Tarea_05_Lema Luis

November 4, 2025

1 Escuela Politécnica Nacional

1.1 [Tarea 05] Ejercicios Unidad 02 B Método de Newton y de la Secante

1.1.1 Nombre: Lema Luis Alexander Delgado

1.1.2 Fecha: 04/11/2025

1.1.3 Curso: GR1CC

1.1.4 Repositorio:

https://github.com/LuisALema/Metodos_Numericos_2025B/tree/main/Deberes/Tarea05

CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. Sea

$$f(x) = -x^3 - \cos x$$

y _0=−1. Use el método de Newton y de la Secante para encontrar _2. ¿Se podría usar _0=0?

Método de Newton

[19]:
```python
import numpy as np

# Definición de la función y su derivada
def f(x):
    return -x**3 - np.cos(x)

def g(x):
    return -3*x**2 + np.sin(x)

# Método de Newton
def newton(p0, max_iter=2):
    p = p0
    for i in range(max_iter):
        p = p - f(p)/g(p)
        print(f"Iteración {i+1}: p_{i+1} = {p:.6f}")
```

```
    return p
# Punto inicial
p0 = -1
```

Método de la Secante

[20]:
```
# Método de la Secante
def secante(p0, p1, max_iter=2):
    for i in range(max_iter):
        p2 = p1 - f(p1)*(p1 - p0)/(f(p1) - f(p0))
        print(f"Iteración {i+1}: p_{i+2} = {p2:.6f}")
        p0, p1 = p1, p2
    return p2
```

[25]:
```
print("Método de Newton:")
p2_newton = newton(p0)
print(f"\nValor final con Newton: p_2 = {p2_newton:.6f}\n")

print("Método de la Secante:")
p1_newton = newton(p0, max_iter=1)
p2_secant = secante(p0, p1_newton)
print(f"\nValor final con Secante: p_2 = {p2_secant:.6f}\n")
```

```
Método de Newton:
Iteración 1: p_1 = -0.880333
Iteración 2: p_2 = -0.865684

Valor final con Newton: p_2 = -0.865684

Método de la Secante:
Iteración 1: p_1 = -0.880333
Iteración 1: p_2 = -0.867235
Iteración 2: p_3 = -0.865499

Valor final con Secante: p_2 = -0.865499
```

[24]:
```
# Verificación para Secante con p0 = 0
print("\nPrueba con Secante usando p0 = 0 y p1 = -0.5:")
secant_p0_0 = secante(0, -0.5)
print("Sí se puede usar p0 = 0 en el método de la Secante si elegimos un p1␣
↪adecuado")
```

```
Prueba con Secante usando p0 = 0 y p1 = -0.5:
Iteración 1: p_2 = -2.020876
Iteración 2: p_3 = -0.621239
Sí se puede usar p0 = 0 en el método de la Secante si elegimos un p1 adecuado
```

2. Encuentre soluciones precisas dentro de 10^(-4) para los siguientes problemas.

[11]:
```python
import math
# Definición de funciones para el método de Newton y la Secante
def newton_2(f, df, x0, tol=1e-4, max_iter=100):
    for i in range(max_iter):
        fx = f(x0)
        dfx = df(x0)
        if abs(fx) < tol:
            return x0, i+1
        if dfx == 0:
            raise ValueError("Derivada cero. No se puede continuar.")
        x1 = x0 - fx/dfx
        if abs(x1 - x0) < tol:
            return x1, i+1
        x0 = x1
    raise ValueError("El método no convergió después de {} iteraciones.".
 ↪format(max_iter))

def secante_2(f, x0, x1, tol=1e-4, max_iter=100):

    for i in range(max_iter):
        fx0 = f(x0)
        fx1 = f(x1)
        if abs(fx1) < tol:
            return x1, i+1
        if fx1 - fx0 == 0:
            raise ValueError("División por cero. No se puede continuar.")
        x2 = x1 - fx1*(x1 - x0)/(fx1 - fx0)
        if abs(x2 - x1) < tol:
            return x2, i+1
        x0, x1 = x1, x2
    raise ValueError("El método no convergió después de {} iteraciones.".
 ↪format(max_iter))
```

a.

$$x^3 - 2x^2 - 5 = 0, [1, 4]$$

[ ]:
```python
def fa(x):
    return x**3 - 2*x**2 - 5
def dfa(x):
    return 3*x**2 - 4*x

solucion_a_S, iter_a_secante = secante_2(fa, 1, 4)
```

```python
print(f"Solución: {solucion_a_S:.6f} \nIteraciones: {iter_a_secante}")
```

```
Solución: 2.690648
Iteraciones: 10
```

b.

$$x^3 + 3x^2 - 1 = 0, [-3, -2]$$

```python
[ ]: def fb(x):
         return x**3 + 3*x**2 - 1
     def dfb(x):
         return 3*x**2 + 6*x

     sol_b, iter_b = newton_2(fb, dfb, -2.5)
     print(f"Solución: {sol_b:.6f} \nIteraciones: {iter_b}")
```

```
Solución: -2.879385
Iteraciones: 5
```

c.

$$x - cos\, x = 0, [0, \frac{\pi}{2}]$$

```python
[ ]: def fc(x):
         return x - math.cos(x)
     def dfc(x):
         return 1 + math.sin(x)

     sol_c_sec, iter_c_sec = secante_2(fc, 0, math.pi/2)
     print(f"Solución: {sol_c_sec:.6f} \nIteraciones: {iter_c_sec}")
```

```
Solución: 0.739083
Iteraciones: 5
```

d.

$$x - 0.8 - 0.2\, sen\, x = 0, [0, \frac{\pi}{2}]$$

```python
[ ]: def fd(x):
         return x - 0.8 - 0.2*math.sin(x)
     def dfd(x):
         return 1 - 0.2*math.cos(x)
```

```
sol_d_sec, iter_d_sec = secante_2(fd, 0, math.pi/2)
print(f"Solución: {sol_d_sec:.6f} \nIteraciones: {iter_d_sec}")
```

```
Solución: 0.964346
Iteraciones: 4
```

3. Use los 2 métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de 10^(-5) para los siguientes problemas.

a.

$$3x - e^x = 0 \; para \; 1 \leq x \leq 2$$

[38]:
```
def f3a(x):
    return 3*x - math.exp(x)
def df3a(x):
    return 3 - math.exp(x)

print("Método de Newton:")
solucion_a_N, iter_a_newton = newton_2(f3a, df3a, 1.5, tol=1e-5)
print(f"Solución: {solucion_a_N:.8f} \nIteraciones: {iter_a_newton}")

print("\nMétodo de la Secante:")
solucion_a_S, iter_a_secante = secante_2(f3a, 1, 2, tol=1e-5)
print(f"Solución: {solucion_a_S:.8f} \nIteraciones: {iter_a_secante}")
```

```
Método de Newton:
Solución: 1.51213463
Iteraciones: 3

Método de la Secante:
Solución: 1.51213398
Iteraciones: 9
```

b.

$$2x + 3 \cos x - e^x = 0 \; para \; 1 \leq x \leq 2$$

[39]:
```
def f3b(x):
    return 2*x + 3*math.cos(x) - math.exp(x)
def df3b(x):
    return 2 - 3*math.sin(x) - math.exp(x)

print("Método de Newton:")
solucion_a_N, iter_a_newton = newton_2(f3b, df3b, 1.5, tol=1e-5)
```

```python
print(f"Solución: {solucion_a_N:.8f} \nIteraciones: {iter_a_newton}")

print("\nMétodo de la Secante:")
solucion_a_S, iter_a_secante = secante_2(f3b, 1, 2, tol=1e-5)
print(f"Solución: {solucion_a_S:.8f} \nIteraciones: {iter_a_secante}")
```

```
Método de Newton:
Solución: 1.23971478
Iteraciones: 4

Método de la Secante:
Solución: 1.23971469
Iteraciones: 6
```

4. El polinomio de cuarto grado

$$\mathbf{f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9}$$

Tiene dos ceros reales, uno en [-1,0] y el otro en [0,1]. Intente aproximar estos ceros dentro de 10^(-6) con

a. El método de la secante (use los extremos como las estimaciones iniciales)

[41]:
```python
# Definición de la función
def f4(x):
    return 230*x**4 + 18*x**3 + 9*x**2 - 221*x - 9

print("Método de la Secante:")
# Raíz en [-1, 0]
solucion4, iter_solucion4 = secante_2(f4, -1, 0, tol=1e-6)
print(f"Raíz en [-1, 0]: {solucion4:.8f}, Iteraciones: {iter_solucion4}")
# Raíz en [0, 1]
solucion4_2, iter_solucion4_2 = secante_2(f4, 0, 1, tol=1e-6)
print(f"Raíz en [0, 1]: {solucion4_2:.8f}, Iteraciones: {iter_solucion4_2}")
```

```
Método de la Secante:
Raíz en [-1, 0]: -0.04065929, Iteraciones: 4
Raíz en [0, 1]: -0.04065929, Iteraciones: 11
```

b. El método de Newton (use el punto medio como la estimación inicial)

[44]:
```python
# Definición de la función y su derivada
def f4(x):
    return 230*x**4 + 18*x**3 + 9*x**2 - 221*x - 9

def df4(x):
    return 920*x**3 + 54*x**2 + 18*x - 221
```

```
print("Método de Newton:")
# Raíz en [-1, 0]
solucion_4b, iter_4b = newton_2(f4, df4, -0.5, tol=1e-6)
print(f"Raíz en [-1, 0]: {solucion_4b:.8f}, Iteraciones: {iter_4b}")
# Raíz en [0, 1]
solucion_4b_2, iter_4b_2 = newton_2(f4, df4, 0.5, tol=1e-6)
print(f"Raíz en [0, 1]: {solucion_4b_2:.8f}, Iteraciones: {iter_4b_2}")
```

```
Método de Newton:
Raíz en [-1, 0]: -0.04065929, Iteraciones: 4
Raíz en [0, 1]: -0.04065929, Iteraciones: 6
```

5. La función

$$\mathbf{f(x) = \tan \pi x - 6}$$

tiene cero en (1/) arcotangente 6 0.447431543. Sea p_o=0 y p_1=0.48 y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué?

a. Método de bisección

[48]:
```
# Definición de la función
def f_tan(x):
    return math.tan(math.pi * x) - 6

# Método de bisección (nuevo método a añadir)
def biseccion(f, a, b, max_iter=10):

    if f(a) * f(b) >= 0:
        raise ValueError("La función debe cambiar de signo en el intervalo [a,␣
↪b]")

    for i in range(max_iter):
        c = (a + b) / 2
        if f(c) == 0:
            return c, 0
        elif f(a) * f(c) < 0:
            b = c
        else:
            a = c
    return (a + b) / 2, abs(b - a)

# Puntos iniciales
p0 = 0
p1 = 0.48
```

```
print("Método de Bisección:")
sol_bisec, error_bisec = biseccion(f_tan, p0, p1, max_iter=10)
print(f"Solución: {sol_bisec:.9f} \nError estimado: {error_bisec:.2e}")
```

```
Método de Bisección:
Solución: 0.447421875
Error estimado: 4.69e-04
```

b. Método de Newton

[ ]:
```
# Definición de la derivada de la función tangente
def df_tan(x):
    return math.pi / (math.cos(math.pi * x))**2

# Versión modificada del método de Newton para evitar singularidades
def newton_mod(f, df, x0, tol=1e-6, max_iter=100, safe_range=(0, 0.5)):
    for i in range(max_iter):
        try:
            fx = f(x0)
            if abs(fx) < tol:
                return x0, i+1
            dfx = df(x0)
            if dfx == 0:
                raise ValueError("Derivada cero")
            x1 = x0 - fx/dfx
            # Verificar que no salga del rango seguro
            if x1 <= safe_range[0] or x1 >= safe_range[1]:
                x1 = (safe_range[0] + safe_range[1])/2  # Reajustar al centro
            if abs(x1 - x0) < tol:
                return x1, i+1
            x0 = x1
        except:
            # Si hay error (singularidad), reajustar el punto
            x0 = (safe_range[0] + safe_range[1])/2
    return x0, max_iter

# Puntos iniciales
x0_newton = p1  # Para Newton usamos p1 como estimación inicial

print("Método de Newton:")
sol_newton7, iter_newton7 = newton_mod(f_tan, df_tan, x0_newton, tol=0,␣
 ↪max_iter=10)
print(f"Solución: {sol_newton7:.9f} alcanzada en {iter_newton7} iteraciones")
```

```
Método de Newton:
Solución: 0.447431543 alcanzada en 10 iteraciones
```

c. Método de la secante

[ ]:
```python
# Versión modificada del método de la secante
def secante_mod(f, x0, x1, tol=1e-6, max_iter=100, safe_range=(0, 0.5)):
    for i in range(max_iter):
        try:
            fx0 = f(x0)
            fx1 = f(x1)
            if abs(fx1) < tol:
                return x1, i+1
            if fx1 - fx0 == 0:
                x2 = (x0 + x1)/2
            else:
                x2 = x1 - fx1*(x1 - x0)/(fx1 - fx0)
            # Verificar que no salga del rango seguro
            if x2 <= safe_range[0] or x2 >= safe_range[1]:
                x2 = (safe_range[0] + safe_range[1])/2
            if abs(x2 - x1) < tol:
                return x2, i+1
            x0, x1 = x1, x2
        except:
            # Si hay error (singularidad), reajustar los puntos
            x0, x1 = safe_range[0], safe_range[1]
    return x1, max_iter

print("Método de la Secante:")
sol_sec7, iter_sec7 = secante_mod(f_tan, p0, p1, tol=0, max_iter=10)
print(f"Solución: {sol_sec7:.9f} alcanzada en {iter_sec7} iteraciones")
```

```
Método de la Secante:
Solución: 0.250000000 alcanzada en 10 iteraciones
```

6. La función descrita por

$$\mathbf{f(x) = \ln\left(x^2 + 1\right) - e^{0.40x} \cos \pi x}$$

tiene un numero infinito de ceros.

a. Determine, dentro de 10^(-6), el único cero negativo.

[ ]:
```python
# Definición de la función
def f6(x):
    return math.log(x**2 + 1) - math.exp(0.4*x) * math.cos(math.pi*x)

# Derivada de la función
def df6(x):
    return (2*x)/(x**2 + 1) - 0.4*math.exp(0.4*x)*math.cos(math.pi*x) + math.
 ↪pi*math.exp(0.4*x)*math.sin(math.pi*x)
```

```
sol_6a, iter_6a = newton_2(f6, df6, -0.5)
print(f"Solución de la raiz: {sol_6a:.8f} \nIteraciones: {iter_6a}")
```

```
Solución de la raiz: -0.43414306
Iteraciones: 3
```

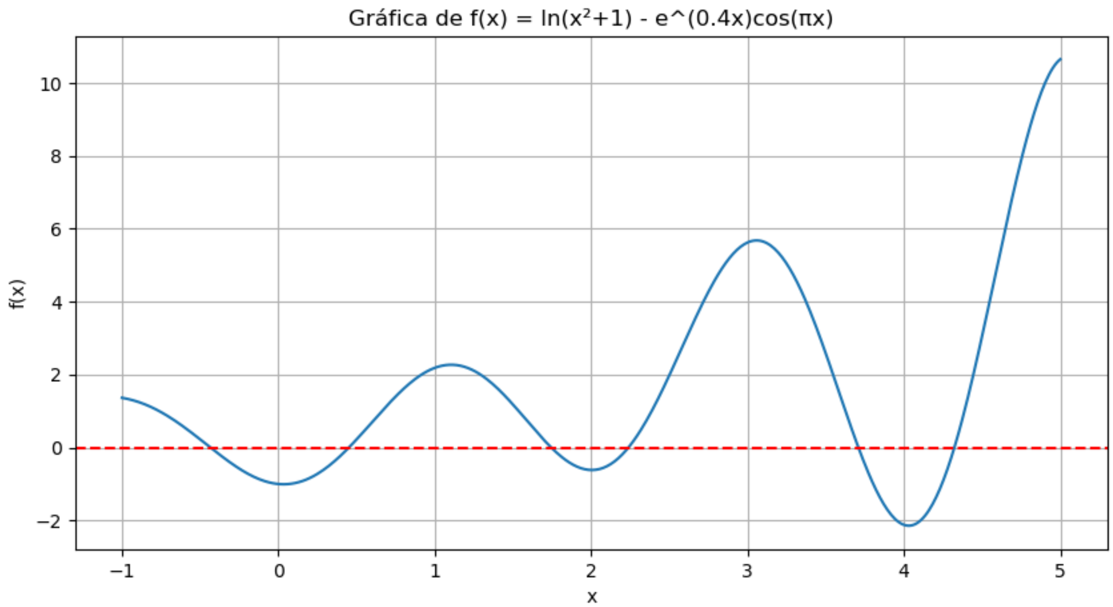
b. Determine, dentro de 10^(-6), los cuatro ceros positivos más pequeños.

[41]:
```
print("Raíces positivas de la función f6:")

# Puntos medios de los intervalos [0, 1], [1, 2], [2, 3], [3, 4]
zeros_pos = []
initial_guesses = [0.5, 1.5, 2.5, 3.5]
for guess in initial_guesses:
    sol_6b, iter_6b = newton_2(f6, df6, guess)
    zeros_pos.append(sol_6b)
    print(f"Raiz en ({guess}): {sol_6b:.8f} en {iter_6b} iteraciones")
```

```
Raíces positivas de la función f6:
Raiz en (0.5): 0.45065774 en 3 iteraciones
Raiz en (1.5): 1.74473741 en 3 iteraciones
Raiz en (2.5): 2.23831980 en 4 iteraciones
Raiz en (3.5): 3.70903621 en 3 iteraciones
```

c. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el enésimo cero positivo más pequeño de f. [Sugerencia: Dibuje una gráfica aproximada de f.]

[ ]:
```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

# Visualización de la función
x_vals = np.linspace(-1, 5, 500)
y_vals = [f6(x) for x in x_vals]
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(x_vals, y_vals)
plt.axhline(0, color='red', linestyle='--')
plt.title("Gráfica de f(x) = ln(x²+1) - e^(0.4x)cos( x)")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.grid()
plt.show()
```



d. Use la parte c) para determinar, dentro de 10^(-6), el vigesimoquinto cero positivo más pequeño de f.

[46]:
```
print("Solución n=25 con el método de Newton:")
guess_25 = nth_zero_guess(25)
sol_25, iter_25 = newton_2(f6, df6, guess_25)
print(f"N=25 positivo es: {sol_25:.8f} en {iter_25} iteraciones")
```

```
Solución n=25 con el método de Newton:
N=25 positivo es: 24.49988705 en 2 iteraciones
```

7. La función

$$\mathbf{f(x) = x^{\left(\frac{1}{3}\right)}}$$

tiene raíz en x=0. Usando el punto de inicio de x=1 y p_o=5,p_1=0.5 para el método de secante, compare los resultados de los métodos de la secante y de Newton.

Método de newton

[ ]:
```
# Definición de la función y su derivada
def f7(x):
    if isinstance(x, complex):
        return np.nan
    return x**(1/3) if x >= 0 else -(-x)**(1/3)
```

```
def df7(x):
    if isinstance(x, complex):
        return np.nan
    return (1/3)*x**(-2/3) if x != 0 else float('inf')

# Puntos iniciales
x0_newton = 1  # Para Newton

# Resolución con el método de Newton
print("Método de Newton:")
try:
    sol_newton7, iter_newton7 = newton_2(f7, df7, x0_newton, tol=1e-6)
    print(f"Solución: {sol_newton7:.8f}, Iteraciones: {iter_newton7}")
except ValueError as e:
    print(f"Error: {str(e)}")
```

```
Método de Newton:
Error: El método no convergió después de 100 iteraciones.
```

Método de la Secante

[55]:
```
# Puntos iniciales
p0_secante = 5  # Para Secante
p1_secante = 0.5  # Para Secante

# Resolución con el método de la Secante
print("Método de la Secante:")
try:
    sol_sec7, iter_sec7 = secante_2(f7, p0_secante, p1_secante, tol=1e-6)
    print(f"Solución: {sol_sec7:.8f}, Iteraciones: {iter_sec7}")
except ValueError as e:
    print(f"Error: {str(e)}")
```

```
Método de la Secante:
Error: El método no convergió después de 100 iteraciones.
```