

Tarea - Unidad 3

Decisiones y Teoría de Juegos

Emmanuel Alcalá

jaime.alcala@iteso.mx

18 de abril de 2022

Instrucciones

Valor: 10 puntos, distribuidos en las 5 preguntas de forma equitativa.

- 1 - Formar equipos de 4 personas.
- 2 - Esta actividad contará como tarea de la unidad 3. Deberá comenzarse el 18 de abril y terminarse el 20 de abril, durante la clase.
- 3 - Pasar las soluciones en limpio en una hoja en blanco, con los nombres del equipo, el 20 de abril a más tardar a las 8pm.
- 4 - Podrán consultar apuntes, libros o videos.
- 5 - Pueden hacerle al profesor hasta 4 preguntas por equipo, pero puedo negarme a contestar si la pregunta implica la solución de un ejercicio.

Pregunta 1

Considerar una subasta de sobre cerrado a la primera puja con 3 jugadores

Valoraciones $x_1, x_2, x_3 \sim \text{uniforme}(0, 30)$

Supón que los jugadores 2 y 3 anuncian que pujarán de la siguiente manera

$$b_2(x_2) = \frac{3}{4}x_2$$
$$b_3(x_3) = \frac{4}{5}x_3$$

Y que el jugador 1 puja con b_1 tal que gana si $b_1 > ax_2$ y $b_1 > ax_3$ para los valores de a de los jugadores 2 y 3 mencionados antes.



Resuelve:

¿Qué valor debe tomar a para que la puja del jugador 1 (b_1) sea óptima contra la puja de los otros jugadores?

Pregunta 2

Tomando el ejercicio anterior, desechar los valores de a para los jugadores 2 y 3 (es decir, ahora su puja será $b_j(x_j) = ax_j$ para $j = \{2, 3\}$).

Resuelve:

1. Vuelve a calcular el valor de a en equilibrio para el jugador 1.
2. Compara este valor de a contra los que usaron los jugadores en la anterior pregunta.
¿De qué depende el valor de a en equilibrio?

Pregunta 3

En una subasta de sobre cerrado al primer precio, dos jugadores tienen función de utilidad cóncava $u(w_i) = w_i^\alpha$, en donde w_i es la ganancia que obtienen si ganan la subasta, $w_i = x_i - b_i$ si $b_i > b_j$. Si los jugadores pujan una fracción $0 < a < 1$ de su valuación $x_i \sim \text{uniforme}(0, 1)$ (es decir, distribuida uniformemente entre 0 y 1).

Resuelve:

¿Para qué valor de α se obtendría un valor de $a = 1/1.5$?

Pregunta 4

En un duopolio de Cournot con información privada sobre costos, considerar:

- Dos jugadores que compiten en cantidad.
- Una función de precio $p(Q) = 10 - Q$, en donde Q es la cantidad agregada de los dos jugadores.
- La empresa 1 escoge q_1 con costo de 0. La empresa 2 tiene costo de producción privado.
- Con probabilidad $1/2$ la empresa 2 produce a costo 0 (costo bajo, o c_B), y con la misma probabilidad produce a costo de 4 (costo alto, o c_A).
- Empresa 1 solo conoce la distribución de probabilidad de los costos de la empresa 2.
- La empresa 2 debe producir cantidades $q_{2,B}$ y $q_{2,A}$ cuando sus costos son bajos y altos, respectivamente.

Responder:



- ¿Cuáles son las funciones de utilidad para ambas empresas? *Pista:* la empresa 2 tiene función $u_2(q_1, q_{2,t})$ donde t es el *tipo* de la empresa 2; la empresa 1 tomará una decisión bajo incertidumbre.
- Escribe el problema de optimización que debes resolver para encontrar el ENB, que consiste en el perfil $\{q_1^*, q_{2,A}^*, q_{2,B}^*\}$
- ¿Qué valores deben tener $\{q_1^*, q_{2,A}^*, q_{2,B}^*\}$ en *Equilibrio*?
- ¿Cuál es la utilidad de la empresa 2 si tiene costos altos?

Pregunta 5

Considera ahora que la función de precio es $p(Q) = 1 - Q$, los costos para la empresa 2 son c_A y c_B , y las probabilidades $p(c_A) = \theta, p(c_B) = 1 - \theta$. Responder:

- Escribe el problema de optimización que debes resolver para encontrar el ENB, que consiste en el perfil $\{q_1^*, q_{2,A}^*, q_{2,B}^*\}$
- Encuentra las expresiones para el perfil que forma un ENB.
- ¿Cómo cambia $q_{2,A}^*, q_{2,B}^*$ con respecto a θ ?