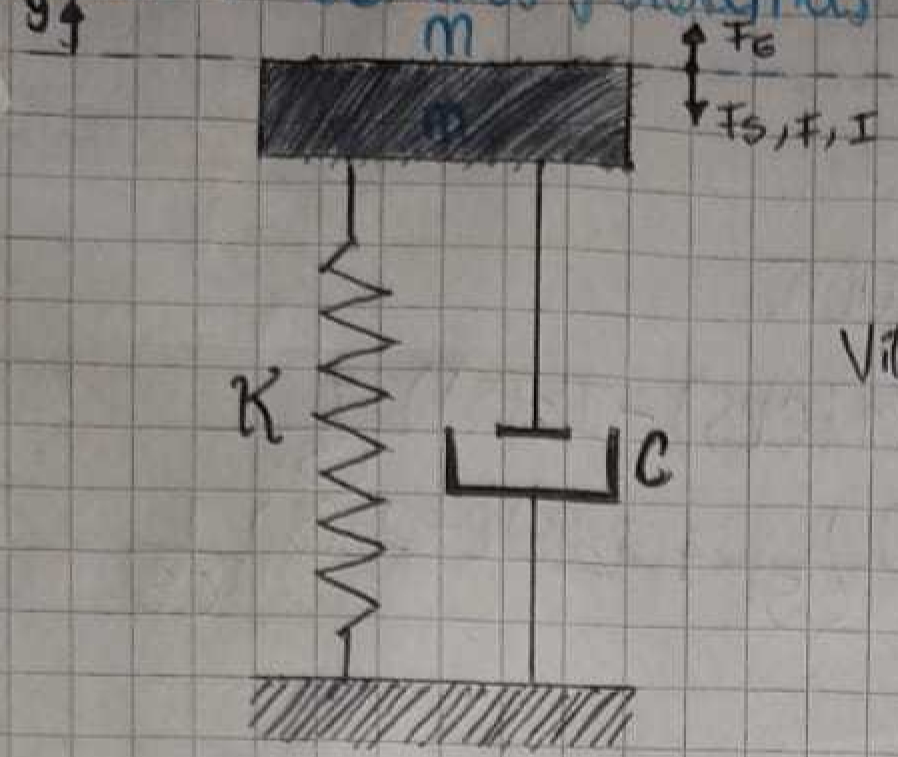
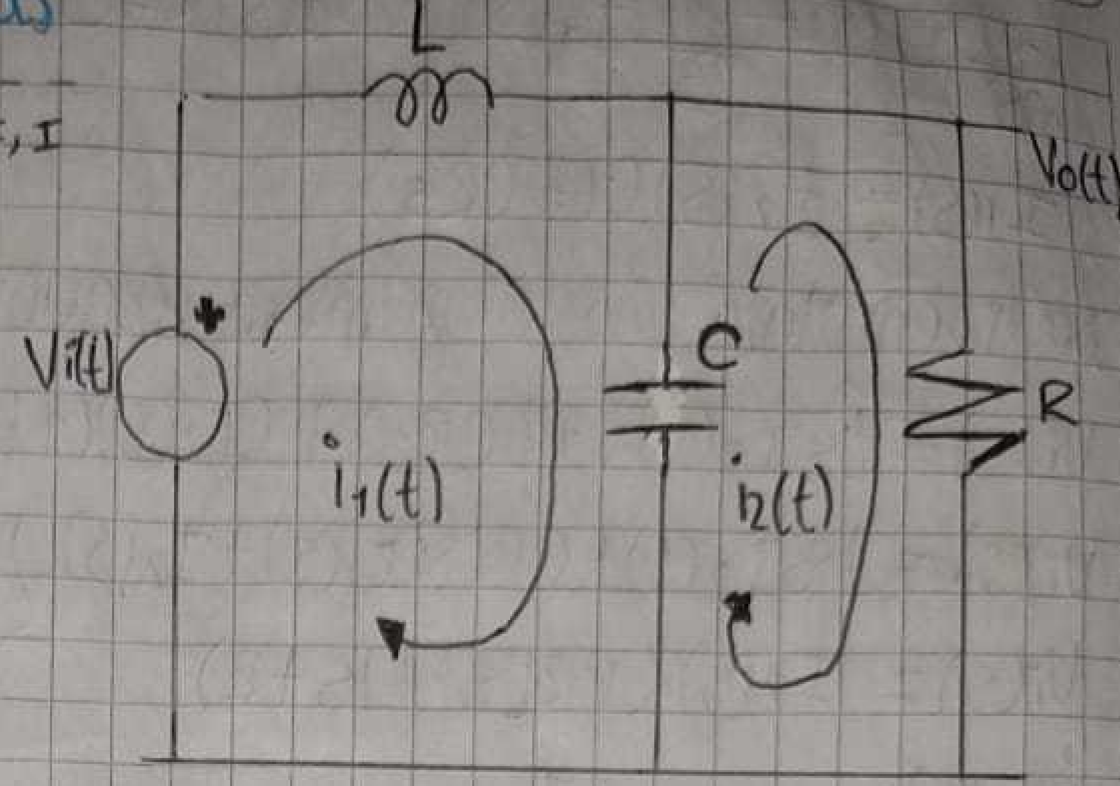
Parcial: Señales y Sistemas





Solución:

-El sistema masa, resorte y amortiguador se puede modelar a partir de la conservación de las fuerzas.

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_E(t).$$

donde $F_S(t) = Ky(t)$, $F_F(t) = C\dfrac{dy(t)}{dt}$, $F_I(t) = m\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}$.

$$\Rightarrow m\frac{d^2y(t)}{dt^2} + C\frac{dy(t)}{dt} + Ky(t) = F_E(t) = x(t).$$

Se aplica la transformada de Laplace. $\mathcal{L}\left\{\dfrac{d^n x(t)}{dt}\right\} = s^n X(s)$. tenemos que:

$$ms^2 Y(s) + cs\,Y(s) + K\,Y(s) = X(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + K}$$

Ahora, para el circuito eléctrico presentado, y utilizando tranformadas, se tiene que.

$$V_i(s) = Ls\,I_1(s) + (I_1(s) - I_2(s))\frac{1}{Cs}$$

$$(I_2(s) - I_1(s))\frac{1}{Cs} + I_2(s)R = 0$$

$$V_o(s) = R\,I_2(s)$$

Se despeja $I_1(s)$ respecto a $I_2(s)$:

$$\frac{1}{CS}I_2(S)-\frac{1}{CS}I_1(S)+I_2(S)R=0$$

$$I_1(S)=I_2(S)(1+CRS)$$

Se reemplaza en la primera ecuación.

$$V_i(S)=(LSI_2(S)(1+CRS)+(I_2(S)(1+CRS)-I_2(S))\frac{1}{CS}$$

$$V_i(S)=LSI_2(S)+CRLS^2I_2(S)+I_2(S)\frac{1}{CS}+I_2(S)R-I_2(S)\frac{1}{CS}$$

$$V_i(S)=I_2(S)(CRLS^2+LS+R)$$

$$\frac{I_2(S)}{V_i(S)}=\frac{1}{CRLS^2+LS+R}$$

$$\frac{RI_2(S)}{V_i(S)}=\frac{V_o(S)}{V_i(S)}=\frac{1}{CRLS^2+LS+R}$$

$$H(S)=\frac{V_o(S)}{V_i(S)}=\frac{1}{CLS^2+\frac{L}{R}S+1}$$

tenemos como equivalencia.

circuito RLC péndulo elastico:

$$CL \longrightarrow m$$

$$L/R \longrightarrow c$$

$$1 \longrightarrow K$$

$$H(S)=\frac{1}{a_2S^2+a_1S+a_0}$$

$$H(S)=K\frac{W_n^2}{S^2+2\xi W_nS+W_n^2}$$

$$K=1/a_0$$

$$W_n^2=a_0/a_2$$

$$\xi=a_1/2\sqrt{a_0a_2}$$

las raices del denominador (polos), se pueden entonces calcular como

$$P_{1,2} = -\xi w_n \pm j w_n \sqrt{1-\xi^2}$$

Ahora, para un sistema, subamortiguado

$$0 < \xi < 1$$

$$0 < \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} < 1 = 0 < \frac{c}{2\sqrt{km}} < 1$$

$$C = 3 = \frac{L}{R} \rightarrow L = 3, \; R = 1$$

$$k = 1$$

$$m = 5 = CL \rightarrow C = \frac{5}{3}$$

- Para un sistema sobreamortiguado

$$\xi > 1$$

$$\frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} > 1 = \frac{c}{2\sqrt{km}} > 1$$

Se asume $C = 4 = \frac{L}{R} \rightarrow L = 8 \quad R = 2$

$$k = 1$$

$$m = 1 = CL \rightarrow C = \frac{1}{8}$$

- Para un sistema de amortiguamiento crítico.

$$\xi = 1$$

$$\frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}} = 1 = \frac{c}{2\sqrt{km}} = 1$$

$$C = 2 = \frac{L}{R} \rightarrow L = 8 \quad R = 4, \; k = 1$$

$$m = 1 = CL \rightarrow C = 1/8.$$

	Factor de amortiguamiento	Frecuencia n no amor	Frecuencia n amor
Sub	0,67	0,45	0.33
Sob	2	1	1,73i
Cri	1	1	0

	tiempo pico	tiempo de levantamiento	tiempo de establecimiento
Sub	9,5		9.95
Sob	7.8i		7.5
Cri	∞		3

→ Lazo cerrado

$$-H_{LC}(S) = \frac{H(S)}{1+H(S)} = \frac{1}{s^2 LC + s\frac{L}{R} + 2}$$

$$-H_{LC}(S) = \frac{1}{(ms^2+cs+k)\left(1+\frac{1}{ms^2+cs+k}\right)} = \frac{1}{ms^2+cs+k+1}$$

LCR	mkC
LC	m
$\frac{1}{R}$	c
2	$k+1 \rightarrow k=1$