# Solución de la tarea 1a

Emmanuel Alcalá

4 de abril de 2022

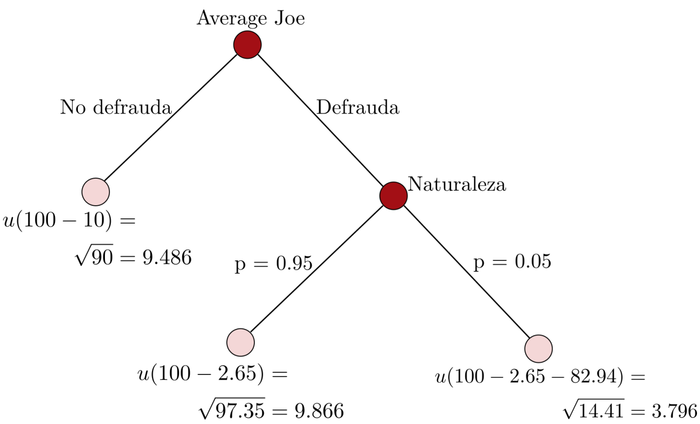
## Respuesta 1

$$\mathbf{E}[X] = \sum_{i=1}^{n} p(x_i)x_i = \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.1 & 0.1 & 0.09 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix} = 5.16$$

## Respuesta 2

Comparar la utilidad de **No defraudar** con la *utilidad esperada* de **Defraudar**:

1. R.



2. R. Averso. Su función es cóncava.
3. R.

$$\begin{aligned} \mathsf{U}(\mathsf{ND}) &= 9.486 \\ \mathsf{UE}(\mathsf{D}) &= 0.95 \times 9.866 + 0.05 \times 3.796 = 9.562 \end{aligned}$$

   La utilidad por **No defraudar** es *menor* que la utilidad por **Defraudar**.
4. R.

$$\begin{aligned} \mathsf{U}(\mathsf{ND}) &\geqslant \mathsf{UE}(\mathsf{D}) \\ 9.486 &\geqslant (1-\mathsf{p}) \times 9.866 + \mathsf{p} \times 3.796 \\ 9.456 - 9.866 &\geqslant 3.79\mathsf{p} - 9.866\mathsf{p} \\ -0.41 &\geqslant -6.076\mathsf{p} \\ &\text{cambiar de signo} \\ \mathsf{p} &\geqslant \frac{0.41}{6.076} \\ \mathsf{p} &\geqslant 0.067 \end{aligned}$$

   Si la probabilidad es mayor a 0.067 (o dicho de otra manera, si la proporción de auditados por SAT es mayor al 6.7 %), sería racional para el individuo cambiar de decisión y no defraudar.

## Respuesta 3

1. R. El juego en su forma normal es:

$$\begin{aligned} \mathsf{N} &= \{\mathrm{J1}, \mathrm{J2}\} \\ \mathsf{S} &= \mathsf{q}_i \in [0, \infty) \\ \mathsf{u}_i(\mathsf{q}_i, \mathsf{q}_j) &= (100 - \mathsf{q}_i - \mathsf{q}_j)\mathsf{q}_i - \mathsf{q}_i^2 \end{aligned}$$

2. R. Primero definimos el problema como un problema de optimización.

$$\mathsf{q}_i^* = \underset{\mathsf{q}_i > 0}{\operatorname{argmax}}\, \mathsf{u}_i(\mathsf{q}_i, \mathsf{q}_j^*)$$

Dado que la función de utilidad involucra un término cuadrado en negativo, sabemos que es cóncava, por lo que el C.P.O. es suficiente:

$$\left.\frac{\partial u_i(q_i, q_j)}{\partial q_i}\right|_{q_j = q_j^*} = 0$$

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial u_i(q_i, q_j)}{\partial q_i}\right|_{q_j = q_j^*} &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial q_i}(100q_i - 2q_i^2 - q_i q_j) &= 0 \\
100 - 4q_i - q_j &= 0
\end{aligned}$$

Lo que resulta en un sistema de ecuaciones de dos incógnitas:

$$\begin{aligned}
100 - 4q_1 - q_2 = 0 \\
100 - q_1 - 4q_2 = 0
\end{aligned}$$

Resolviendo

$$\begin{cases} (100 + 4q_1 - q_2 & = 0) \times (-4) \\ 100 + q_1 - 4q_2 & = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} -400 + 16q_1 + 4q_2 & = 0 \\ 100 - q_1 - 4q_2 & = 0 \\ \hline -300 + 15q_1 & = 0 \end{cases}$$

$$q_i^* = \frac{300}{15} = 20$$

El EN es $(q_1^* = 20, q_2^* = 20)$, con ganancias en equilibrio de $(800, 800)$.