

## Ejercicios de repaso 1

Para todos los ejercicios, considera  $W_t$  un proceso estocástico de ruido blanco i.i.d.  $N(0, 1)$ .

1. Determina si las soluciones propuestas, satisfacen la ecuación correspondiente

Ecuación	Solución propuesta
$Y_t = Y_{t-1} + 4$	$Y_t = 1 + 4^t$
$Y_t = Y_{t-2}$	$Y_t = 1 + 2(-1)^t$

2. Contesta las siguientes preguntas.

- (a) ¿Qué es una caminata aleatoria?
- (b) ¿Cuál es el valor esperado de una caminata aleatoria?
- (c) ¿Qué es un proceso Auto Regresivo de orden p?
- (d) ¿Qué es un proceso de Media Móvil de orden q?
- (e) ¿Qué es un proceso estocástico de ruido blanco?
- (f) Escribe las características de un proceso estocástico estacionario.
- (g) ¿Qué es un proceso de Autorregresivo de Media Móvil de orden (p,q)?

3. Considera los siguientes modelos de series de tiempo.

- (a)  $X_t = -2X_{t-1} - X_{t-2} + 3$ , con  $X_0 = 1$ ,  $X_1 = 3$
- (b)  $X_t = -X_{t-2}$ , con  $X_0 = 0$ ,  $X_1 = -1$
- (c)  $X_t = -1.2X_{t-1} - 0.2X_{t-2} + 2$ , con  $X_0 = 1$ ,  $X_2 = 2$
- (d)  $X_t = -1.5X_{t-1} - 0.5X_{t-2}$  con  $X_0 = 1$ ,  $X_2 = 2$ 
  - i) Calcula la solución para el modelo.
  - ii) Determina si el proceso será alternante, explosivo o convergente.
  - iii) Grafica los valores de X en los primeros 4 periodos de la solución, en caso de que el problema tenga condiciones iniciales.

4. Identifica los siguientes procesos como AR, MA, ARMA e indica el orden. Determina cuáles procesos estocásticos son estacionarios. Justifica tu respuesta.

- (a)  $X_t = 1.5X_{t-1} - 0.5X_{t-2} + W_t$
- (b)  $X_t = \frac{1}{3}X_{t-2} + W_t$
- (c)  $X_t = X_{t-1} + W_t$
- (d)  $X_t = 2W_{t-1} - W_{t-2} - 0.5W_{t-3} + 0.4W_{t-4} + W_t$
- (e)  $X_t = -\frac{2}{5}X_{t-2} + W_t$

5. Para los siguientes procesos estocásticos, calcula  $E(X_t)$ ,  $Var(X_t)$ ,  $Cov(X_t, X_{t+1})$ .

(a)  $X_t = 2W_{t-1} + \frac{1}{2}W_{t-2} + W_t$

(b)  $X_t = -\frac{1}{3}W_{t-1} + W_t$

6. Calcula  $Cov(X_2, X_3)$ ,  $Cov(X_2, X_4)$ ,  $Cov(X_3, X_4)$ ,  $Var(X_3)$  para los siguientes procesos estocásticos.

(a)  $X_t = \frac{1}{3}W_{t-1} + W_t$

(b)  $X_t = \frac{1}{3}W_{t-2} + 2W_{t-1} + W_t$

(c)  $X_t = 4W_{t-3} + W_t$

7. De los procesos estocásticos  $X, Y, Z, V$ , de la figura, determina cuáles podrían ser estacionarios y cuáles podrían ser no estacionarios. Justifica tu respuesta.

