Universidad Autonoma de Coahuila
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

¿Qué nos dice una ecuación diferencial?

Luis Eduardo Sánchez González

26 de enero de 2021

Anteriormente se vio que una ecuación diferencial tiene la forma

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y). \tag{0.1}$$

Este tipo de ecuación es especial, puede resolverse. Pero en general, ninguna técnica ayudará a resolver una ecuación como (1). Supongamos que hay algunas soluciones para la ecuación diferencial pero tenemos que ver que nos dice (1) de ellas.

En primer lugar debe existir alguna región en el plano xy en el que la función $f(x,y)$ esté definida y tenga un solo valor. Suponemos que, de hecho existe alguna región rectamgular R en la que esto es cierto. Si $y = y(x)$ es una solución, entonces debe de ser diferenciable en todos los puntos dentro de R y si se sustituye en la ecuación (1), entonces debe convertirse en una identidad en x para toda x en R. Entonces una solución $y = y(x)$ se puede trazar como una curva en R.

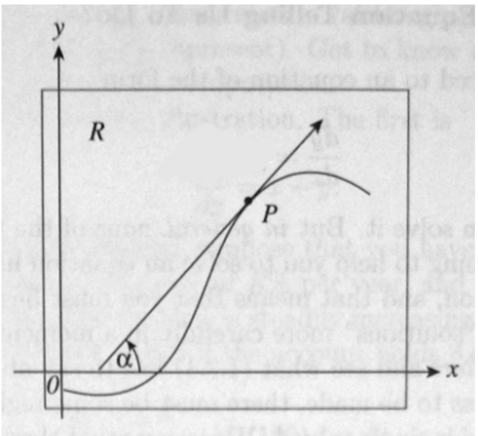

Figura 0.1: Pendiente de la recta tangente al punto P

Si suponemos caminar sobre la solución hasta llegar a un punto P que tiene coordenadas (a,b). Para dar el siguiente paso debemos empezar a movernos tangente al camino en (a,b), es decir que la dirección esta dada por la tangente en (a,b) que viene dado por $f(a,b)$. Esta pendiente también se puede especificar mediante un ángulo. Si la tangente a la curva $y = y(x)$ en P forma un el ángulo

$$\tan \alpha = f(a,b) \tag{0.2}$$

Ahora sea $P(a,b)$ cualquier punto en la región R, calculamos $f(a,b)$ y el ángulo α, después lo representamos en una gráfica y además hacemos esto para un conjunto de puntos en R, entonces hemos construido algo que se conoce como "campo de direcciones" para la ecuación diferencial. Podemos observar que parecen establecer un "flujo" para las soluciones, de esta manera obtenemos información sobre las posibles soluciones pero sin utilizar la solución real.

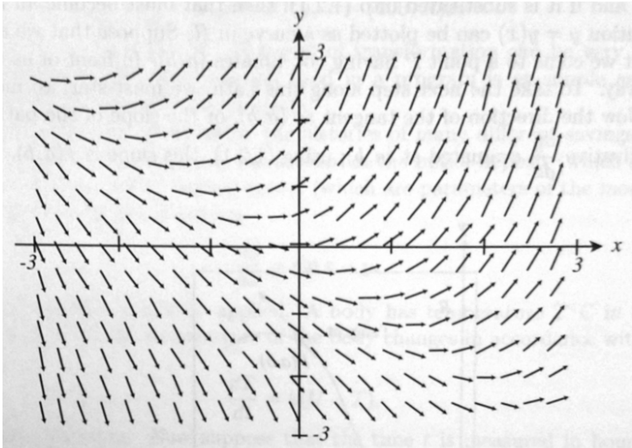

Figura 0.2: Campo de direcciones para $y' = x + y$

REFERENCIAS

[1] Danby, J.M.A. Computer Modeling: From Sports to Spaceflight, from Order to Chaos.