Simulación de Sistemas Físicos

Hernández Román Luis Gerardo
202040969

1 Ejemplo 4.1

El código proporcionado aborda la simulación de un oscilador armónico simple (OAS) mediante el método de Euler para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). El formalismo matemático subyacente se basa en la descripción del sistema a través de dos EDO de primer orden, que modelan la posición y la velocidad del resorte en función del tiempo.

La ecuación diferencial principal que rige el comportamiento del OAS es

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

donde m es la masa del resorte, k es la constante del resorte, x es la posición, y g es la aceleración debida a la gravedad.

Este sistema de EDO se descompone en dos ecuaciones de primer orden:

$$\frac{dx}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{k}{m}x - g$$

El método numérico utilizado para aproximar las soluciones de estas ecuaciones es el método de Euler. Este método es una aproximación sencilla pero efectiva que divide el intervalo de tiempo en pequeños pasos y avanza iterativamente, calculando la posición y la velocidad en cada paso. Aunque el método de Euler puede introducir errores acumulativos, es adecuado para ilustrar conceptos básicos y proporciona una implementación directa en el código.

2 Código

El código modificado tomando como base el que está propuesto en el libro, se puede encontrar en el siguiente enlace: Código 1

3 Resultados

La gráfica resultante del código modificado es la siguiente:

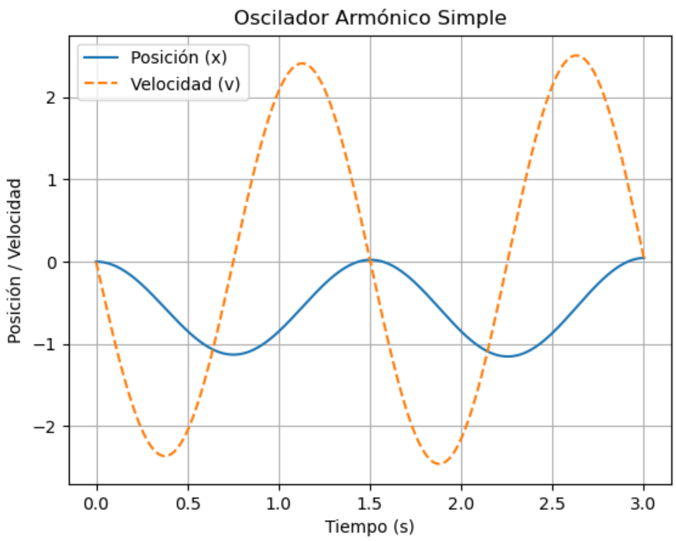

Figure 1: Grafica 4.1

Ejemplo 4.4.1

El código proporcionado simula el comportamiento de un Oscilador Armónico Simple (OAS) utilizando dos métodos numéricos diferentes: el método de Euler y el método de Runge-Kutta de segundo orden (RK2).

3.1 Formalismo

El formalismo matemático está basado en las ecuaciones que describen el movimiento de un OAS. La ecuación diferencial que gobierna el sistema es

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

donde m es la masa del resorte, k es la constante del resorte y x es la posición en función del tiempo.

3.2 Algoritmo

El código implementa dos métodos numéricos para resolver las ecuaciones diferenciales: Euler y RK2. La simulación se realiza para distintos valores de la constante del resorte k, abordando casos cercanos a cero, del orden de 1 a 10, y mayores a 50.

El código también utiliza la biblioteca Matplotlib para visualizar gráficamente las soluciones obtenidas con ambos métodos.

El código se encuentra en el siguiente enlace; Código 2

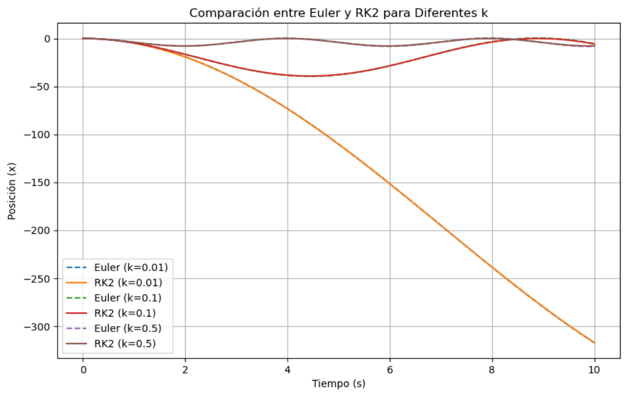

Figure 2: Valores cercanos a 0

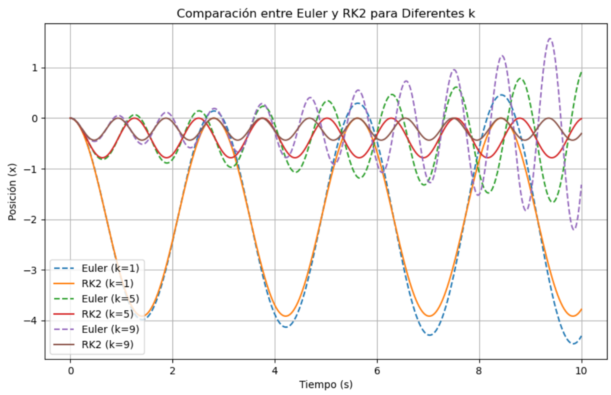

Figure 3: Valores entre 1-10

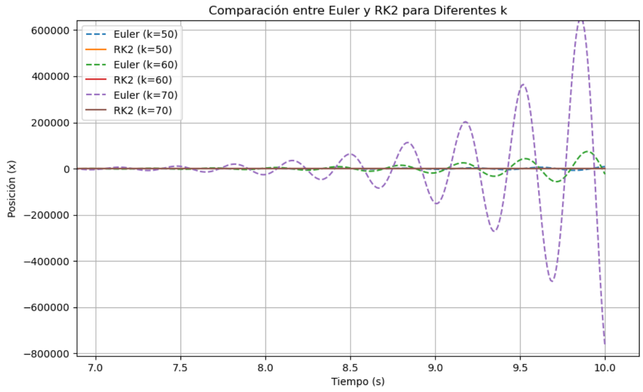

Figure 4: Valores mayores a 50

Ejemplo 4.5.2

La gráfica resultante del código propuesto en el libro queda de este modo: *(Agregar enlace o imagen)*

4 Formalismo Matemático

El sistema que estamos modelando es un péndulo amortiguado forzado, cuyo comportamiento está descrito por una ecuación diferencial de segundo orden:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{L}\sin(\theta) - b\dot{\theta} + \beta\cos(\omega t) \tag{1}$$

donde; $\theta(t)$: Es el ángulo que forma el péndulo respecto a la vertical, en función del tiempo. $\dot{\theta}(t)$: Es la velocidad angular (derivada de θ) respecto al tiempo. $\ddot{\theta}(t)$: Es la aceleración angular (segunda derivada de θ) respecto al tiempo.

El objetivo es resolver esta ecuación diferencial y obtener cómo cambia $\theta(t)$ (el ángulo) y $\dot{\theta}(t)$ (la velocidad angular) a lo largo del tiempo.

5 Algoritmo

El problema descrito es una ecuación diferencial de segundo orden, pero se puede resolver más fácilmente si lo transformamos en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden. Para ello, definimos nuevas variables:

$y_0 = \theta$: Ángulo del péndulo. $y_1 = \dot{\theta}$: Velocidad angular del péndulo.

Entonces, el sistema de ecuaciones de primer orden es:

$$\dot{y}_0 = y_1 \tag{2}$$

$$\dot{y}_1 = -\frac{g}{L}\sin(y_0) - by_1 + \beta\cos(\omega t) \tag{3}$$

Este sistema de ecuaciones se puede resolver utilizando un método numérico, como el método de Runge-Kutta antes ya usado.

6 Código

Este código modela un péndulo que está sujeto a varios parámetros como:

- Gravedad, que lo hace oscilar. Amortiguamiento o fricción, que va reduciendo su movimiento con el tiempo.
- Una fuerza externa periódica (con amplitud β y frecuencia ω) que impulsa al péndulo. El comportamiento de este tipo de sistema puede ser complejo, dependiendo de los parámetros. Puede mostrar oscilaciones amortiguadas, resonancias, o incluso comportamientos caóticos si la fuerza externa es suficientemente fuerte.

Por lo tanto, podemos decir que el código simula el movimiento de un péndulo amortiguado que está siendo impulsado por una fuerza externa periódica. Utiliza métodos numéricos para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que describen este movimiento y genera una gráfica del ángulo y la velocidad angular en función del tiempo. Esto permite estudiar el comportamiento de este tipo de sistemas dinámicos en presencia de amortiguamiento y forzamiento externo, que puede exhibir fenómenos como oscilaciones amortiguadas.

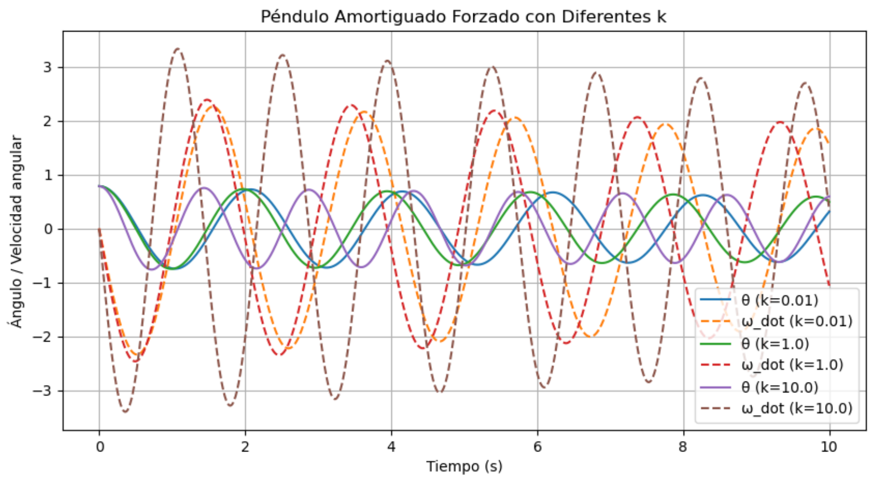

Figure 5: diferentes valores

El codigo se encuentra en el siguiente enlace Código 3