



UNIVERSIDADE DE ÉVORA

DISCIPLINA DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

Problema $2Xn$ peças e Sudoku

X	X		
	X		
X			X
X		X	X

	9					2	5
4		5	2				
	6			3			
2	8		3			1	9
			8		1		
3		7			6		4 8
				1			8
					3	7	2
6	3					9	

Autores:

Marcus SANTOS, 29764

Ricardo FUSCO, 29263

Professor:

Irene PIMENTA

RODRIGUES

28/03/2014

Índice

1	Respostas às perguntas do enunciado	3
1.1	Problema $2Xn$ peças	3
1.1.1	Definição do problema (Estados, variáveis e restrições)	3
1.2	Problema Sudoku	5
1.2.1	Definição do problema (Estados, variáveis e restrições)	5

Lista de Figuras

1	Estado inicial	3
2	Restricoes	3
3	Solução 1	4
4	Solução 2	4
5	Solução 3	4
6	Solução 4	5
7	Estado inicial	5
8	Gerador de estado	6
9	Sudoku - solução 1	7
10	Sudoku - solução 2	7
11	Sudoku - solução 3	8
12	Sudoku - solução 4	8

1 Respostas às perguntas do enunciado

1.1 Problema 2Xn peças

1.1.1 Definição do problema (Estados, variáveis e restrições)

Para representar o problema através do uso de variáveis como um problema de satisfação de restrições estabelecemos que uma variável tem 3 elementos, o primeiro é a posição $p(X,Y)$ do tabuleiro, o segundo é a lista com o domínio que definimos como $[0,1]$ e o terceiro é o valor do domínio que irá ser instanciado. Se o valor duma variável for 1 significa que nessa posição se encontra um X, se for 0 não tem nada.

Um estado irá ser representado da seguinte maneira (estado inicial):

```
(4 ms) yes
| ?- estado_inicial(E).

E = e([v(p(1,1),[0,1],_),v(p(2,1),[0,1],_),v(p(3,1),[0,1],_),v(p(4,1),[0,1],_),v(p(1,2),[0,1],_),v(p(2,2),[0,1],_),v(p(3,2),[0,1],_),v(p(4,2),[0,1],_),v(p(1,3),[0,1],_),v(p(2,3),[0,1],_),v(p(3,3),[0,1],_),v(p(4,3),[0,1],_),v(p(1,4),[0,1],_),v(p(2,4),[0,1],_),v(p(3,4),[0,1],_),v(p(4,4),[0,1],_)],[0,1]),[]) ?
```

Figure 1: Estado inicial

Na figura anterior pode-se observar como está representado um estado, nesta figura as variáveis estão ainda todas por instanciar. Para o problema ser mais geral fizemos um gerador do estado inicial dado um `tamanho_tabuleiro(D)`, em que D representa as dimensões do tabuleiro, por exemplo, se $D = 4$ significa que o tabuleiro é 4x4. No que diz respeito às restrições temos um `ver_linhas` e um `ver_colunas` que basicamente vai iterando pelas linhas/colunas e incrementando o número de X's seguidos na mesma linha/coluna de acordo com o valor que está na variável (0 ou 1).

```
ve_restricoes(e(_NAssign, Assigned)):-
    ver_linhas(Assigned), ver_colunas(Assigned).

% -----
ver_colunas(L):-
    tamanho_tabuleiro(S),
    ver_colunas(L, 1, S).
ver_colunas(L, S, S):-
    ver_coluna(L, S).
ver_colunas(L, J, S):-
    J < S,
    ver_coluna(L, J),
    J2 is J+1,
    ver_colunas(L, J2, S).
% -----
ver_linhas(L):-
    tamanho_tabuleiro(S),
    ver_linhas(L, 1, S).
ver_linhas(L, S, S):-
    ver_linha(L, S).
ver_linhas(L, I, S):-
    I < S,
    ver_linha(L, I),
    I2 is I+1,
    ver_linhas(L, I2, S).
```

Figure 2: Restricoes

O operador sucessor é o mesmo que foi utilizado para o problema das 8 rainhas: $\text{sucessor}(e([p(N,D,V)|R],E),e(R,[p(N,D,V)|E])):- \text{member}(V,D)$.

O sucessor indica que um valor pode ser atribuído a qualquer variável não instanciada, desde que não entre em conflito com as restrições pré estabelecidas, ou seja basicamente instancia uma variável e coloca-a nos Afect, a lista com as variáveis já instanciadas.

O problema é resolvido facilmente usando a pesquisa backtracking. Nas figuras seguintes (3,4,5 e 6) podem-se observar algumas soluções que obtemos após a resolução do problema para uma tabuleiro 4x4.

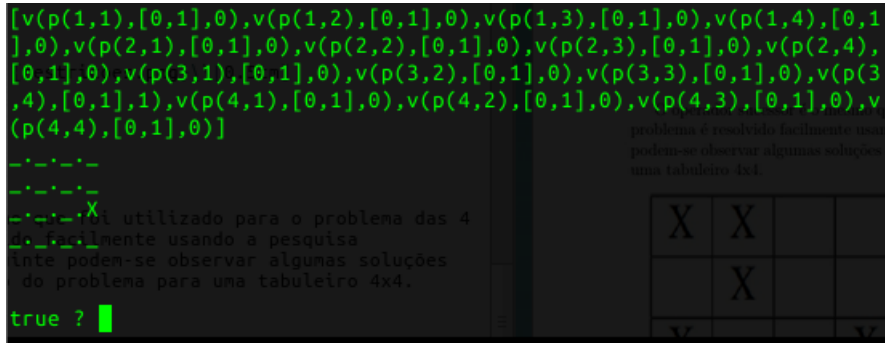


Figure 3: Solução 1

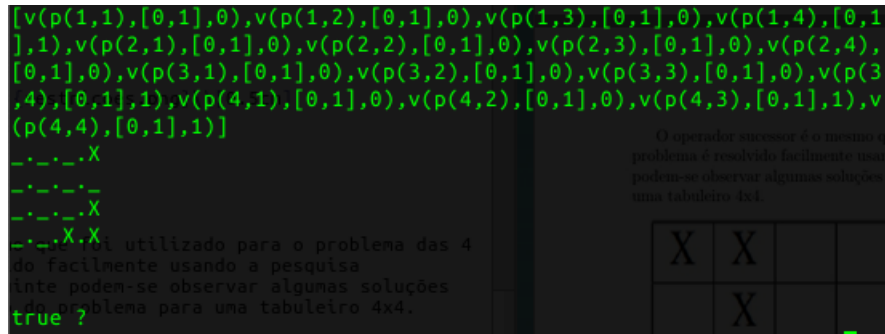


Figure 4: Solução 2

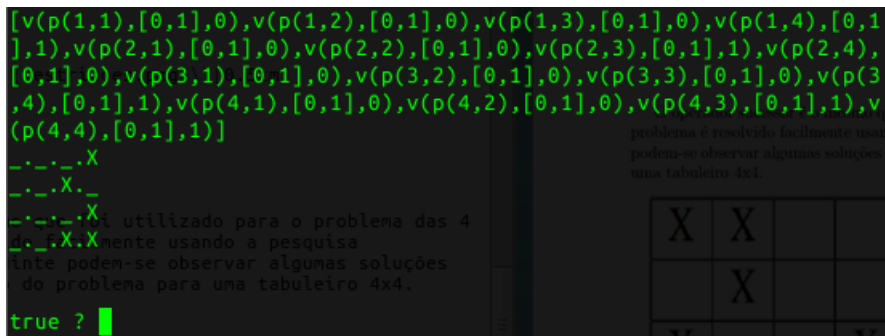


Figure 5: Solução 3

```

[v(p(1,1),[0,1],0),v(p(1,2),[0,1],0),v(p(1,3),[0,1],0),v(p(1,4),[0,1],1),v(p(2,1),[0,1],0),v(p(2,2),[0,1],0),v(p(2,3),[0,1],1),v(p(2,4),[0,1],1),v(p(3,1),[0,1],0),v(p(3,2),[0,1],1),v(p(3,3),[0,1],0),v(p(3,4),[0,1],0),v(p(4,1),[0,1],0),v(p(4,2),[0,1],0),v(p(4,3),[0,1],1),v(p(4,4),[0,1],1)]
--_.X
--_.X.X
--X._
--_.X.X
true ?

```

Figure 6: Solução 4

A primeira solução que mostra é a solução com todas as variáveis instanciadas com 0 ou seja o tabuleiro sem cruces.

Relativamente ao forward checking começamos a pensar numa forma de o fazer mas não chegamos a acabar, como tal, este algoritmo não funciona se for testado.

1.2 Problema Sudoku

1.2.1 Definição do problema (Estados, variáveis e restrições)

Para resolver este problema como um problema de satisfação de restrições usando variáveis decidimos que uma variável é composta por 3 elementos, à semelhança do problema das cruces, o primeiro é a posição $p(X,Y)$ do tabuleiro, o segundo é a lista com o domínio que vai de 1 a 9 e o terceiro é o valor do domínio que determinada variável irá assumir quando for instanciada. Para gerar o estado inicial usámos os mesmos predicados usados para gerar o tabuleiro para o problema das cruces sendo apenas necessário mudar o domínio com que cada variável ia ser criada de $[0,1]$ para $[1,2,3,4,5,6,7,8,9]$ visto que o tabuleiro do sudoku é, por convenção, 9×9 . O tamanho_tabuleiro foi alterado de 4 para 9. Na figura seguinte pode-se observar como é representado um estado tomando como exemplo parte do estado inicial.

```

(8 ms) yes | ?- estado_inicial(E).
E = e([v(p(1,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(2,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(3,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(4,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(5,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(6,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(7,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(8,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(9,1),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(1,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(2,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(3,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(4,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(5,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(6,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(7,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(8,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(9,2),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(1,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(2,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(3,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(4,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(5,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(6,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(7,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(8,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_),v(p(9,3),[1,2,3,4,5,6,7,8,9],_)])

```

Figure 7: Estado inicial

Como já foi referido anteriormente o estado inicial é gerado usando os mesmos predicados utilizados para o problema das cruces:

```

tamanho_tabuleiro(9). %(9x9)

estado_inicial(E):-
    functor(E, e, 2), arg(1, E, T), arg(2, E, []),
    tamanho_tabuleiro(S),
    gerar_tab(T2, S),
    flatten(T2, T).

gerar_tab(L, Size):-
    gerar_tab(L, 1, Size).
gerar_tab([H], N, N):-
    gerar_coluna(H, N, N).
gerar_tab([H|T], J, N):-
    J < N, J2 is J+1,
    gerar_coluna(H, J, N),
    gerar_tab(T, J2, N).

gerar_coluna(L, J, NColunas):-
    gerar_coluna(L, 1, J, NColunas).
gerar_coluna([H], N, J, N):-
    tamanho_tabuleiro(S),
    range(1, S, D), %cria o dominio da variavel dado um maximo como arg
    H = v(p(N, J), D, _).
gerar_coluna([H|T], I, J, N):-
    tamanho_tabuleiro(S),
    range(1, S, D), %cria o dominio da variavel dado um maximo como arg
    I < N, I2 is I+1,
    H = v(p(I, J), D, _),
    gerar_coluna(T, I2, J, N).

%devolve uma lista com numeros de I a J
range(I,I,[I]).
range(I,J,[I|L]) :- I < J, I1 is I + 1, range(I1,J,L).

```

Figure 8: Gerador de estado

Para que possa ser resolvido o problema do sudoku para os casos em que no estado_inicial há posições que já estão preenchidas, ou seja, com variáveis já instanciadas basta fazer uma pequena alteração no gerar_tab para que crie as variáveis não instanciadas menos as que queremos que estejam instanciadas no estado inicial, ou então outra maneira seria gerar o tabuleiro normalmente com o gerador e no fim pegar nas variáveis da lista NAfect e instanciar as variáveis que queremos que o estado inicial tenha e passá-las para os Afect. Para instanciar variáveis no estado_inicial foi feito o predicado preencher_posicoes que devolve o estado com posições do tabuleiro já preenchidas.

No que diz respeito às restrições fizemos um ver_linhas, ver_colunas e ver_quadrantes. No ver_linhas fizemos um findall do valor de todas as variáveis para uma determinada linha e colocámos o X da posição a variar e verificamos se os valores na lista que o findall devolveu são todos diferentes, o mesmo para a coluna a variar o Y. Para o ver_quadrantes vemos os 9 quadrantes variando o X e o Y, por exemplo o ver_quadrante recebe como argumento a lista dos Afect, o valor X de onde começa o quadrante, o valor Y onde começa o quadrante e o valor Y onde acaba o quadrante e o valor X varia sempre até X+2.

Nas figuras seguintes pode-se observar algumas das soluções obtidas para este problema.

1	4	7		2	3	8		5	6	9
2	5	8		1	6	9		3	4	7
3	6	9		4	5	7		1	2	8
-	-	-		-	-	-		-	-	-
4	7	1		3	8	2		6	9	5
5	8	2		6	9	1		4	7	3
6	9	3		5	7	4		2	8	1
-	-	-		-	-	-		-	-	-
7	1	4		8	2	3		9	5	6
8	2	5		9	1	6		7	3	4
9	3	6		7	4	5		8	1	2

Figure 9: Sudoku - solução 1

1	4	7		2	3	8		6	9	5
2	5	8		1	6	9		3	7	4
3	6	9		4	5	7		8	2	1
-	-	-		-	-	-		-	-	-
4	7	1		3	8	2		6	9	5
5	8	2		6	9	1		7	4	3
6	9	3		5	7	4		1	8	2
-	-	-		-	-	-		-	-	-
7	1	4		8	2	3		5	6	9
8	2	5		9	1	6		4	3	7
9	3	6		7	4	5		2	1	8

Figure 10: Sudoku - solução 2

1	4	7		2	3	8		6	9	5
2	5	8		1	6	9		3	4	7
3	6	9		4	5	7		8	1	2
-	-	-		-	-	-		-	-	-
4	7	1		3	8	2		4	9	5
5	8	2		6	9	1		7	3	4
6	9	3		5	7	4		1	2	8
-	-	-		-	-	-		-	-	-
7	1	4		8	2	3		5	6	9
8	2	5		9	1	6		4	7	3
9	3	6		7	4	5		2	8	1

Figure 11: Sudoku - solução 3

1	4	7		2	3	8		6	5	9
2	5	8		1	6	9		3	4	7
3	6	9		4	5	7		8	1	2
-	-	-		-	-	-		-	-	-
4	7	1		3	8	2		4	9	5
5	8	2		6	9	1		7	3	4
6	9	3		5	7	4		1	2	8
-	-	-		-	-	-		-	-	-
7	1	4		8	2	3		5	9	6
8	2	5		9	1	6		4	7	3
9	3	6		7	4	5		2	8	1

Figure 12: Sudoku - solução 4

No que diz respeito ao forward checking não conseguimos acabá-lo mas pelos testes que fizemos o predicado `cut_linha` e `cut_coluna` devolviam o novo estado com os domínios já restringidos, o problema foi depois quando testamos o `forwardchecking` na pesquisa `backtrack` não resultou e devolveu `No`. O que não fizemos mesmo foi restringir o domínio nos quadrados. O operador sucessor é igual ao que foi usado no problema anterior.