

Introducción al entrelazamiento cuántico

Mauricio Gómez Vilorio

Laboratoire Charles Fabry – Institut d'optique

COF Alumni USB

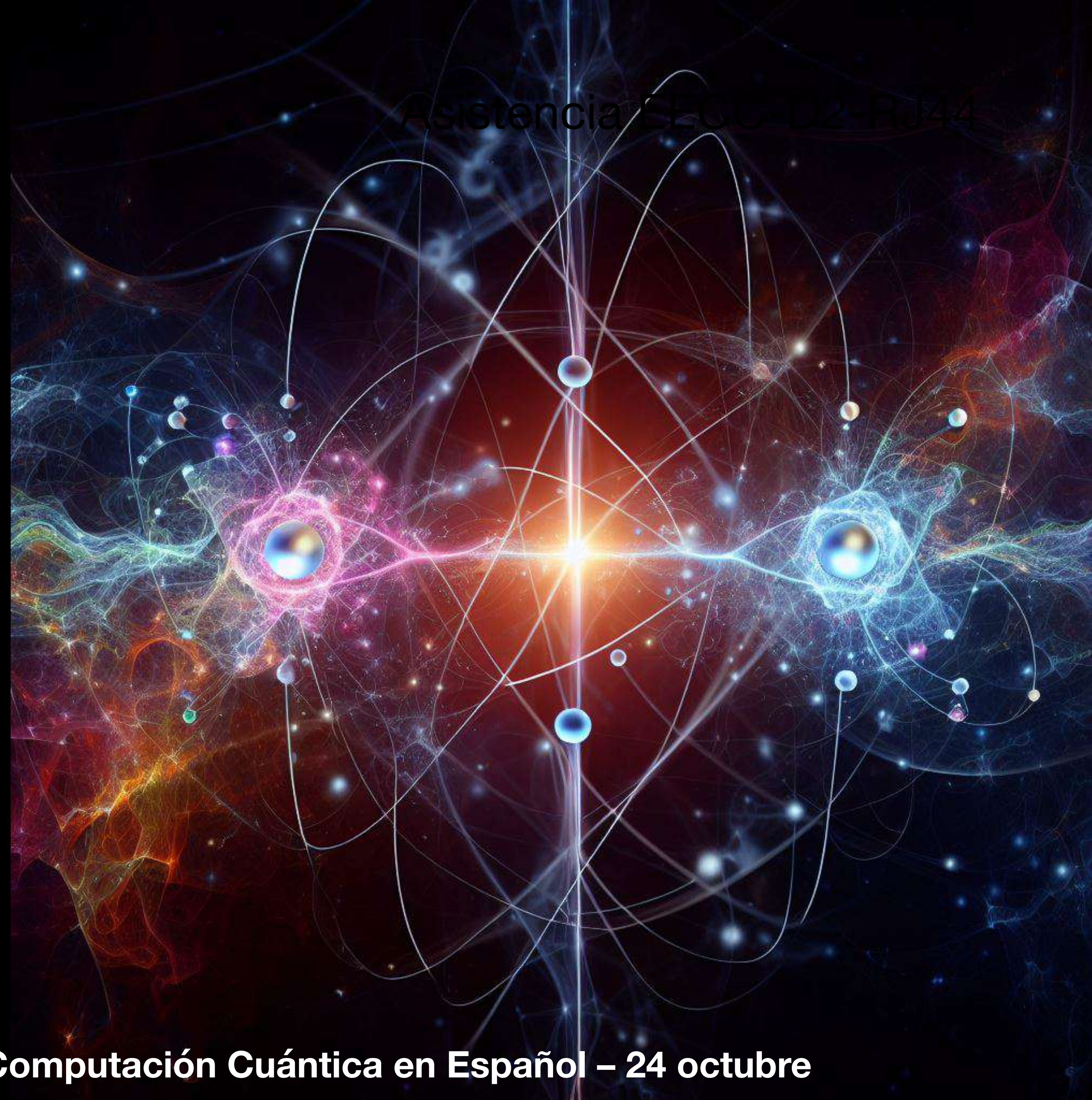


Physics Without Frontiers ICTP

IBM Qiskit Advocate

Qiskit Fall Fest 2023 – Escuela de Computación Cuántica en Español – 24 octubre

Asistencia EEOC-D2-RJ44



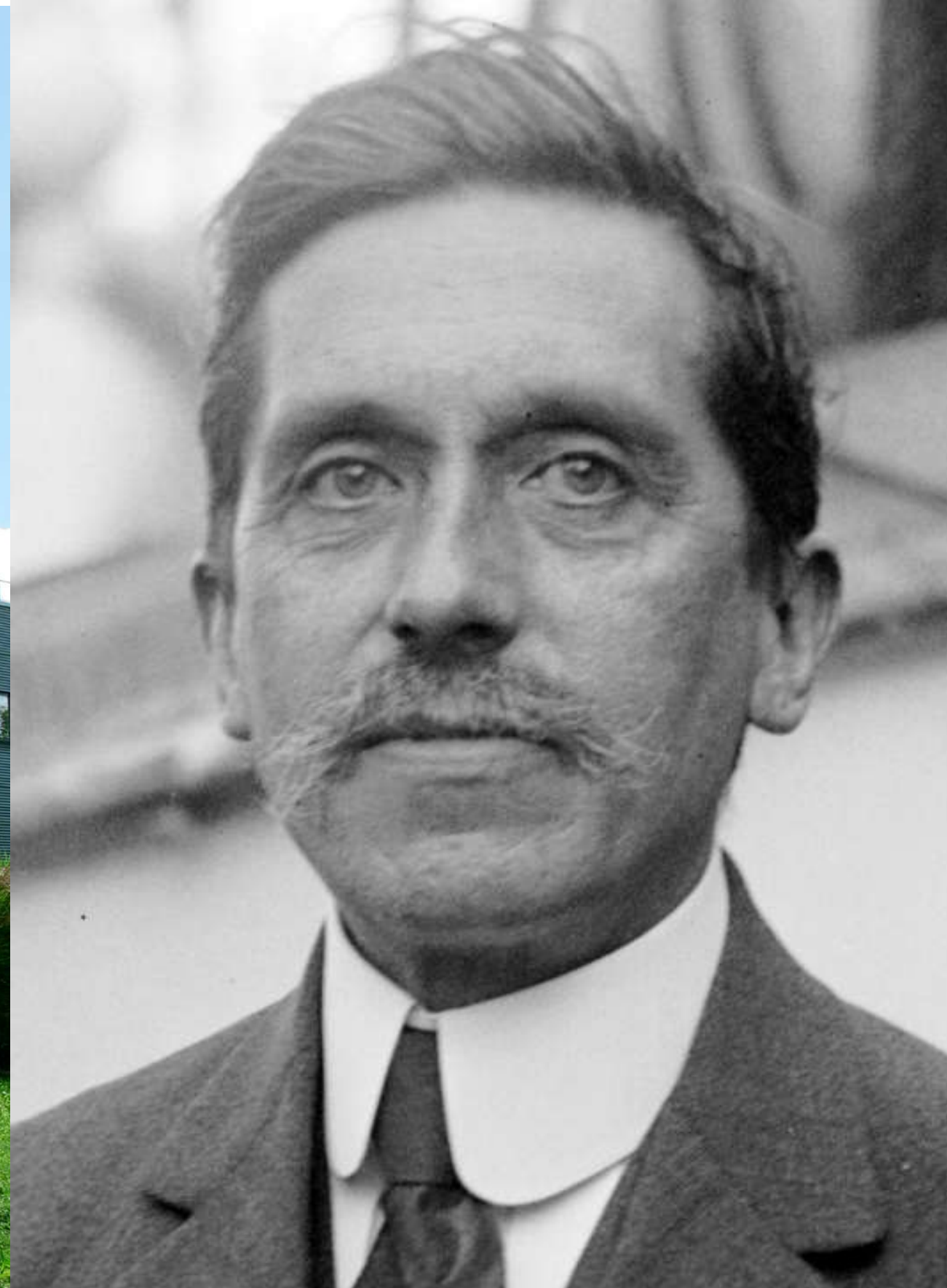
Institut d'optique -Laboratoire Charles Fabry

Palaiseau, France

Fundado 1917

Fundador: Charles Fabry
Inventor del interferómetro de
Fabry-Perot (1899)

Alain Aspect
Premio Nobel 2022
Experimentos de entrelazamiento



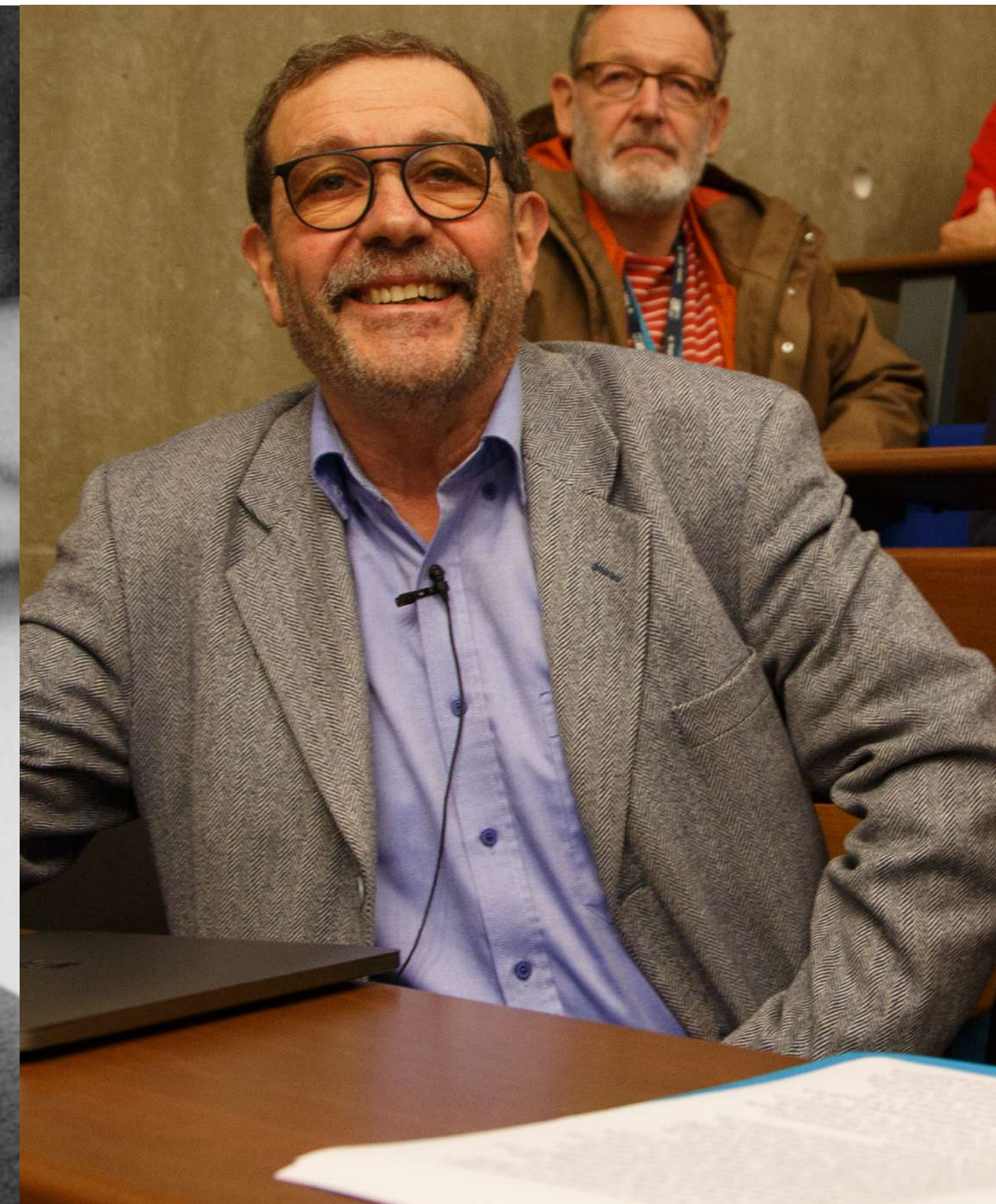
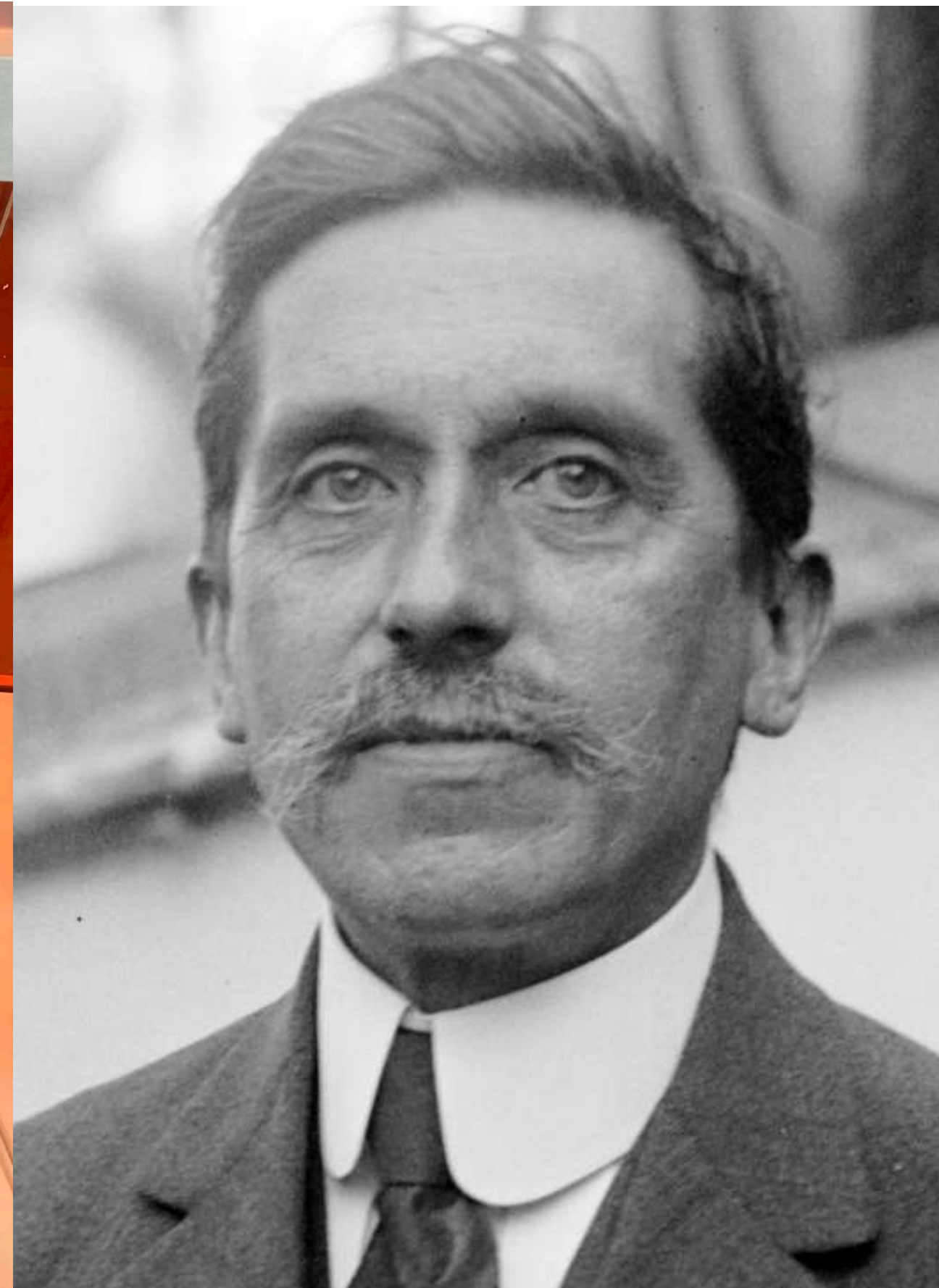
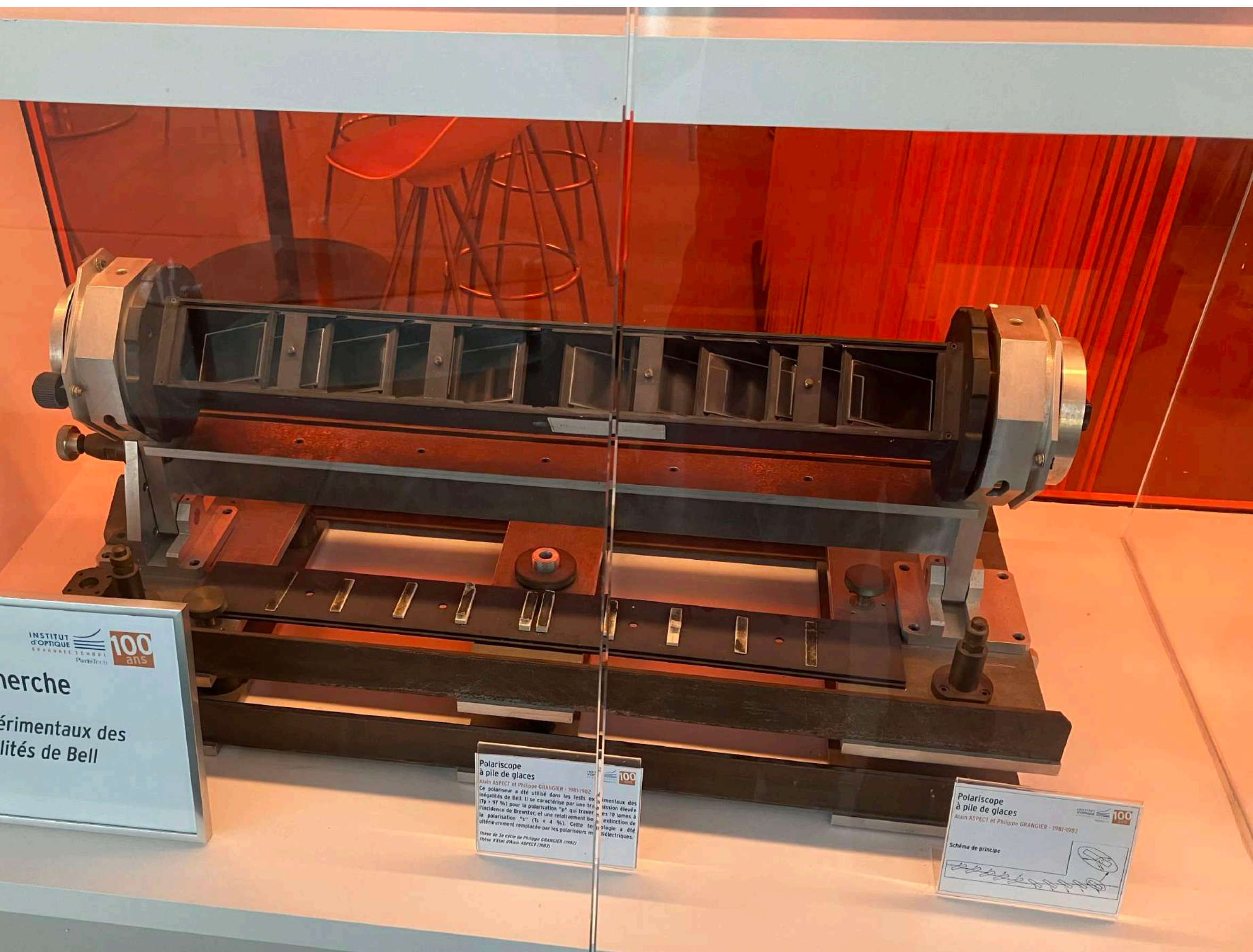
Institut d'optique -Laboratoire Charles Fabry

Palaiseau, France

Fundado 1917

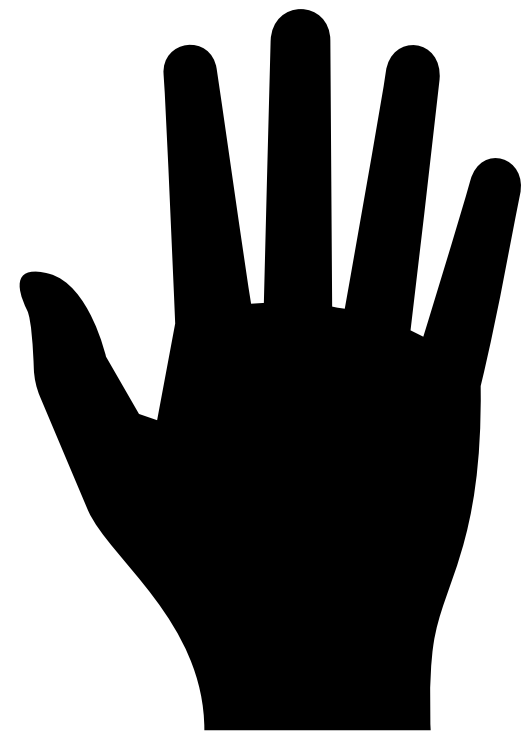
Fundador: Charles Fabry
Inventor del interferómetro de
Fabry-Perot (1899)

Alain Aspect
Premio Nobel 2022
Experimentos de entrelazamiento

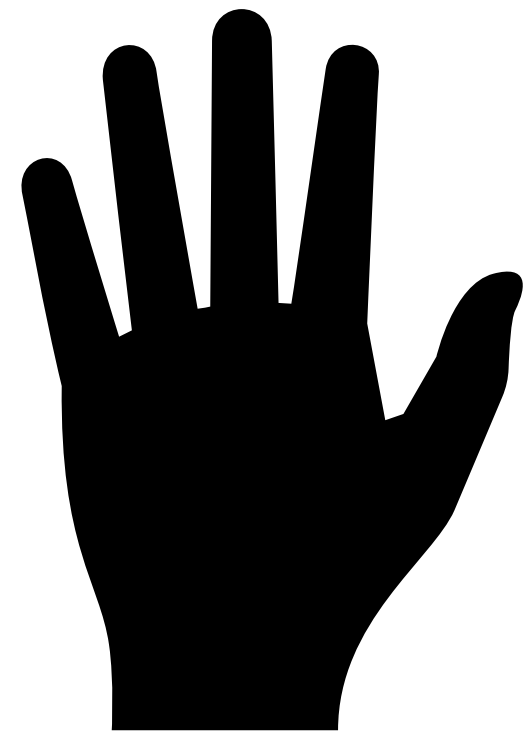


Correlaciones clásicas

Guante izquierdo



Guante derecho

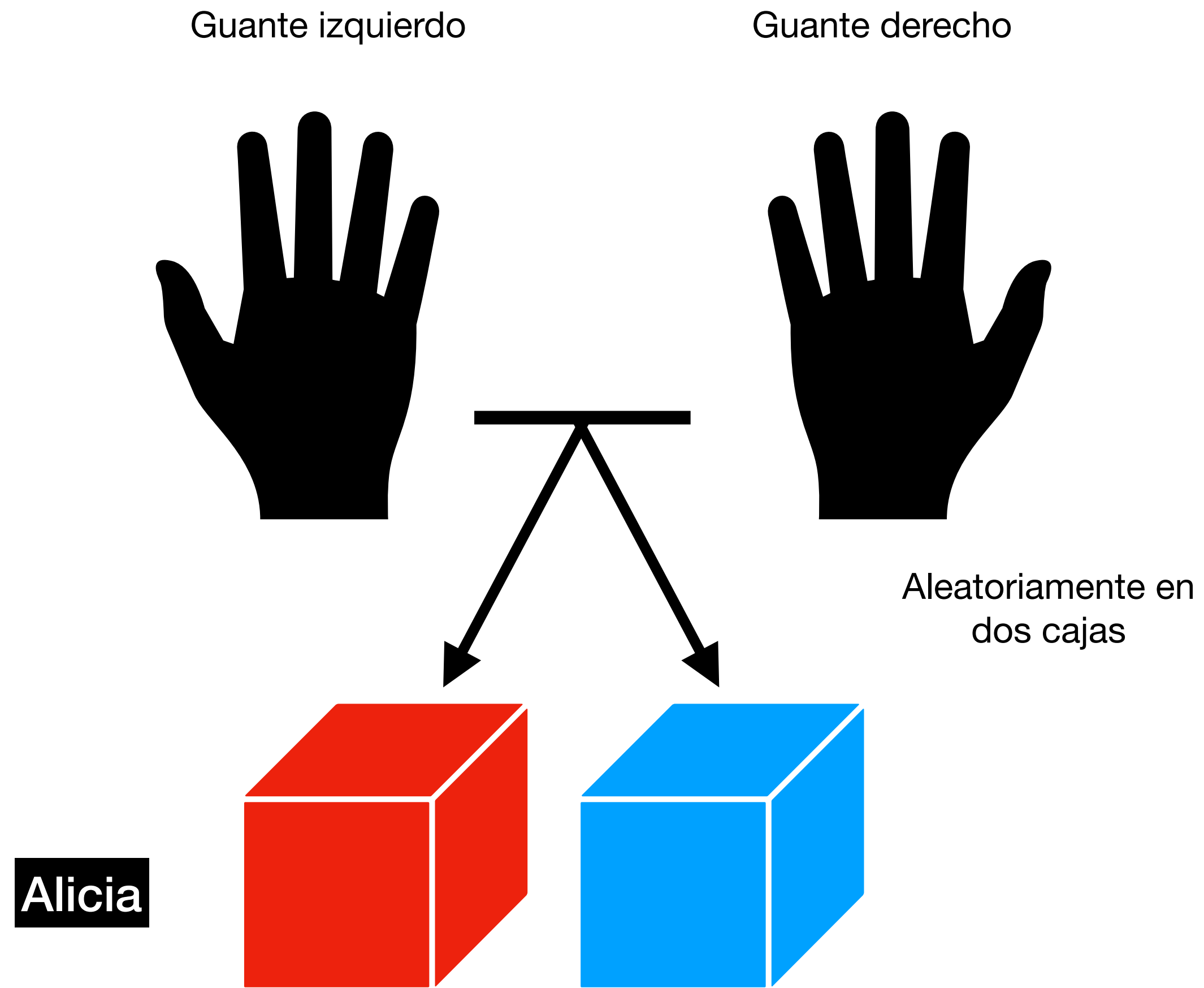


Alicia

Bob



Correlaciones clásicas

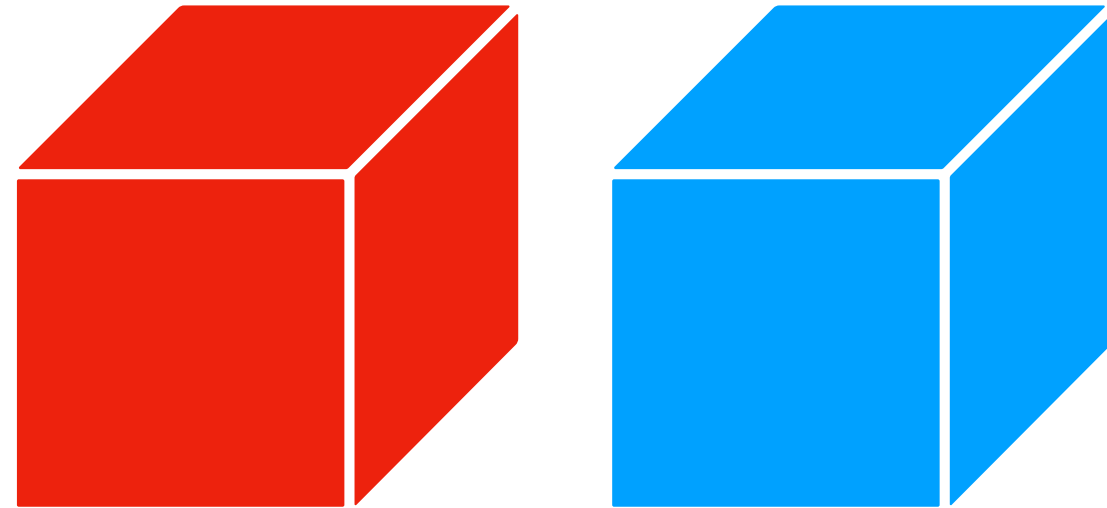


Bob

Correlaciones clásicas

Aleatoriamente en
dos cajas

Alicia



Bob

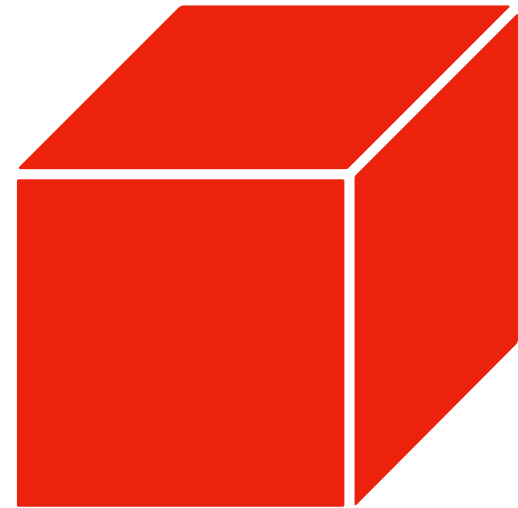


Correlaciones clásicas

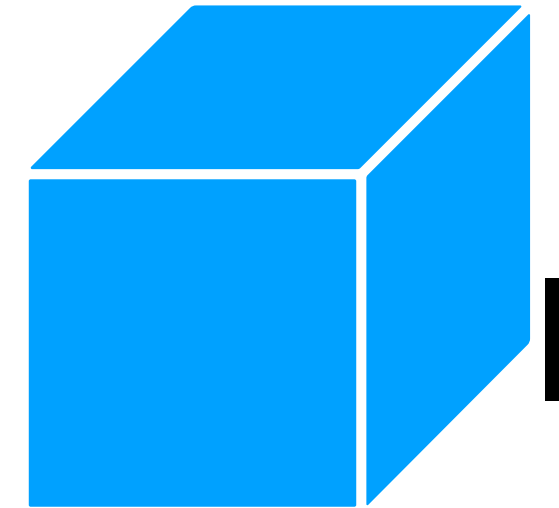


Aleatoriamente en
dos cajas

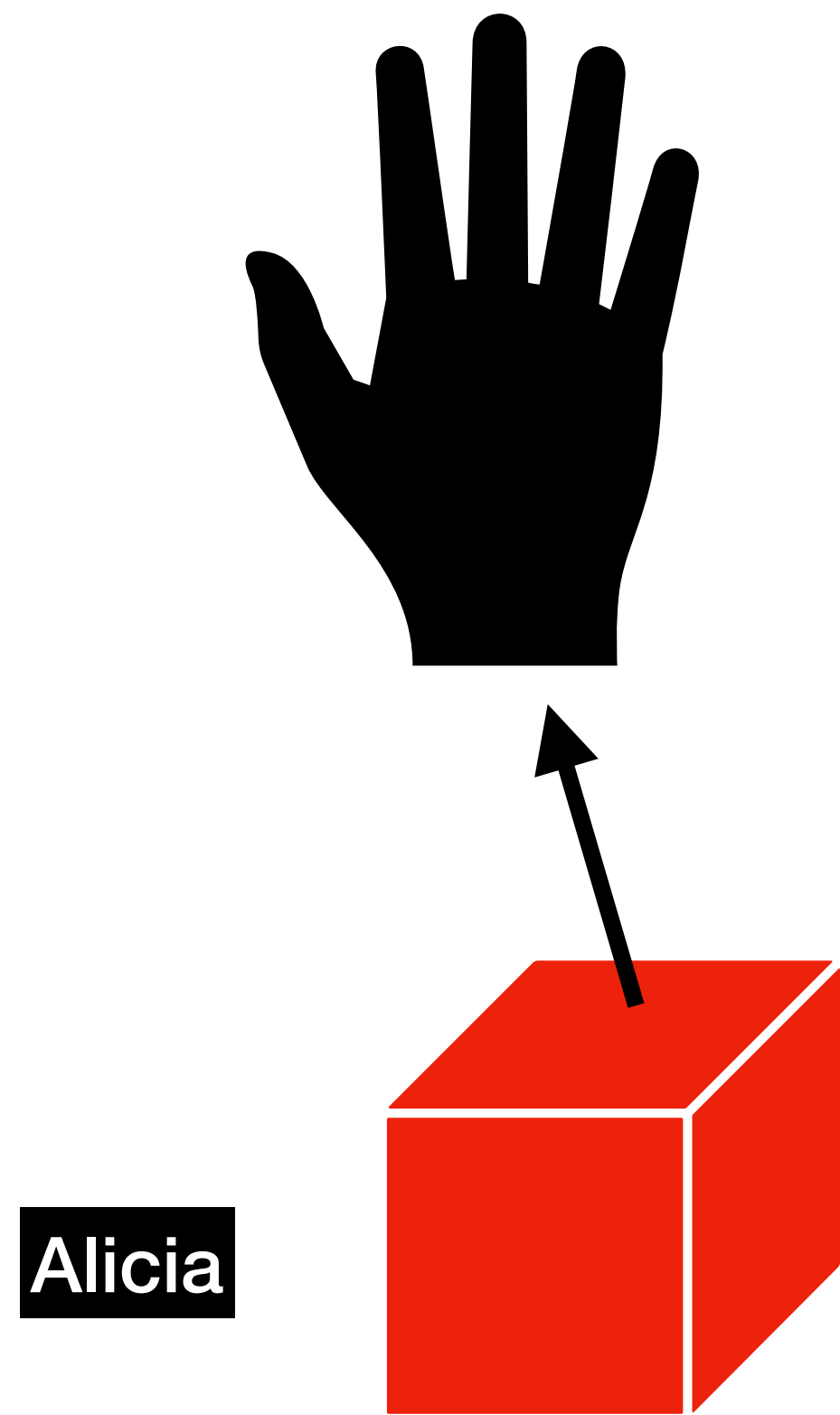
Alicia



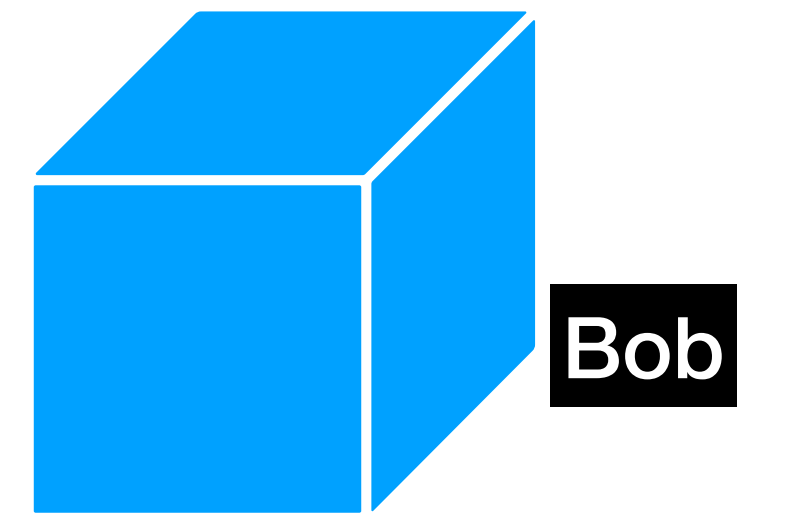
Bob



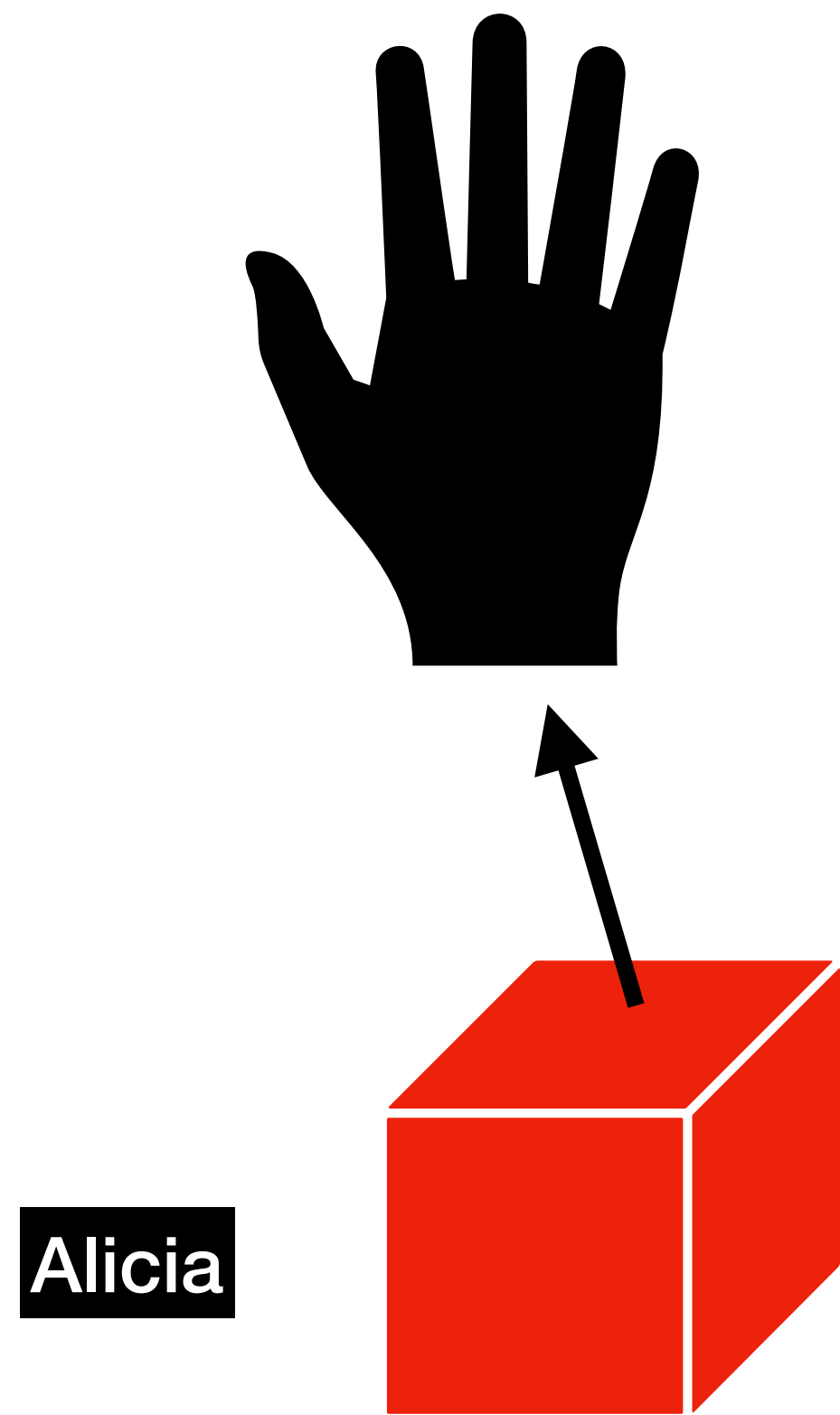
Correlaciones clásicas



Aleatoriamente en
dos cajas

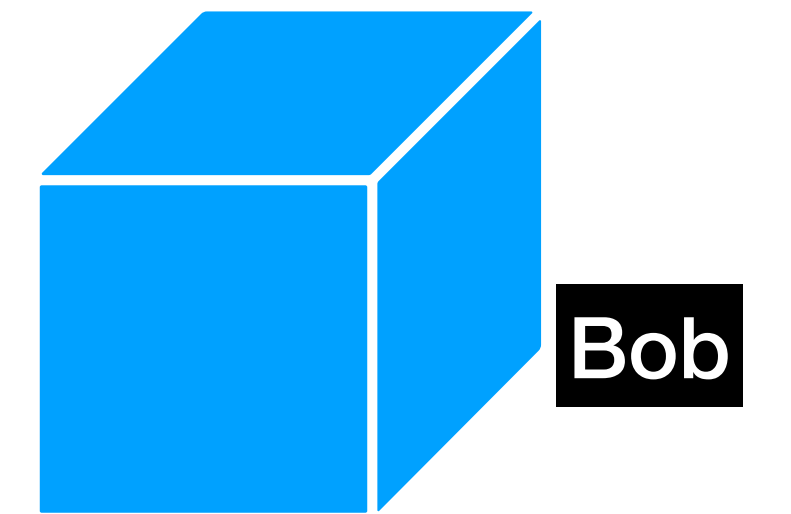


Correlaciones clásicas

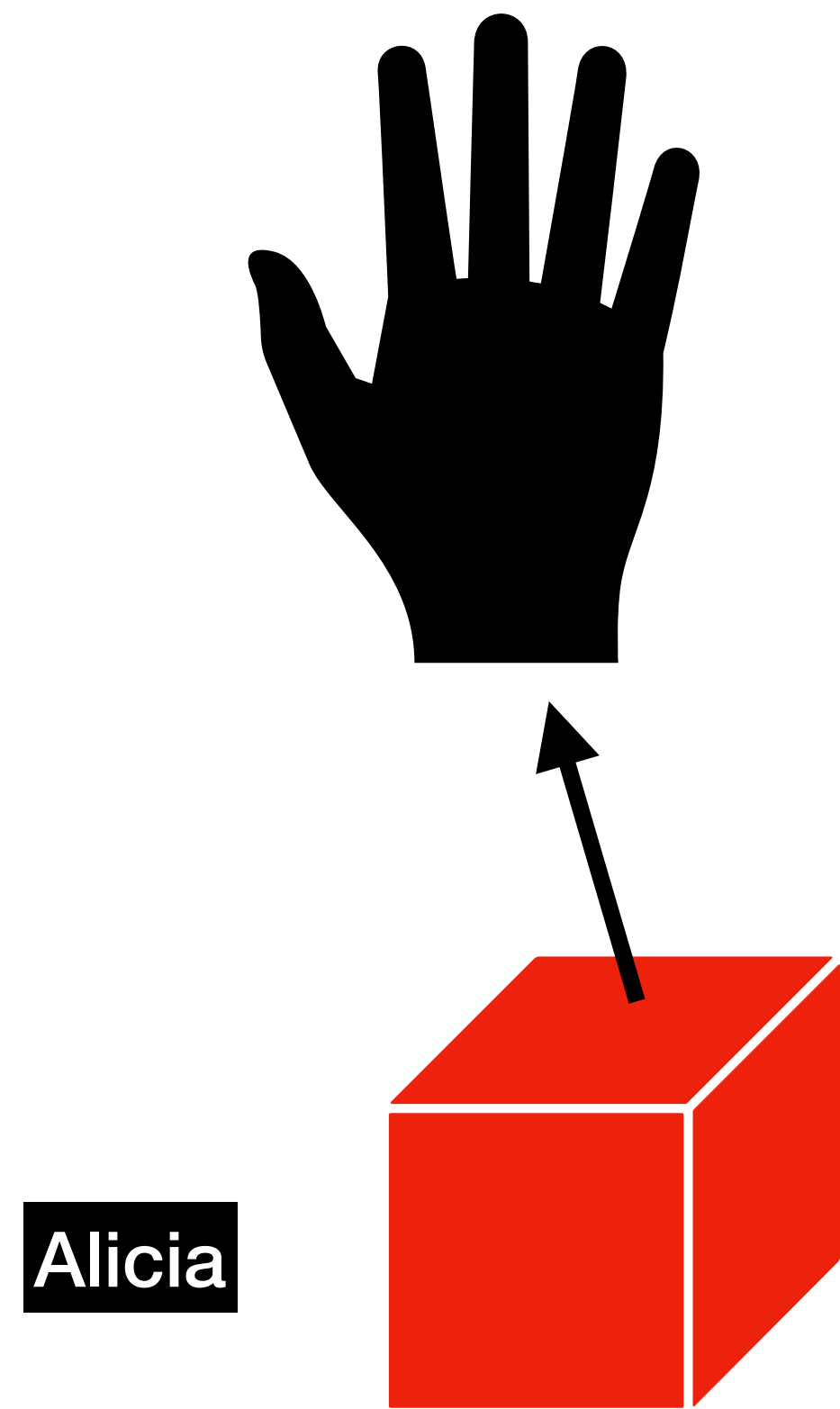


Aleatoriamente en
dos cajas

¿Cuál de los guantes
tiene Bob?

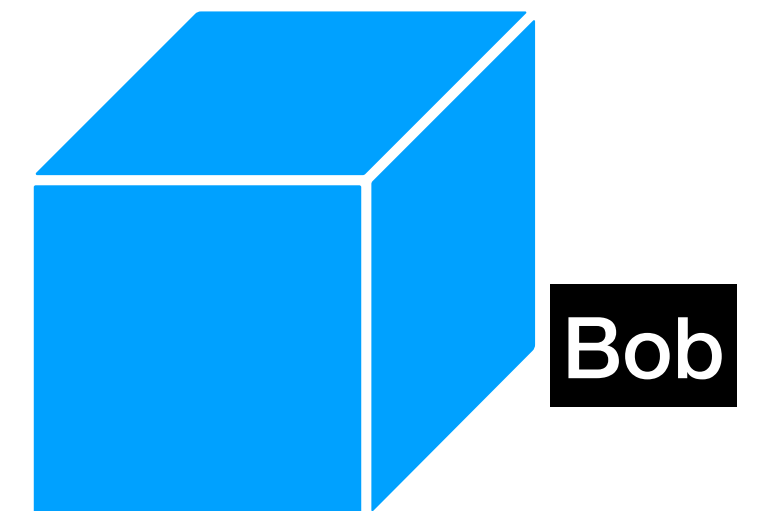


Correlaciones clásicas

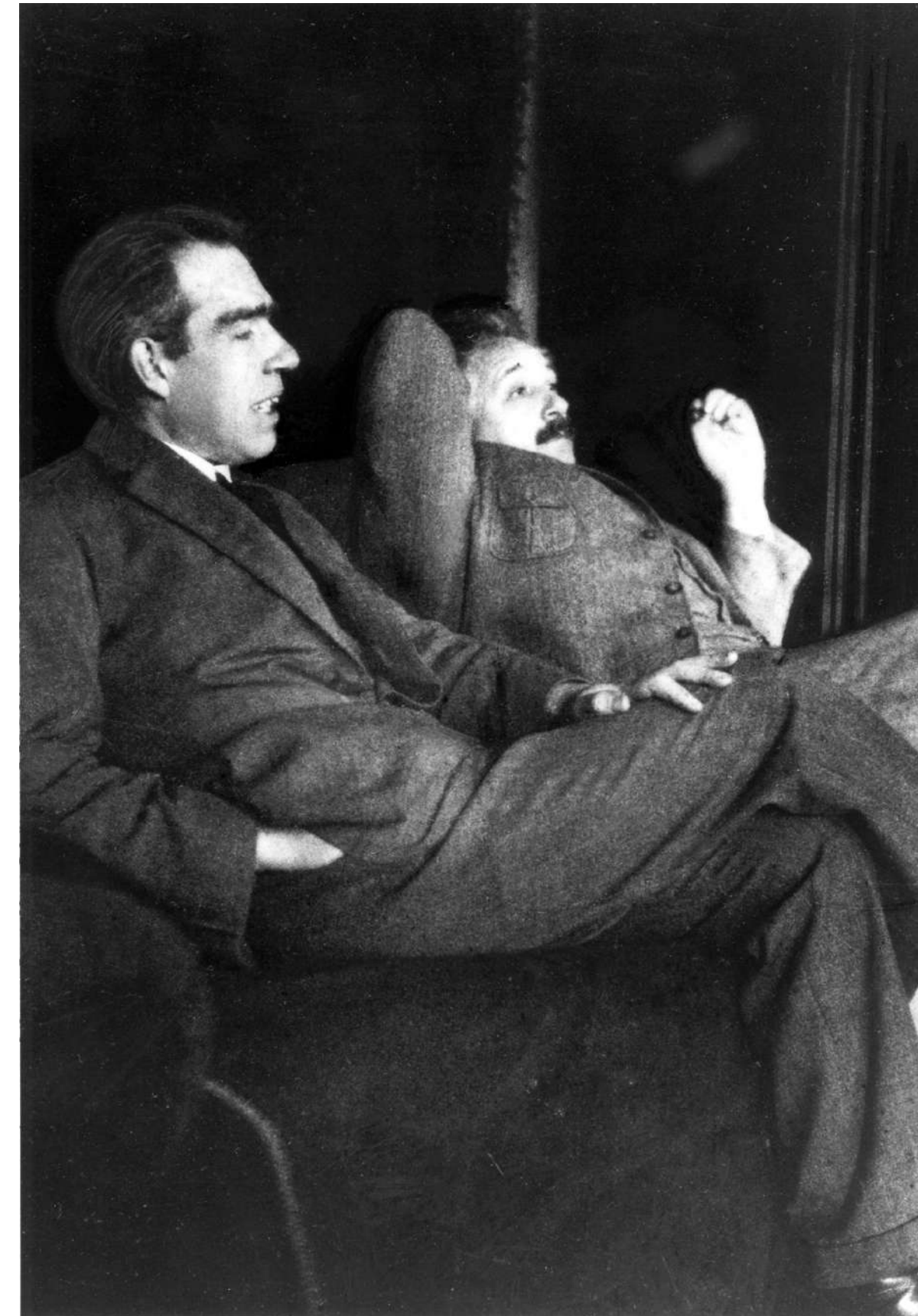
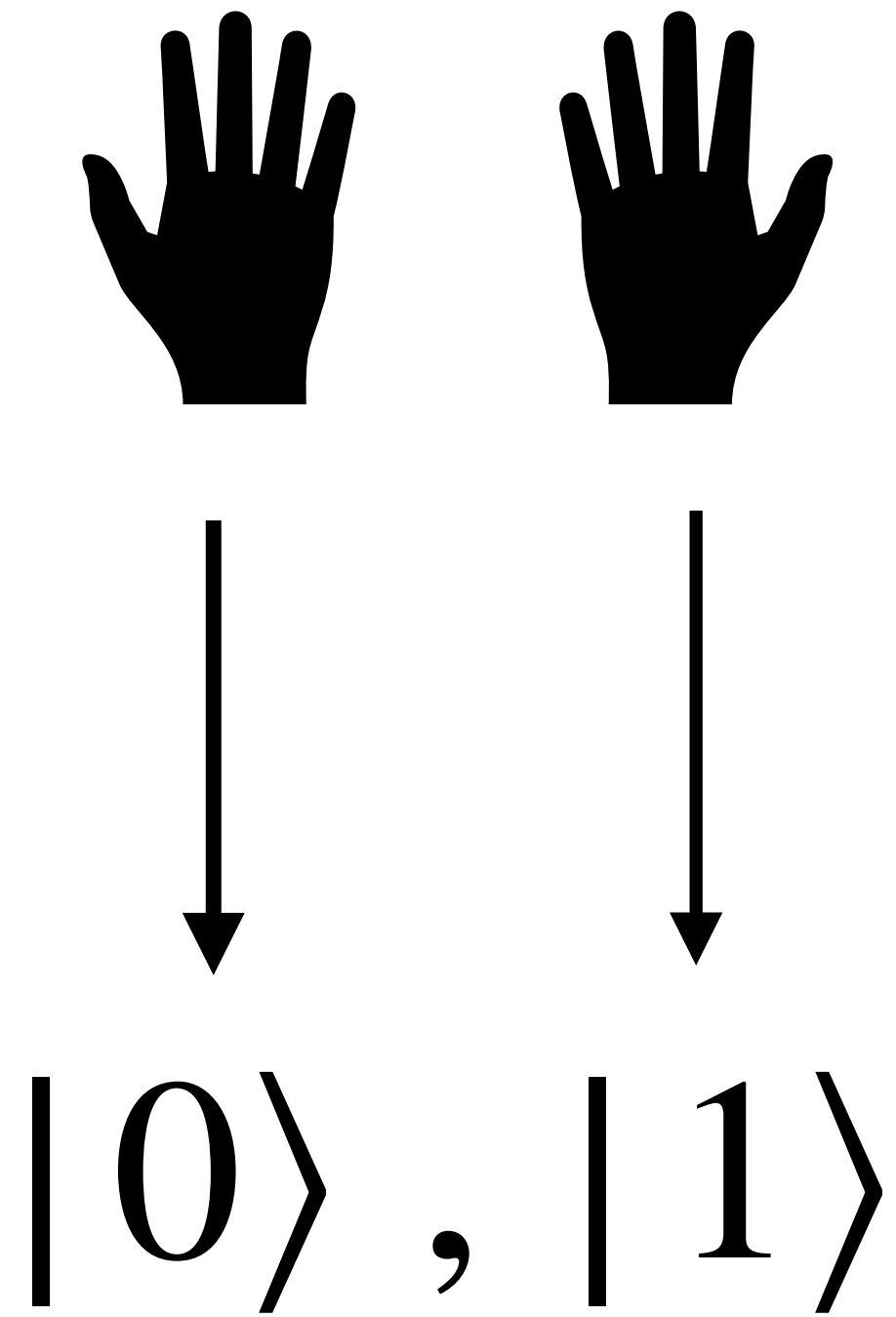


Aleatoriamente en
dos cajas

¿Cuál de los guantes
tiene Bob?



¿Qué sucede si utilizamos estados cuánticos?



Einstein discutiendo con Bohr si esto hace alguna diferencia (1935)

Entrelazamiento cuántico

Parte 1

- ¿Qué es el entrelazamiento?
- ¿Cómo generarlo?

Parte 2

- Historia

Parte 3

- Ejemplos de telecomunicaciones

Superposición

Base
computacional

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Estado en superposición

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$



Gato de Schrödinger después
de abrir la caja (1935)

Superposición con más de un qubit

Base computacional a dos qubits (4 elementos)

Qubit 0	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
Qubit 1	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
Elemento de la base	$ 00\rangle$	$ 01\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$

¡Atención! : el orden es importante, Qiskit usa notación de derecha a izquierda (*little endian*)

Ejemplo de dos qubits en superposición

Resultado

$$\text{Qubit 0} \quad |\psi_0\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Qubit 1} \quad |\psi_1\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\psi_0\rangle \otimes |\psi_1\rangle \\ &= \left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) \otimes \left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) \\ &= \frac{|0\rangle \otimes |0\rangle + |0\rangle \otimes |1\rangle - |1\rangle \otimes |0\rangle - |1\rangle \otimes |1\rangle}{2} \end{aligned}$$

$$|\Psi\rangle = \frac{|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle - |11\rangle}{2}$$

Estado a dos qubits (en general)

Estado más general

$$|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$$

Estado separable

$$|\Psi\rangle = (\alpha_1|0\rangle + \beta_1|1\rangle) \otimes (\alpha_0|0\rangle + \beta_0|1\rangle)$$

Estado a dos qubits (en general)

Estado más general

$$|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$$

Estado separable

$$|\Psi\rangle = (\alpha_1|0\rangle + \beta_1|1\rangle) \otimes (\alpha_0|0\rangle + \beta_0|1\rangle)$$

Estado entrelazado

$$|\Psi\rangle \neq (\alpha_1|0\rangle + \beta_1|1\rangle) \otimes (\alpha_0|0\rangle + \beta_0|1\rangle)$$

Estados de Bell o pares EPR

Ejemplo de estado separable

$$\left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) \otimes \left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \right)$$

En el caso de 2 qubits existen cuatro estados
maximalmente entrelazados

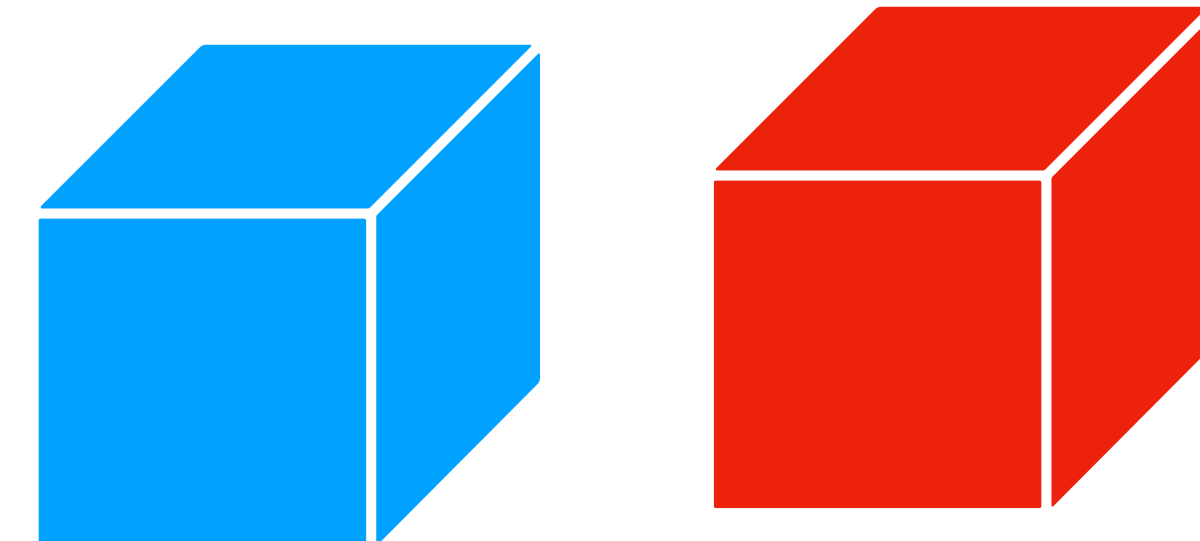
$$|\Psi^+\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

Tienen la propiedad que al medir un qubit se
conoce el estado del otro



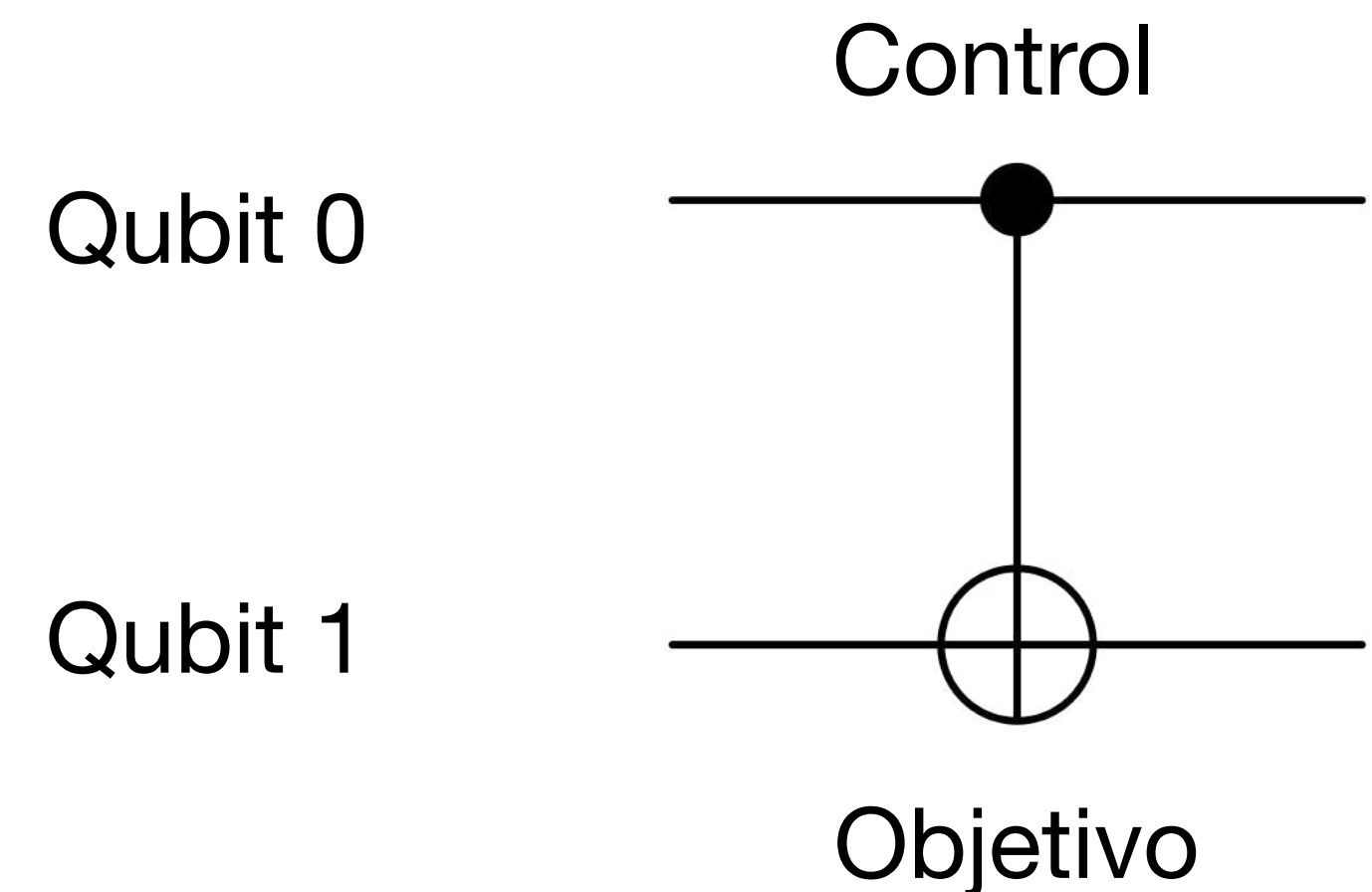
¿Cómo obtener estados entrelazados?

$$|\Psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle$$

- Hay más estados entrelazados que estados separables
- Se necesitan operaciones que entrelacen los dos qubits (interacciones)

Ejemplo: Compuerta control-NOT

Qubit de control	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$
Qubit objetivo	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
CNOT	$ 00\rangle$	$ 10\rangle$	$ 11\rangle$	$ 01\rangle$

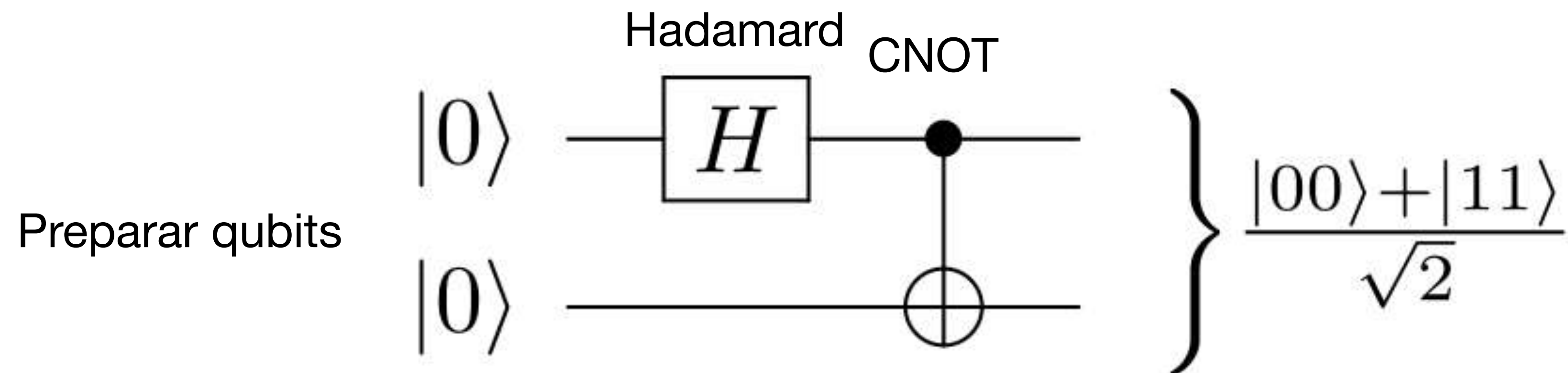


Compuertas entrelazantes **no** pueden separarse en dos compuertas de un qubit

“*Hola mundo*” cuántico

Receta para generar un estado de Bell
superposición+compuerta entrelazante

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

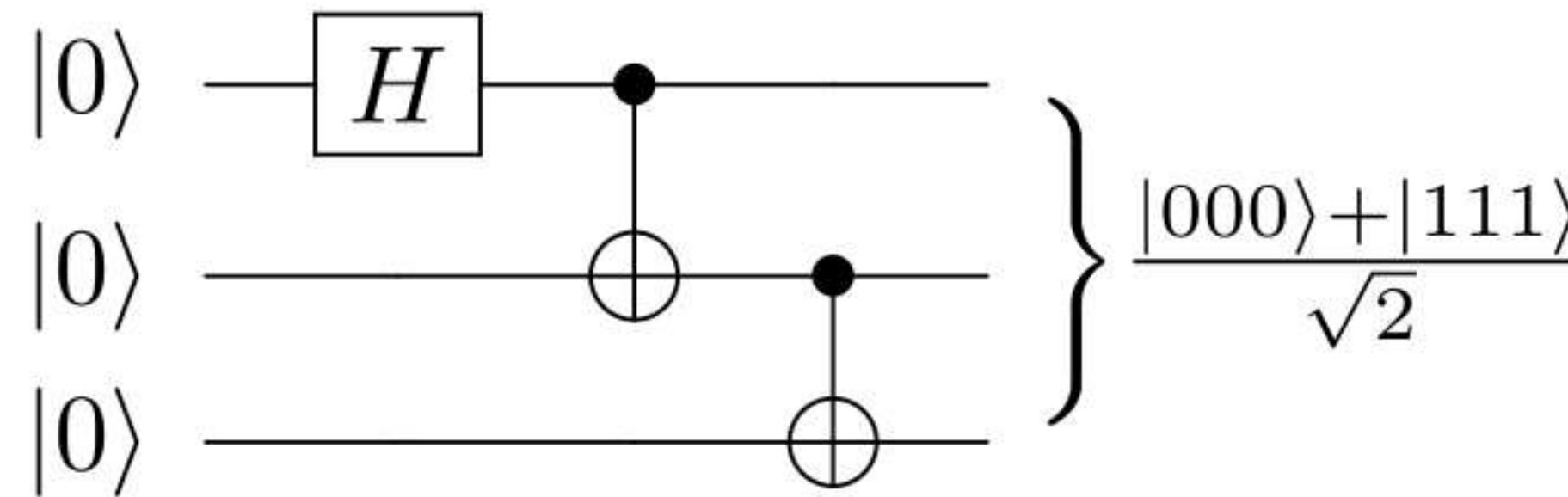


Más de dos qubits

3 qubits, base de 8 elementos

$$|\Psi\rangle = a_{000}|000\rangle + a_{001}|001\rangle + a_{010}|010\rangle + a_{011}|011\rangle + a_{100}|100\rangle + a_{101}|101\rangle + a_{110}|110\rangle + a_{111}|111\rangle$$

Circuito



Estado GHZ

Estado Greenberger–Horne–Zeilinger
(1989)

**Para n qubits, necesitamos
 2^n elementos de la base**

¡Ventaja cuántica!

¿Para qué sirve el entrelazamiento?

- Un estado entrelazado es un estado que no se puede separar
- La mayor cantidad de sistemas cuánticos en interacción están entrelazados (electrones en un átomo)
- Es la base de los algoritmos cuánticos.
- **Teorema de Gottesman-Knill:** el entrelazamiento es una condición necesaria para la ventaja cuántica ¡pero no es suficiente!
- El entrelazamiento es una herramienta esencial para códigos de telecomunicación cuántica (encriptación y seguridad).

Parte 2: historia del entrelazamiento

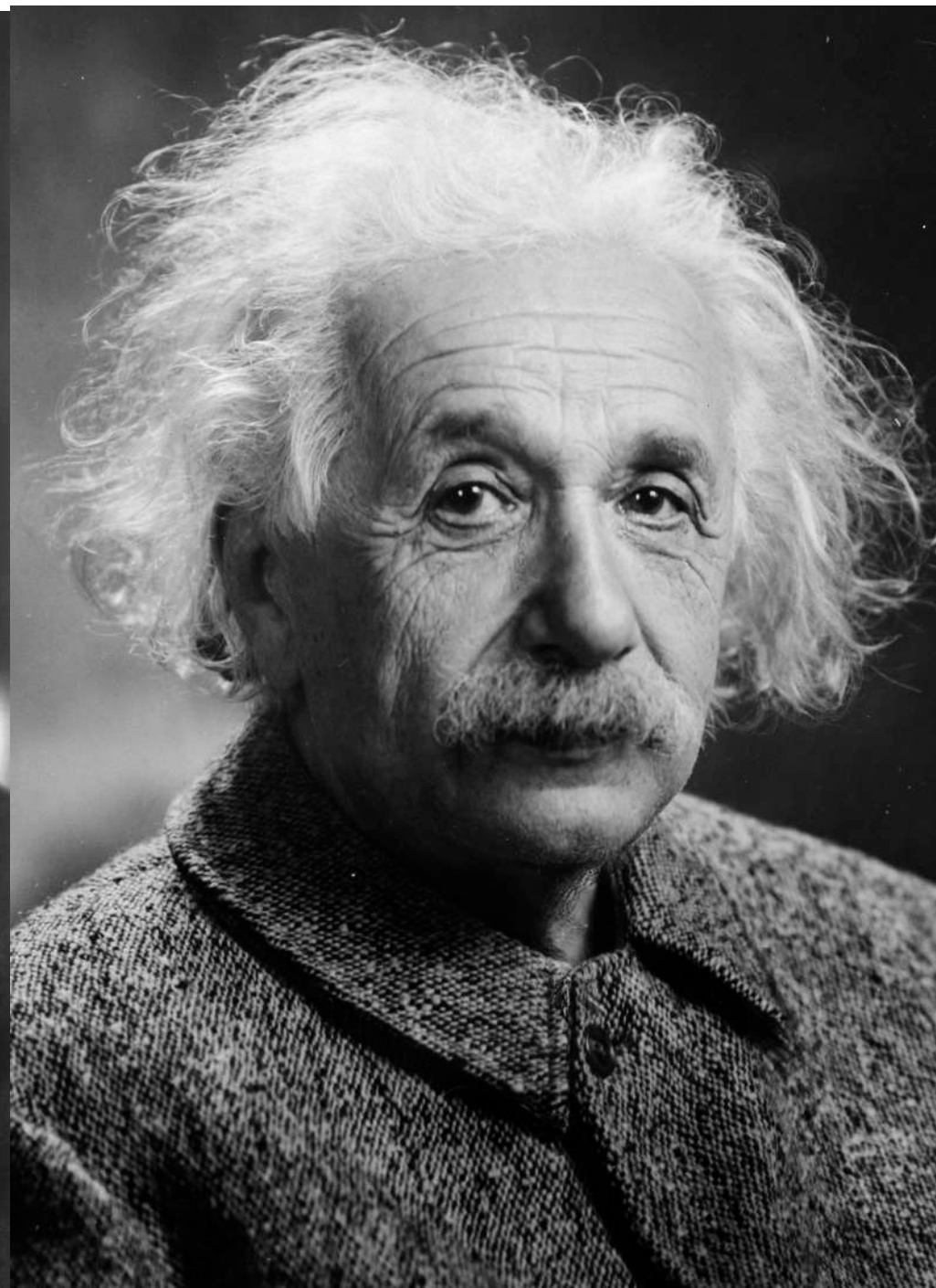
La (primera) revolución cuántica

- Comienza en 1900 con Planck
- Einstein, Bohr, Heisenberg, Schrödinger y muchos más crean el formalismo de la cuántica entre 1900–1928
- Einstein y Schrödinger definen entrelazamiento
- Dio origen a transistores, láseres y tecnología moderna

Max Planck



Albert
Einstein



Niels Bohr



Werner
Heisenberg

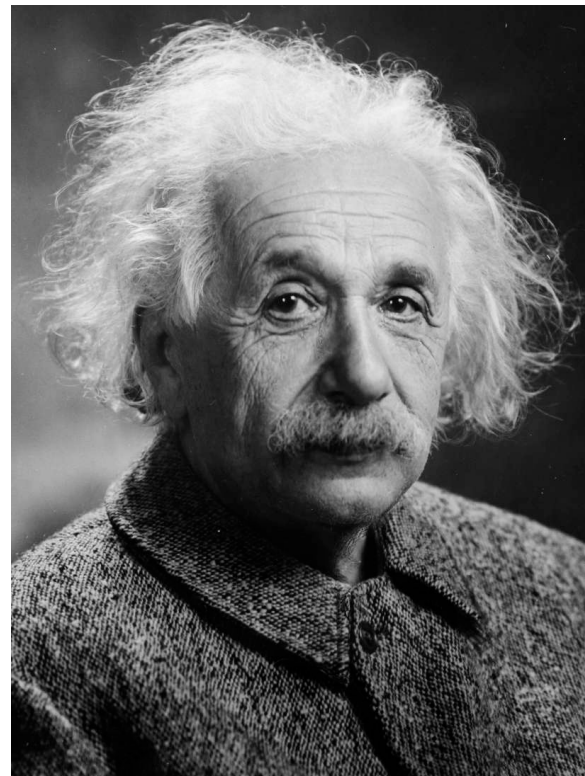


Erwin
Schrödinger



Paradoja EPR (1935)

El argumento es mucho mas complejo de lo que aparece aquí



Boris
Podolsky



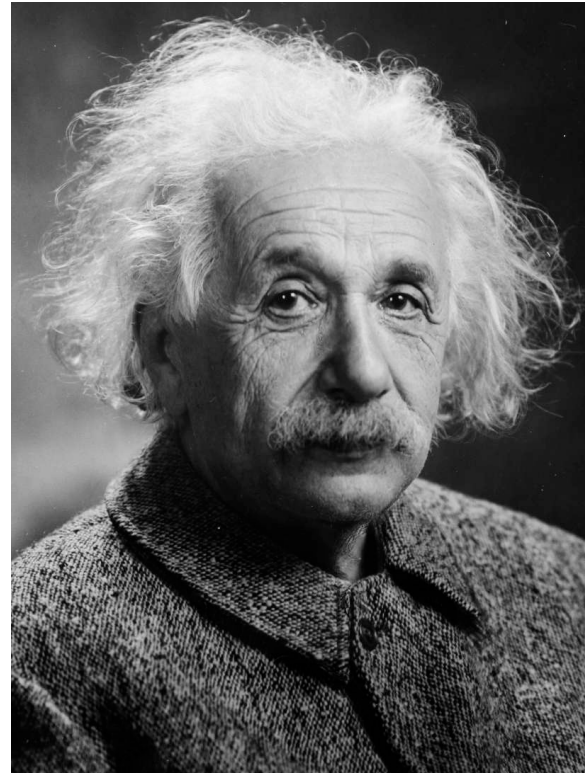
Nathan
Rosen



- La mecánica cuántica permite acción a distancia
- El colapso de la función de onda es inmediato
- La mecánica cuántica está incompleta

Paradoja EPR (1935)

El argumento es mucho mas complejo de lo que aparece aquí

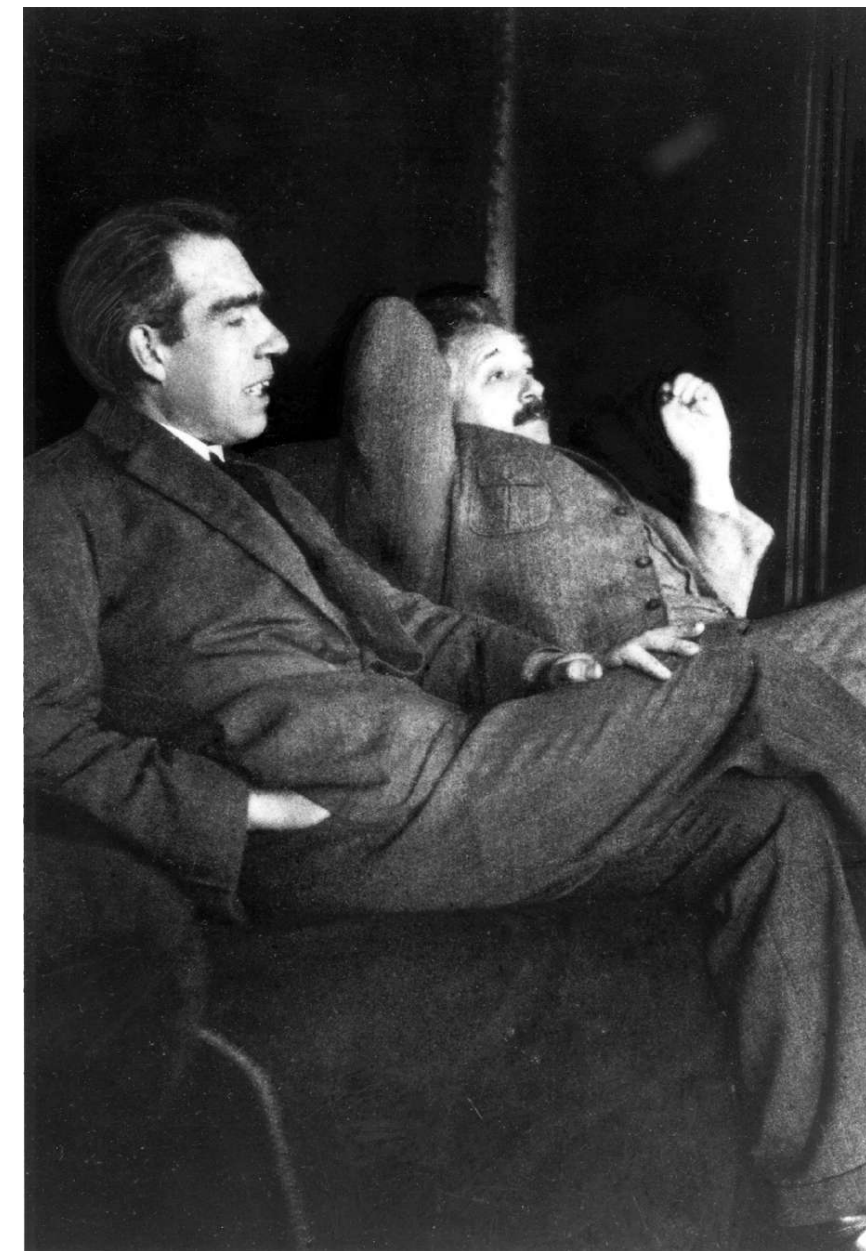


- La mecánica cuántica permite acción a distancia
- El colapso de la función de onda es inmediato
- La mecánica cuántica está incompleta

Boris
Podolsky



Nathan
Rosen



Respuesta de Bohr

- No, todo en orden

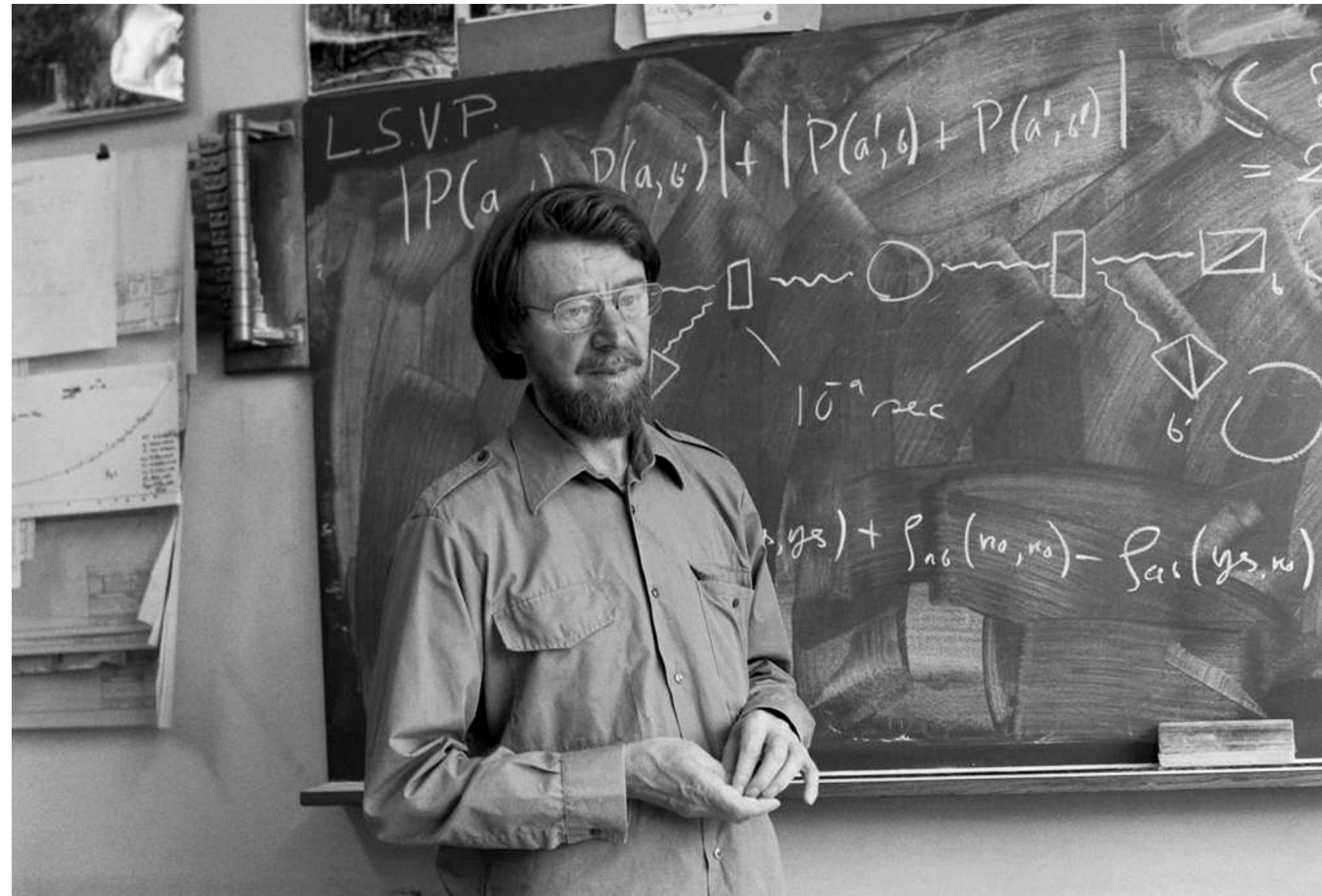
Bell entra en escena

Después de 30 años

El argumento es mucho mas complejo de lo que aparece aquí

John Stewart Bell

- Existen unas desigualdades sobre las correlaciones entre dos objetos que ninguna teoría clásica puede violar
- Si la mecánica cuántica viola estas desigualdades, no es local
- Esta desigualdad se puede decidir con un experimento

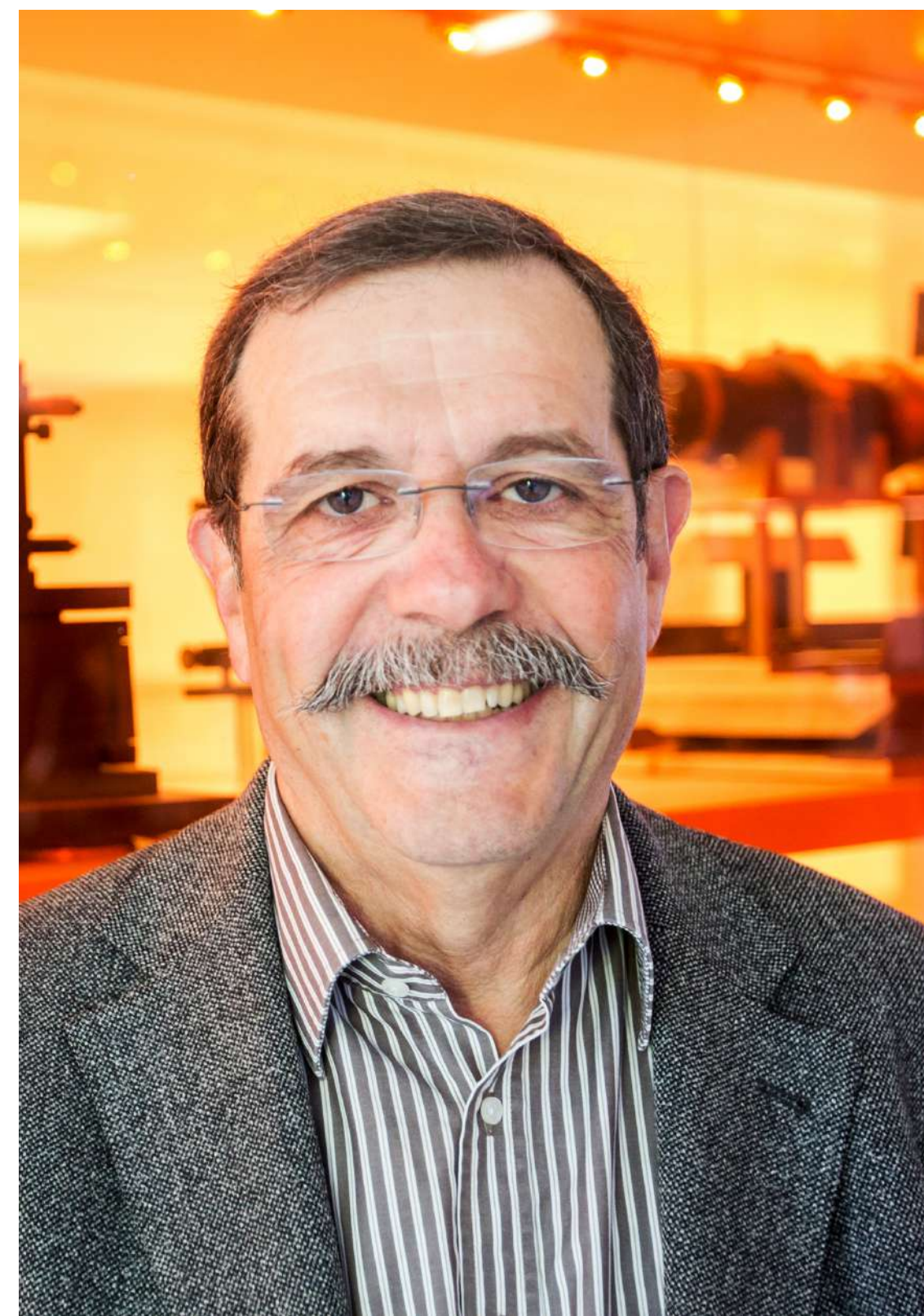


Cuatro décadas de experimentos

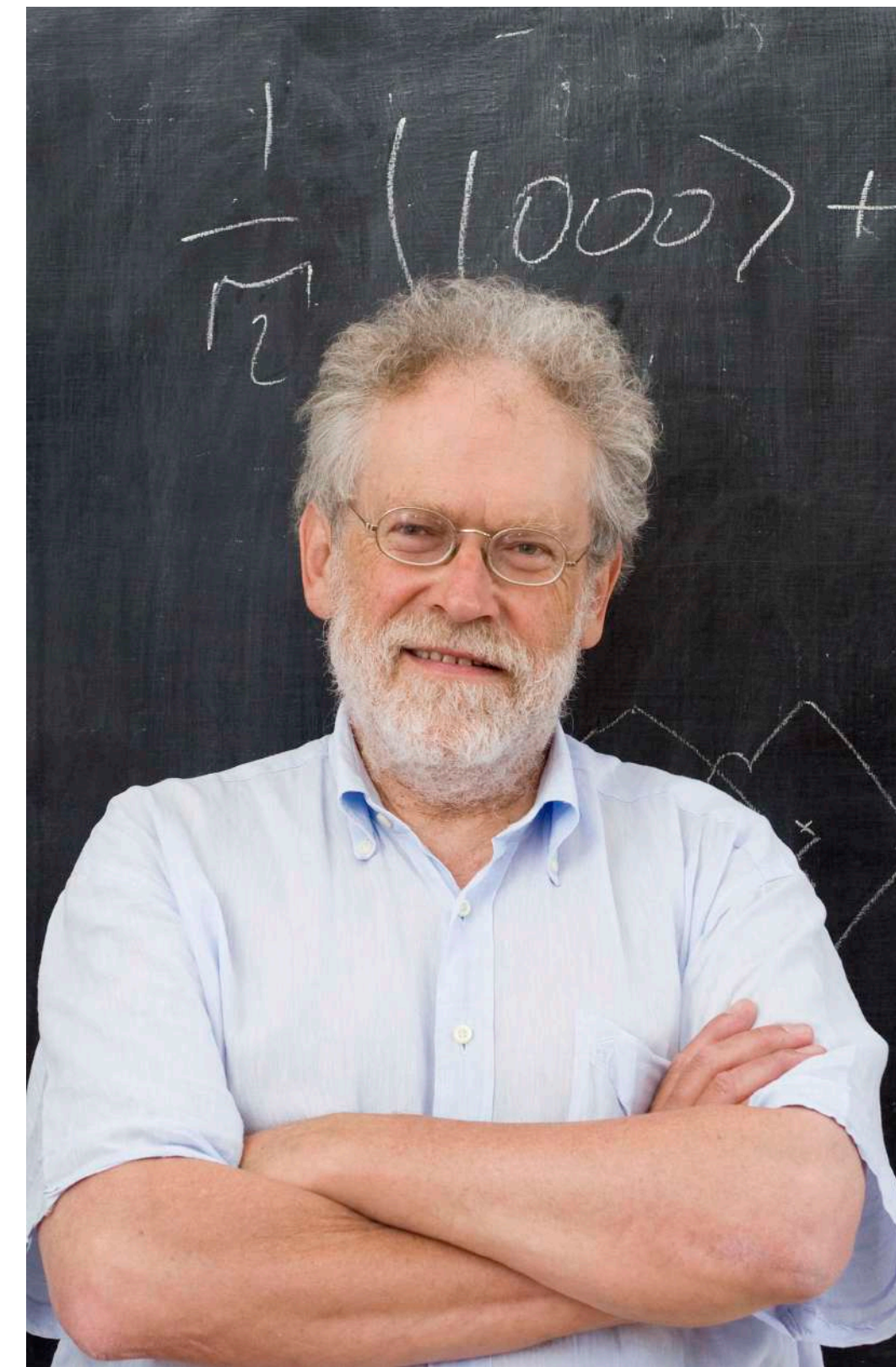
John Clauser observa
por primera vez una
violación de la
desigualdad de Bell
(1973)



Alain Aspect demuestra
que las desigualdades se
violán aún si los
detectores están lejos
(1982)



Zeilinger hace varios
experimentos. Demuestra
que no hay escapatoria
alguna
(2015)

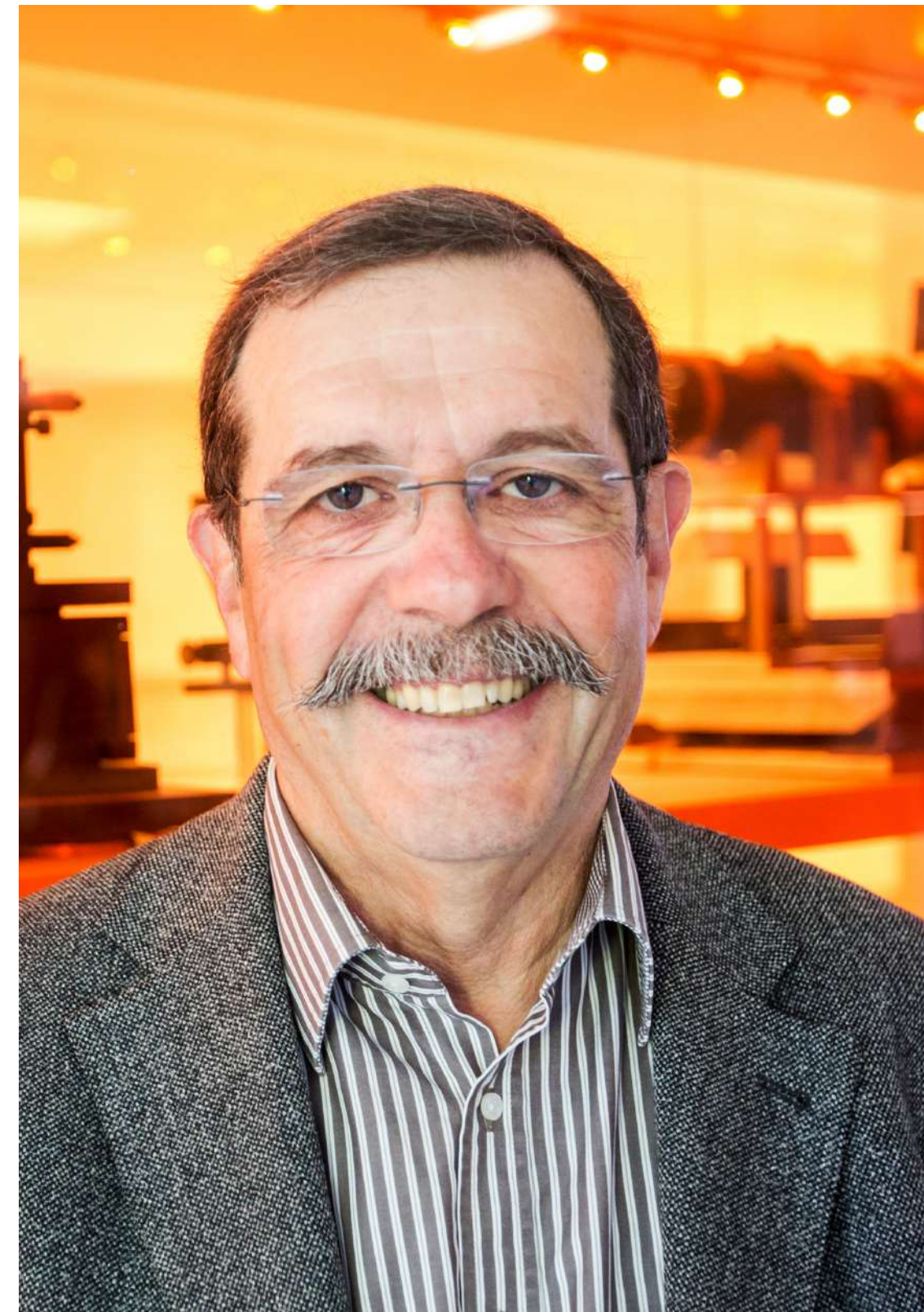


Cuatro décadas de experimentos

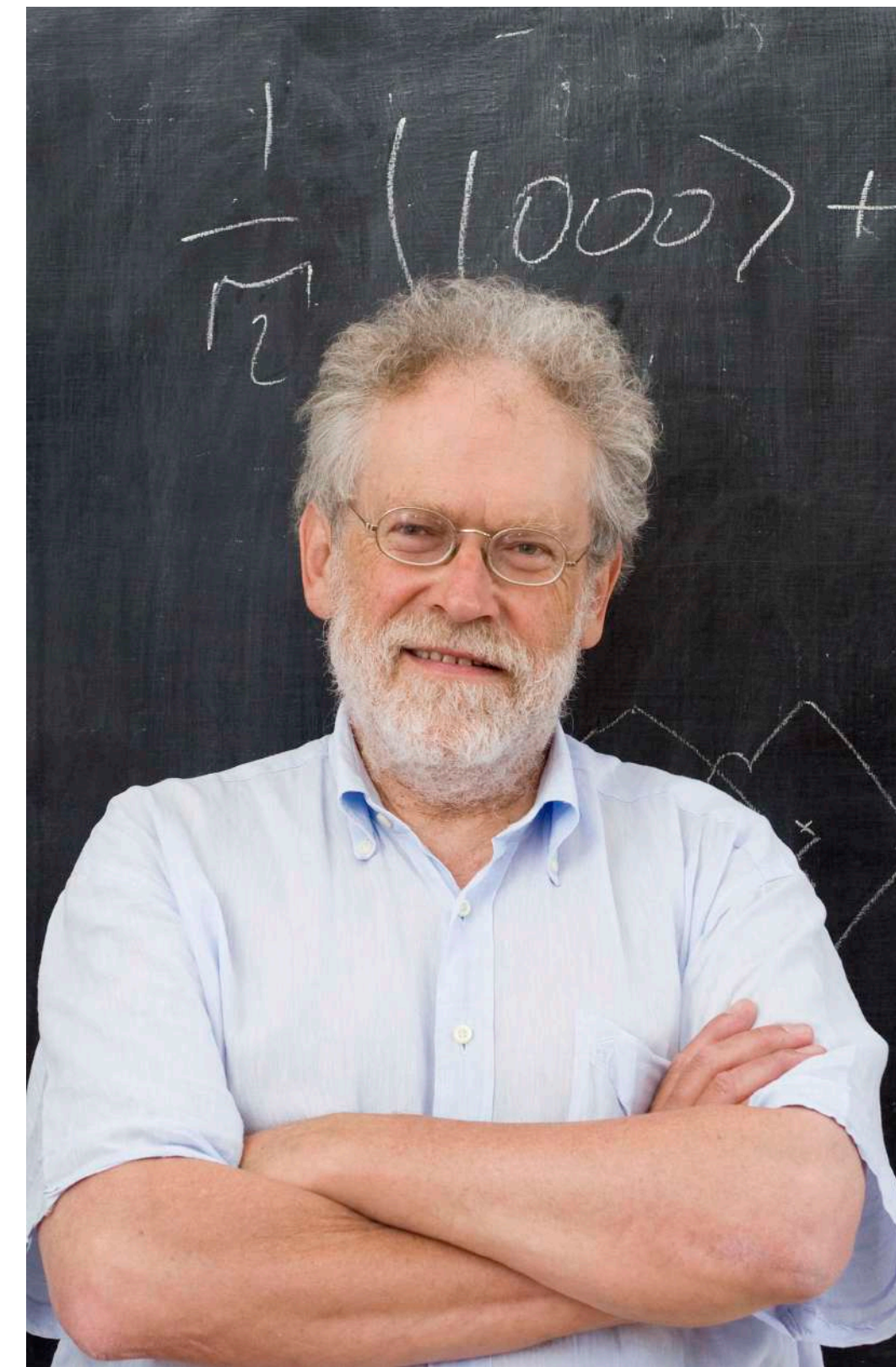
John Clauser observa
por primera vez una
violación de la
desigualdad de Bell
(1973)



Alain Aspect demuestra
que las desigualdades se
violán aún si los
detectores están lejos
(1982)







Zeilinger hace varios
experimentos. Demuestra
que no hay escapatoria
alguna
(2015)

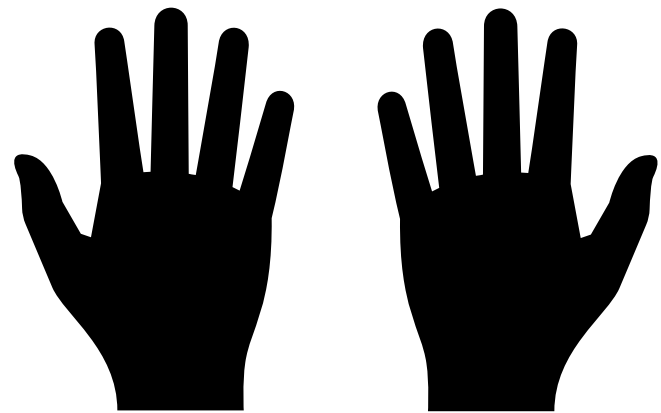
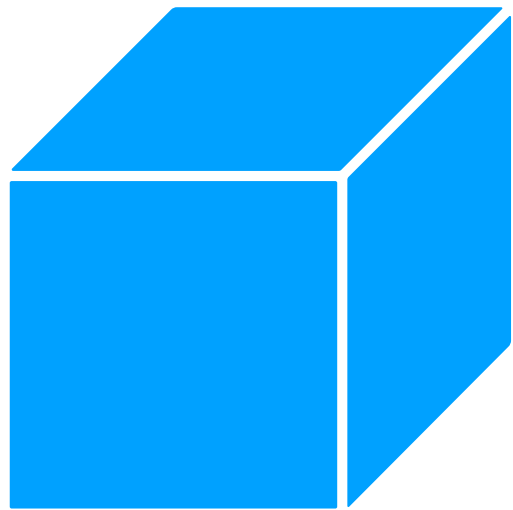
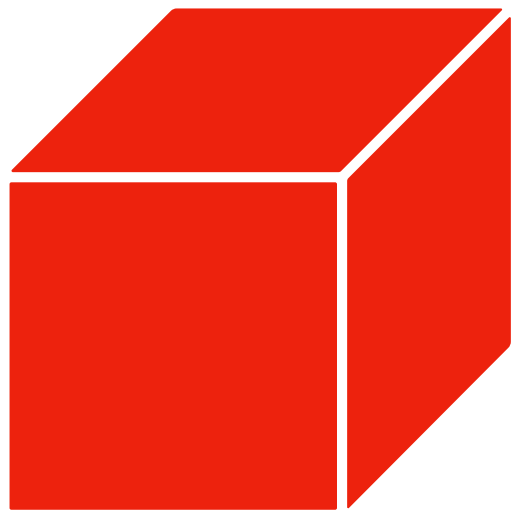


**Premio Nobel
(2022)**








Propiedades de las correlaciones

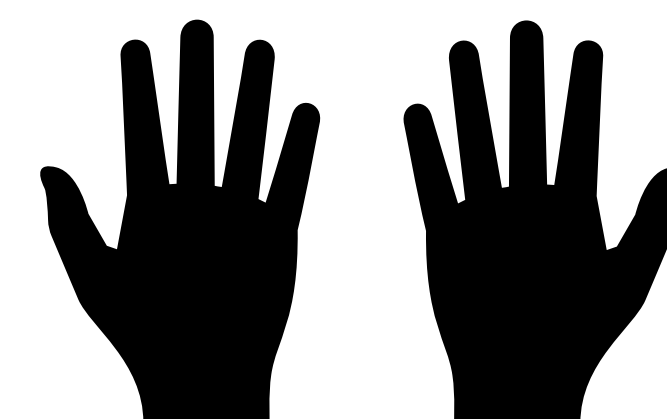
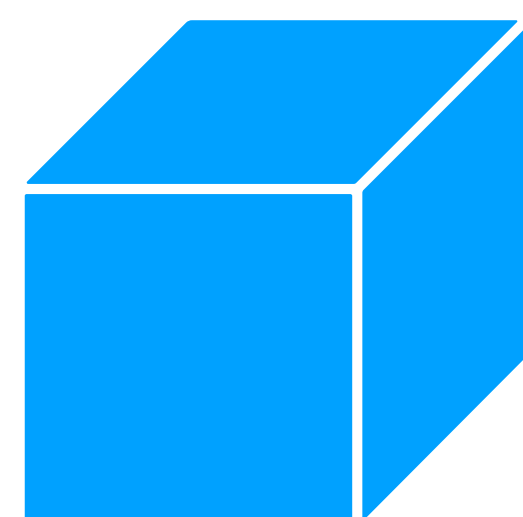
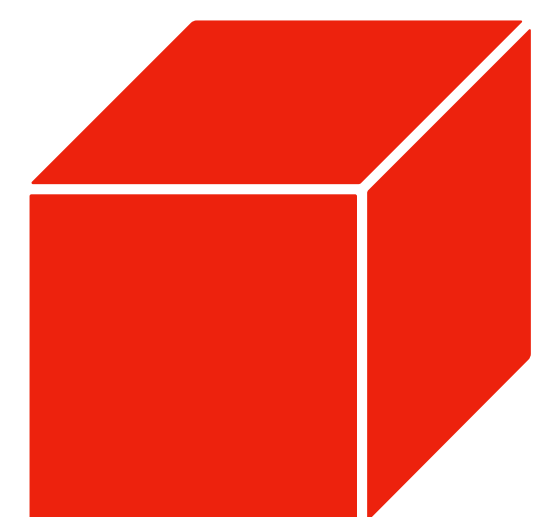
	Guantes clásicos	Estado entrelazado
• Los posibles estados están definidos desde el principio		
• El resultado de Alicia no altera el resultado de Bob		
• No se puede enviar información más rápido que la luz		



$|0\rangle, |1\rangle$







Propiedades de las correlaciones

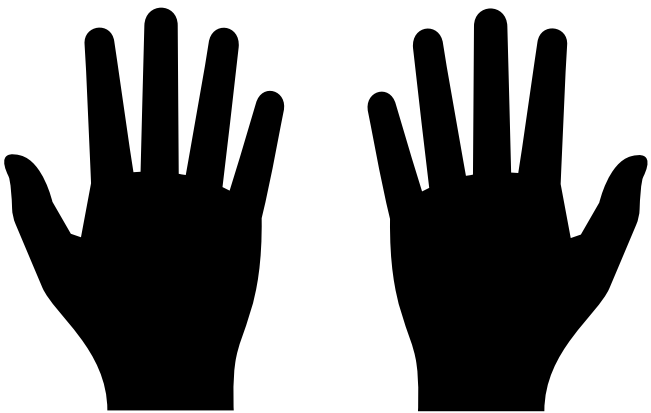
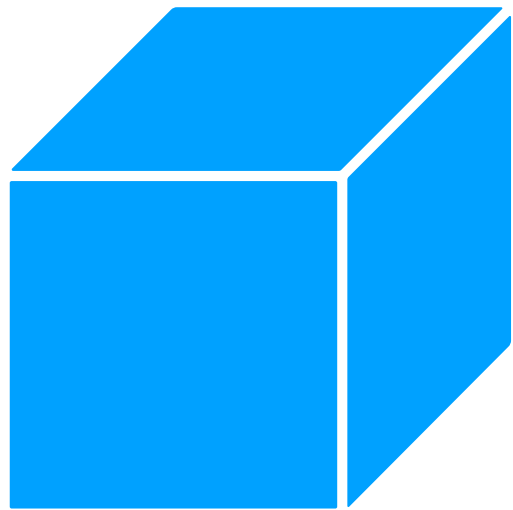
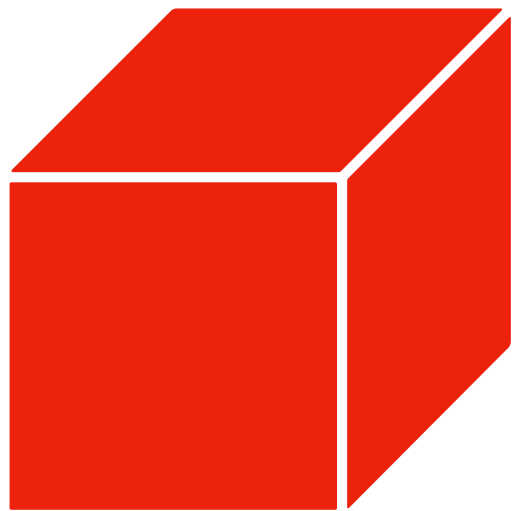
	Guantes clásicos	Estado entrelazado
• Los posibles estados están definidos desde el principio		
• El resultado de Alicia no altera el resultado de Bob		
• No se puede enviar información más rápido que la luz		



$|0\rangle, |1\rangle$

Propiedades de las correlaciones

	Guantes clásicos	Estado entrelazado
• Los posibles estados están definidos desde el principio		
• El resultado de Alicia no altera el resultado de Bob		
• No se puede enviar información más rápido que la luz		



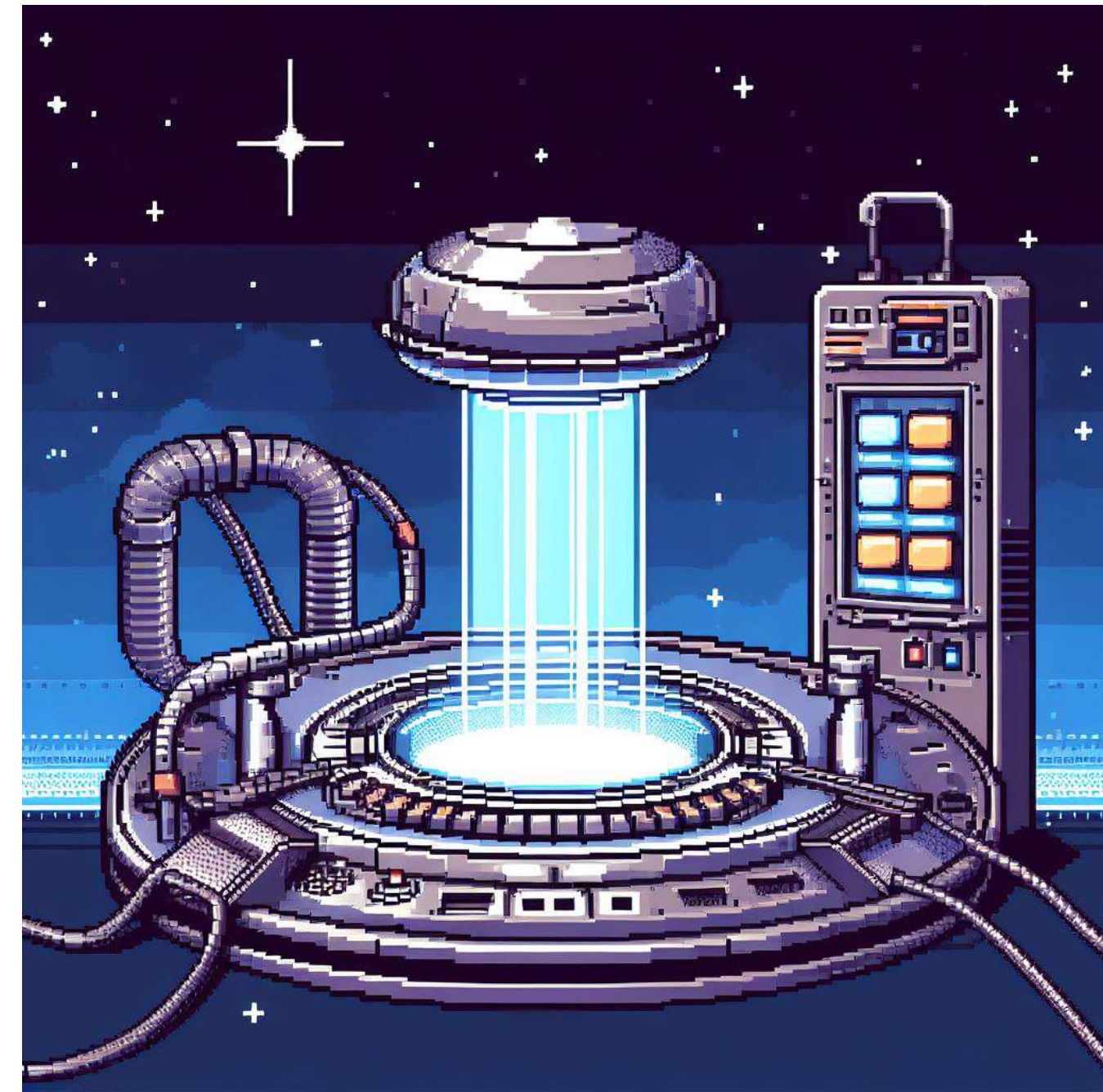
$|0\rangle, |1\rangle$

¿Cómo entender el teorema de Bell?

- No se puede explicar con la analogía de las cajas y guantes
- Analogías mas elaboradas existen: leer dispositivo de David Mermin (1981), o experimento de S. Popescu y D. Rohrlich (1994).
- Demostración del teorema de Bell: libro de M. Nielsen & I. Chuang
- Se le llama no localidad cuántica. Los físicos todavía están de acuerdo de lo que esto significa porque depende aún de la interpretación de la mecánica cuántica.
- ¡Aún así el entrelazamiento tiene aplicaciones!

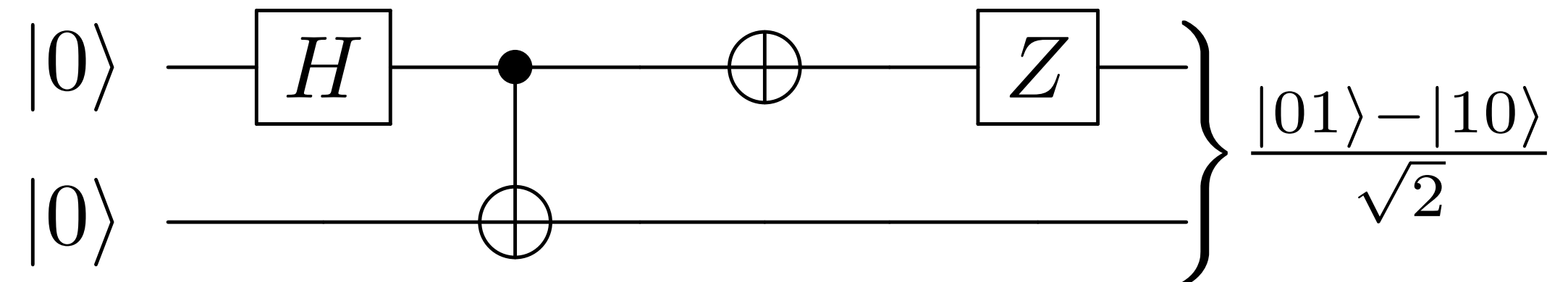
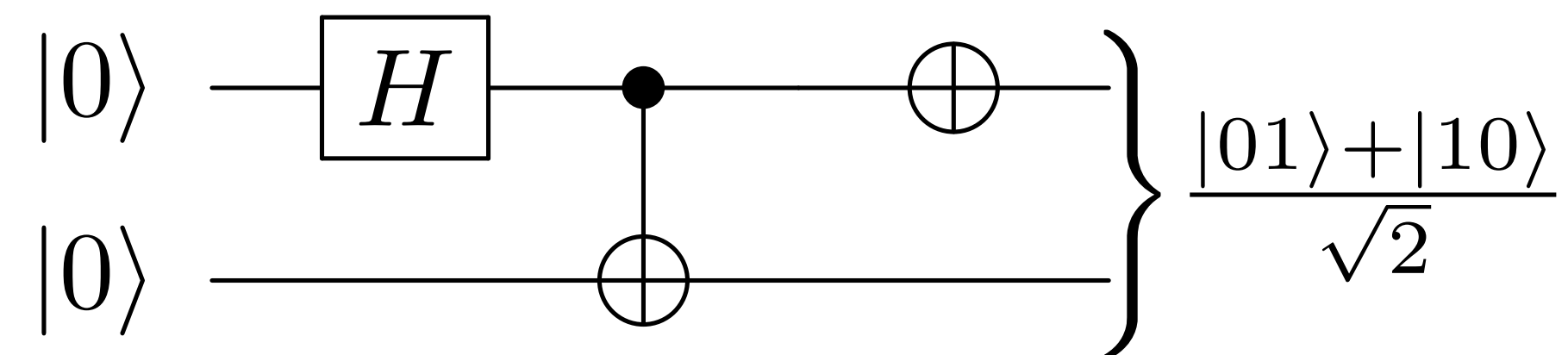
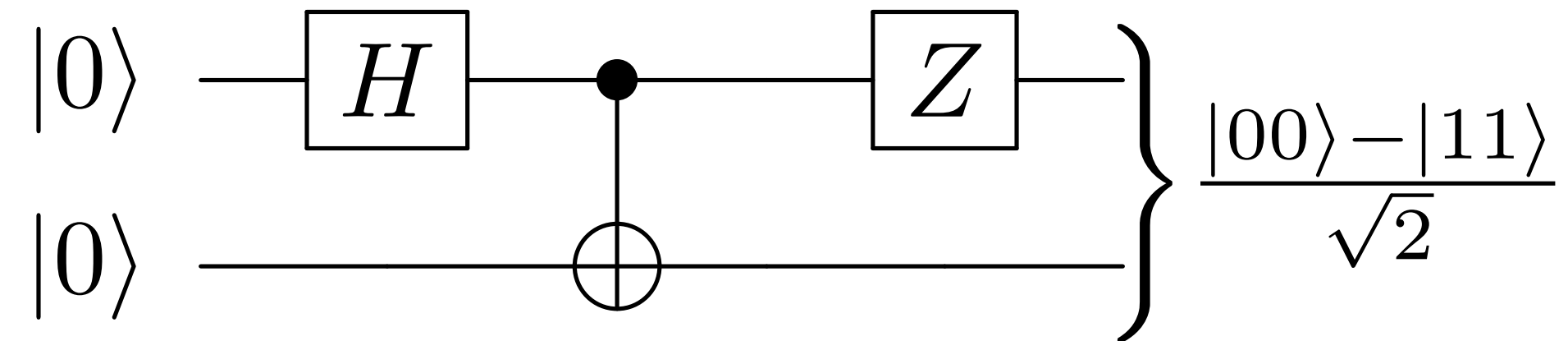
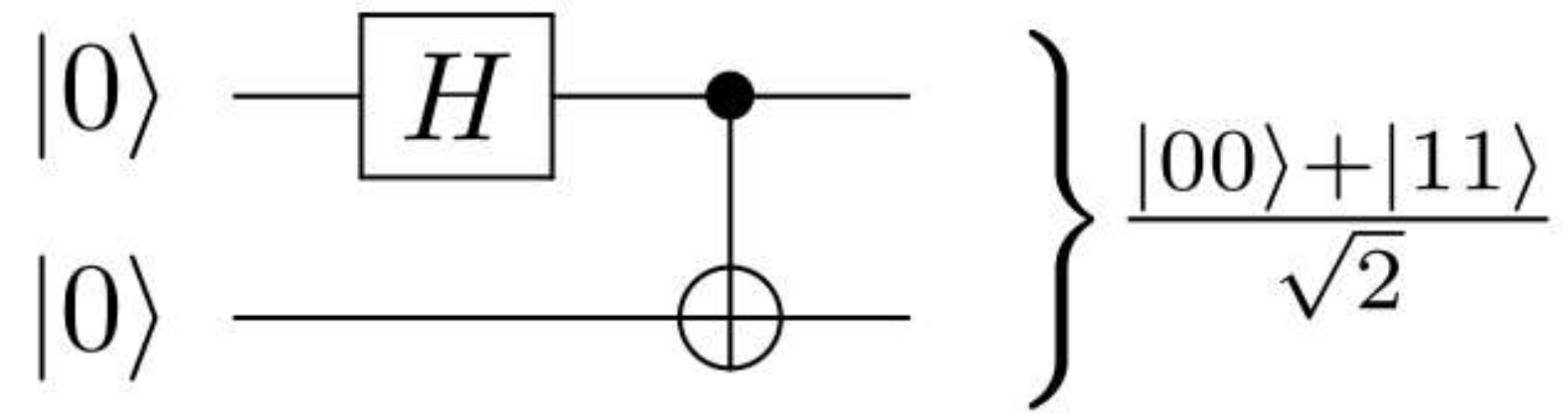
Parte 3: Segunda revolución cuántica

- Entrelazamiento como recurso
- Algunos ejemplos de comunicación cuántica



Codificando con entrelazamiento

Usar la receta para generar estados máximamente entrelazados



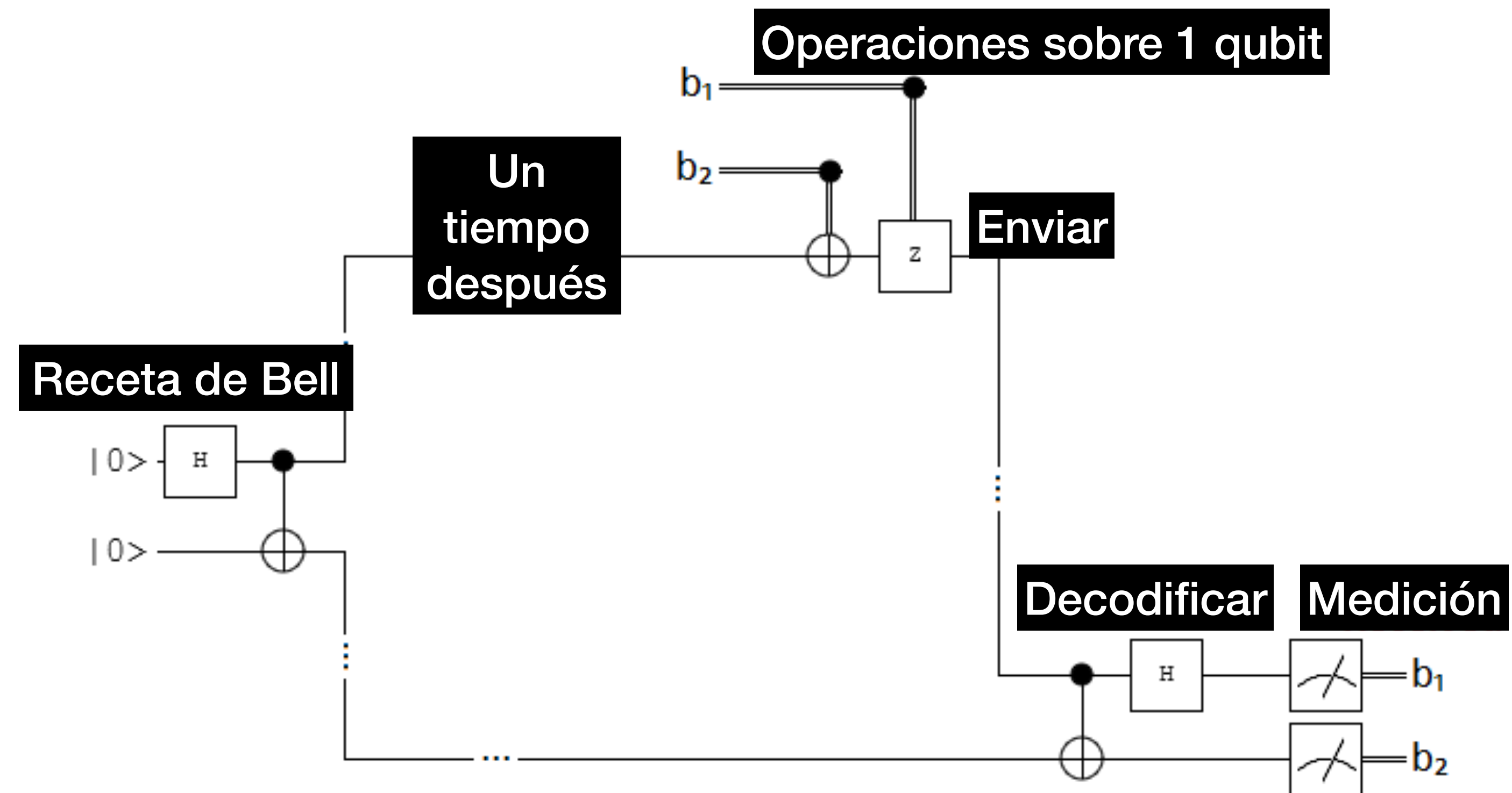
Codificación superdensa

Charles Bennet y Stephen Wiesner 1996

- Preparar estado entrelazado
- Seleccionar estado
- Deshacer entrelazamiento
- Medir

Mensaje	Estado
"00"	$ 00\rangle + 11\rangle$
"01"	$ 00\rangle - 11\rangle$
"10"	$ 01\rangle + 10\rangle$
"11"	$ 01\rangle - 10\rangle$

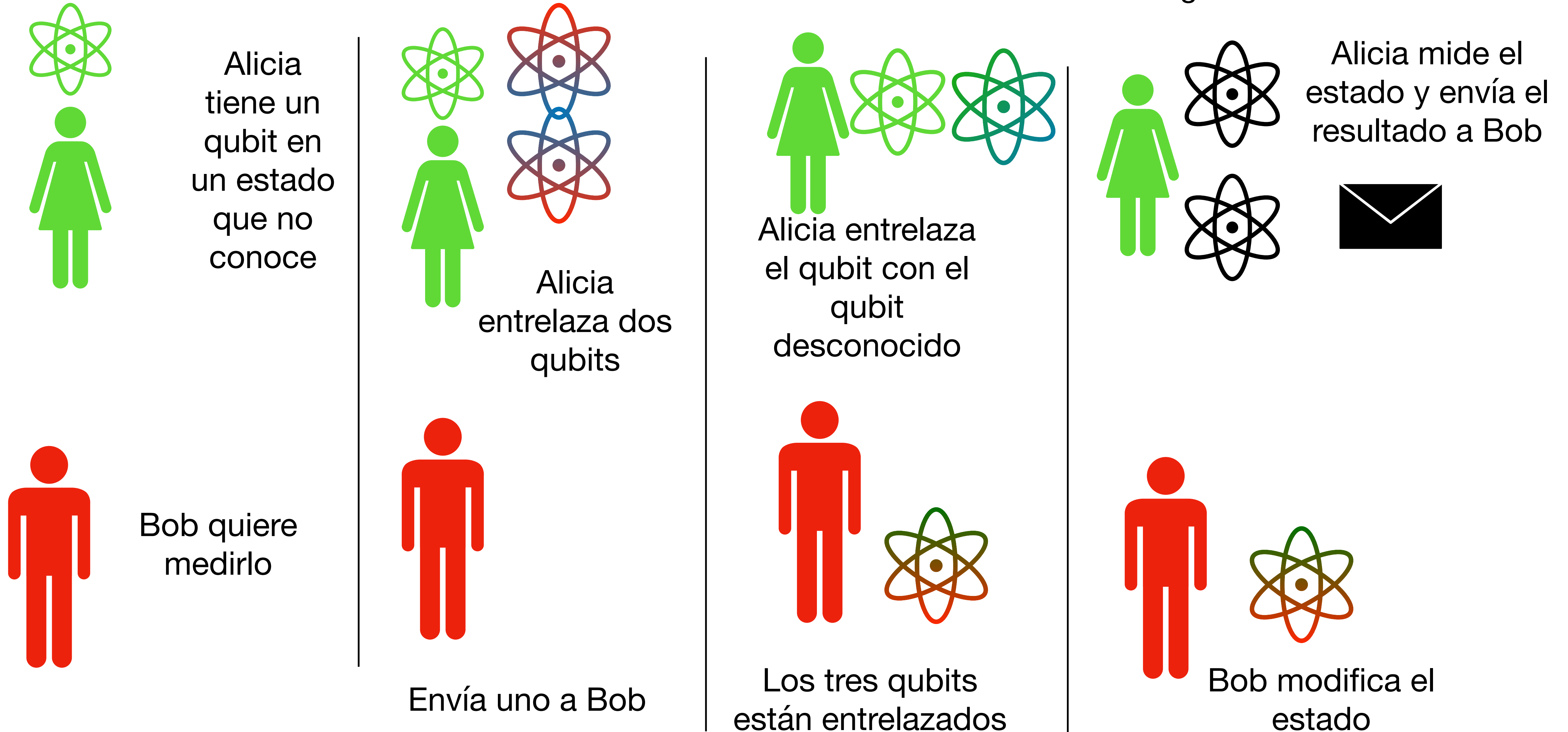
El mensaje cambia si se intercepta un qubit!



Uno de los qubit se puede enviar con antelación

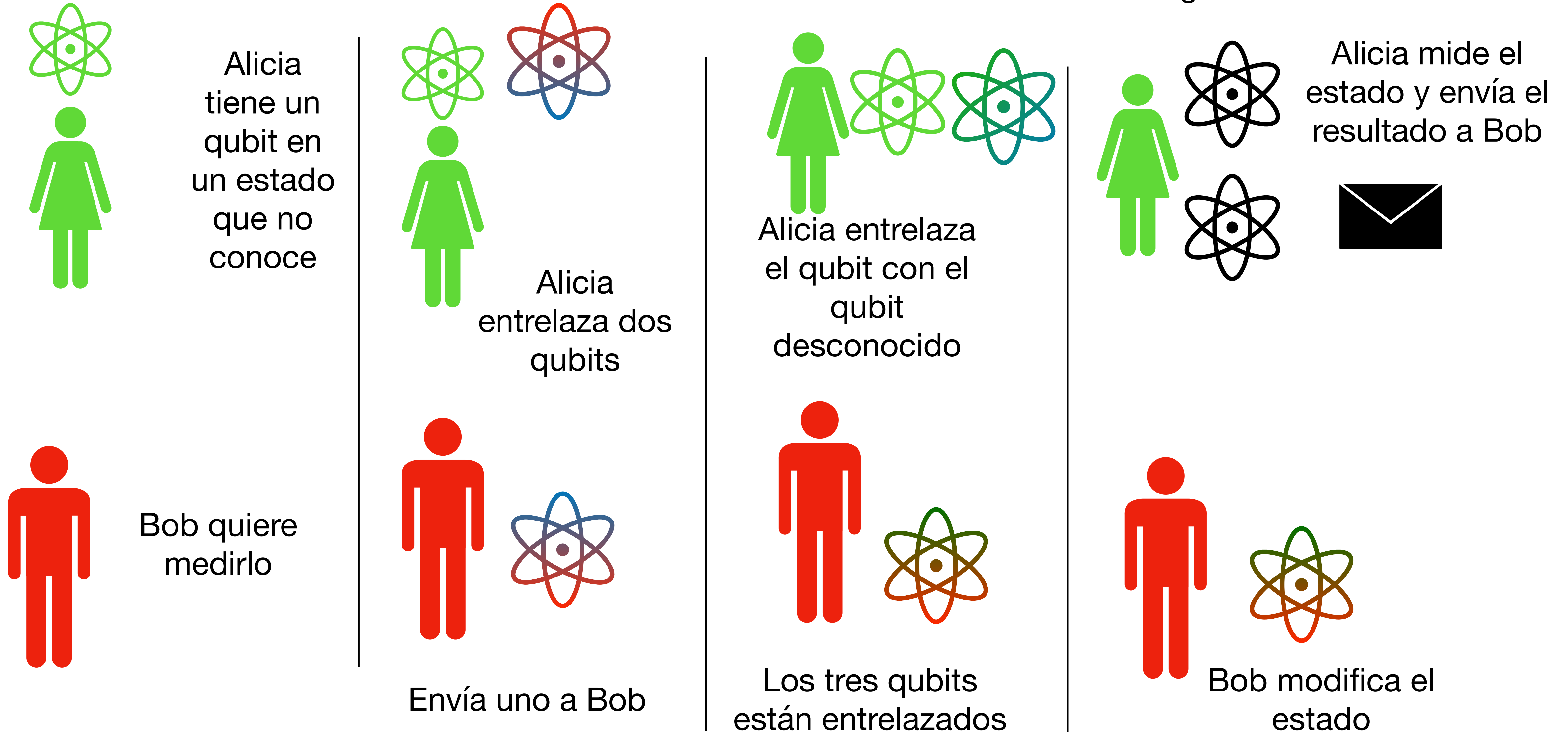
Teleportación cuántica

Verificado experimentalmente en 1997 por Zeilinger



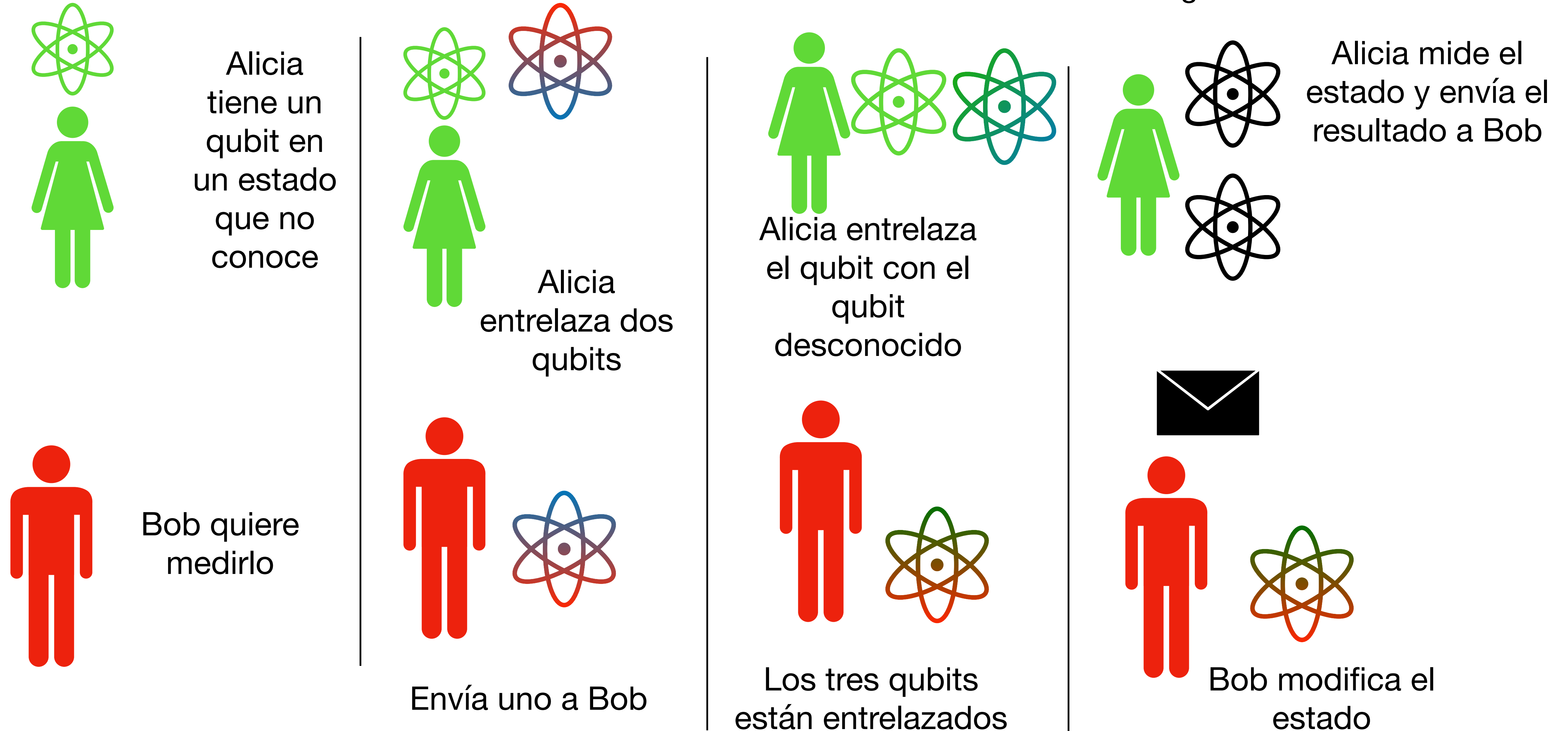
Teleportación cuántica

Verificado experimentalmente en 1997 por Zeilinger



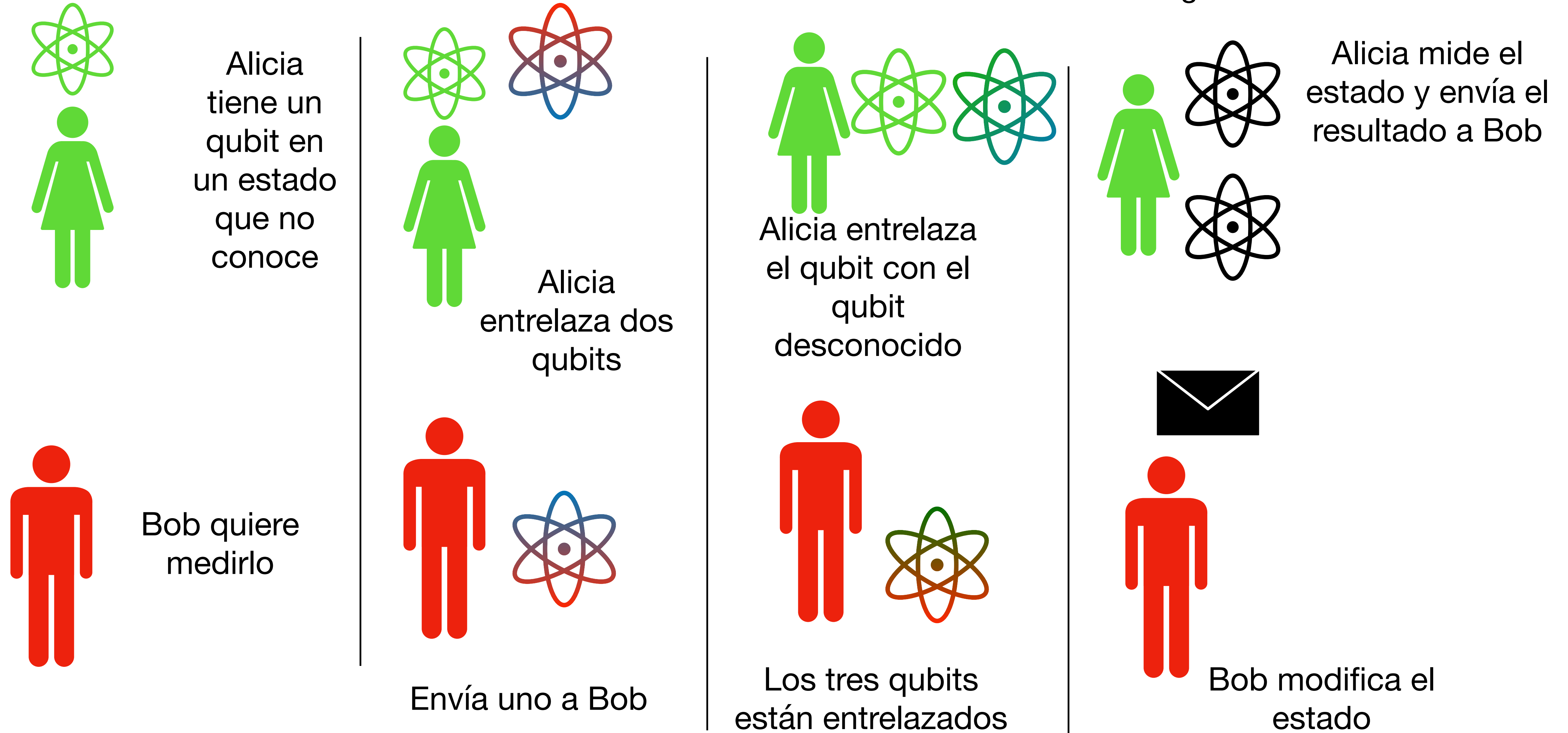
Teleportación cuántica

Verificado experimentalmente en 1997 por Zeilinger



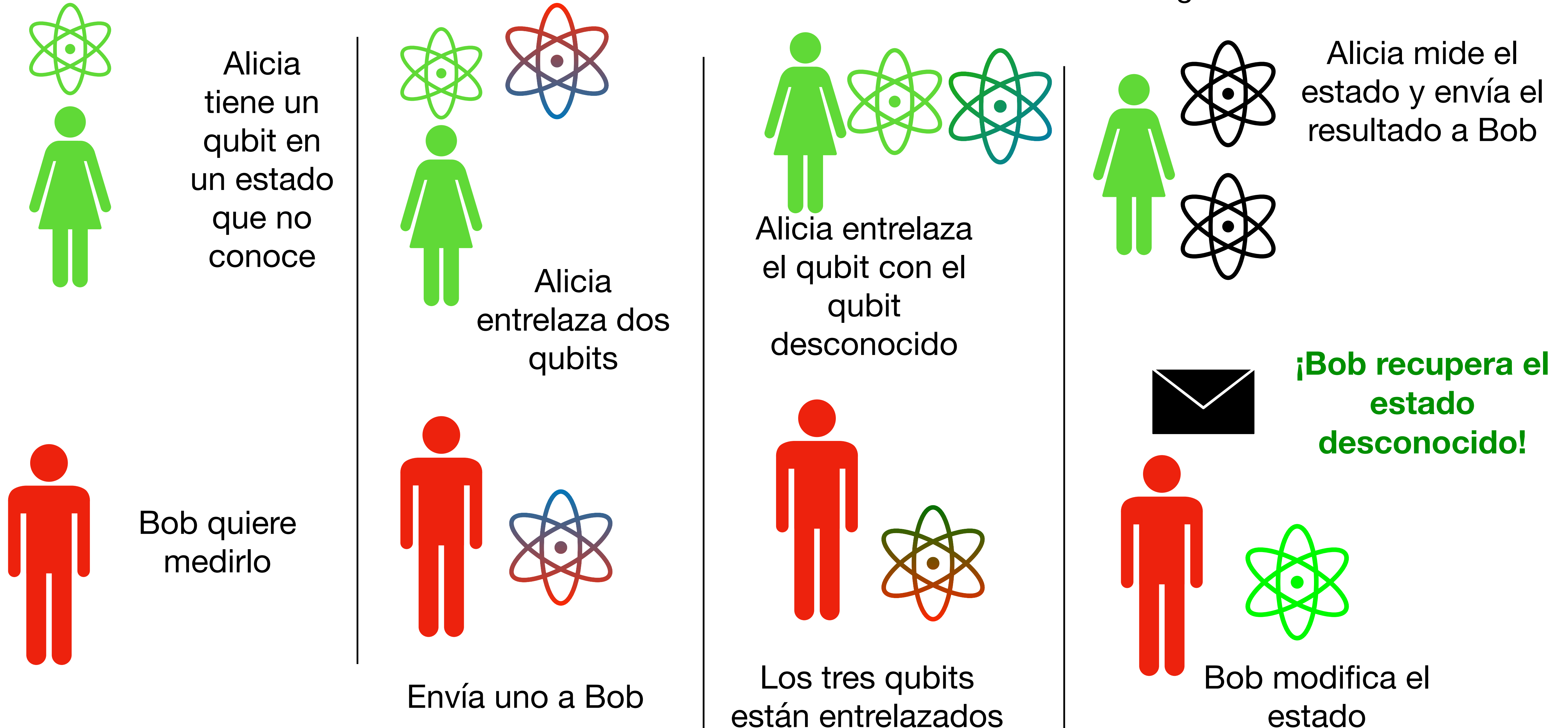
Teleportación cuántica

Verificado experimentalmente en 1997 por Zeilinger

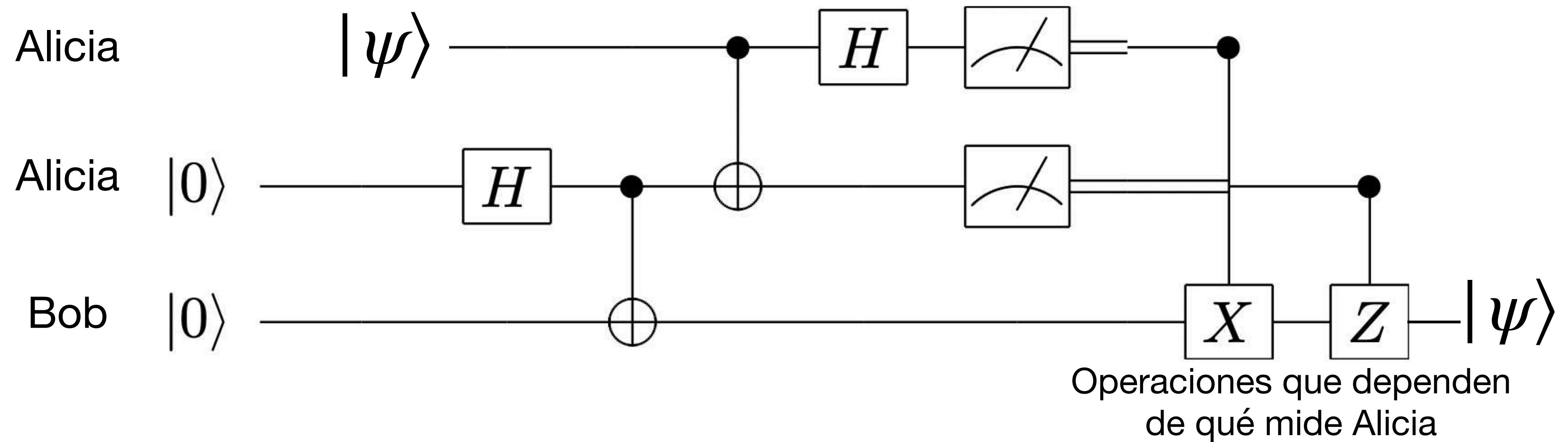


Teleportación cuántica

Verificado experimentalmente en 1997 por Zeilinger



Circuito de teleportación cuántica



¡No se puede teleportar más rápido que la luz!

Alicia debe comunicarle su medición a Bob para recuperar el estado

2012 estado teleportado entre dos Islas Canarias

2017 estado teleportado 1400 metros hacia el espacio

Conclusiones

- Un estado entrelazado de qubits es un estado que no se puede separar en varios estados a un qubit
- El entrelazamiento no se puede explicar en términos clásicos
- Es la base de la computación cuántica y la telecomunicación cuántica (pero no lo es todo)
- No se puede utilizar para enviar mensajes más rápido que la luz

Referencias 1

- A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935).
- J.S. Bell, Rev. Mod. Phys. 38, 447 (1966).
- S.J. Freedman and J.F. Clauser, Phys. Rev. Lett. 28, 938 (1972)
- A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, Phys. Rev. Lett. 49, 1804 (1982).
- M. Giustina, M. A. M. Versteegh, S. Wengerowsky, J. Handsteiner, A. Hochrainer, K. Phelan, F. Steinlechner, J. Kofler, J.-Å. Larsson, C. Abellán, W. Amaya, V. Pruneri, M. W. Mitchell, J. Beyer, T. Gerrits, A. E. Lita, L.K. Shalm, S. W. Nam, T. Scheidl, R. Ursin, B. Wittmann and A. Zeilinger Phys. Rev. Lett. 115, 250401 (2015).

Referencias 2

- Record de teleportación cuántica en Islas Canarias: <https://www.agenciasinc.es/Noticias/Record-mundial-de-teleportacion-cuantica-en-Canarias>
- Teleportación desde un satélite: <https://www.elindependiente.com/futuro/2017/06/15/nuevo-record-de-teletransportacion-cuantica/>
- Analogía de Popescu: S. Popescu, Nonlocality beyond quantum mechanics, Nat. Phys. 10 (4) (2014) 264–270.
- Analogía de Mermin: Mermin, N. D. (1981). "Bringing home the atomic world: Quantum mysteries for anybody". *American Journal of Physics*. **49** (10)
- Analogía de Popescu Royal Academy (video en inglés): https://www.youtube.com/watch?v=5_0o2fJhtSc

Referencias 3

- Nielsen, M. A., Chuang, I. L. (2000). Quantum Computation and Quantum Information. India: Cambridge University Press.