UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Ecuaciones diferenciales

Luis Eduardo Sánchez González

25 de enero de 2021

1. ¿QUÉ PUEDE SIGNIFICAR UNA ECUACIÓN DIFERENCIAL?

El cálculo es la ciencia del cambio y las ecuaciones diferenciales son el motor del cálculo. Podemos pensar a una ecuación diferencial como una máquina que solamente requiere alguna activación y que después describirá y dará detalles de algo que está cambiando continuamente. Por ejemplo, una órbita se describe en el espacio modelado mediante ecuaciones diferenciales. Las ecuaciones diferenciales que utilizamos serán capaces de controlar toda una clase de órbitas, y una órbita en particular dependerá de las condiciones de lanzamiento, en este caso estas son las condiciones iniciales. Normalmente queremos saber sobre la naturaleza y los detalles de muchas soluciones diferentes, y hay necesidad, en algún sentido, de entender la ecuación.

En este tipo de problemas no hay manera de utilizar funciones matemáticas conocidas para dar una descripción precisa de la solución y la computadora debe ser utilizada. Entender una ecuación diferencial y el modelo que representa, para usar la computadora segura y sabiamente para resolverla, requiere mucha experiencia. Por eso debe comenzar por entender las ecuaciones diferenciales. Por lo general estas tienen la forma:

$$\frac{dy}{dx} = y' = f(x,y). \tag{1.1}$$

Con este tipo de ecuaciones no existe una intepretación física. Se debe tomar en cuenta que una parte importante es conocer las propiedades cualitativas de una ecuación diferencial, no se debe ver como simplemente como ”algo” que se debe resolver en una computadora. Como ejemplo considermos la siguiente ecuación

$$\frac{dy}{dx} = \sin x - y, \tag{1.2}$$

Un cuerpo tiene una temperatura T^oC, en un ambiente que tiene una temperatura U^oC. Si la temperatura del cuerpo cambia de acuerdo con la ley de enfriamiento de Newton, entonces

$$\frac{dT}{dt} = k(U - T), \tag{1.3}$$

donde k es una constante positiva. Si suponemos que el tiempo t se mide en horas y que el ambiente tiene un cambio de temperatura diario tal que

$$U = U_0 + U_1 \sin(2\pi t/24) \tag{1.4}$$

donde U_0 y U_1 son constantes. Entonces

$$\frac{dT}{dt} = k(U_0 + U_1 \sin(2\pi t/24) - T). \tag{1.5}$$

Así que tenemos un modelo para la temperatura de un cuerpo dejado a la intemperie. Como sabemos, la temperatura máxima del cuerpo se produce algún tiempo después de la aparición de la temperatura máxima del ambiente, y esta característica puede ser confirmada por el modelo. El retraso depende del valor de k. Que depende de la conductividad térmica del cuerpo. Si tomamos

$$T = U_0 + U_1 y, \qquad t = \frac{12x}{\pi} \tag{1.6}$$

de esta manera

$$\frac{dy}{dx} = (12k/\pi)(\sin x - y), \tag{1.7}$$

que es similar a la ecuación (1.2). En cualquier caso, la capacidad de asociar una historia con la ecuación diferencial es una ayuda considerable en la predicción e interpretación de la naturaleza de las soluciones.

REFERENCIAS

[1] Danby, J.M.A. Computer Modeling: From Sports to Spaceflight, from Order to Chaos.