

Solución de la tarea 1a

Emmanuel Alcalá

16 de febrero de 2022

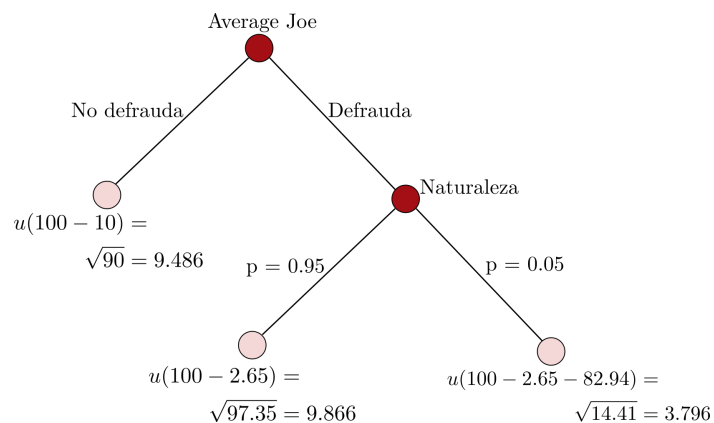
Respuesta 1

$$\mathbf{E}[X] = \sum_{i=1}^n p(x_i)x_i = \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.1 & 0.1 & 0.09 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix} = 5.16$$

Respuesta 2

Comparar la utilidad de **No defraudar** con la *utilidad esperada* de **Defraudar**:

1. R.



2. R. Averso. Su función es cóncava.
3. R.

$$U(ND) = 9.486$$

$$UE(D) = 0.95 \times 9.866 + 0.05 \times 3.796 = 9.562$$

La utilidad por **No defraudar** es *menor* que la utilidad por **Defraudar**.

4. R.

$$U(ND) \geq UE(D)$$

$$9.486 \geq (1 - p) \times 9.866 + p \times 3.796$$

$$9.456 - 9.866 \geq 3.79p - 9.866p$$

$$-0.41 \geq -6.076p$$

cambiar de signo

$$p \geq \frac{0.41}{6.076}$$

$$p \geq 0.067$$

Si la probabilidad es mayor a 0.067 (o dicho de otra manera, si la proporción de auditados por SAT es mayor al 6.7 %), sería racional para el individuo cambiar de decisión y no defraudar.

Respuesta 3

1. R. El juego en su forma normal es:

$$N = \{J1, J2\}$$

$$S = q_i \in [0, \infty)$$

$$u_i(q_i, q_j) = (100 - q_i - q_j)q_i - q_i^2$$

2. R. Primero definimos el problema como un problema de optimización.

$$q_i^* = \operatorname{argmax}_{q_i > 0} u_i(q_i, q_j^*)$$

Dado que la función de utilidad involucra un término cuadrado en negativo, sabemos que es cóncava, por lo que el C.P.O. es suficiente:

$$\frac{\partial u_i(q_i, q_j)}{\partial q_i} \Big|_{q_j=q_j^*} = 0$$

$$\frac{\partial u_i(q_i, q_j)}{\partial q_i} \Big|_{q_j=q_j^*} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial q_i}(100q_i - 2q_i^2 - q_i q_j) = 0$$

$$100 - 4q_i - q_j = 0$$

Lo que resulta en un sistema de ecuaciones de dos incógnitas:

$$100 - 4q_1 - q_2 = 0$$

$$100 - q_1 - 4q_2 = 0$$

Resolviendo

$$\begin{cases} (100 + 4q_1 - q_2 = 0) \times (-4) \\ 100 + q_1 - 4q_2 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} -400 + 16q_1 + 4q_2 = 0 \\ 100 - q_1 - 4q_2 = 0 \\ \hline -300 + 15q_1 = 0 \end{cases}$$

$$q_i^* = \frac{300}{15} = 20$$

El EN es $(q_1^* = 20, q_2^* = 20)$, con ganancias en equilibrio de $(800, 800)$.