fi;
13
14  pred(A);
15  pred(B);
16 od;
17
18 if iszero(A) then # Wenn A 0 ist, dann ist B der Abstand
19   whilenot iszero(B) do # Dekrementiert B und C, bis B 0 ist
20     pred(B);
21     succ(C);
22   od;
23 else # Wenn B 0 ist, dann ist A der Abstand
24   whilenot iszero(A) do # Dekrementiert A und C, bis A 0 ist
25     pred(A);
26     succ(C);
27   od;
28 fi;
```

Code Listing 10: Abstand