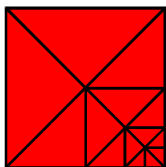


1995-06-21

---

**GRÁFICOS DE CONTROL PARA PROMEDIO  
ARITMÉTICO CON LÍMITES DE ADVERTENCIA**



MINISTERIO DE DESARROLLO ECONOMICO

E: CONTROL CHARTS FOR ARITHMETIC AVERAGE WITH  
WARNING LIMITS

---

CORRESPONDENCIA:

---

DESCRIPTORES: procesos - control estadístico; gráficos  
de control - promedio aritmético; gráficos  
de control - límites de advertencia.

---

I.C.S.: 03.120.30

---

Editada por el Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (ICONTEC)  
Apartado 14237 Bogotá, D.C. - Tel. 6078888 - Fax 2221435

---

Prohibida su reproducción

Editada 2004-08-10

## PRÓLOGO

El Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, **ICONTEC**, es el organismo nacional de normalización, según el Decreto 2269 de 1993.

**ICONTEC** es una entidad de carácter privado, sin ánimo de lucro, cuya Misión es fundamental para brindar soporte y desarrollo al productor y protección al consumidor. Colabora con el sector gubernamental y apoya al sector privado del país, para lograr ventajas competitivas en los mercados interno y externo.

La representación de todos los sectores involucrados en el proceso de Normalización Técnica está garantizada por los Comités Técnicos y el período de Consulta Pública, este último caracterizado por la participación del público en general.

La NTC-ISO 7873 fue ratificada por el Consejo Directivo de 1995-06-21.

Esta norma está sujeta a ser actualizada permanentemente con el objeto de que responda en todo momento a las necesidades y exigencias actuales.

A continuación se relacionan las empresas que colaboraron en el estudio de esta norma a través de su participación en el Comité Técnico 000004 Aplicación de métodos estadísticos.

ABB  
ACERÍAS PAZ DEL RÍO  
CENTELSA  
CYQUIM DE COLOMBIA  
E.A.A.B.  
EMCOCABLES  
EPSA  
FIBERGLAS DE COLOMBIA  
INALCEC

MINIPAK  
NESTLÉ DE COLOMBIA  
PROTECVOLT LTDA.  
PVC GERFOR  
RALCO S.A.  
SUPERINTENDENCIA DE INDUSTRIA Y  
COMERCIO  
UNIVERSIDAD LIBRE

**ICONTEC** cuenta con un Centro de Información que pone a disposición de los interesados normas internacionales, regionales y nacionales.

**DIRECCIÓN DE NORMALIZACIÓN**

## **GRÁFICOS DE CONTROL PARA PROMEDIO ARITMÉTICO CON LÍMITES DE ADVERTENCIA**

### **CORRESPONDENCIA CON EL DOCUMENTO DE REFERENCIA**

Esta norma es idéntica a la norma ISO 7873.

#### **1. INTRODUCCIÓN**

El control estadístico de los procesos que utilizan gráficos de control de promedio aritmético con límites de advertencia es una modificación de los gráficos de control de *Shewhart*. Los gráficos de control para el promedio aritmético que usan límites de acción y de advertencia se caracterizan por una mayor sensibilidad a una desviación en el nivel del proceso.

Los gráficos de control de promedio aritmético con límites de advertencia están en capacidad de revelar desviaciones más pequeñas del valor medio de la medida de calidad controlada, debido a la información adicional obtenida de los puntos acumulados en la zona de advertencia. Además, las grandes desviaciones repentinas en el nivel del proceso son detectables si los valores promedio de la muestra están más allá de los límites de acción. En comparación con los gráficos de control de *Shewhart*, son más sensibles en el caso de sesgos menores y de formación lenta de la medida de calidad (es decir, las desviaciones no superan  $2,5 \sigma / \sqrt{n}$ , en donde  $\sigma$  es la desviación estándar de la medida de calidad y  $n$  es el tamaño de la muestra).

#### **1. OBJETO**

Esta norma especifica procedimientos para el control estadístico de procesos mediante gráficos de control con base en el cálculo del promedio aritmético de una muestra y utilizando límites de advertencia y límites de acción. Se supone que para lotes grandes y para rendimiento en masa en la producción de lotes y piezas, tal medida de calidad es una variable aleatoria que obedece a una distribución normal. Sin embargo, cuando se diagraman los promedios de cuatro o más ítemes, esta suposición de una distribución normal no es necesaria para propósitos de control (véase el numeral 4.2).

#### **2. REFERENCIAS NORMATIVAS**

Las siguientes normas contienen disposiciones que, mediante su referencia en este texto, constituyen disposiciones de éste. En el momento de su publicación eran válidas las ediciones

indicadas. Todas las normas están sujetas a revisión, y se estimula a las partes que realizan acuerdos con base en esta norma, a que investiguen la posibilidad de aplicar las ediciones más recientes de las normas indicadas. Los miembros de IEC e ISO llevan registros de las normas internacionales válidas internacionalmente.

ISO 3534-1:1993, Statistics. Vocabulary and Symbols. Part 1: Probability and General Statistical Terms.

ISO 3534-2:1993, Statistics. Vocabulary and Symbols. Part 2: Statistical Quality Control.

### **3.     DEFINICIONES**

Para los propósitos de esta norma se aplican las definiciones de las normas ISO 3534-1 e ISO 3534-2.

### **4.     CONDICIONES DE APLICACIÓN**

**4.1**    La implementación de los métodos estadísticos del control del proceso debe ir precedida de un análisis estadístico, durante un período base, de la medida de calidad que se va a controlar con el fin de suministrar una base para la construcción de relaciones entre un proceso (las operaciones) y la calidad del producto, al igual que para presentar recomendaciones para el ajuste del proceso.

Si el análisis de control estadístico muestra que el proceso está fuera de control, y que la capacidad del proceso no cumple los requisitos específicos, es necesario determinar las causas de las desviaciones de nivel<sup>1)</sup> y las formas de ajustar el proceso.

**4.2**    Con el fin de aplicar las reglas de esta norma, es necesario aplicar primero lo siguiente:

- a)    El promedio aritmético  $\bar{x}$  se aproxima a una distribución normal. Excepto en circunstancias extremadamente inusuales, los promedios de muestras de cuatro o más ítemes, bajo el Teorema del Límite Central, siguen aproximadamente una distribución normal aun cuando no lo hagan las observaciones individuales.
- b)    Para mejores resultados, las observaciones individuales promediadas para obtener  $\bar{X}$  se hacen con instrumentos de medición de escala, con divisiones escalares máximas de  $\sigma/2$
- c)    El valor medio Fundamental  $\mu$  de los valores  $\bar{x}$  de la muestra, aunque desconocido, define el nivel del proceso actual. Si el nivel del proceso se desvía, también lo hará  $\mu$  y por lo tanto se deberá ajustar el nivel del proceso.
- d)    Cuando se aplica el criterio bilateral, el nivel objetivo  $\mu_o$  corresponde al valor de la línea central de la zona de tolerancia de la medida de calidad especificada en los documentos.
- e)    Se supone que la desviación Estándar  $\sigma$  de la medida de calidad permanece constante y aceptable. Esta suposición se debe verificar utilizando la desviación estándar de la muestra o los gráficos de control de rango.

---

<sup>1)</sup>    Desviaciones de nivel: significa un caso en el cual  $\mu$  llega a ser igual a  $\mu_1$  o  $\mu_{-1}$ .

- f) En el caso de un criterio unilateral  $\mu_1 > \mu_0$ , o  $\mu_{-1} < \mu_0$ , se asume que el nivel objetivo es  $\mu_0$ , pero solamente es de interés la dirección pertinente. Cuando se considera que un proceso está fuera de control en la dirección de interés, requiere corrección. Los valores de  $\mu_1$  o  $\mu_{-1}$  se seleccionan para indicar desviaciones en el proceso  $\Delta = |\mu_1 - \mu_0|$  o  $|\mu_{-1} - \mu_0|$  que se deben descubrir rápidamente y se denominan niveles "altamente indeseables". Este valor deberá corresponder a una fracción de rechazo (véase el Anexo A).
- g) En el caso de un criterio bilateral  $\mu_1 > \mu_0$ , y  $\mu_{-1} < \mu_0$ , el interés reside en cada lado de  $\mu_0$ . Cuando el proceso está fuera de control en cualquier dirección, requiere corrección.

Procedente de los valores  $\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $\mu_1$  y/o  $\mu_{-1}$ , se determina el valor  $\delta$ , que caracteriza la forma normalizada del valor medio en el caso en que el proceso está fuera de control, es decir:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma}$$

$$= \frac{\mu_0 - \mu_{-1}}{\sigma}$$

Cuando el valor  $\sigma$  es constante, el proceso puede salirse de control debido al cambio de  $\mu$  bajo la influencia de causas asignables.

## **5. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO**

**5.1** El control estadístico de un proceso se verifica mediante gráficos de control para el promedio aritmético con límites de advertencia.

El gráfico de control se usa para mostrar gráficamente el nivel y variabilidad del proceso; los promedios de la muestra actual de la medida de calidad  $\bar{x}$  se representan en los gráficos, como se muestra en la Figura B.1.

**5.2** El gráfico de control para promedio aritmético con límites de advertencia tiene una línea objetivo (línea central) correspondiente al valor medio de la medida de calidad para el proceso ajustado. Esta línea corresponde a  $\mu_0$ , los límites de advertencia a

$$\mu_0 \pm B_2 \sigma / \sqrt{n}$$

y los límites de acción a

$$\mu_0 \pm B_1 \sigma / \sqrt{n}$$

en donde  $n$  es el tamaño de muestra. Una suposición fundamental es que las observaciones individuales usadas para calcular  $\bar{X}$  son estadísticamente independientes.

$B_1$  y  $B_2$  son los valores que determinan la posición de los límites de acción y advertencia en los gráficos de control. El principio de la selección de  $B_1$  y  $B_2$  se describe en el numeral 6.

**5.3** El gráfico de control se puede colocar en una forma impresa, en un tablero iluminado, codificado en la memoria del computador, o visualizado en otras formas apropiadas.

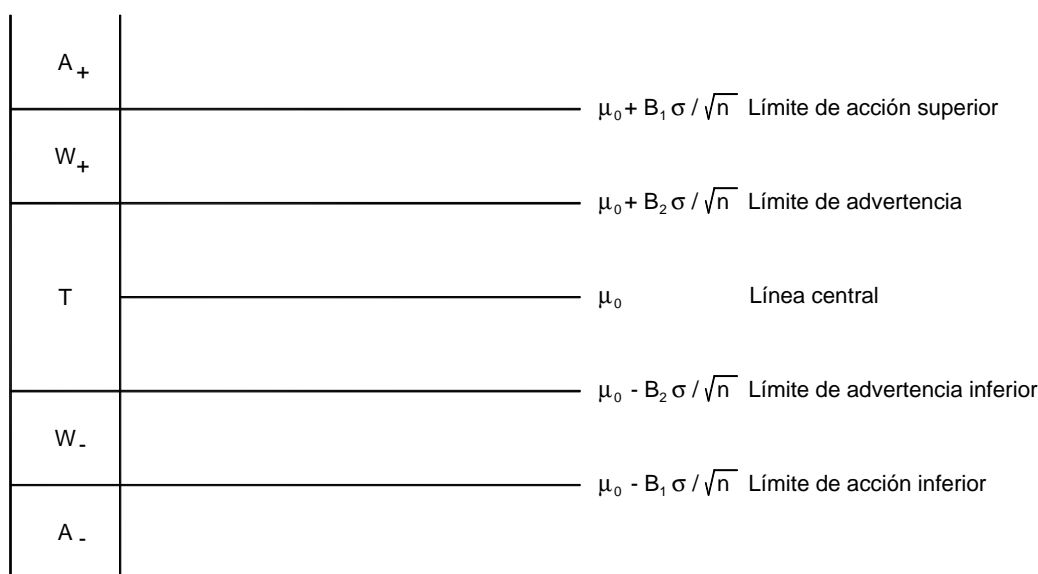
**5.4** Los gráficos de control se deben localizar lo más cerca posible de las áreas de trabajo, que resulte práctico, y la entrada de datos y representación de los gráficos deben ser claras y explícitas.

**5.5** Se debe elaborar un procedimiento de operación estándar para la definición, preparación, aplicación, mantenimiento y uso de un gráfico de control como método de medición de la variación del proceso y los datos ya recogidos se deben registrar en el gráfico.

**5.6** Los gráficos de control para promedio aritmético con límites de advertencia se pueden usar para criterios unilaterales y bilaterales de control de proceso estadístico. Sin embargo, es usual utilizar criterios bilaterales.

**5.6.1** Cuando un proceso es controlado estadísticamente por medio de un criterio bilateral, se utilizan cinco zonas de calidad (véase la Figura 1), como sigue:

- a) Zona T (objetivo): el valor promedio de la muestra se localiza entre los límites de advertencia superior e inferior.
- b) Zonas  $W_+$  y  $W_-$  (advertencia): el valor promedio de la muestra se localiza entre los límites de advertencia superior y los límites de acción superior, o entre los límites de advertencia inferior y los límites de acción inferior, respectivamente.
- c) Zonas  $A_+$  y  $A_-$  (acción): el valor promedio de la muestra se localiza más allá del límite de acción superior o el límite de acción inferior, respectivamente.

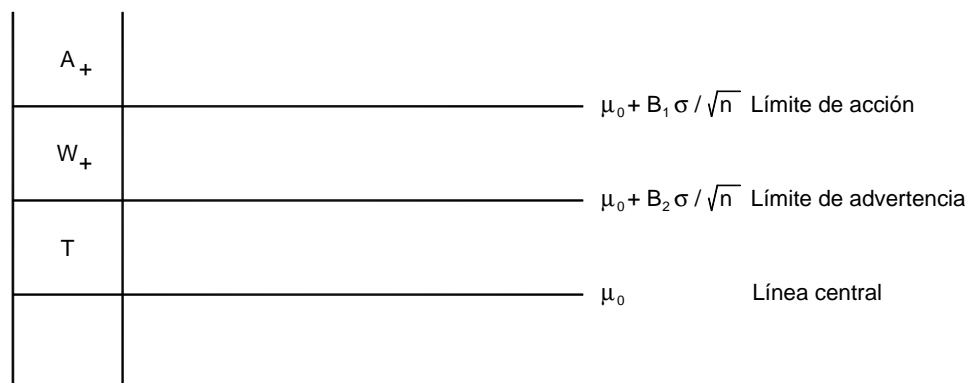


**Figura 1. Zonas de calidad para control estadístico con un criterio bilateral**

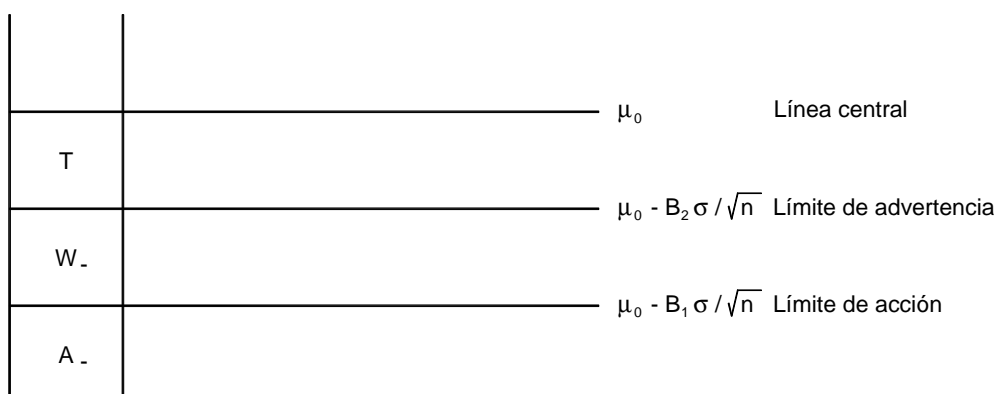
**5.6.2** Cuando el proceso es controlado estadísticamente por medio de un criterio unilateral, se utilizan tres zonas de calidad (véanse las Figuras 2 y 3), como sigue:

- a) Zona T (objetivo): El valor promedio de la muestra se localiza por debajo de los límites de advertencia superior o sobre los límites de advertencia inferior, según el caso.

- b) Zona W (advertencia): El valor promedio de la muestra se localiza entre los límites de advertencia y acción.
- c) Zona A (acción): El valor promedio de la muestra se localiza más allá del límite de acción.



**Figura 2. Zonas de calidad para control estadístico con un criterio unilateral. Límites superiores**



**Figura 3. Zonas de calidad para control estadístico con un criterio unilateral. Límites inferiores**

La Figura 2 indica el caso en que el interés por una desviación de nivel está relacionado con un aumento del valor medio de la medida de calidad.

La Figura 3 indica el caso en el que el interés por una desviación de nivel está relacionado con una reducción del valor medio de la medida de calidad.

**5.7** El valor promedio de la muestra de la medida de calidad se representa en los gráficos de control con los límites de advertencia, de la siguiente manera:

Para cada muestra se traza un punto en el gráfico, con un número de identificación (orden numérico, orden en el tiempo, etc.) como abscisa y el promedio de la muestra correspondiente como ordenada (véase la Figura B.1).

## **6. CONTROL ESTADÍSTICO DE UN PROCESO**

**6.1** Un solo punto que se encuentre en la zona de acción superior A<sub>+</sub> o la zona de acción inferior de A<sub>-</sub>, es una señal de fuera de control. Cuando se presenta esta señal, se debe determinar la causa de esta condición y corregirla para obtener el control del proceso en el nivel apropiado.

**6.2** Cuando el número seleccionado de puntos sucesivos,  $K$ , entra en una de las zonas de advertencia,  $W_+$  superior o  $W_-$  inferior, esta es una señal de fuera de control y el proceso necesita ajustarse.

El valor de los diferentes parámetros se escoge de acuerdo con los procedimientos del numeral 7.

## **7. SELECCIÓN DE VALORES DE LOS PARÁMETROS PARA UN PLAN DE CONTROL ESTADÍSTICO DE UN PROCESO**

**7.1** Cuando se selecciona un plan para control estadístico de un proceso es necesario establecer los siguientes valores:

- a) Tamaño de la muestra<sup>2)</sup>,  $n$  (véase el numeral 7.3).
- b) Período de muestreo<sup>2)</sup>,  $t$  (véase el numeral 7.3).
- c) El número de puntos sucesivos,  $K$  (véase el numeral 6.2);
- d) Los valores que determinan las posiciones de los límites de acción y advertencia en los gráficos de control,  $B_1$  y  $B_2$  (véanse los numerales 7.2.2 Y 7.4.1);
- e) Las reglas de toma de decisiones para la corrección del proceso.

Los valores iniciales para seleccionar un plan para control de un proceso estadístico son:

$\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $\mu_1$  y/o  $\mu_{-1}$ , (véase el numeral 4).

$L_0$  y  $L_1$  [Longitudes promedio de corrida (LPC) de un proceso, dentro de control y fuera de control, respectivamente (véanse el numeral 7.2 y el Anexo C)].

**7.2** La eficiencia de un plan de control del proceso estadístico se puede describir en términos de longitudes promedio de corrida.

**7.2.1** La longitud promedio de corrida (LPC) de un proceso es el número promedio de promedios de muestra que se representarán en el gráfico antes de que se presente una señal de fuera de control, con la constante de promedio del proceso. La LPC es máxima cuando el nivel del proceso está en el nivel objetivo ( $\mu_0$ ) y se reduce progresivamente cuando el proceso se desvía de su objetivo. El diseño del gráfico de control debe proporcionar una LPC grande,  $L_0$ , cuando el promedio del proceso está en el objetivo; así se suministra una tasa baja de falsas alarmas. El diseño del gráfico de control también debe proporcionar una LPC pequeña,  $L_1$ , cuando el promedio del proceso está en  $\mu_{+1}$  o  $\mu_{-1}$ ; así se permite detectar rápidamente una situación insatisfactoria.

**7.2.2** Para el caso del criterio unilateral del control del proceso estadístico, las Tablas 1 a 3 dan valores de  $L_0$  (sobre la línea  $\delta\sqrt{n}=0$ ) y valores de  $L_1$  (sobre la línea correspondiente al valor establecido  $\delta\sqrt{n}$ ) como una función de  $K$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  y  $\delta\sqrt{n}$ . Cuando se escogen  $L_0$  y  $L_1$ , es necesario especificar unas pocas variantes de  $B_1$  y  $B_2$  y escoger, hasta donde sea posible, las que den la razón más alta de  $L_0/L_1$ .

---

<sup>2)</sup> Los valores para  $t$  y  $n$  se especifican más adelante.



**7.2.3** Para el caso del criterio bilateral del control del proceso estadístico, deben usarse las Tablas 1 a 4. En este caso, la LPC del proceso en control  $L_0$  se determina con base en la Tabla 4 con  $\delta\sqrt{n}=0$ . La LPC del proceso fuera de control  $L_1$  se determina usando la Tabla 4 con  $\delta\sqrt{n} < 1$  y las Tablas 1 a 3 con  $\delta\sqrt{n} \geq 1$ , ya que en  $\delta\sqrt{n} \geq 1$ , la LPC para el criterio bilateral coincide numéricamente con la LPC para el criterio unilateral (véase la Tabla C.1).

**7.2.4** Para los valores de  $\delta\sqrt{n}$  que faltan en las Tablas 1 a 4, los valores correspondientes de  $L_1$  se obtienen por interpolación lineal.

**7.3** El tamaño de muestra  $n$  afecta las curvas de LPC, como se muestra en las fórmulas del Anexo C, así como los Parámetros  $\mu_0$ ,  $\mu_{+1}$  y/o  $\mu_{-1}$ ,  $\sigma$  y  $K$ . Además, para el mismo número total de observaciones o mediciones, el gráfico de control puede diseñarse con un período largo de muestreo,  $t$ , y un tamaño pequeño de muestra,  $n$ , o al contrario.

En cada aplicación específica, deben investigarse varias combinaciones tentativas de  $n$  y  $t$  durante el diseño del gráfico de control, para determinar los valores que resultan de  $L_0$  y  $L_1$ . El diseño debe evaluarse en términos del tiempo transcurrido en el proceso asociado con los valores que resultan de  $L_0$  y  $L_1$ .

En la mayoría de los casos, el plan de muestreo preexistente ( $n$ ,  $t$ ) será la combinación tentativa "básica", y otros diseños tentativos deben compararse con el diseño básico con respecto a funcionamiento ( $L_0$  y  $L_1$ ) y el costo.

**7.4** Las Tablas 1 a 4 se usan para elegir un plan de control estadístico del proceso.

**7.4.1** Si los valores  $\delta$  y  $n$ , así como  $L_0$  y  $L_1$  (y sus restricciones), están predeterminados, entonces  $B_1$ ,  $B_2$  y  $K$  se encuentran bajo el valor dado de  $\delta\sqrt{n}$  en las Tablas 1 a 4 (interpolando si es necesario) (véase el literal B.2).

Si hay algunas variantes del plan para control estadístico del proceso que cumplan con los requisitos especificados (véase el literal B.2), debe elegirse una variante que dé la razón máxima  $L_0/L_1$ , con respecto al numeral 7.2.1. En este caso, si la razón es alta (mayor o igual que 40), se recomienda elegir la variante que dé el menor valor de  $L_1$ .

**7.4.2** Si el tamaño de muestra  $n$  no está predeterminado, sus posibles valores pueden encontrarse usando las Tablas 1 a 4. Los valores se encuentran eligiendo en dichas tablas las columnas para las cuales los valores de  $L_0$  satisfacen las condiciones dadas, y luego se toma el primer número menor o igual al valor dado de  $L_1$ . Después, del correspondiente valor de  $\delta\sqrt{n}$ , dado  $\delta$ , se obtiene el tamaño de muestra  $n$ , redondeando el número calculado hasta el entero más próximo (véase el numeral B.4).

En este caso, se obtienen muchas variantes del plan del control estadístico; con frecuencia es adecuado elegir el plan (respecto a los puntos 7.2 y 7.4.1) que dé el menor tamaño de muestra. Esto es especialmente importante cuando el proceso para mejorar el control es muy costoso.

**7.5** Pueden ocurrir varios cambios en las condiciones de fabricación de la técnica de producción, por ejemplo, la destreza de los operarios, los materiales suministrados, el estrechamiento o ampliación de los límites de acción por razones tecnológicas o económicas, etc. Todos estos cambios deben anotarse inmediatamente en los planes para control estadístico del proceso.

Con este fin, en los documentos debe registrarse que en algunos períodos específicos (un mes, un trimestre, un año), los gráficos de control y otros documentos deben someterse a análisis estadístico con el fin de actualizarlos. La frecuencia de tales análisis debe determinarse según la necesidad de producción.

**Tabla 1. Valores de LPC para  $B_1 = 2,75$  (Criterio unilateral)**

LPC con $B_1 = 2,75$ y $B_2$															
$\delta\sqrt{n}$	K=2					K = 3					K = 4				
	1,0	1,25	$B_2$ 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	$B_2$ 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	$B_2$ 1,5	1,75	2,0
0,0	41,7	79,8	146,8	232,8	297,4	161,8	253,0	310,2	330,6	334,5	287,4	324,6	333,6	335,1	335,4
0,2	24,5	43,6	76,7	120,9	158,9	80,4	126,3	161,7	180,3	184,7	146,4	166,6	185,2	185,31	185,6
0,4	15,3	25,4	42,3	65,8	88,0	42,4	66,9	88,2	101,5	105,5	69,1	96,0	104,1	06,1	106,4
0,6	10,3	15,9	25,0	32,2	50,5	24,6	37,4	50,5	56,0	62,4	40,8	54,2	60,6	62,9	63,3
0,8	7,3	10,5	15,0	22,7	30,3	15,3	22,1	29,7	35,2	38,0	24,4	31,8	36,7	38,4	39,1
1,0	5,4	7,3	10,3	14,4	19,0	9,6	14,0	18,3	22,0	23,9	15,7	19,6	22,8	24,3	24,8
1,2	4,2	5,4	7,2	9,7	12,6	7,2	8,9	12,1	14,5	16,0	10,3	12,7	15,0	16,2	16,6
1,4	3,4	4,2	5,3	6,8	8,5	5,4	6,7	8,2	9,6	10,7	7,2	8,6	9,9	10,8	11,2
1,6	2,8	3,3	3,9	4,7	5,6	4,0	5,0	5,4	6,0	6,5	5,0	6,2	6,2	6,6	7,9
1,8	2,4	2,8	3,2	4,1	4,5	3,5	3,9	4,4	5,2	5,4	4,2	4,7	5,2	5,6	5,6
2,0	2,2	2,4	2,7	3,1	3,5	2,9	3,5	3,4	3,8	4,1	3,4	3,7	4,0	4,8	4,3
2,2	1,9	2,1	2,3	2,5	2,8	2,5	2,7	2,8	3,1	3,2	2,9	3,0	3,1	3,3	3,4
2,4	1,8	1,9	2,0	2,1	2,3	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7
2,6	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	1,9	2,0	2,0	2,2	2,2	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3
2,8	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	1,9	2,0	1,9	2,0	2,0	2,0
3,0	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,7	1,6	1,6	1,7	1,7
3,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
3,4	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
3,6	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
3,8	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

**Tabla 2. Valores de LPC para  $B_1 = 3$  (Criterio unilateral)**

LPC con $B_1 = 3$ y $B_2$															
$\delta\sqrt{n}$	K = 2					K = 3					K = 4				
	1,0	1,25	B <sub>2</sub> 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	B <sub>2</sub> 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	B <sub>2</sub> 1,5	1,75	2,0
0,0	43,8	83,5	186,1	346,2	556,0	215,1	422,5	620,1	711,0	734,6	535,4	624,1	730,9	738,3	739,4
0,2	25,7	48,1	92,7	151,0	275,2	101,3	194,0	301,7	365,0	385,9	245,4	341,6	380,6	389,6	391,0
0,4	16,1	27,9	50,5	89,6	141,9	51,8	95,6	159,4	192,1	210,5	117,1	174,6	203,3	212,4	214,2
0,6	10,8	17,2	26,4	39,8	76,0	28,6	49,7	78,4	87,7	115,9	59,5	89,7	111,0	117,6	121,9
0,8	8,1	11,3	17,7	28,4	43,0	19,2	28,1	43,1	55,2	66,9	35,4	48,8	62,3	69,4	71,4
1,0	5,6	7,9	11,6	17,4	25,5	11,6	17,1	25,0	33,7	39,9	19,5	40,3	36,3	41,3	43,3
1,2	4,2	5,8	8,0	11,4	16,1	7,7	11,2	14,9	20,6	24,7	11,9	17,1	22,0	25,6	27,2
1,4	3,6	4,5	5,8	7,8	11,2	6,0	7,8	10,3	13,2	15,8	8,7	11,2	15,0	16,4	17,6
1,6	3,0	3,5	4,4	5,7	7,4	4,7	5,8	7,2	8,9	10,6	6,5	7,8	9,4	10,9	11,3
1,8	2,6	2,9	3,5	4,7	5,4	3,9	4,5	5,3	6,8	7,4	5,0	5,8	6,7	7,9	8,3
2,0	2,3	2,5	2,9	3,4	4,1	3,4	3,6	4,1	4,7	5,4	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
2,2	2,1	2,2	2,5	2,8	3,2	2,8	2,8	3,3	3,7	4,1	3,4	3,6	3,9	4,2	4,5
2,4	1,9	2,0	2,2	2,4	2,6	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	2,9	3,0	3,1	3,3	3,5
2,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,2	2,3	2,3	2,5	2,6	2,5	2,5	2,7	2,7	2,8
2,8	1,6	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,4
3,0	1,5	1,6	1,6	1,6	1,7	1,8	1,8	1,8	1,9	1,9	1,9	1,9	1,7	1,9	2,0
3,2	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,7	1,6	1,6	1,6	1,6	1,7
3,4	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
3,6	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4
3,8	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3

**Tabla 3. Valores de LPC para  $B_1=3,25$  (Criterio unilateral)**

LPC con $B_1 = 3,25$ y $B_2$															
$\delta\sqrt{n}$	K = 2					K = 3					K = 4				
	1,0	1,25	$B_2$ 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	$B_2$ 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	$B_2$ 1,5	1,75	2,0
0,0	45,1	94,7	212,0	481,5	987,8	448,7	618,6	1 176,0	1 567,8	1 698,7	904,83	1 454,7	1 675,9	1 720,8	1 730,4
0,2	26,4	50,7	105,3	223,3	432,2	116,2	263,9	469,5	744,9	843,6	369,7	653,0	819,6	864,3	872,9
0,4	16,6	29,2	55,6	110,2	207,6	58,0	121,2	230,3	360,3	430,2	161,3	299,9	392,2	446,9	455,8
0,6	11,0	18,0	31,7	58,4	105,3	32,1	60,7	112,3	178,9	225,1	99,5	140,1	204,6	216,4	235,7
0,8	7,8	11,8	19,3	30,2	56,5	19,3	33,3	58,1	92,1	117,2	40,3	69,9	104,2	118,1	133,2
1,0	6,8	8,2	12,5	20,0	32,3	12,6	19,8	32,2	49,8	67,1	23,3	37,5	56,2	71,4	95,1
1,4	3,7	4,7	6,2	6,7	12,6	6,6	8,8	12,4	17,4	23,2	10,1	13,9	19,2	24,7	28,6
1,6	3,3	3,7	4,7	6,3	8,6	5,1	6,5	8,5	11,3	14,7	7,4	9,5	12,4	15,6	18,2
1,8	2,7	3,1	3,8	4,7	6,1	4,2	4,9	6,2	7,8	9,8	5,7	6,9	8,5	10,4	12,0
2,0	2,4	2,7	3,1	3,7	4,5	3,5	3,9	4,7	5,5	6,6	4,6	5,2	6,0	6,9	7,9
2,2	2,1	2,4	2,6	3,1	3,6	3,1	3,4	3,8	4,4	5,1	3,9	4,3	4,8	5,4	6,0
2,4	2,0	2,1	2,3	2,6	2,9	2,7	2,9	3,2	3,5	3,9	3,3	3,5	3,8	4,1	4,4
2,6	1,9	1,9	2,1	2,2	2,5	2,4	2,5	2,7	2,9	3,1	2,9	3,0	3,1	3,3	3,5
2,8	1,9	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,5	2,6	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8
3,0	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4
3,2	1,5	1,6	1,6	1,6	1,8	1,8	1,8	1,8	1,9	1,9	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0
3,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,8
3,6	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6
3,8	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4

Tabla 4 Valores de LPC (Criterio Bilateral)

B <sub>1</sub>	$\delta\sqrt{n}$	LPC con B <sub>2</sub>														
		K = 2					K = 3					K = 4				
		1,0	1,25	B <sub>2</sub> 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	B <sub>2</sub> 1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	B <sub>2</sub> 1,5	1,75	2,0
2,75	0,0	20,8	39,9	73,4	116,4	148,7	80,9	126,5	155,1	165,3	167,2	143,7	162,3	166,8	167,5	167,7
	0,2	18,6	33,0	61,0	95,2	123,5	65,8	100,0	126,6	140,8	142,9	117,6	131,6	142,9	143,0	143,1
	0,4	13,9	23,5	39,7	61,7	81,3	40,3	63,3	82,6	93,5	97,4	65,8	89,3	96,2	98,0	98,1
	0,6	10,0	15,6	24,6	31,7	49,5	24,3	36,9	49,5	54,6	60,9	40,2	53,2	59,2	61,3	61,8
	0,8	7,2	10,4	14,9	22,6	30,1	15,2	22,0	29,5	35,0	37,7	24,3	31,6	36,5	38,2	38,
3,0	0,0	21,9	41,7	93,0	173,1	278,0	107,5	211,2	310,0	355,5	367,3	267,7	312,0	325,4	329,1	329,7
	0,2	19,5	37,9	75,2	126,6	222,6	84,0	159,9	243,9	294,1	303,0	201,0	277,8	303,0	306,2	307,0
	0,4	14,6	26,0	47,8	85,5	134,2	49,7	91,7	151,5	181,8	198,0	113,1	166,7	192,3	200,0	201,3
	0,6	10,5	16,9	26,0	39,4	75,3	28,2	49,3	77,2	86,2	113,3	58,5	88,1	108,7	114,9	119,0
	0,8	8,0	11,2	17,6	28,3	42,8	19,2	28,0	42,9	54,9	66,5	35,3	48,5	61,9	68,9	70,9
3,25	0,0	22,5	47,3	106,0	240,7	493,9	224,3	309,3	588,0	783,9	849,3	452,4	727,3	837,9	860,4	865,2
	0,2	20,0	40,0	87,7	184,5	357,1	98,0	222,2	395,4	609,0	673,4	312,5	555,5	657,9	686,3	692,0
	0,4	15,1	27,7	52,9	106,2	200,8	56,5	119,0	225,1	347,8	416,7	158,7	294,1	377,8	427,9	434,8
	0,6	10,7	17,6	31,3	58,0	104,0	31,8	60,2	111,1	175,4	220,2	98,5	138,9	200,5	212,8	230,3
	0,8	7,7	11,7	19,3	30,2	56,5	19,3	33,3	58,1	92,1	117,2	40,3	69,9	104,2	118,1	133,

**ANEXO A**  
(Normativo)

**DETERMINACIÓN DEL VALOR MEDIO QUE SE CONSIDERA INDESEABLE CON BASE EN UNA FRACCIÓN NO CONFORME**

**A.1 CRITERIO UNILATERAL**

Debe controlarse la desviación superior de la media del proceso. Se da la tolerancia superior  $T_+$  de la variable  $X$ . En este caso, la fracción no conforme para el proceso en control,  $q_0$ , se obtiene con la fórmula:

$$q_0 = 1 - \Phi\left(\frac{T_+ - \mu_0}{\sigma}\right) \quad (\text{A.1})$$

La fracción no conforme para un proceso fuera de control,  $q_1$ , se obtiene con la fórmula

$$q_1 = 1 - \Phi\left(\frac{T_+ - \mu_1}{\sigma}\right) \quad (\text{A.2})$$

Donde  $\Phi$  es una función de distribución normal estándar.

Por lo tanto, si se conocen  $T_+$  y  $q_1$ , entonces  $\mu_1$  puede determinarse con la fórmula

$$\mu_1 = T_+ - \sigma Z_{1-q_1} \quad (\text{A.3})$$

donde  $Z$  es el quantil  $(1 - q_1)$  de la distribución normal estándar.

De igual manera, si la desviación más baja se controla, y se da la tolerancia más baja  $T_-$ , entonces

$$q_0 = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_0 - T_-}{\sigma}\right) \quad (\text{A.4})$$

$$q_1 = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_1 - T_-}{\sigma}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$\mu_1 = T_- - \sigma Z_{1-q_1} \quad (\text{A.6})$$

donde  $q_0$  y  $q_1$  se determinan como anteriormente se indicó.

**A.2 CONTROL BILATERAL**

Este es el mismo caso que cuando  $T_+ - \mu_0 = \mu_1 - T_-$ . Usando la misma designación, se obtiene

$$q_0 = 2 \left[ 1 - \phi \left( \frac{T_+ - \mu_0}{\sigma} \right) \right] \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} q_1 &= 1 - \phi \left( \frac{T_+ - \mu_1}{\sigma} \right) + 1 - \phi \left( \frac{\mu_1 - T_-}{\sigma} \right) = \\ &= 1 - \phi \left( \frac{\mu_{-1} - T_-}{\sigma} \right) \\ &+ 1 - \phi \left( \frac{T_+ - \mu_{-1}}{\sigma} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Ya que usualmente

$$\frac{\mu_1 - T_-}{\sigma} = \frac{T_+ - \mu_{-1}}{\sigma} > 3$$

entonces

$$1 - \phi \left( \frac{\mu_1 - T_-}{\sigma} \right) = 1 - \phi \left( \frac{T_+ - \mu_{-1}}{\sigma} \right) \text{ puede ignorarse}$$

Luego  $\mu_1$  y  $\mu_{-1}$  se determinan con las fórmulas (A.3) y (A.6), respectivamente.

**ANEXO B**  
(Informativo)

**EJEMPLO DE APLICACIÓN DE ESTA NORMA**

**B.1** Los gráficos de control para promedios aritméticos con límites de advertencia se usan para control estadístico del proceso de producción de nitrógeno lavado con gas. La concentración de nitrógeno en el amoníaco debe ser del 25 % para el proceso en control.

Se dan los límites para la concentración de nitrógeno:

$$T_+ = 27,5 \%$$

$$T_- = 22,5 \%$$

El nivel no conforme altamente indeseable es del 3 %

Con base en experiencias previas, se sabe que  $\sigma = 1 \%$

Deben determinarse los valores  $\mu_1$  y  $\mu_{-1}$ .

De acuerdo con las fórmulas (A.3) y (A.6):

$$\begin{aligned}\mu_1 &= 27,50 \% - 1 \% \times Z_{0,97} \\ &= 27,50 \% - 1,88 \% \\ &= 25,62 \%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{-1} &= 22,50 \% + 1,88 \% \\ &= 24,38 \%\end{aligned}$$

**B.2** Bajo las condiciones dadas en el literal B.1,  $n = 5$  se toma como el número de muestras de mediciones. Las líneas en el gráfico de control deben trazarse de forma que la LPC para el proceso en control sea al menos 300 y la LPC para un proceso en un nivel altamente indeseable no exceda de 12.

Entonces:

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{25,62 - 25}{1} \\ &= \frac{25 - 24,38}{1} \\ &= 0,62\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\delta\sqrt{n} &= 0,62\sqrt{5} \\ &= 1,39\end{aligned}$$



En las Tablas 1 a 4 se encuentra una combinación de  $B_1$ ,  $B_2$  y  $K$  (interpolando para  $\delta\sqrt{n} = 1,39$ ) tal que  $L_0 \geq 300$  y  $L_1 \leq 12$  (véase la Tabla 4); es decir,  $L_0 \geq 600$  y  $L_1 \leq 12$  si se usan las Tablas 1 a 3 (véase el literal C.3).

Los resultados se dan en forma tabular, como sigue:

No.	K	B1	B2	$L_0$	$L_1$
1	3	3,0	1,S	620,1	10,3
2	4	3,0	1,2S	624,1	11,2
3	3	3,2S	1,2S	618,6	8,8
4	4	3,2S	1,0	904,0	10,1

Las condiciones impuestas se muestran para especificar un plan de control ambiguo (hay 4 versiones posibles). De acuerdo con el numeral 7.4.1 (ya que la razón  $L_0/L_1 \geq 50$ ), se elige la versión que produce el valor mínimo de  $L_1$ , es decir, la versión 3.

$K = 3$ ;  $B_1 = 3,25$ ;  $B_2 = 1,25$ .

De acuerdo con el numeral 5, los límites de acción se trazan:

$$25 + 3,25 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 26,45$$

$$25 + 3,25 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 23,55$$

y los límites de advertencia:

$$25 + 1,25 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 25,56$$

$$25 + 1,25 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 24,44$$

**B.3** Bajo las condiciones especificadas en los numerales B.1 y B.2, se obtuvieron los siguientes valores medios de muestras sucesivas: 25,1 %, 25,2 %, 24,2 %, 25,6 %, 24,1 %, 24,3 %, 25,0 %, 25,3 %, 25,9 %, 24,7 %, 25,1 %, 25,3 %, 24,9 %, 25,4 %, 24,8 %, 24,7 %, 25,9 %, 25,6 %, 25,7 %, (véase la Figura B.1)

Después de la decimonovena muestra se toma la decisión de ajustar el proceso, ya que los últimos 3 puntos (25,9; 25,6; 25,7) ocurrieron en la zona  $W_+$  entre los límites de advertencia y acción.

Para mayor claridad, debe mencionarse que en la zona  $W_-$  se encontraron dos puntos adyacentes, 24,1 y 24,3, pero no se hizo el ajuste ya que, según el procedimiento aceptado, debe haber 3 de ellos.

Finalmente, debe hacerse de inmediato la corrección si algún valor ha sido superior a 26,45 o menor de 23,55.

NOTA 1 Los límites de  $3\sigma$  se representan con líneas punteadas en la Figura B.1. Como se puede observar en ella, el gráfico de *Shewart* no da indicación para ajustar el proceso en este caso.

**B.4** Para  $\sigma$ ,  $\mu_0$ ,  $\mu_1$  y  $\mu_{-1}$  dados arriba y las condiciones impuestas sobre  $L_0$  y  $L_1$ , debe encontrarse el plan de control que produce la muestra de tamaño más pequeño  $n$ . Con base en las columnas correspondientes a  $L_0 \geq 600$ , se encuentra que el valor mínimo fuera de todos los  $d\sqrt{n}$  para los cuales  $L_1 \leq 12$ , es 1,4 (por ejemplo, el plan con  $B_1 = 3,0$ ,  $B_2 = 1,5$ ,  $K = 3$  da  $L_1 = 10,3$ ; un plan con  $B_1 = 3,25$ ,  $B_2 = 1,25$ ,  $K = 3$  da  $L_1 = 8,8$ ).

De aquí que

$$\sqrt{n} = \frac{1,4}{0,62} = 2,26$$

$$n = 5$$

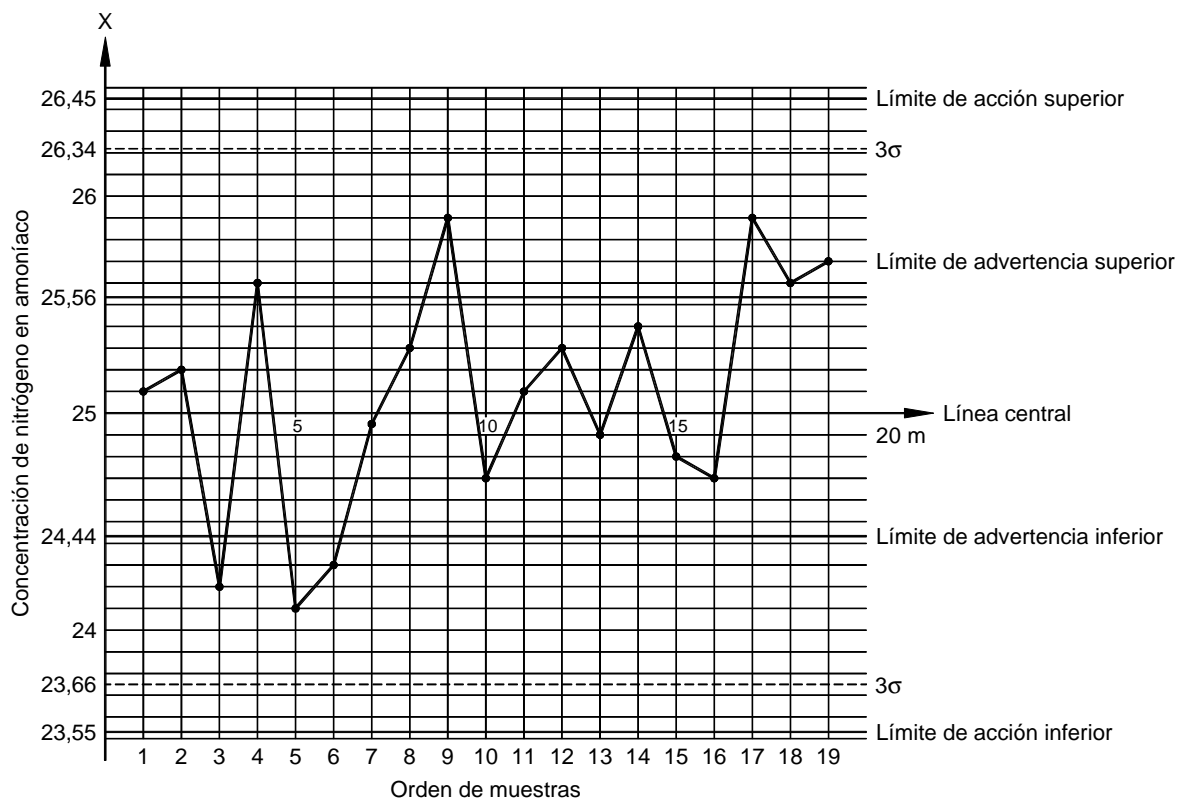


Figura B.1. Ejemplo de aplicación

**ANEXO C**  
(Informativo)

**PRINCIPIOS TEÓRICOS DE ESTA NORMA**

**C.1 GENERALIDADES**

Los gráficos de control que sólo muestran los límites de acción no siempre son suficientemente sensibles a un desajuste del proceso. Las longitudes promedio de corrida (LPC), es decir, el número promedio de muestras después de las cuales se toma la decisión sobre el ajuste, sirven como criterio de sensibilidad del gráfico de control a la desviación del proceso. Si el proceso está dentro de control, tal decisión es errónea y aquí la longitud promedio de corrida  $L_0$ , será la máxima posible. Si el proceso está fuera de control, la decisión de corregirlo deberá seguir al desajuste lo más cerca posible. Aquí la LPC de  $L_1$ , será la mínima posible.

Los límites de advertencia se han agregado a los límites de acción para mejorar la sensibilidad de los gráficos de control al desajuste del proceso controlado.

Cuando se compara el gráfico de control con los límites de advertencia para el gráfico de control *Shewhart* que produce el mismo  $L_0$ , se puede observar que si los valores de  $\delta\sqrt{n}$  no exceden 2,5, entonces el primer gráfico de control produce valores de  $L_1$  significativamente más pequeños.

En la Figura C.1, la línea continua muestra los valores de la LPC para el gráfico de control unilateral con grupos de calidad definidos por las condiciones  $B_1 = 3,00$ ,  $B_2 = 1,75$ ,  $K = 2$  (véase la Tabla 2). La línea punteada muestra los valores de LPC para un gráfico de *Shewhart* común unilateral con límites elegidos para producir el mismo valor  $L_0 = 346,2$  que el primer gráfico (estos límites serán  $2,76 \sigma / \sqrt{n}$  desde la línea central).

El ejemplo se da para el criterio unilateral. Para el criterio bilateral, las curvas se construyen de manera similar (véase el numeral 7.2.3).

**C.2 FÓRMULAS PARA LA LPC EN EL CONTROL UNILATERAL**

Un punto en el gráfico de control puede caer dentro de la zona T con la probabilidad  $p$ , y en la zona A con la probabilidad  $1 - P - q$ , donde las probabilidades  $p$  y  $q$  (véase la Figura 2) se obtienen con las fórmulas

$$p = \Phi(B_2 - \delta\sqrt{n}) \quad (C.1)$$

$$q = \Phi(B_1 - \delta\sqrt{n}) - \Phi(B_2 - \delta\sqrt{n}) \quad (C.2)$$

Donde:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\xi^2/2} d\xi$$

y  $\delta = 0$  para el proceso en control.

La LPC de L se obtiene con la fórmula

$$L = \frac{1 + q^K}{1 - p - q - pq^K} \quad (C.3)$$

Cuando  $K = 2$ , es conveniente usar la fórmula (C.3) en la siguiente forma:

$$L = \frac{1 + q}{1 - p - pq} \quad (C.4)$$

Las Tablas 1 a 3 se calculan usando estas fórmulas.

### **C.3      FÓRMULA PARA IA IPC EN EI CONTROL BILATERAL**

Para el control bilateral, la fórmula (C.3) se convierte en (cuando  $K = 2$ )

$$L' = \frac{(1 + q_1)(1 + q_2)}{1 - q_1q_2 - p'(1 + q_1)(1 + q_2)} \quad (C.5)$$

Donde:

$q_1$  y  $q_2$  son las probabilidades de caer dentro de las zonas  $W_+$  y  $W_-$  respectivamente;

$p'$  es la probabilidad de caer dentro de la zona T.

Obviamente,  $p' = 2p - 1$ , donde  $p$  es como se define en la fórmula (C.1).

Cuando  $\delta\sqrt{n} = 0$  entonces  $q_1$  y  $q_2 = q$  y la fórmula C.5 tiene la siguiente forma:

$$\begin{aligned} L' &= \frac{(1 + q)^2}{1 - q^2 - (2p - 1)(1 + q)^2} \\ &= \frac{1 + q}{1 - q - (2p - 1)(1 + q)} \\ &= \frac{1 + q}{2(1 - p - pq)} \end{aligned} \quad (C.6)$$

$$L'_0 = \frac{1}{2} L_0$$

Cuando  $\delta\sqrt{n} \neq 0$ , la menor de las probabilidades  $q_1$  y  $q_2$  (por ejemplo  $q_2$ ) se vuelve tan pequeña que puede ignorarse.

Por lo tanto, para valores pequeños de  $\delta\sqrt{n}$  (0,2; 0,4), debe tomarse en cuenta la diferencia en la LPC de los casos unilateral y bilateral y cuando  $\delta\sqrt{n} \geq 0,6$  se vuelve tan pequeño que puede ignorarse (véase la Tabla C.1).

**Tabla C.1 LCP para casos bilaterales y unilaterales cuando  $B_1 = 3$ ,  $B_2 = 2$  y  $K = 2$**

$\delta\sqrt{n}$	Caso bilateral	Caso unilateral
0,0	278,0	556,0
0,2	222,6	275,2
0,4	134,2	141,9
0,6	75,3	76,0
0,8	42,8	43,0
1,0	25,5	25,0

Entonces, si  $q_1 = q$ ,  $q_2 = 0$ , la fórmula (C.5) se convierte en la fórmula (C.4), es decir, la LPC del proceso fuera de control será igual a la LPC en el caso unilateral:

$$L'_1 = L_1 \quad (C.7)$$

Esto puede explicarse fácilmente. Si, por ejemplo, el desajuste consiste en un aumento en el valor medio, entonces la posibilidad de sobrepasar el límite de advertencia puede ignorarse igual que en el control unilateral.

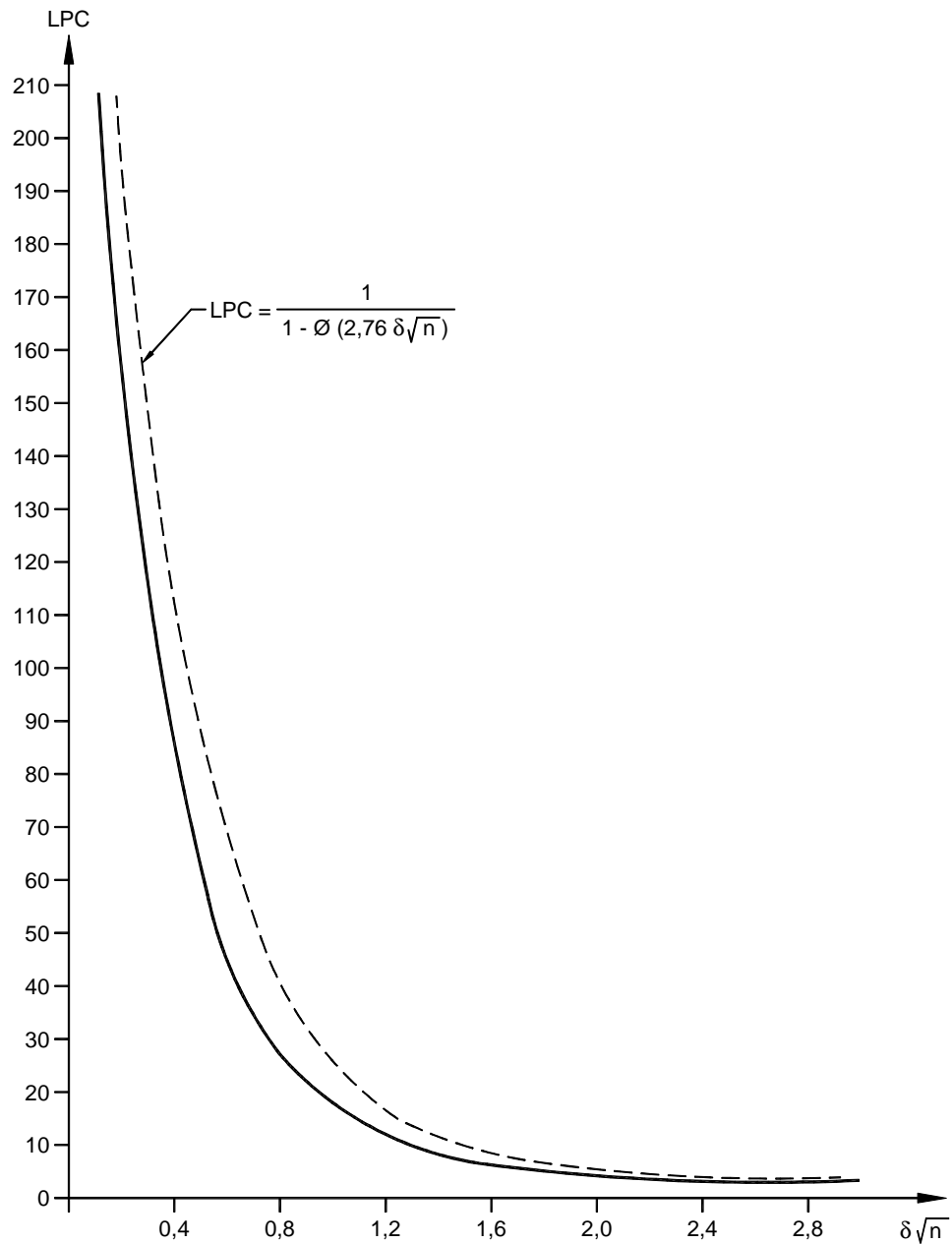
Las fórmulas (C.6) y (C.7) también son válidas para  $K = 3$  y  $K = 4$ .

Estas consideraciones forman la base del numeral 7.2.3 y de la Tabla 4.

#### **C.4 RELACIÓN CON LA TEORÍA DE CADENA DE MARKOV**

Debe observarse que las fórmulas (C.3), (C.4) y (C.5) pueden deducirse fácilmente de la teoría de cadena de *Markov*. Así, cuando se considera un control unilateral con  $K = 2$ , debe examinarse la cadena con 3 estados:

- a) El punto está en la zona T.
- b) El punto está en la zona W, mientras que el anterior está en la T.
- c) El punto está en la zona A o en la zona W junto con el anterior.



NOTA  $\Phi$  es la función de distribución

**Figura C.1. Comparación de la LPC como función del valor de desajuste para gráficos de control comunes (línea punteada) y gráficos de control con límites de advertencia (línea continua)**

**ANEXO D**  
(Informativo)

**BIBLIOGRAFÍA**

ISO 7870:1993, Control Charts - General Guide and Introduction (NTC-ISO 7870).

ISO 7966:1993, Acceptance Control charts.

ISO 8258:1991, Shewhart Control charts. (NTC-ISO 8258).

**DOCUMENTO DE REFERENCIA**

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. Control Charts for Arithmetic Average with Warning Limits. Geneva, 1993. 13 p. il (ISO 7873).