Solución del Examen de la Unidad 2

Emmanuel Alcalá

4 de abril de 2022

Respuesta 1

1. $M_t = U(1+r)^t$ o si $U = 1$, $M_t = (1+r)^t$.
2. $u(t) = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} u^{(t)}$ con $\delta = 1/(1+r)^t$.

Respuesta 2

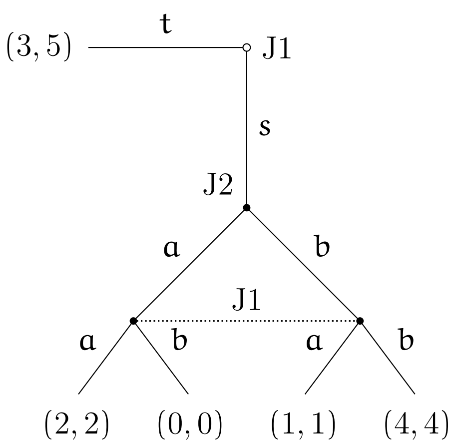
1. Tres subjuegos.
2. ENPS $= \{(D, M), M\}$, con ganancias $= (2, 0)$.

Respuesta 3

1. Cuatro subjuegos.
2. De información perfecta: todos los conjuntos de información son unitarios o, dicho de otra manera, los jugadores conocen el historial del juego cuando les toca mover.
3. ENPS $= \{(ND, dr, bl), DR\}$, con ganancias $= (10/3, 20/3)$. Conviene tomar la acción ND.

Respuesta 4

1. ENPS $= \{(s, c, f), b\}$, con ganancias $= (4, 4)$.
2. Se convierte en árbol con información imperfecta:



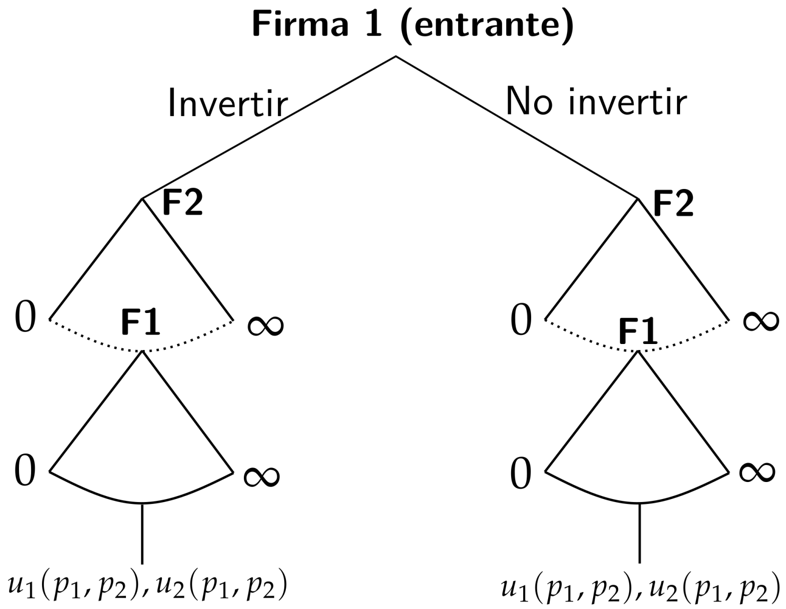
El segundo nodo, cuando mueve J2, es un subjuego que debe jugarse de forma simultánea. El ENPS se puede obtener con estrategias mixtas (1+ extra) o considerando dos escenarios. Nota: los resultados los doy considerando que cambiaron las acciones del jugador 1 a a, b.

$\text{ENPS}_1 = \{(s, b), b\}$, con ganancias $= (4, 4)$.

$\text{ENPS}_2 = \{(t, a), a\}$, con ganancias $= (3, 5)$.

Respuesta 5

1. El árbol es



Notar que tanto a la izquierda como a la derecha hay información imperfecta, por lo que se parece a un duopolio de Cournot, y se debe resolver de forma simultánea, a diferencia del duopoliode Stackelberg.

2. Primero analizaré la segunda etapa. Cada firma escoge una $p_i^* = \text{argmax}_{p_i>0}\, u_i(p_i, p_j)$.
Firma 1 invierte: $p_i^* = \text{argmax}_{p_i>0}\, u_i(p_i, p_j) = (1-2p_i+p_j)p_i$. La condición de primer orden, y despejando para p_i da
$$p_i^* = \frac{1+p_j}{4}$$
para $i = \{1, 2\}, i \neq j$ (es decir, usan estrategias simétricas). Metiendo p_2^* en p_1^* nos da que $p_1^* = 1/3$ (y lo mismo para el jugador 2), que son los precios en equilibrio. Las ganancias, sustituyendo $p_1^* = 1/3$ y $p_2^* = 1/3$ nos da $u_1(p_1, p_2) = \frac{2}{9} - I$ y $u_2(p_1, p_2) = \frac{2}{9}$. Con $I = 0.205$, la utilidad es $u_1(p_1, p_2) = 0.017$.
Firma 1 no invierte: en este caso, la firma 1 tiene un costo de c, por lo que su función es $p_1^* = \text{argmax}_{p_1>0}\, u_1(p_1, p_2; c) = (1 - 2p_1 + p_2)(p_1 - c)$, con $c = 1/2$.La condición de primer orden resulta en
$$p_1^* = \frac{2+p2}{4}$$

Dado que la firma 2 no tiene costo, su función es la misma que cuando la firma 1 invierte, y que ya habíamos calculado $p_2^* = \frac{1+p_1}{4}$. Resolviendo para la firma 1, tenemos que el precio en equilibrio p_1^* es de 3/5, y para la firma 2 $p_2^* = 2/5$. La utilidad de la firma 1 cuando no invierte es

$$u_1(p_1, p_2; c) = 1(-2 * (3/5) + 2/5)(3/5 - 1/2) = 1/50 = 0.02$$

Que es más que la utilidad cuando invierte (0.017). Por lo tanto, en equilibrio la firma 1 no invierte.

Extra: La utilidad de no invertir es de 1/50, la utilidad de unvertir es $\frac{2}{9} - I \geqslant 0.02$, despejando para I nos da $I \leqslant 0.202\bar{2}$.