UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Observación e interpretación de una solución

Luis Eduardo Sánchez González

27 de enero de 2021

La definición matemática de una solución es precisa e importante. Para la siguiente ecuación, su solución general se puede escribir

$$\frac{dy}{dx} = x + y: \qquad y = Ce^{x} - x - 1 \tag{0.1}$$

Y para esta otra ecuación, tenemos

$$\frac{dy}{dx} = \sin x - y: \qquad y = Ce^{-x} + \frac{1}{2}(\sin x - \cos x) \tag{0.2}$$

En cada uno de los casos, C es una constante arbitraria. Cuando se piensa que se tiene una solución diferente es conveniente sustituir la solución en la ecuación diferencial y comprobar si es correcta.

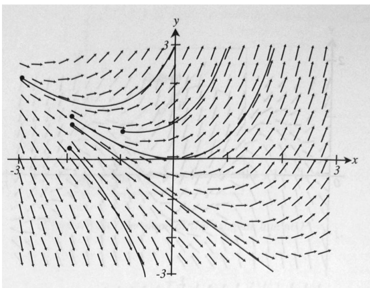

Figura 0.1: Campo de direcciones y solución de (0.1)

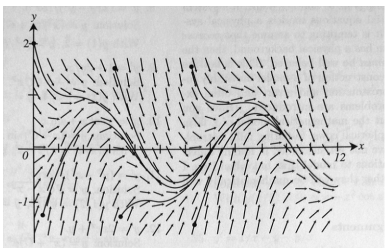

Figura 0.2: Campo de direcciones y solución de (0.2)

Las figuras 0.1 y 0.2 muestran curvas solución superpuestas a los campos de direcciones. Ahora, debemos aplicar las condiciones iniciales para encontrar el valor de la constante arbitraria C; la condición inicial real utilizada no tiene ningún mérito especial y puede ignorarse. Para (0.1), suponga que elegimos el punto inicial $x_0 = -1$, $y_0 = 1$.

$$y = Ce^x - x - 1, \qquad 1 = Ce^{-1} \qquad \Rightarrow \qquad C = e \tag{0.3}$$

Entonces, la solución particular a graficar es $y(x) = e^{x+1} - x - 1$.

Aun más intersante, es analizar las soluciones, podemos observar que los dos ejemplos muestran características muy diferentes. Todas las soluciones de la primera ecuación divergen entre sí a medida que x aumenta. Sin embargo para la segunda ecuación, parecen ”juntarse” cada vez más. Cuando se piensa en la solución o una solución de una ecuación diferencial, no debemos limitarnos a la definición matemática. Buscar las cualidades de la solución e incluso, si es posible, la interpretación física.

REFERENCIAS

[1] Danby, J.M.A. Computer Modeling: From Sports to Spaceflight, from Order to Chaos.