ITESO, Universidad Jesuita de Guadalajara

# Examen - Unidad 3

**Decisiones y Teoría de Juegos**

Emmanuel Alcalá

jaime.alcala@iteso.mx

18 de abril de 2022

---

**Instrucciones**

**1** - El examen tendrá lugar entre la semana del 2 de mayo al 6 de mayo, de forma presencial.

**2** - Formar equipos de cuatro personas.

**3** - Entregar un solo examen físico en hojas blancas el miércoles 04 de mayo con los nombres de todos los integrantes y las soluciones en limpio.

**4** - Reglas:

- Cada equipo podrá hacerle al profesor dos preguntas. Si me niego a contestarla (e.g., si me preguntan algo que no pueda contestar sin resolver el problema) pueden volver a hacer la pregunta, pero solo una vez. Piensen bien qué preguntar.
- Pueden consultar apuntes y libros. Prepárense de forma previa al examen para saber qué podrían necesitar o facilitar el examen. Esto pueden saberlo consultando la guía.
- La fecha de entrega del examen es inaplazable. Recomiendo que, cada que estén seguros de una respuesta, vayan pasándola en limpio.
- La hoja de soluciones debe ser legible y ordenada.
- La calificación de cada ejercicio se divide equitativamente en cada inciso.

## Pregunta 1 Subasta de sobre cerrado con $n$ jugadores

*7.5 pt*

Considera la subasta de sobre cerrado al primer precio considerada en clase. Las valoraciones $x_1, x_2, ..., x_n$ de los jugadores son desconocidas pero *independientes* y uniformemente distribuidas entre 0 y 100. Asume que los jugadores usan una función de puja $b_i(x_i) = ax_i$.

1. Demuestra que $a = \frac{n-1}{n}$.

2. Compara las pujas $n = 2$ con $n = 3$. ¿Qué le conviene más al vendedor, una $n$ grande o una pequeña?

3. Demuestra que cuando $n \to \infty$, los jugadores van a pujar su valuación, es decir $b_i = x_i$.

**Pista**: para que el jugador $i$ gane, su puja debe ser mayor que la de cada uno de los jugadores, es decir, $b_i > b_1, b_i > b_2, ..., b_i > b_{i-1}, b_i > b_{i+1}, b_i > b_{n-1}$, y cada uno de estos eventos es independiente.

## Pregunta 2 Duopolio de Cournot con información asimétrica

*7.5 pt*

Considera un duopolio de Cournot con demanda inversa $P(Q) = a - Q$, en donde $Q = q_1 + q_2$ es la cantidad agregada en el mercado. Ambas empresas tienen un costo $c_i(q_i) = cq_i$, pero la demanda $a$ es desconocida: es alta $(a = a_A)$ con probabilidad $\theta$ y baja $(a = a_B)$ con probabilidad $1 - \theta$. Es un juego de información asimétrica. La empresa 1 sabe si la demanda es alta o baja, pero la empresa 2 no lo sabe. Las dos empresas deben escoger simultáneamente las cantidades. Contesta:

1. ¿Cuál es el Equilibrio de Nash Bayesiano en este juego? Es decir, ¿qué cantidades $q_i^{k*}$ deben escoger las empresas, en función de la demanda $a_k$?

2. ¿Cómo varían las cantidades en equilibrio para cada empresa con respecto a $\theta$ y $a_A$?

3. Para la empresas 2, ¿cuál sería la cantidad en equilibrio si la probabilidad de demanda alta fuese de 0?

**Pista: nota que la demanda es la misma para ambas empresas** por lo que, para la empresa 2, el problema de optimización para $q_2^*$ es

$$\underset{q_2 \geqslant 0}{\operatorname{argmax}} \; \{\theta(a_A - q_1^A - q_2 - c)q_2 + (1-\theta)(a_B - q_1^B - q_2 - c)q_2\}$$

¡Suerte!