Práctica 3

lunes, 19 de febrero de 2024 11:08

a) $X_t = 3W_{t-3} + W_t$

$\gamma_0 = Cov(X_0, X_0)$

$= Cov(3W_{-2} + W, 3W_{-2} + W)$

$= Cov(3W_{-2}, 3W_{-2} + W) + Cov(W, 3W_{-2} + W)$

$= 9 + 1 = 10$

$\gamma_1 = cov(X_0, X_1)$

$= cov(3W_{-3} + W_0, 3W_{-2} + W_1)$

$= cov(3W_{-3}, 3W_{-2} + W_1) + cov(W_0, 3W_{-2} + W_1)$

$= 0$

$\gamma_2 = cov(X_0, X_2)$

$= Cov(3W_{-3} + W_0, 3W_{-1} + W_2)$

$= 0$

$\gamma_3 = cov(X_0, X_3)$

$= cov(3W_{-3} + W_0, 3W_0 + W_3)$

$= cov(3W_{-3}, \underbrace{\cancel{3}W_0}_{0} + W_3) + cov(W_0, 3W_0 + W_3)$

$= 3$

b) $X_t = -\frac{1}{2}W_{t-1} + W_t$

$\gamma_0 = cov(X_0, X_0)$

$= cov(-\frac{1}{2}W_{-1} + W_0, -\frac{1}{2}W_{-1} + W_0)$

$= cov(-\frac{1}{2}W_{-1}, -\frac{1}{2}W_{-1} + W_0) + cov(W_0, -\frac{1}{2}W_{-1} + W_0)$

$= \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$

$\gamma_1 = cov(X_0, X_1)$

$= cov(-\frac{1}{2}W_{-1} + W_0, -\frac{1}{2}W_0 + W_1)$

$= cov(W_0, -\frac{1}{2}W_0) = -\frac{1}{2}$

$\gamma_2 = cov(X_0, X_2)$

$= cov(-\frac{1}{2}W_{-1} + W_0, -\frac{1}{2}W_1 + W_2)$

$= 0$

$\gamma_3 = cov(X_0, X_3)$

$= cov(-\frac{1}{2}W_{-1} + W_0, -\frac{1}{2}W_2 + W_3)$

$= 0$

c) $X_t = 3W_{t-2} + \frac{1}{3}W_{t-1} + W_t$

$\gamma_0 = cov(X_0, X_0)$

$= cov(3W_{-2} + \frac{1}{3}W_{-1} + W_0, 3W_{-2} + \frac{1}{3}W_{-1} + W_0)$

$= cov(3W_{-2}, 3W_{-2} + \frac{1}{3}W_{-1} + W_0) + cov(\frac{1}{3}W_{-1}, 3W_{-2} + \frac{1}{3}W_{-1} + W_0) + cov(W_0, 3W_{-2} + \frac{1}{3}W_{-1} + W_0)$

$= 9 + \frac{1}{9} + 1 = 10.\overline{1}$

$\gamma_1 = cov(X_0, X_1)$

$= cov(3W_{-2} + \frac{1}{3}W_{-1} + W_0, 3W_{-1} + \frac{1}{3}W_0 + W_1)$

$= cov(\frac{1}{3}W_{-1}, 3W_{-1}) + cov(W_0, \frac{1}{3}W_0)$

$= 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

$\gamma_2 = cov(X_0, X_2)$

$= cov(3W_{-2} + \frac{1}{3}W_{-1} + W_0, 3W_0 + \frac{1}{3}W_1 + W_2)$

$= cov(W_0, 3W_0) = 3$

d) $X_t = X_{t-1} - \frac{1}{2}X_{t-2} + \frac{1}{2}W_{t-1} + W_t$

$Ab^t = Ab^{t-1} - \frac{1}{2}Ab^{t-2}$

$1 = b^{-1} - \frac{1}{2}b^{-2}$

$b^2 - b + \frac{1}{2} = 0$

$\frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(\frac{1}{2})}}{2} = \frac{1 \pm i}{2}$

$\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0.71$

Estacionario

e) $\frac{3}{2}X_{t-1} - X_{t-2} + \frac{3}{2}W_{t-3} - \frac{1}{2}W_{t-1} + W_t$

$Ab^t = \frac{3}{2}Ab^{t-1} - Ab^{t-2}$

$b^2 - \frac{3}{2}b + 1 = 0$

$\frac{\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 4}}{2} = \frac{\frac{3}{2} \pm \sqrt{-\frac{7}{4}}}{2}$

$= \frac{\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}i}{2}$

$r = \sqrt{(\frac{3}{4})^2 + (\frac{\sqrt{7}}{2})^2} = 2$

No estacionario