

# Tarea04\_Lema Luis

November 4, 2025

## 1 Escuela Politécnica Nacional

### 1.1 [Tarea 04] Ejercicios Unidad 02-A | Bisección

#### 1.1.1 Nombre: Luis Alexander Lema Delgado

#### 1.1.2 Fecha: 04/11/2025

#### 1.1.3 Curso: GR1CC

#### 1.1.4 Repositorio:

[https://github.com/LuisALema/Metodos\\_Numericos\\_2025B/tree/main/Deberes/Tarea04](https://github.com/LuisALema/Metodos_Numericos_2025B/tree/main/Deberes/Tarea04)

### CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. Use el método de bisección para encontrar soluciones precisas dentro de  $10^{-2}$  para

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$$

en cada intervalo.

```
[5]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
```

a.[0,1]

```
[6]: def encontrar_cero(func, extremo_izq, extremo_der, precision=1e-2,
    ↪ limite_ciclos=1000):
    # Evaluar función en los extremos
    f_izq = func(extremo_izq)
    f_der = func(extremo_der)

    # Verificar cambio de signo
    if f_izq * f_der >= 0:
        raise RuntimeError("No hay cambio de signo en los límites,
    ↪ proporcionados.")

    contador_ciclos = 0
    ancho_intervalo = extremo_der - extremo_izq
```

```

while ancho_intervalo / 2.0 > precision and contador_ciclos < limite_ciclos:
    punto_central = (extremo_izq + extremo_der) / 2.0
    f_central = func(punto_central)
    contador_ciclos += 1

    if abs(f_central) < 1e-12: # Cero encontrado
        return punto_central, contador_ciclos

    # Actualizar intervalo
    if f_izq * f_central < 0:
        extremo_der = punto_central
        f_der = f_central
    else:
        extremo_izq = punto_central
        f_izq = f_central

    ancho_intervalo = extremo_der - extremo_izq

aproximacion_final = (extremo_izq + extremo_der) / 2.0
return aproximacion_final, contador_ciclos

# Definir la función matemática
def funcion_ejemplo(x):
    return x**3 - 7*x**2 + 14*x - 6

# Configurar parámetros
limite_inferior, limite_superior = 0.0, 1.0
nivel_precision = 1e-2

# Ejecutar algoritmo
solucion, total_iteraciones = encontrar_cero(funcion_ejemplo, limite_inferior,
                                             limite_superior, nivel_precision)

print(f"Valor de la solución: {solucion:.5f}")
print(f"Total de ciclos ejecutados: {total_iteraciones}")

# Crear visualización
puntos_x = np.linspace(limite_inferior, limite_superior, 500)
puntos_y = funcion_ejemplo(puntos_x)

fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 6))
ax.plot(puntos_x, puntos_y, 'b-', linewidth=2.5,
        label='Curva:  $x^3 - 7x^2 + 14x - 6$ ')
ax.axhline(y=0, color='darkgreen', linestyle='--', alpha=0.8)
ax.scatter(solucion, funcion_ejemplo(solucion), color='crimson', s=120,
           zorder=6, label=f'Solución: {solucion:.4f}')
ax.set_title('Localización de Raíz por División Binaria', fontsize=14, pad=15)

```

```

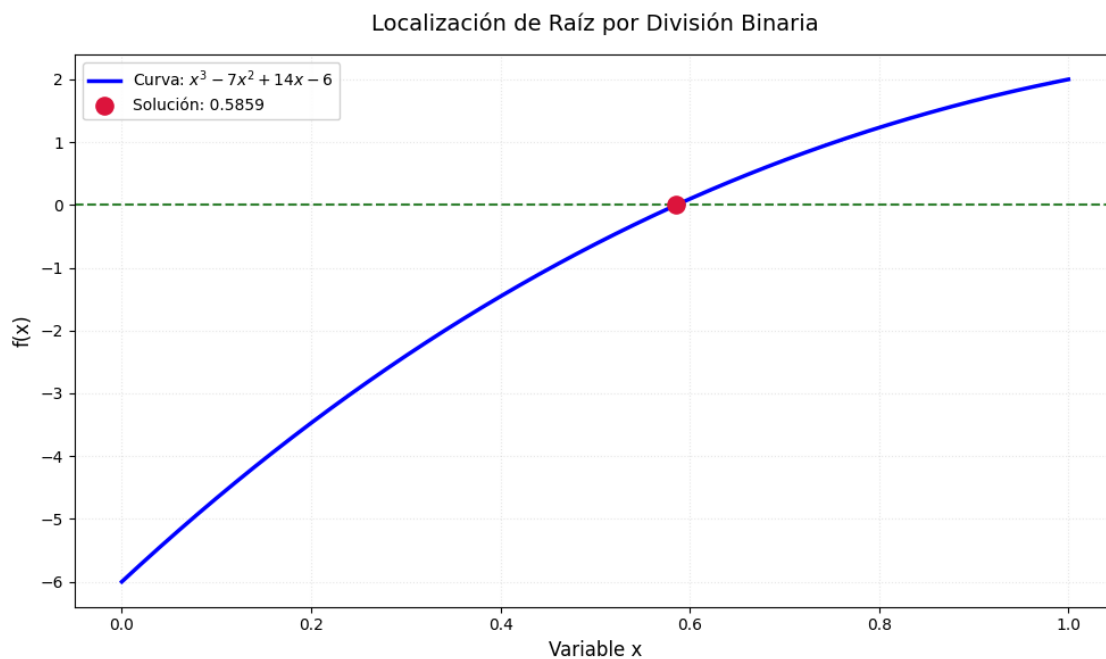
ax.set_xlabel('Variable x', fontsize=12)
ax.set_ylabel('f(x)', fontsize=12)
ax.legend(framealpha=0.9, loc='upper left')
ax.grid(True, alpha=0.3, linestyle=':')
ax.set_axisbelow(True)

plt.tight_layout()
plt.show()

```

Valor de la solución: 0.58594

Total de ciclos ejecutados: 6



b. [1,3.2]

```

[7]: def metodo_division_intervalos(func_obj, lim_min, lim_max, exactitud=1e-2,
    ↪max_pasos=1000):
    # Calcular valores en los bordes
    valor_min = func_obj(lim_min)
    valor_max = func_obj(lim_max)

    # Confirmar existencia de raíz
    if valor_min * valor_max >= 0:
        raise ArithmeticError("No se detecta cambio de signo en los límites del
    ↪intervalo.")

    numero_pasos = 0

```

```

longitud_actual = lim_max - lim_min

while longitud_actual > exactitud and numero_pasos < max_pasos:
    punto_medio = (lim_min + lim_max) * 0.5
    valor_medio = func_obj(punto_medio)
    numero_pasos += 1

    # Verificar si encontramos la solución exacta
    if abs(valor_medio) < 1e-15:
        return punto_medio, numero_pasos

    # Reducir el intervalo
    if valor_min * valor_medio < 0:
        lim_max = punto_medio
        valor_max = valor_medio
    else:
        lim_min = punto_medio
        valor_min = valor_medio

    longitud_actual = lim_max - lim_min

resultado_final = (lim_min + lim_max) * 0.5
return resultado_final, numero_pasos

# Configuración del dominio de búsqueda
inicio, fin = 1.0, 3.2
margen_error = 1e-2

# Ejecutar el procedimiento
raiz_aproximada, conteo_iteraciones = metodo_division_intervalos(
    lambda x: x**3 - 7*x**2 + 14*x - 6, inicio, fin, margen_error)

# Mostrar resultados
print(f"Resultado obtenido: {raiz_aproximada:.5f}")
print(f"Cantidad de iteraciones requeridas: {conteo_iteraciones}")

# Generar representación gráfica
valores_eje_x = np.linspace(inicio, fin, 450)
valores_eje_y = valores_eje_x**3 - 7*valores_eje_x**2 + 14*valores_eje_x - 6

figura, plano = plt.subplots(figsize=(9, 6))
plano.plot(valores_eje_x, valores_eje_y, color='navy', linewidth=2.8,
            label='Función Cúbica:  $x^3 - 7x^2 + 14x - 6$ ')
plano.axhline(0, color='gray', linestyle='--', alpha=0.7)
plano.plot(raiz_aproximada, 0, 'ro', markersize=9,
            label=f'Raíz: {raiz_aproximada:.4f}', markeredgecolor='darkred')
plano.set_title('Análisis de Raíces por Método de Intervalos', fontsize=13)

```

```

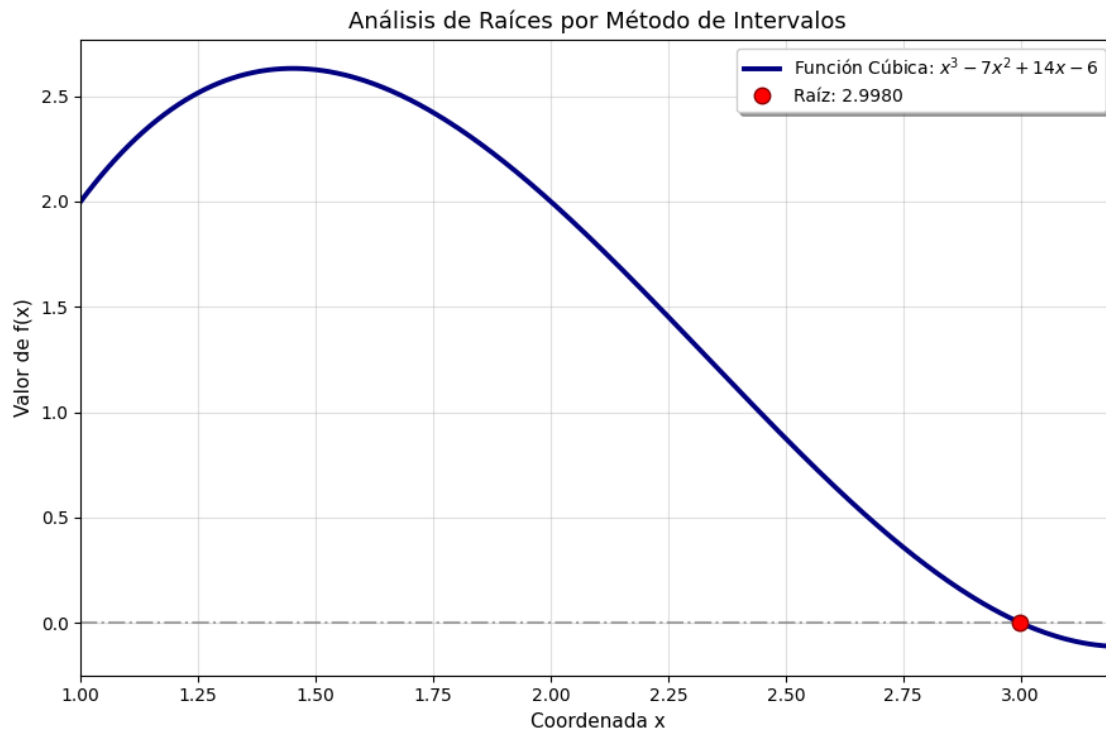
plano.set_xlabel('Coordenada x', fontsize=11)
plano.set_ylabel('Valor de f(x)', fontsize=11)
plano.legend(loc='best', frameon=True, fancybox=True, shadow=True)
plano.grid(True, alpha=0.4, linestyle='-')
plano.set_xlim([inicio, fin])

plt.tight_layout()
plt.show()

```

Resultado obtenido: 2.99805

Cantidad de iteraciones requeridas: 8



c.[3.2,4]

```

[8]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def algoritmo_corte_binario(funcion_objetivo, extremo_A, extremo_B,
    error_max=1e-2, iter_max=100):
    # Verificar condiciones iniciales
    eval_A = funcion_objetivo(extremo_A)
    eval_B = funcion_objetivo(extremo_B)

    if eval_A * eval_B >= 0:

```

```

        raise ValueError("Intervalo no válido: la función no cambia de signo")

    contador = 0
    rango_actual = extremo_B - extremo_A

    while rango_actual > 2 * error_max and contador < iter_max:
        punto_central = extremo_A + (extremo_B - extremo_A) / 2
        eval_central = funcion_objetivo(punto_central)
        contador += 1

        # Verificar si encontramos la solución exacta
        if abs(eval_central) < 1e-14:
            return punto_central, contador

        # Ajustar los límites del intervalo
        if eval_A * eval_central < 0:
            extremo_B = punto_central
            eval_B = eval_central
        else:
            extremo_A = punto_central
            eval_A = eval_central

        rango_actual = extremo_B - extremo_A

    punto_solucion = extremo_A + (extremo_B - extremo_A) / 2
    return punto_solucion, contador

# Configuración del problema
limite_A, limite_B = 3.2, 4.0
precision_requerida = 1e-2

# Definición de la función polinomial
def polinomio(x):
    return (x * x * x) - (7 * x * x) + (14 * x) - 6

# Aplicar el método numérico
solucion_encontrada, numero_ciclos = algoritmo_corte_binario(
    polinomio, limite_A, limite_B, precision_requerida)

# Presentar resultados
print(f"Punto solución: {solucion_encontrada:.5f}")
print(f"Ciclos computados: {numero_ciclos}")

# Configurar visualización
dominio_x = np.linspace(limite_A, limite_B, 350)
imagen_y = polinomio(dominio_x)

```

```

figura, ejes = plt.subplots(figsize=(10, 7))
ejes.plot(dominio_x, imagen_y, color='darkgreen', linewidth=2.2,
          label='Expresión Polinomial:  $x^3 - 7x^2 + 14x - 6$ ')
ejes.axhline(0, color='maroon', linestyle='--', alpha=0.6, linewidth=1.2)
ejes.plot(solucion_encontrada, 0, marker='*', color='gold', markersize=14,
          markeredgecolor='black', label=f'Raíz: {solucion_encontrada:.4f}')
ejes.set_title('Método de Corte Binario - Localización de Cero', fontsize=14)
ejes.set_xlabel('Variable Independiente (x)', fontsize=12)
ejes.set_ylabel('Valor de la Función', fontsize=12)
ejes.legend(loc='upper right', framealpha=0.95)
ejes.grid(True, alpha=0.4, linestyle='--')
ejes.set_xlim(limite_A, limite_B)

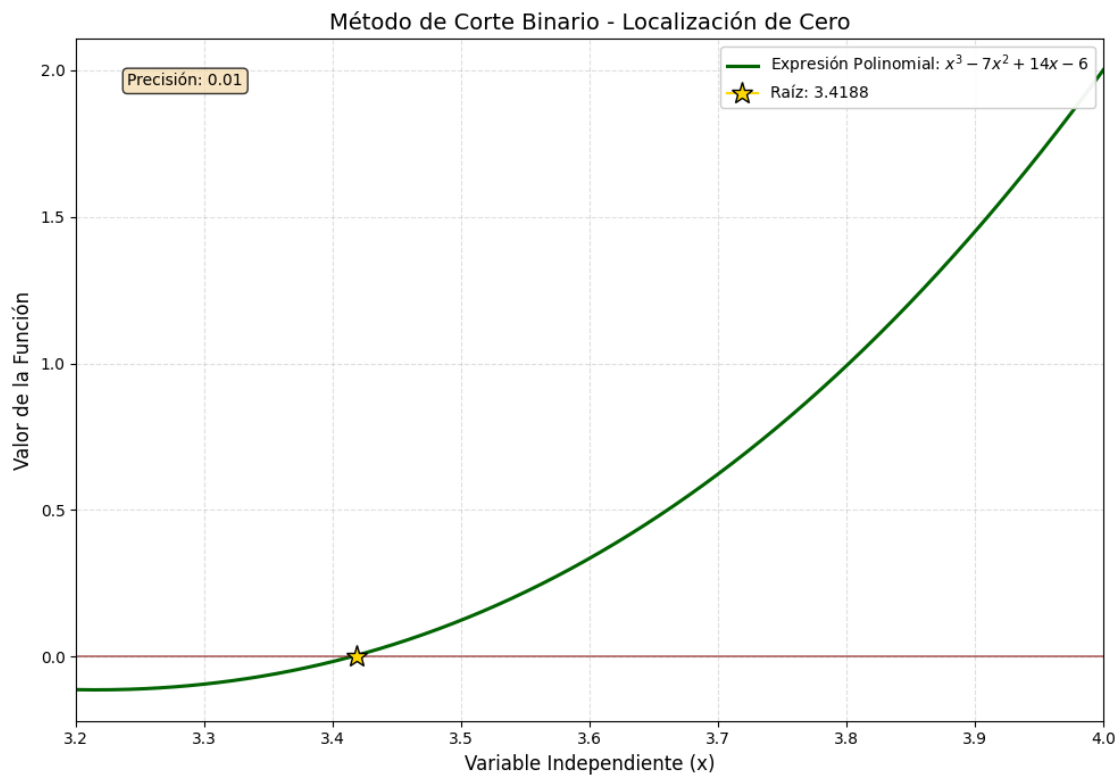
# Añadir información adicional en el gráfico
ejes.text(0.05, 0.95, f'Precisión: {precision_requerida}',
          transform=ejes.transAxes, fontsize=10, verticalalignment='top',
          bbox=dict(boxstyle='round', facecolor='wheat', alpha=0.8))

plt.tight_layout()
plt.show()

```

Punto solución: 3.41875

Ciclos computados: 6



2. a. Dibuje las gráficas para  $y = \sin x$ .

```
[9]: # Configurar el dominio de visualización
dominio = np.linspace(-2 * np.pi, 2 * np.pi, 500)

# Calcular las curvas
linea_recta = dominio
onda_sinusoidal = np.sin(dominio)

# Configurar el área de visualización
fig, ax = plt.subplots(figsize=(11, 7))

# Trazar las funciones
ax.plot(dominio, linea_recta, color='darkred', linewidth=2.5,
        label='Función Lineal: y = x')
ax.plot(dominio, onda_sinusoidal, color='teal', linewidth=2.5,
        label='Función Senoidal: y = sin(x)')

# Añadir ejes coordenados
ax.axhline(y=0, color='navy', linestyle='--', alpha=0.7, linewidth=1.1)
ax.axvline(x=0, color='navy', linestyle='--', alpha=0.7, linewidth=1.1)

# Personalizar el gráfico
ax.set_title('Comparación de Funciones Lineal y Trigonométrica',
             fontsize=14, pad=20)
ax.set_xlabel('Valores del Dominio (x)', fontsize=12)
ax.set_ylabel('Valores de la Imagen (y)', fontsize=12)
ax.legend(loc='upper left', frameon=True, shadow=True,
         fancybox=True, fontsize=11)

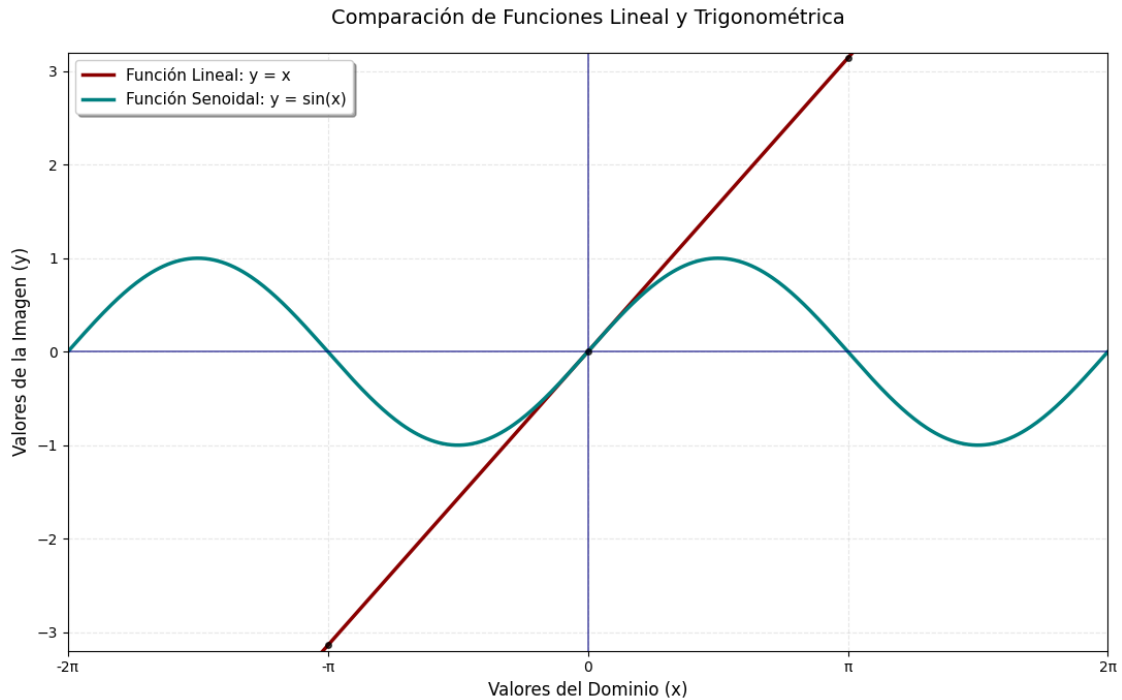
# Configurar rejilla y límites
ax.grid(True, alpha=0.3, linestyle='--')
ax.set_xlim([-2*np.pi, 2*np.pi])
ax.set_ylim([-3.2, 3.2])

# Añadir marcas especiales para pi
marcas_pi = [-2*np.pi, -np.pi, 0, np.pi, 2*np.pi]
etiquetas_pi = ['-2 ', '- ', '0 ', ' ', '2 ']
ax.set_xticks(marcas_pi)
ax.set_xticklabels(etiquetas_pi)

# Resaltar puntos de intersección
for punto in [-np.pi, 0, np.pi]:
    ax.plot(punto, punto, 'ko', markersize=4, alpha=0.7)

plt.tight_layout()
plt.show()
```





b. Use el método de bisección para encontrar soluciones precisas dentro de  $10^{-5}$  para el primer valor positivo de  $x$  con  $y = 2 \sin x$ .

```
[12]: # Definición de la función
def f(x):
    return x - 2 * np.sin(x)

# Intervalo para buscar la raíz
a, b = 0, np.pi # Intervalo [0, pi]
tolerancia = 1e-5

# Encontrar la raíz
raiz, iteraciones = biseccion(f, a, b, tol=tolerancia)

print(f"Raíz encontrada: {raiz:.6f}")
print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iteraciones}")
print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: x = {raiz:.6f}")
```

Raíz encontrada: 1.895491

Iteración en que se encontró la raíz: 18

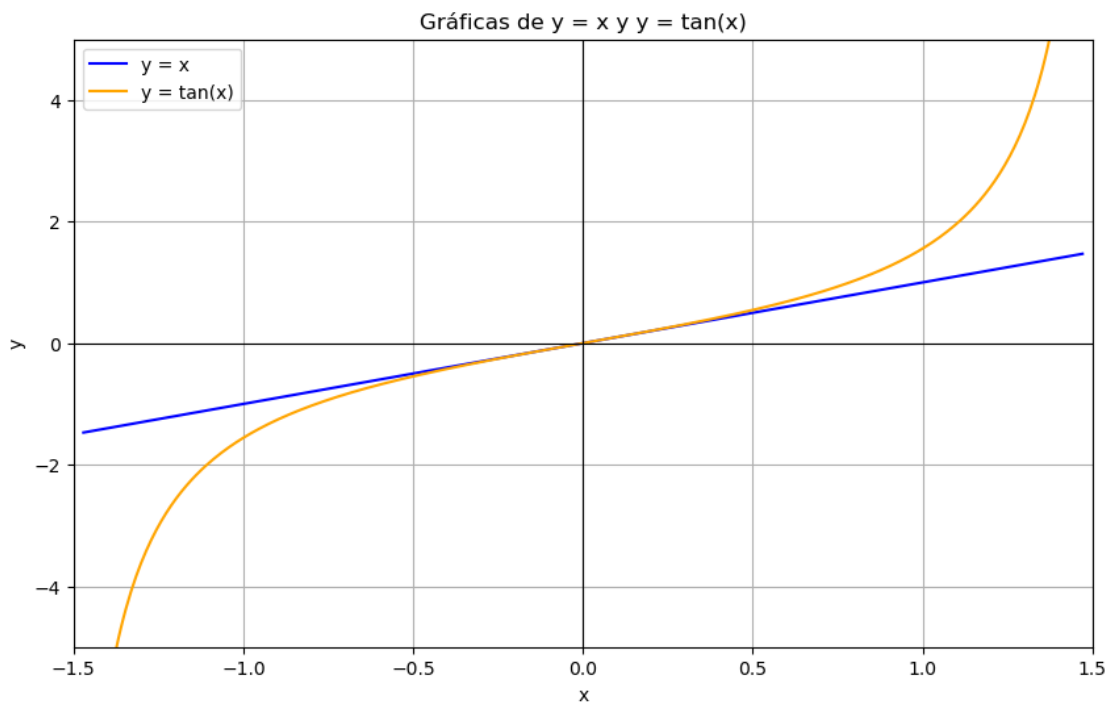
Solución aproximada en el intervalo  $[0, 3.141592653589793]$ :  $x = 1.895491$

3. a. Dibuje las gráficas para  $y = \tan x$ .

```
[25]: # Definir el rango de x
x1 = np.linspace(-np.pi/2 + 0.1, np.pi/2 - 0.1, 400) # Intervalo evitando las
↳asíntotas

# Definir las funciones
y1 = x1
y2 = np.tan(x1)

# Crear la gráfica
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(x1, y1, label='y = x', color='blue')
plt.plot(x1, y2, label='y = tan(x)', color='orange')
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.title('Gráficas de y = x y y = tan(x)')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.ylim(-5, 5) # Limitar el rango y para evitar valores extremos
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.xlim(-1.5, 1.5)
plt.show()
```



b. Use el método de bisección para encontrar una aproximación dentro de  $10^{-5}$  para

el primer valor positivo de  $\cos$  con  $\sin = \tan$ .

```
[37]: # Definir la función para  $x = \tan(x)$ 
def g(x):
    return x - np.tan(x)

# Buscar la raíz en el primer intervalo positivo (entre 0 y  $\pi/2$ )
a, b = 0, np.pi/2 - 0.1 # evitar la asíntota en  $\pi/2$ 
tolerancia = 1e-5

raiz, iteraciones = biseccion(g, a, b, tol=tolerancia)
print(f"Raíz encontrada: {raiz:.6f}")
print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iteraciones}")
print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: x {raiz:.6f}")
```

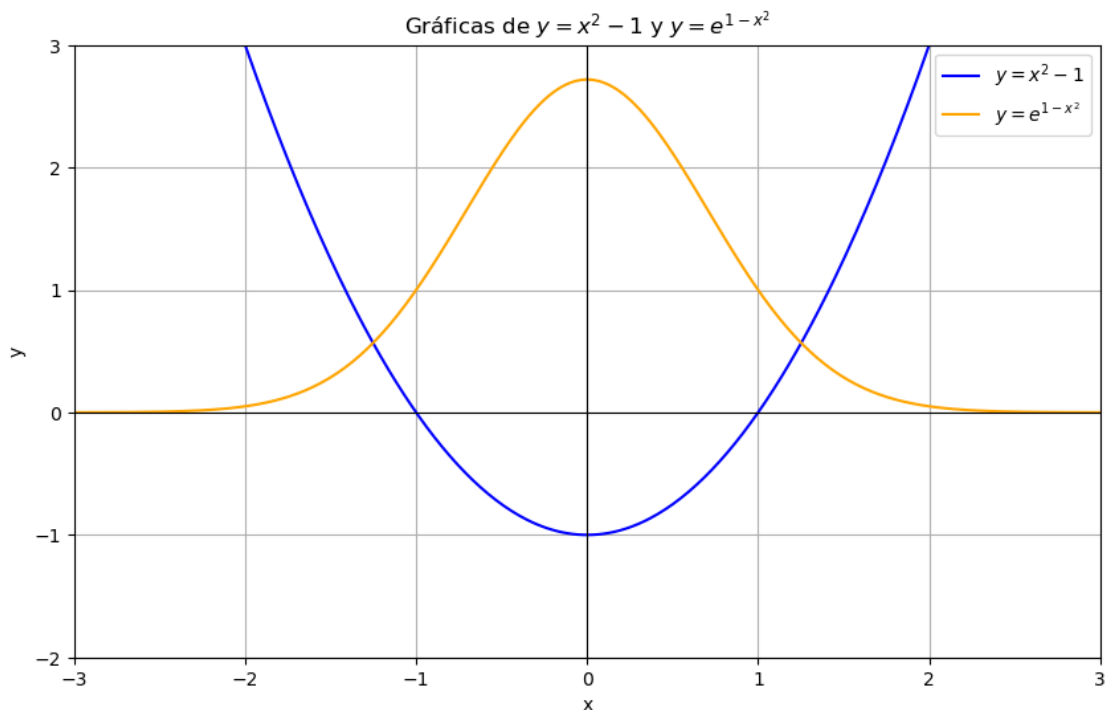
Raíz encontrada: 1.470791

Iteración en que se encontró la raíz: 17

Solución aproximada en el intervalo [0, 1.4707963267948965]: x 1.470791

4. a. Dibuje las gráficas para  $y = x^2 - 1$  y  $y = e^{(1-x^2)}$

```
[38]: # Definir el rango de  $x$ 
x = np.linspace(-3, 3, 400)
# Definir las funciones
y1 = x**2 - 1
y2 = np.exp(1 - x**2)
# Crear la gráfica
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(x, y1, label=r'$y = x^2 - 1$', color='blue')
plt.plot(x, y2, label=r'$y = e^{\{1 - x^2\}}$', color='orange')
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.title('Gráficas de  $y = x^2 - 1$  y  $y = e^{\{1 - x^2\}}$ ')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.xlim(-3, 3)
plt.ylim(-2, 3) # Ajustar el rango y para una mejor visualización
plt.show()
```



b. Use el método de bisección para encontrar una aproximación dentro de  $10^{-5}$  para un valor en  $[-2, 0]$  con  $x^2 - 1 = e^{1-x^2}$

```
[40]: # Definir la función para  $x^2 - 1 = e^{1-x^2}$ 
def h(x):
    return x**2 - 1 - np.exp(1 - x**2)

# Intervalo dado
a, b = -2, 0
tolerancia = 1e-3

# Encontrar la raíz usando el método de bisección
raiz, iteraciones = biseccion(h, a, b, tol=tolerancia)

print(f"Raíz encontrada: {raiz:.6f}")
print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iteraciones}")
print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: x {raiz:.6f}")
```

Raíz encontrada: -1.250977

Iteración en que se encontró la raíz: 10

Solución aproximada en el intervalo  $[-2, 0]$ : x -1.250977

5. Sea  $f(x) = (x+3)(x+1)^2 x(x-1)^3 (x-3)$ . ¿En qué cero  $f$  converge el método de bisección cuando se aplica en los siguientes intervalos?

a.  $[-1.5, 2.5]$

```
[75]: # Implementación mejorada del método de bisección
def metodo_biseccion(funcion, limite_inferior, limite_superior, tolerancia,
    ↪max_iteraciones):

    valor_inferior = funcion(limite_inferior)
    punto = limite_inferior # Inicializamos el punto fuera del bucle para
    ↪compararlo después

    for iteracion in range(1, max_iteraciones + 1):
        punto_anterior = punto # Guardamos el valor anterior
        punto = (limite_inferior + limite_superior) / 2
        valor_punto = funcion(punto)

        if valor_punto == 0 or abs(punto - punto_anterior) < tolerancia: #
        ↪Detener si el cambio es menor que la tolerancia
            print(f"Raíz encontrada: p = {punto:.2f}")
            return punto

        if valor_inferior * valor_punto > 0:
            limite_inferior = punto
            valor_inferior = valor_punto
        else:
            limite_superior = punto

    print(f"El método no logró encontrar la raíz después de {max_iteraciones}
    ↪iteraciones.")
    return None
```

```
[69]: # Definimos la función
def ecuacion_fx(x):
    return (x + 3) * (x + 1)**2 * x * (x - 1)**3 * (x - 3)

# Intervalo inicial y tolerancia
a, b = -1.5, 2.5
TOL = 10**-3
NO = 50

raiz = metodo_biseccion(ecuacion_fx, a, b, TOL, NO)

if raiz is not None:
    print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iteraciones}")
    print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: x {raiz:.6f}")
```

Raíz encontrada: p = 0.00

Iteración en que se encontró la raíz: 3

Solución aproximada en el intervalo [-1.5, 2.5]: x 0.000000

b. [-0.5, 2.4]

```
[70]: # Intervalo inicial y tolerancia
a, b = -0.5, 2.4
TOL = 10**-3
NO = 50

raiz = metodo_biseccion(ecuacion_fx, a, b, TOL, NO)

if raiz is not None:
    print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iteraciones}")
    print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: x {raiz:.6f}")
```

Raíz encontrada: p = 0.00  
Iteración en que se encontró la raíz: 3  
Solución aproximada en el intervalo [-0.5, 2.4]: x 0.000562  
c.[-0.5, 3]

```
[71]: # Intervalo inicial y tolerancia
a, b = -0.5, 3
TOL = 10**-3
NO = 50

raiz = metodo_biseccion(ecuacion_fx, a, b, TOL, NO)

if raiz is not None:
    print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iteraciones}")
    print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: x {raiz:.6f}")
```

Raíz encontrada: p = 3.00  
Iteración en que se encontró la raíz: 3  
Solución aproximada en el intervalo [-0.5, 3]: x 2.999146  
d.[-3, -0.5]

```
[72]: # Intervalo inicial y tolerancia
a, b = -3, -0.5
TOL = 10**-3
NO = 50

raiz = metodo_biseccion(ecuacion_fx, a, b, TOL, NO)

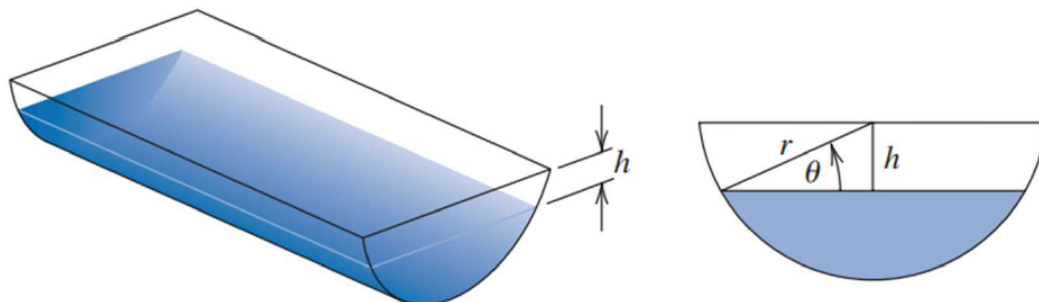
if raiz is not None:
    print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iteraciones}")
    print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: x {raiz:.6f}")
```

Raíz encontrada: p = -3.00  
Iteración en que se encontró la raíz: 3  
Solución aproximada en el intervalo [-3, -0.5]: x -2.999390

### 1.1.5 Discusiones

1. Un abrevadero de longitud  $L$  tiene una sección transversal en forma de semicírculo con radio  $r$ . (Consulte la figura adjunta.) Cuando se llena con agua hasta una distancia  $h$  a partir de la parte superior, el volumen  $V$  de agua es

$$V = L \left[ 0.5\pi r^2 - r^2 \arcsen\left(\frac{h}{r}\right) - h(r^2 - h^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$



Suponga que  $L = 10$  m,  $r = 1$  m y  $\rho = 12.4 \text{ cm}^3$ . Encuentre la profundidad del agua en el abrevadero dentro de 0.01 m.

```
[89]: import math
# Definición de la función
def funcion_abrevadero(h):
    return 0.5 * math.pi - math.asin(h) - h * math.sqrt(1 - h**2) - 1.24

# Parámetros
a,b = 0, 1 # Intervalo [0, 1]
tol = 0.01 # Tolerancia más estricta para mayor precisión
max_iter = 100

# Ejecución
h_solucion = biseccion(funcion_abrevadero, a, b, tol, max_iter)

if h_solucion is not None:
    print(f"La profundidad aproximada del agua es h {h_solucion:.2f} cm")
```

Raíz encontrada: p = 0.16, iteración 7

La profundidad aproximada del agua es h 0.16 cm

2. Un objeto que cae verticalmente a través del aire está sujeto a una resistencia viscosa, así como a la fuerza de gravedad. Suponga que un objeto con masa  $m$  cae desde una altura  $s_0$  y que la altura del objeto después de  $t$  segundos es

$$s(t) = s_0 - \frac{mg}{k}t + \frac{m^2g}{k^2} \left(1 - e^{-\frac{kt}{m}}\right)$$

Donde  $g=9.81 \text{ m/s}^2$  y  $k$  representa el coeficiente de la resistencia del aire en  $\text{Ns/m}$ . Suponga  $s_o=300 \text{ m}$ ,  $m=0.25 \text{ kg}$  y  $k=0.1 \text{ Ns/m}$ . Encuentre, dentro de 0.01 segundos, el tiempo que tarda un cuarto de kg en golpear el piso.

```
[90]: def altura(t):
        return 300 - 24.525 * t + 61.3125 * (1 - math.exp(-0.4 * t))

# Parámetros
a,b = 0, 20 # Intervalo [0, 1]
tol = 0.01 # Tolerancia más estricta para mayor precisión
max_iter = 100

# Ejecución
h_solucion = biseccion(altura, a, b, tol, max_iter)

if h_solucion is not None:
    print(f"El tiempo aproximado de caída es t {h_solucion:.2f} segundos")
```

Raíz encontrada:  $p = 14.72$ , iteración 11

El tiempo aproximado de caída es  $t = 14.72$  segundos

### 1.1.6 EJERCICIOS TEÓRICOS

1. Use el teorema 2.1 para encontrar una cota para el numero de iteraciones necesarias para lograr una aproximación con precisión de  $10^{-4}$  para la solución de  $x^3-x-1=0$  que se encuentra dentro del intervalo  $[1, 2]$ . Encuentre una aproximación para la raíz con este grado de precisión.

```
[93]: # Definimos la función
def f(x):
    return x**3 - x - 1

# Intervalo inicial y tolerancia
a, b = 1, 2
TOL = 1e-4

# Cálculo del número de iteraciones necesarias
N = np.ceil(np.log2((b - a) / TOL)).astype(int)
print(f"Número de iteraciones necesarias: {N}")

# Método de bisección para encontrar la raíz
def biseccion(ecuacion, a, b, TOL, NO):
    FA = ecuacion(a)
    p = a # Inicializamos p fuera del bucle para compararlo después

    for i in range(1, NO + 1):
        p_anterior = p # Guardamos el punto anterior
        p = (a + b) / 2
```



```

    FP = ecuacion(p)

    if FP == 0 or abs(p - p_anterior) < TOL: # Detener si el cambio es
    ↪ menor que la tolerancia
        print(f"Raíz encontrada: p = {p:.4f}")
        return p

    if FA * FP > 0:
        a = p
        FA = FP
    else:
        b = p

    print(f"El método falló después de {NO} iteraciones.")
    return None

# Encontrar la raíz con el número de iteraciones calculado
raiz = biseccion(f, a, b, TOL, N)

if raiz is not None:
    print(f"Raíz aproximada en el intervalo [{a}, {b}]: {raiz:.4f}")

```

Número de iteraciones necesarias: 14

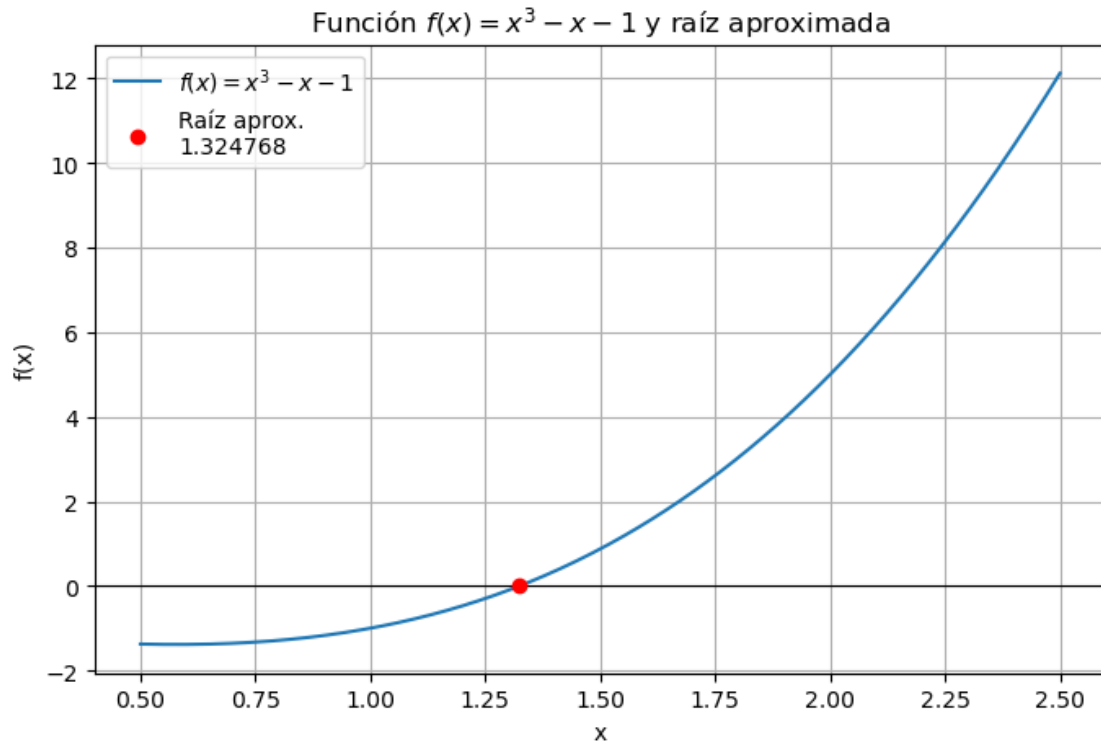
Raíz encontrada: p = 1.3248

Raíz aproximada en el intervalo [1, 2]: 1.3248

```

[94]: # Graficar la función y la raíz
x_vals = np.linspace(0.5, 2.5, 400)
y_vals = f(x_vals)
plt.figure(figsize=(8,5))
plt.plot(x_vals, y_vals, label=r'$f(x) = x^3 - x - 1$')
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.scatter(raiz, f(raiz), color='red', zorder=5, label=f'Raíz aprox.\n{raiz:.
↪ 6f}')
plt.title('Función $f(x) = x^3 - x - 1$ y raíz aproximada')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('f(x)')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()

```



2. La función definida por  $f(x) = \sin x$  tiene ceros en cada entero. Muestre cuando  $-1 < a < 0$  y  $2 < b < 3$ , el método de bisección converge a

a. 0, si  $a + b < 2$

```
[103]: # Función f(x) = sin(pi x)
def f(x):
    return np.sin(np.pi * x)
#Literal a
a1, b1 = -0.5, 2.2 # Ejemplo válido: suma 1.7 < 2
raiz_a, iter_a = biseccion(f, a1, b1)
print(f"Raíz encontrada: {raiz_a:.6f}")
print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iter_a}")
print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a1}, {b1}]: x {raiz_a:.6f}\n")
```

Raíz encontrada: 0.000977

Iteración en que se encontró la raíz: 8

Solución aproximada en el intervalo  $[-0.5, 2.2]$ : x 0.000977

b. 2, si  $a + b > 2$

```
[104]: # Literal b
a2, b2 = -0.3, 2.8 # Ejemplo válido: suma 2.5 > 2
```

```

raiz_b, iter_b = biseccion(f, a2, b2)
print(f"Raíz encontrada: {raiz_b:.6f}")
print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iter_b}")
print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a2}, {b2}]: x {raiz_b:.6f}\n")

```

Raíz encontrada: 1.994727

Iteración en que se encontró la raíz: 8

Solución aproximada en el intervalo [-0.3, 2.8]: x 1.994727

c. 1, si  $a + b = 2$

```

[105]: # Literal c
a3, b3 = -0.7, 2.7 # Ejemplo válido: suma 2.0 == 2
raiz_c, iter_c = biseccion(f, a3, b3)
print(f"Raíz encontrada: {raiz_c:.6f}")
print(f"Iteración en que se encontró la raíz: {iter_c}")
print(f"Solución aproximada en el intervalo [{a3}, {b3}]: x {raiz_c:.6f}")

```

Raíz encontrada: -0.002734

Iteración en que se encontró la raíz: 8

Solución aproximada en el intervalo [-0.7, 2.7]: x -0.002734