Tarea 4

Luis Gerardo Hernández Román

Septiembre 2024

1 Oscilador armónico

Este oscilador armonico se describe por la ecuación diferencial de segundo orden que representa el movimiento de una masa conectada a un resorte (oscilador armónico).

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

donde:

- $x(t)$ es la posición en función del tiempo,
- k es una constante que depende de la rigidez del resorte o la naturaleza del sistema (en este caso, $k = 0.5$),
- $\frac{d^2x}{dt^2}$ es la aceleración.

Forma de sistema de primer orden:

Para resolver esta ecuación usando métodos numéricos, primero se convierte en un sistema de ecuaciones de primer orden:

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = -kx$$

donde:

- $v(t) = \frac{dx}{dt}$ es la velocidad,
- $\frac{dv}{dt} = -kx$ es la aceleración derivada de la ley de Hooke para un resorte.

El sistema completo ahora describe cómo la posición x y la velocidad v cambian en el tiempo.

2 Método de Euler

El código usa el método de Euler, que es una técnica numérica para aproximar la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias. Dado un valor inicial para $x(0)$ y $v(0)$, el método de Euler calcula el valor de x y v en el siguiente pequeño intervalo de tiempo t sumando el cambio (derivada multiplicada por el paso de tiempo Δt):

$$x_{i+1} = x_i + \Delta t \cdot v_i$$

$$v_{i+1} = v_i + \Delta t \cdot (-k \cdot x_i)$$

3 Resultados

- La primera gráfica en el código muestra cómo evolucionan en el tiempo la

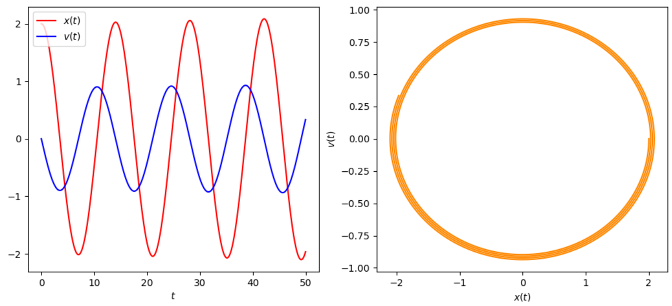

Figure 2: k=0.2

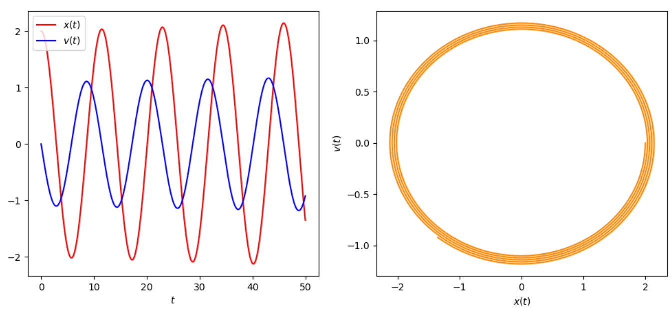

Figure 3: k=0.3

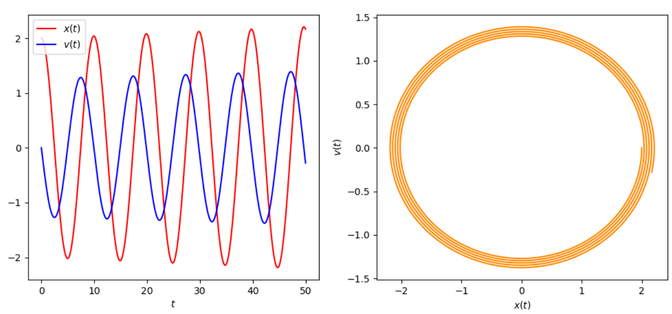

Figure 4: k=0.4

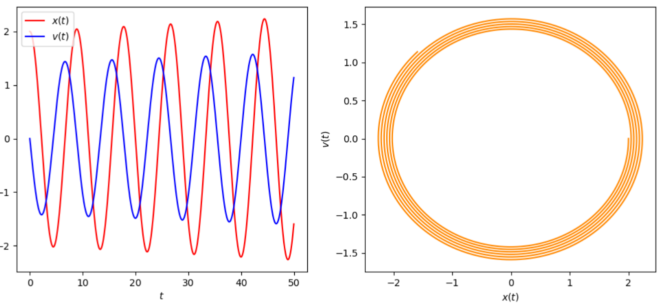

Figure 5: k=0.5

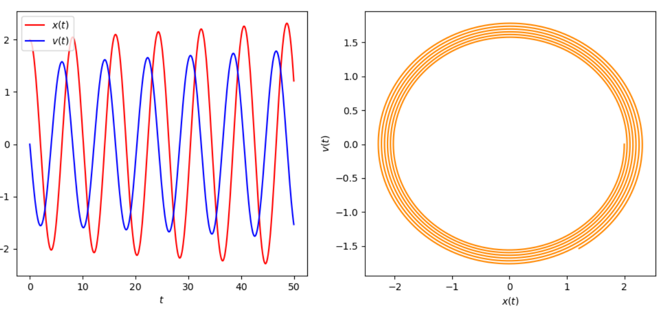

Figure 6: k=0.6

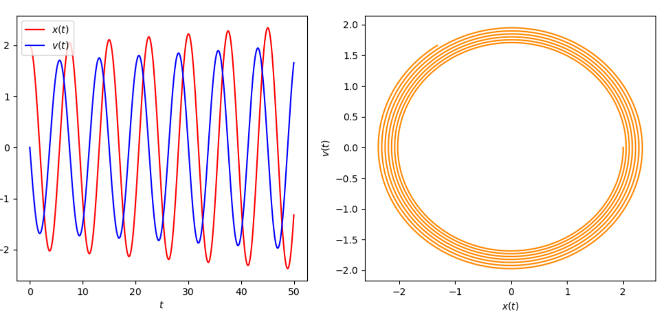

Figure 7: k=0.7

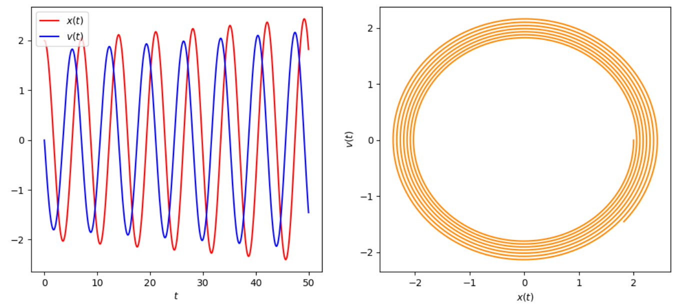

Figure 8: k=0.8

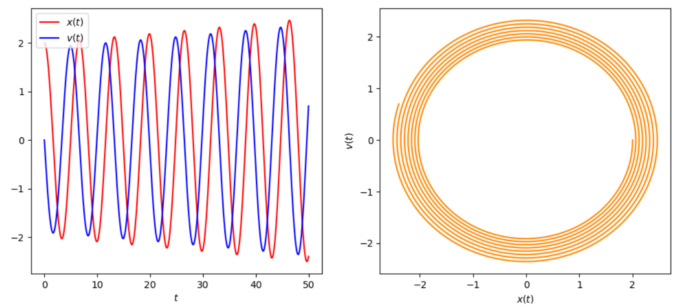

Figure 9: k=0.9

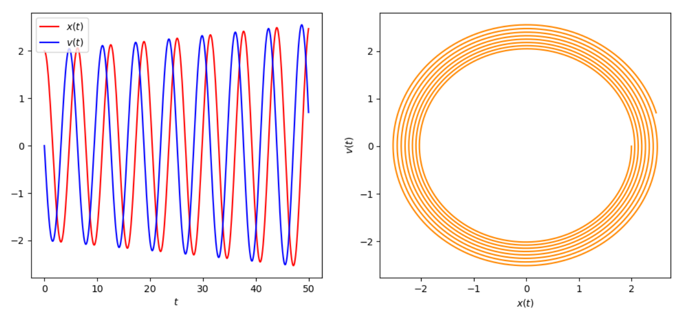

Figure 10: k=1

3.2 Posteriormente 10 valores de k, entre 1 y 25

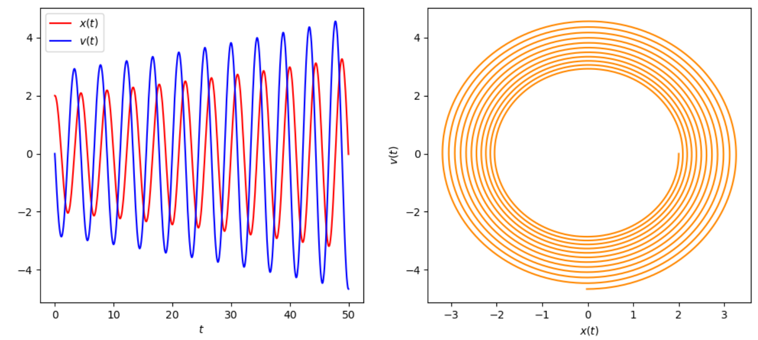

Figure 11: k=2

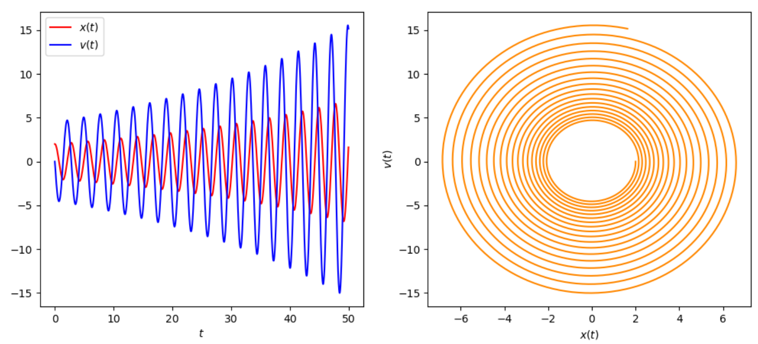

Figure 12: k=5

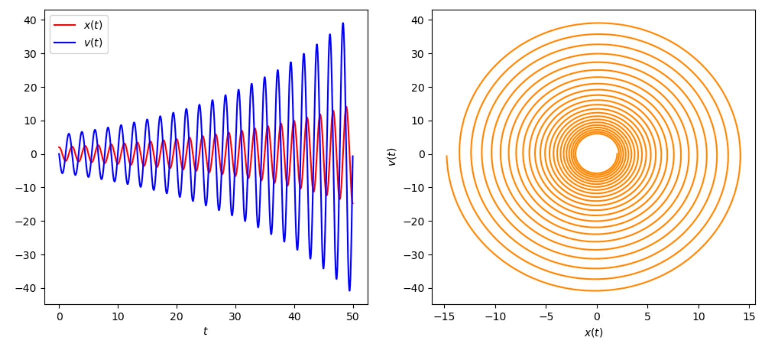

Figure 13: k=8

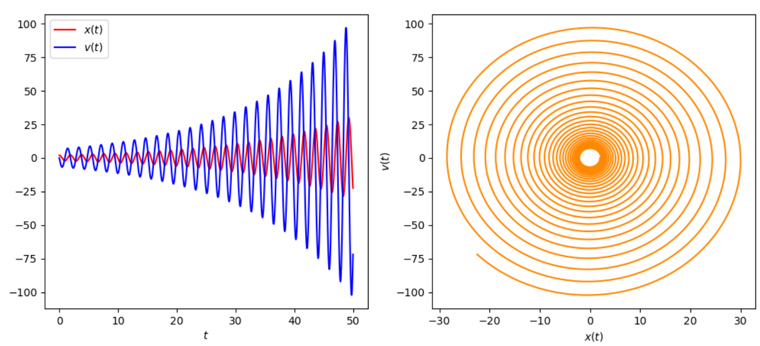

Figure 14: k=11

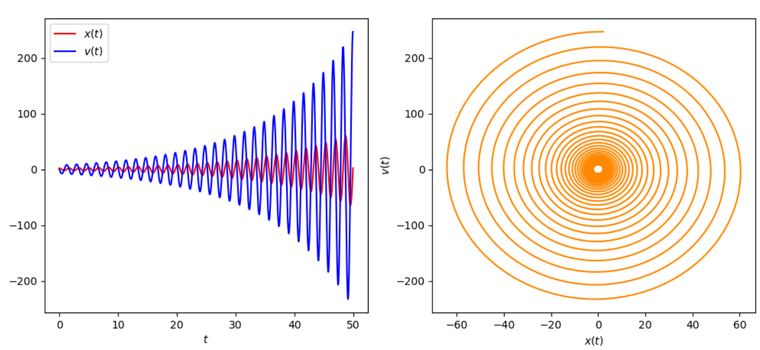

Figure 15: k=14

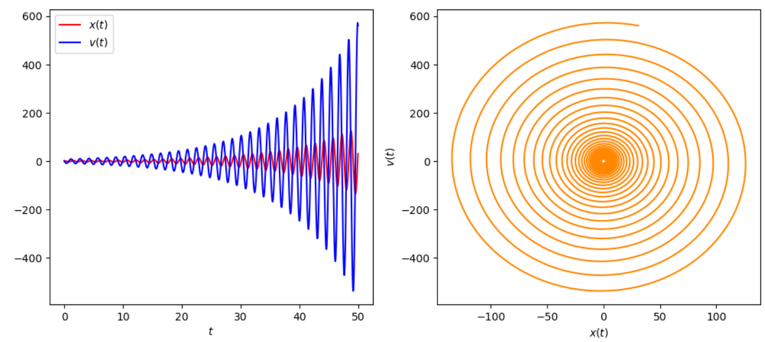

Figure 16: k=17

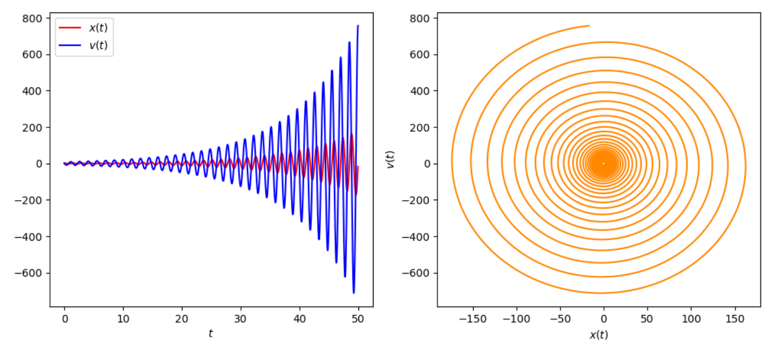

Figure 17: k=18

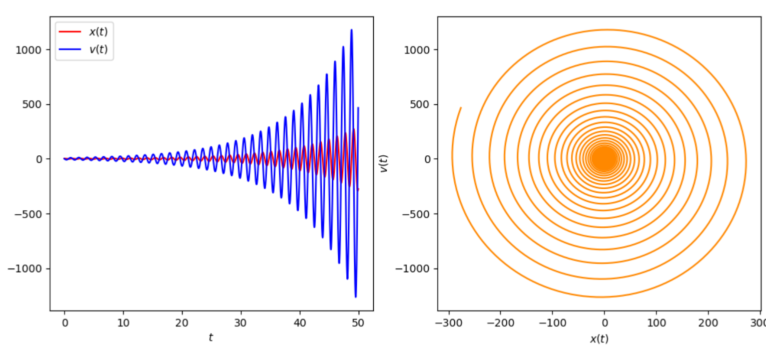

Figure 18: k=20

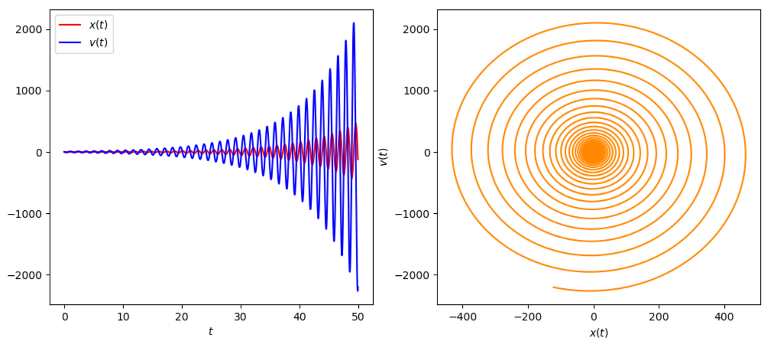

Figure 19: k=22

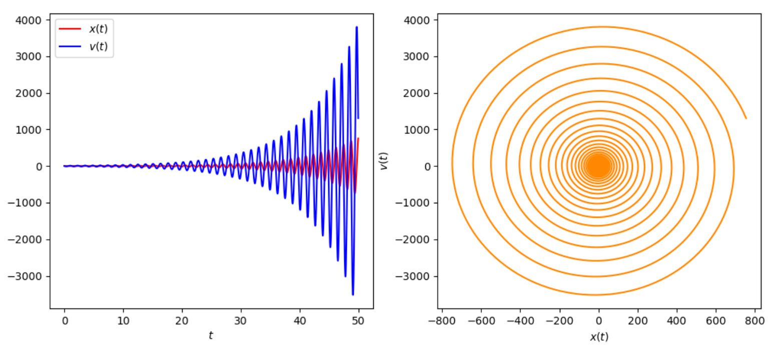

Figure 20: k=24

3.3 10 valores de k, entre 30 y 200.

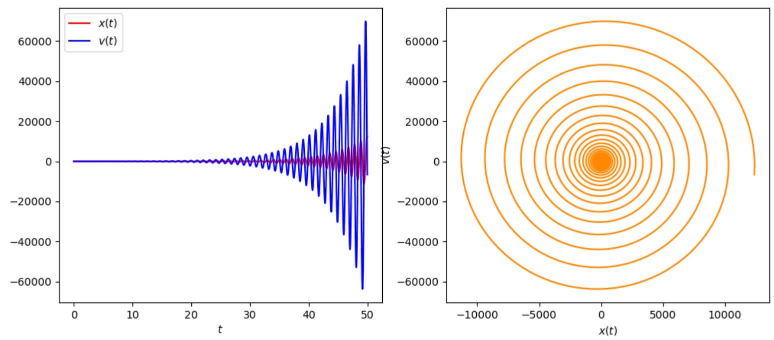

Figure 21: k=35

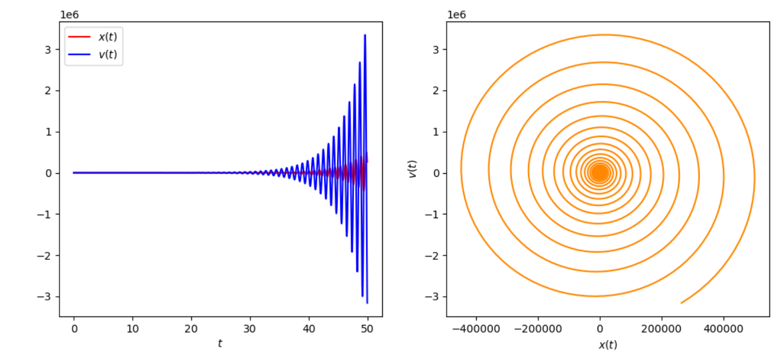

Figure 22: k=50

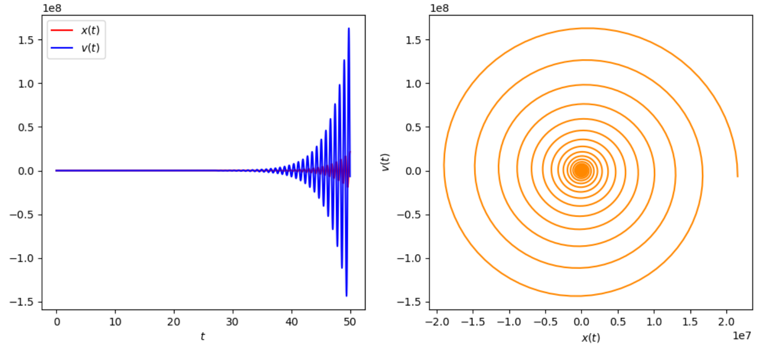

Figure 23: k=65

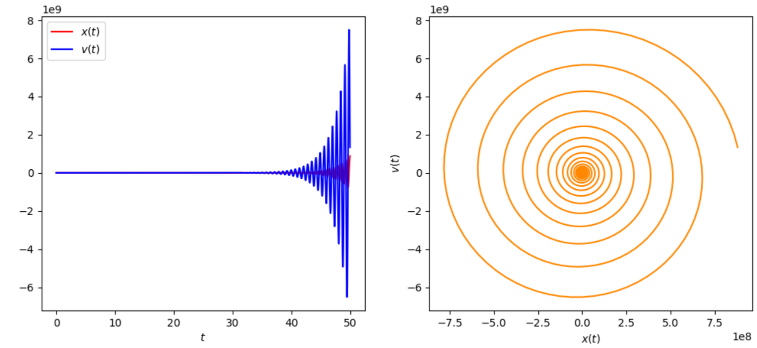

Figure 24: k=80

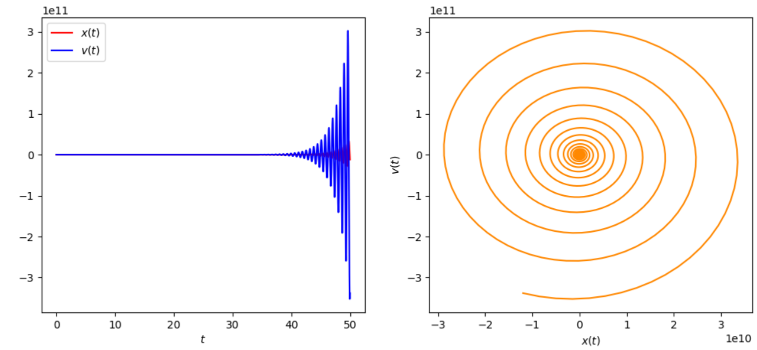

Figure 25: k=95

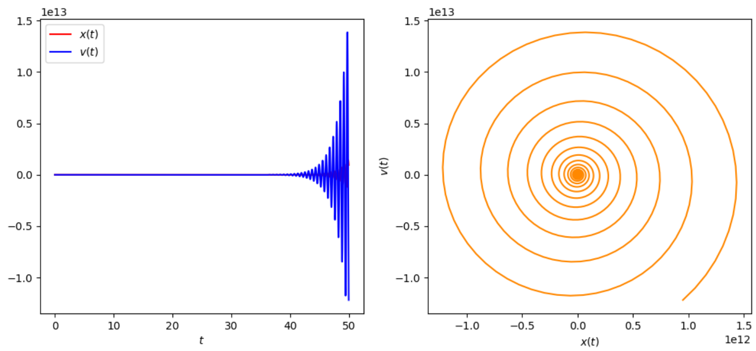

Figure 26: k=110

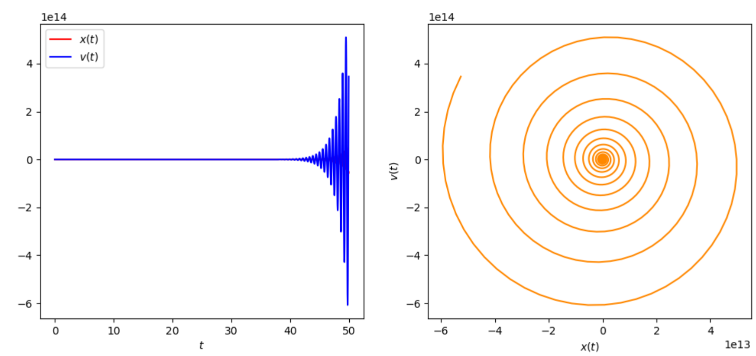

Figure 27: k=125

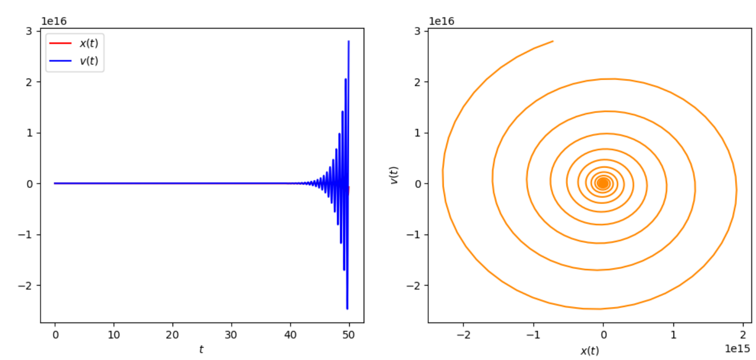

Figure 28: k=140

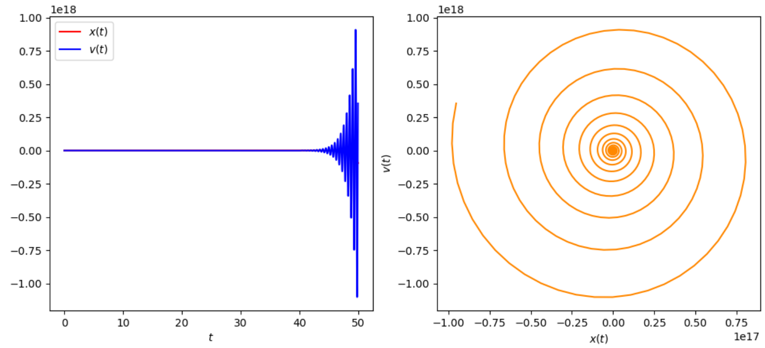

Figure 29: k=155

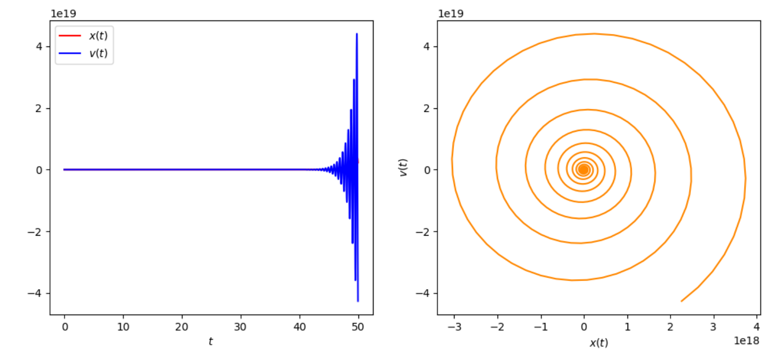

Figure 30: k=170

4 Análisis del sistema para diferentes valores de k

- k pequeño (bajo): Para valores pequeños de k, la frecuencia angular es baja, lo que implica oscilaciones lentas (con un periodo largo). El sistema se mueve de manera más pausada y la energía potencial es menor. El espacio fase (trayectoria en el plano $x - v$) será más estirado, mostrando una evolución más lenta.

- k grande (alto): Al aumentar k, la frecuencia angular ω aumenta, lo que lleva a oscilaciones más rápidas (con un periodo más corto). El oscilador se mueve más rápidamente hacia su posición de equilibrio y vuelve a desviarse con mayor rapidez. El espacio fase mostrará trayectorias más ajustadas, indicando oscilaciones rápidas. La energía total es mayor, y por lo tanto, la velocidad en los puntos de equilibrio (donde $= 0$ x=0) también es mayor.