Tarea 02 Luis Lema

November 4, 2025

1 ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

1.1 FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

1.1.1 MÉTODOS NUMÉRICOS

INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN **Nombre:** Luis Alexander Lema Delgado **Curso:** GR1CC
Fecha: 04/11/2025

1.2 [Tarea 02] Ejercicios Unidad 01-A

1.2.1 CONJUNTO DE EJERCICIOS 1

Resuelva los siguientes ejercicios, tome en cuenta que debe mostrar el desarrollo completo del ejercicio.

1.2.2 1. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por p^*

a. $p = \pi$, $p^* = 22/7$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= \left|\pi - \frac{22}{7}\right|$
$= 0.0012644892673496777$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{|\pi - \frac{22}{7}|}{|\pi|}$
$= 0.0004024994347707008$
$= 4.025 \times 10^{-4}$

b. $p = \pi$, $p^* = 3.1416$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= |\pi - 3.1416|$
$= 7.346410206832132 \times 10^{-6}$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{|\pi - 3.1416|}{|\pi|}$
$= 2.3384349967961744 \times 10^{-6}$

c. $p = e$**,** $p^* = 2.718$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= |e - 2.718| = 0.000281828459045119$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{|e-2.718|}{|e|} = 0.00010367889601972718$

d. $p = \sqrt{2}$**,** $p^* = 1.414$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= |\sqrt{2} - 1.414| = 0.00021356237309522186$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{|\sqrt{2}-1.414|}{|\sqrt{2}|} = 0.00015101140222192286$

1.2.3 2. Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por p^*

a. $p = e^{10}$**,** $p^* = 22000$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= |e^{10} - 22000|$
$= 26.465794806717895$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{|e^{10}-22000|}{|e^{10}|}$
$= 0.0012015452253333286$

b. $p = 10^{\pi}$**,** $p^* = 1400$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= |10^{\pi} - 1400|$
$= 14.544268632989315$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{|10^{\pi}-1400|}{|10^{\pi}|}$
$= 0.010497822704619136$

c. $p = 8!$**,** $p^* = 39900$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= |8! - 39900|$
$= 420$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{|8!-39900|}{|8!|}$
$= 0.010416666666666666$

d. $p = 9!$**,** $p^* = \sqrt{18\pi}\left(\frac{9}{e}\right)^9$ **Error absoluto** $= |p - p^*|$
$= \left|9! - \sqrt{18\pi}\left(\frac{9}{e}\right)^9\right|$
$= 3343.1271580516477$

Error Relativo $= \frac{|p-p^*|}{|p|}$
$= \frac{\left|9!-\sqrt{18\pi}\left(\frac{9}{e}\right)^9\right|}{|9!|}$
$= 0.009212762230080598$

1.2.4 3. Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar p^* para aproximarse a p con error relativo máximo de 10^{-4}

a. $\pi \quad 10^{-4} \geq \left|\frac{p-p^*}{p}\right|$

Despejando p^*:
$p^* = \pi + 10^{-4} \times \pi$
$p^* = 3.141305032192064$

b. $e \quad 10^{-4} \geq \left|\frac{p-p^*}{p}\right|$

Despejando p^*:
$p^* = e + 10^{-4} \times e$
$p^* = 2.718032962324848$

c. $\sqrt{2} \quad 10^{-4} \geq \left|\frac{p-p^*}{p}\right|$

Despejando p^*:
$p^* = \sqrt{2} + 10^{-4} \times \sqrt{2}$
$p^* = 1.4140840872544698$

d. $\sqrt[3]{7} \quad 10^{-4} \geq \left|\frac{p-p^*}{p}\right|$

Despejando p^*:
$p^* = \sqrt[3]{7} + 10^{-4} \times \sqrt[3]{7}$
$p^* = 1.9127560486919348$

1.2.5 4. Use la aritmética de redondeo de tres dígitos para realizar lo siguiente

a. $\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4} \quad p = \frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4}$, $p^* = 5.860$

Error Absoluto $= \left|\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4} - 5.860\right|$
$= 3.796 \times 10^{-4}$

Error Relativo $= \frac{\left|\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4}-5.860\right|}{\left|\frac{\frac{13}{14}-\frac{5}{7}}{2e-5.4}\right|}$
$= 0.647 \times 10^{-4}$

b. $-10\pi + 6e - \frac{3}{61} \quad p = -10\pi + 6e - \frac{3}{61}$, $p^* = 5.860$

Error Absoluto $= \left|-10\pi + 6e - \frac{3}{61} - 5.860\right|$
$= 4.159 \times 10^{-4}$

Error Relativo $= \frac{\left|-10\pi+6e-\frac{3}{61}-5.860\right|}{\left|-10\pi+6e-\frac{3}{61}\right|}$
$= 0.274 \times 10^{-4}$

c. $\left(\frac{2}{9}\right) \times \left(\frac{9}{11}\right) \quad p = \left(\frac{2}{9}\right) \times \left(\frac{9}{11}\right), p^{*} = 0.18$

Error Absoluto $= \left|\left(\frac{2}{9}\right) \times \left(\frac{9}{11}\right) - 0.18\right|$
$= 1.8182 \times 10^{-11}$

Error Relativo $= \frac{\left|\left(\frac{2}{9}\right)\times\left(\frac{9}{11}\right)-0.18\right|}{\left|\left(\frac{2}{9}\right)\times\left(\frac{9}{11}\right)\right|}$
$= 10^{-10}$

d. $\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}} \quad p = \frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}, p^{*} = 23.958$

Error Absoluto $= \left|\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}} - 23.958\right|$
$= 2.607 \times 10^{-4}$

Error Relativo $= \frac{\left|\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}-23.958\right|}{\left|\frac{\sqrt{13}+\sqrt{11}}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}\right|}$
$= 0.109 \times 10^{-4}$

1.2.6 5. Aproximaciones de π mediante polinomio de Maclaurin

Los primeros tres términos diferentes a cero de la serie de Maclaurin para la función arcotangente son:
\$ x - $\left(\frac{1}{3}\right) x\hat{\ }3 + \left(\frac{1}{5}\right) x\hat{\ }5$\$

a. $4 \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$ \$ p^* $= 4 \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{3} + \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{5}\right]$ \$
\$ $= 3.1455761316872426$\$

Error Absoluto $= |\pi - 3.1455761316872426|$
\$ $= 0.003983478097449478$ \$

Error Relativo $= \frac{|\pi-3.1455761316872426|}{\pi}$
\$ $= 0.0012679804598147663$ \$

b. $16 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - 4 \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$ \$ p^* $= 16 \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{5}\right)^{3} - 4 \cdot \frac{1}{239}\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{239}\right)^{3}\right]$ \$
\$ $= 3.17509363734163 23$\$

Error Absoluto $= |\pi - 3.1750936373416323|$
\$ $= 0.03350098375$ \$

Error Relativo $= \frac{|\pi-3.1750936373416323|}{\pi}$
\$ $= 0.01066369432$ \$

1.2.7 6. Aproximaciones de e mediante serie

El número e se puede definir por medio de $e = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{n!}\right)$

a. $\sum_{n=0}^{5}\left(\frac{1}{n!}\right)$ $ p^* = _{n=0}^{5} $\left(\frac{1}{n!}\right)$ $
$ = 2.716666666666663$

Error Absoluto $= |e - 2.716666666666663|$
$ = 0.0016151617923787498 $

Error Relativo $= \frac{|e-2.716666666666663|}{e}$
$ = 0.0005941848175817597 $

b. $\sum_{n=0}^{10}\left(\frac{1}{n!}\right)$ $ p^* = _{n=0}^{10} $\left(\frac{1}{n!}\right)$ $
$ = 2.7182818011463845$

Error Absoluto $= |e - 2.7182818011463845|$
$ = 2.7312660577649694 ×10^{-8} $

Error Relativo $= \frac{|e-2.7182818011463845|}{e}$
$ = 1.0047766310211053 ×10^{-8} $

1.2.8 7. Intersección x de una línea recta

Fórmulas para encontrar la intersección x:

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0}$$

$$x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$

a. Con datos $(x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$ y $(x_1, y_1) = (1.93, 5.76)$

Primera fórmula:
$ x = 1.31 ×5.76 - 1.93 ×3.24$\frac{}{5.76-3.24\$\$=0.513\$}$

Segunda fórmula:
$ x = 1.31 - (1.93 - 1.31) ×3.24$\frac{}{5.76-3.24\$\$=0.513\$}$

Respuesta: Ambos métodos son igualmente buenos porque producen el mismo resultado correcto. Pero, la segunda fórmula podría considerarse ligeramente más intuitiva si ya conoces uno de los puntos (x_0, y_0), además realiza menos multiplicaciones y por este motivo se la puede considerar más exacta.