

Loja Kindle:

https://www.amazon.com/Sistemas-Din%C3%A2micos-N%C3%A3o-Lineares-2023-ebook/dp/B0BT8NM82S/ref=sr_1_1?crid=2AJD5RO4HGSM7&keywords=Sistemas+Dinamicos+nao+lineares&qid=1678803293&s=digital-text&prefix=sistemas+dinamicos+nao+lineare%2Cdigital-text%2C241&sr=1-1

Versão impressa:

<https://clubedeautores.com.br/livro/sistemas-dinamicos-nao-lineres>

Sistemas Dinâmicos Não Lineares

Conceitos e Análise de Dados

Sistemas Dinâmicos Não Lineares

Conceitos e Análise de Dados

LUIS ANTONIO AGUIRRE

Departamento de Engenharia Eletrônica
Universidade Federal de Minas Gerais

Fevereiro de 2023

©2020 by Luis Antonio Aguirre

Este livro ou parte dele não pode ser reproduzido por qualquer meio sem autorização escrita do Autor.

Aguirre, Luis Antonio

Sistemas Dinâmicos Não Lineares: Conceitos e Análise de dados /
Luis Antonio Aguirre - Belo Horizonte , 2023. 407 p.: il.

Inclui bibliografia e índice.

Sumário

Prefácio	11
I Conceitos	15
1 Sistemas Dinâmicos Contínuos	17
1.1 Órbitas e Espaço de Fases	17
1.1.1 Soluções de equações diferenciais	17
1.1.2 Espaço de fases ou espaço de estados	22
1.1.3 Homeomorfismos e Topologia	28
1.2 Pontos Fixos e Estabilidade	32
1.2.1 Localização de pontos fixos	32
1.2.2 Estabilidade de pontos fixos	34
1.3 Linearização de Sistemas Não Lineares	37
1.3.1 Linearização	37
1.3.2 O teorema de Hartman-Grobman	38
1.3.3 O teorema das variedades hiperbólicas	41
1.3.4 Estabilidade de Liapunov	43
1.4 Comportamento Assintótico	47
2 Sistemas Dinâmicos Discretos	53
2.1 Solução de Mapas	53
2.1.1 Gráficos de teia	57
2.1.2 Conjugação Topológica	59
2.2 Pontos Fixos	60
2.3 Estabilidade de Pontos Fixos	64
2.3.1 O caso unidimensional	64
2.3.2 O caso bidimensional	68

3	Bifurcações de Pontos Fixos	75
3.1	Mudança Qualitativa de Comportamento	76
3.2	Bifurcações Locais em Sistemas Contínuos	79
3.2.1	Bifurcação sela-nó	80
3.2.2	Bifurcação transcritical	82
3.2.3	Bifurcação forquilha	83
3.2.4	Bifurcação supercrítica de Hopf	84
3.2.5	Condições para bifurcações	88
3.2.6	Análise do sistema de Lorenz	91
3.3	Bifurcações de Pontos Fixos em Mapas	98
3.3.1	Bifurcação sela-nó	99
3.3.2	Bifurcação transcritical	103
3.3.3	Bifurcação forquilha	105
3.3.4	Bifurcação <i>flip</i>	106
3.3.5	Cascata de Bifurcações <i>flip</i>	110
3.3.6	Cascata Inversa	112
3.3.7	Bifurcação Neimark-Sacker	115
3.3.8	Intermitência em mapas	119
3.3.9	Análise do mapa logístico	120
3.4	Bifurcações Globais	123
3.4.1	Bifurcações homoclínicas e heteroclínicas	124
3.4.2	Crises	126
4	Bifurcações de Ciclos, Amostragem de Poincaré e Atratores Estranhos	135
4.1	Bifurcações de Ciclos	135
4.2	Amostragem de Poincaré	140
4.2.1	Equivalência entre fluxos e mapas	143
4.2.2	Definindo seções de Poincaré	151
4.2.3	Bifurcações de ciclos	159
4.3	Atratores Estranhos	163
4.3.1	Mapa do padeiro	168
II	Análise de Dados	173
5	Caracterização de Atratores	175
5.1	Expoentes de Liapunov	175
5.1.1	O caso contínuo: fluxos	176

5.1.2	O caso discreto: mapas	182
5.2	Entropia de Atratores	188
5.2.1	Relação com os expoentes de Liapunov	190
5.2.2	Estimativa usando símbolos	193
5.3	Dimensão de Atratores	198
5.3.1	O algoritmo de Grassberger e Procaccia	202
5.4	Características dos Dados	204
	Exercícios	208
6	Reconstrução do Espaço de Estados	211
6.1	Imersão de Séries Temporais	213
6.2	Reconstruções a Partir de uma Variável	216
6.2.1	Efeitos de simetria	227
6.3	Reconstrução Multivariável	229
6.4	Parâmetros de Imersão	233
7	Observabilidade	241
7.1	Fundamentos	243
7.1.1	Observável ou não observável	243
7.2	Observabilidade Estrutural	247
7.2.1	O método de Lin	248
7.2.2	O método de Liu e colegas	251
7.3	Observabilidade dinâmica	252
7.3.1	Classificação de pares observáveis	254
7.3.2	Singularidades e falta de observabilidade	256
7.3.3	Métodos gráficos	258
7.4	Observabilidade Simbólica	260
7.4.1	Coeficientes de observabilidade simbólica	260
7.5	Observabilidade a Partir de Dados	263
7.5.1	Medidas locais de “simplicidade”	264
8	Caracterização de Séries Temporais	277
8.1	Dados Subrogados	279
8.1.1	Algoritmos para gerar dados subrogados	282
8.1.2	Estatística discriminante e teste de hipótese	283
8.2	Gráficos de Recorrência	284
8.2.1	Análise quantitativa	295
8.3	Estudo de Caso	300

8.3.1	As séries temporais	300
8.3.2	Três padrões respiratórios	301
8.3.3	Classificação visual	304
8.3.4	Classificação baseada em RQA	304
9	Modelagem a Partir de Dados	309
9.1	Perspectiva Histórica	310
9.1.1	Trabalhos Pioneiros	310
9.1.2	Os primeiros desafios	312
9.2	Obtenção de Dados	315
9.2.1	A escolha da variável de saída	315
9.2.2	Escolha do tempo de amostragem	315
9.2.3	Ruído e estacionariedade	316
9.2.4	Sistemas não autônomos	318
9.3	Representações Matemáticas	318
9.3.1	O preditor linear local	319
9.3.2	Funções radiais de base	325
9.3.3	Redes neurais	325
9.3.4	Polinômios em tempo contínuo	327
9.3.5	Polinômios em tempo discreto	328
9.3.6	Funções racionais	329
9.3.7	Wavelets	329
9.3.8	Lógica difusa	330
9.4	Desafios de Modelagem	330
9.4.1	Escolha de estrutura	330
9.4.2	Estrutura e dinâmica	332
9.4.3	NARMA(X) ou NAR(X)?	333
9.4.4	Estimação de parâmetros	334
9.5	Validação de Modelos	335
9.5.1	Medidas estatísticas, da geometria e da dinâmica	335
9.5.2	O papel de perturbações induzidas	337
9.6	Exemplos Numéricos	339
9.6.1	O circuito de Chua	339
9.6.2	Identificação monovariável	341
9.6.3	Identificação multivariável	349
9.7	Aplicações e Tendências	352
9.7.1	Desafios	353
	Exercícios	356

10 Sincronismo	357
10.1 Sincronismo Idêntico	357
10.1.1 Conceitos preliminares	358
10.1.2 O método de Pecora e Carroll	359
10.2 Sincronismo de Fase	362
10.2.1 Sincronismo com uma força externa	367
10.2.2 Osciladores periódicos	370
10.2.3 O mapa circular	375
Exercícios	381
 Bibliografia	 383
 Índice Remissivo	 402

Prefácio

Ao chegar em Sheffield, no segundo semestre de 1990 para fazer um doutorado em Identificação de Sistemas sob a orientação do Prof. Stephen Billings, este me propôs investigarmos a identificação de sistemas com dinâmica caótica. Assim, não é exagero dizer que meu envolvimento com dinâmica não linear e identificação de sistemas tem a mesma idade e receberam da minha parte praticamente a mesma dedicação.

Por questões históricas, comecei a escrever um livro texto sobre identificação de sistemas em 1995. Até o ano 2000, quando a primeira edição do livro Introdução à Identificação de Sistemas foi publicado, dediquei-me a essa tarefa, tanto no ensino de pós-graduação quanto à organização e transcrição das notas de aula.

No primeiro semestre de 2002, lecionei a disciplina Introdução aos Sistemas Dinâmicos Não Lineares para estudantes de pós-graduação no PPGEE-UFMG pela primeira vez. Esse foi o ponto de partida da presente obra. Quase vinte anos depois, sem qualquer surpresa, constato que o texto permanece inacabado. Considero os primeiros cinco capítulos terminados, ao menos do ponto de vista “operacional”. O estado dos demais capítulos é mais heterogêneo, sendo que algumas partes receberam pouca atenção ainda.

Um dos eventos que ocorreram nesses últimos vinte anos foi o surgimento de mecanismos de *self-publishing*. Com essa oportunidade e incentivado pela perspectiva de ter que lecionar a disciplina de forma remota devido à pandemia do corona vírus, resolvi “juntar os trapos” e disponibilizar o material como se encontra.

O livro tem como público alvo alunos de pós-graduação, mas pode ser usado como texto em disciplinas mais avançadas em nível de graduação. Partes deste volume podem ser cobertos em disciplinas de 60 horas de aula. Esse tempo não é suficiente para cobrir todo o material.

Alguns exemplos podem ser utilizados como tarefas de simulação a

serem realizadas em sala de aula. Ao fim de cada capítulo são apresentados exercícios e tarefas computacionais que, ao longo de semestres de ensino, têm se mostrado úteis em ajudar os estudantes a fixar os conceitos que são, via de regra, bastante abstratos.

Os pré-requisitos incluem conceitos de equações diferenciais ordinárias, sistemas dinâmicos lineares no domínio do tempo. A abordagem seguida no livro procura o difícil equilíbrio entre conceitos abstratos e questões com as quais nos defrontamos em situações práticas. Fica a cargo de cada leitor avaliar o nível de sucesso alcançado nesse esforço.

O livro está dividido em duas partes. Na primeira, que é a parte mais madura, são apresentados alguns dos principais conceitos a serem usados ao longo da obra. O objetivo também é fornecer ao leitor uma base conceitual para ler artigos e trabalhos técnico-científicos na área. Na segunda parte são descritos algoritmos e procedimentos para análise e modelagem de sistemas dinâmicos a partir de dados. Uma exceção é o Capítulo 10 que é uma rápida (e inacabada) introdução ao controle e sincronismo de osciladores não lineares e, por vezes, caóticos.

O Capítulo 1 apresenta uma rápida revisão de alguns pontos da teoria de sistemas dinâmicos contínuos. O objetivo deste capítulo é prover nomenclatura e conceitos básicos que serão necessários no restante do livro. Em particular menciona-se o conceito de campos vetoriais em espaço de estados, soluções e condições iniciais, pontos fixos e sua estabilidade, alguns aspectos básicos sobre equivalência topológica de soluções são apresentados, linearização, estabilidade de Liapunov e comportamento assintótico.

O Capítulo 2 é análogo ao Capítulo 1, mas para mapas. Ao longo do livro será feita distinção entre a discretização temporal de um fluxo e mapas. Tanto um como o outro são representações em tempo discreto, mas seu uso e interpretação são distintos. O Capítulo 2 refere-se a mapas. Os conceitos tratados incluem, soluções, gráficos de teia, pontos invariantes e pontos fixos de mapas e sua estabilidade.

O Capítulo 3 é dedicado ao estudo de algumas bifurcações de pontos fixos tanto de fluxos como de mapas. As bifurcações estudadas são fenômenos de perda de estabilidade *estrutural* de campos vetoriais – conceito introduzido no Capítulo 1 – à medida que um parâmetro, chamado de parâmetro de bifurcação é variado. Algumas bifurcações globais são rapidamente abordadas ao final do capítulo, que termina com a análise do sistema de Lorenz e do mapa logístico.

O Capítulo 4 começa tratando de soluções assintóticas que não são valores constantes no tempo, mas oscilatórias. A título de motivação, menciona-se a bifurcação de ciclos. Isso serve de base para tratar da amostragem de Poincaré, que permite traçar uma útil equivalência entre fluxos e mapas dinâmicos. Os importantes conceitos de seção de Poincaré e mapa de primeiro retorno são apresentados nesse capítulo, que termina mencionando atratores estranhos e caóticos.

Tendo introduzido ao leitor o conceito de atrator estranho no Capítulo 4, o Capítulo 5 prossegue usando indicadores “clássicos” para a caracterização de tais atratores. Muitos dos referidos indicadores têm valor conceitual importante, apesar de que nem todos são mais usados na caracterização de atratores. Em particular, são apresentados os expoentes de Liapunov, entropia e dimensão fractal.

O problema da reconstrução do espaço de estados a partir de uma variável medida é discutido no Capítulo 6. O caso multivariável em que a reconstrução é feita com um conjunto de variáveis, menor que a dimensão do espaço, também é brevemente mencionado nesse capítulo, que termina com a discussão de como escolher os parâmetros de imersão para o caso de coordenadas de atraso.

Há dois capítulos que foram escritos com base em trabalhos de cunho mais amplo e que estão mais próximos de atingirem “o estado estacionário” – ou o conjunto limite- ω , como chamado em dinâmica não linear. O Capítulo 7 trata de maneira mais formal o problema de observabilidade de dinâmica não linear. Esse assunto é construído ao longo do livro, mas no Capítulo 7 é feita uma exposição mais completa. O capítulo descreve alguns resultados desenvolvidos pelo autor desde 1995, muitos deles alcançados com o colega e amigo Christophe Letellier. Também o Capítulo 9 faz uma revisão sobre o assunto de modelagem a partir de dados de sistemas com dinâmica caótica, tema esse investigado pelo autor especialmente na década de 1990. Os resultados relacionados à modelagem podem ser encontrados na literatura citada. Portanto a leitura dos capítulos 7 e 9 deve ser suficiente para dar ao estudante uma visão global do tema e as principais abordagens na literatura.

O Capítulo 8 trata de duas técnicas de análise de séries temporais. Em primeiro lugar, discute-se brevemente o método de dados subrogados. As três etapas principais são pontuadas, a saber: a definição de uma hipótese nula, a geração de dados subrogados e a definição de uma estatística que permita realizar o teste de hipóteses. Em segundo lugar,

o capítulo trata de gráficos de recorrência. O caso de recorrência cruzada e conjunta são mencionados. Os elementos básicos da quantificação de gráficos de recorrência (RQA, do inglês *recurrence quantification analysis*) também é abordada brevemente. O capítulo encerra com um estudo de caso desenvolvido com o uso de gráficos de recorrência.

Ao longo dos próximos semestres, à medida que lecionar o tema, pretendo gradualmente completar as principais lacunas.

Alguns *scripts* em Matlab que tratam de temas abordados neste livro podem ser encontrados em

<https://www.researchgate.net/project/Scripts-on-Nonlinear-Dynamics>



Ao longo dos anos tive a feliz oportunidade de interagir e aprender sobre este tema com pesquisadores e estudantes. Dentre os pesquisadores menciono Christophe Letellier e Luiz Monteiro. Apesar de interagir menos, meu contato com Marcelo Savi sempre foi muito positivo e seus livros são de ajuda. O companheirismo de Eduardo Mendes é um motivo de satisfação e aprendizado, desde a época do mestrado em vários temas, inclusive dinâmica não linear.

Dentre estudantes (hoje colegas) com quem muito aprendi sobre dinâmica não linear, cito Giovani Rodrigues, Leonardo Tôrres, Erivelton Nepomuceno, Marcelo Corrêa, Álvaro Polati de Souza, Ubiratan Freitas, Edgar Furtado, Gleison Amaral, Leonardo Portes, Leandro Freitas, Arthur Montanari e Gustavo Salgado, a quem agradeço pela leitura crítica de uma versão do texto. Sou grato a inúmeros estudantes que contribuíram sugestões e correções ao texto.

Agradeço a Deus pela Sua infinita graça e salvação na Pessoa de Seu Filho, à minha esposa Janete e filhas Priscila, Nerissa e Pauline, pela constante e mui agradável companhia.

Luis Antonio Aguirre
Belo Horizonte, Fevereiro de 2023