

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERU
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

PRIMERA GUÍA DE LINDO PARA EL LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA 1

Tema: resolución de modelos de programación lineal por computadora (el software LINDO)

1. OBJETIVOS

Al finalizar el laboratorio, el alumno podrá resolver modelos de programación lineal usando el software LINDO.

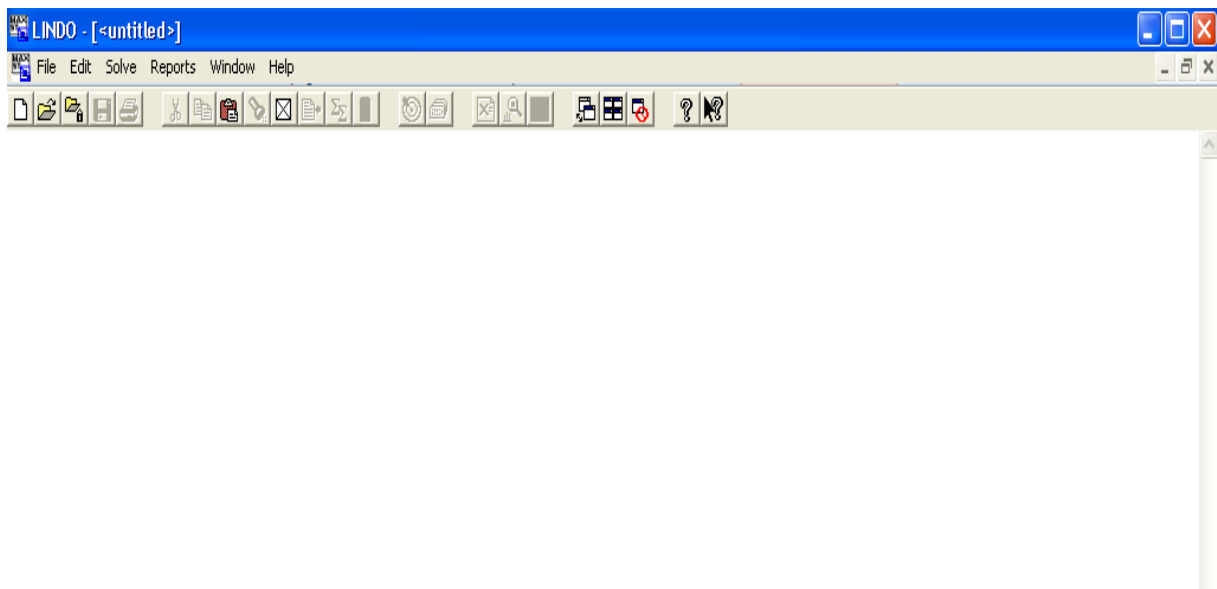
2. METODOLOGÍA

Los alumnos trabajarán individualmente en una computadora, bajo la tutoría de los jefes de práctica de laboratorio.

3. GUÍA DE LABORATORIO

LINDO para Windows

Encienda la computadora y ejecute el programa LINDO. Cuando usted inicia LINDO, el programa abre una ventana llamada <untitled>. Su pantalla debe mostrar lo siguiente.



La ventana externa rotulada LINDO es la ventana marco principal; todas las otras ventanas estarán contenidas dentro de esta ventana. La ventana LINDO también contiene todos los menús de comandos y la barra de herramientas de comandos. La ventana interior rotulada <untitled> es una ventana nueva en blanco en la que se digitan los modelos.

Ingrese el modelo:

```
MAX 20 X1 + 30 X2
SUBJECT TO
X1 < 60
X2 < 50
X1 + 2 X2 < 120
END
```

Un modelo LINDO tiene tres requerimientos mínimos, estos son: una función objetivo, variables y restricciones. La función objetivo siempre debe estar al inicio del modelo y es inicializada con MAX (para maximizar) o MIN (para minimizar). En LINDO, en el instante que usted escribe una variable en

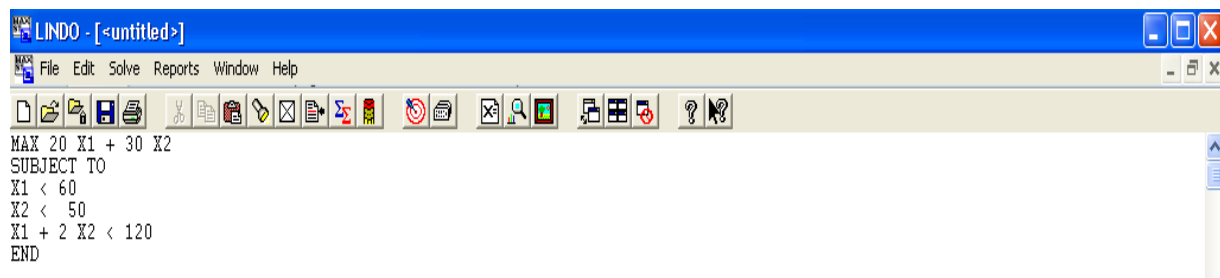
su modelo, esta existe. Usted no tiene que hacer otra cosa para crearla. El final de la función objetivo y el inicio de las restricciones es señalado con cualquiera de las siguientes expresiones:

SUBJECT TO
S.T.
ST

El final de las restricciones es señalado con la palabra END.

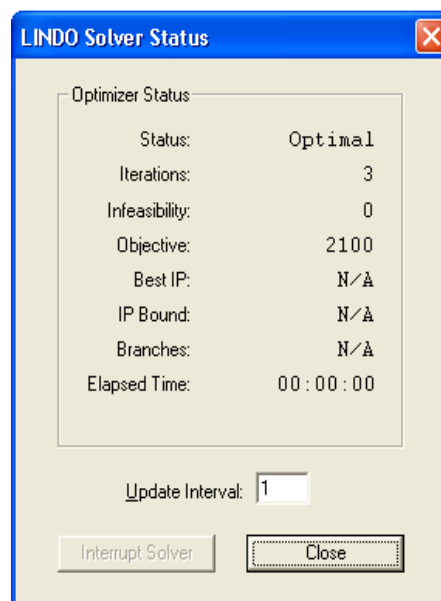
Note que a pesar de que la desigualdad estricta “<” fue ingresada en el ejemplo anterior, LINDO interpreta esto como la desigualdad floja “≤”. Usted también puede digitar “<=” o “>=”.

Después de ingresar el ejemplo, su pantalla debe lucir como la siguiente.



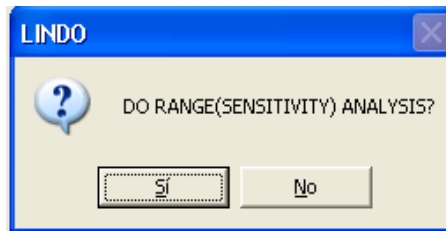
Su modelo está ahora ingresado y listo para ser resuelto. Presione el botón “Solve” (ícono de tiro al blanco), o use el comando “Solve” del menú “Solve”, o presione simultáneamente Ctrl S para resolver el modelo. LINDO comenzará a compilar el modelo, esto significa que LINDO determinará si el modelo creado tiene sentido matemáticamente y si está conforme con los requerimientos sintácticos. Si este modelo no pasa estas pruebas, usted será informado con un mensaje de error en la ventana “LINDO Error Message”. En este caso presione el botón “OK” y corrija el modelo según lo que indica el mensaje.

Si no hay errores de formulación durante la fase de compilación, entonces LINDO comenzará a resolver el modelo. Mientras resuelve, LINDO muestra la ventana “LINDO Solver Status” en su pantalla que luce como la siguiente.

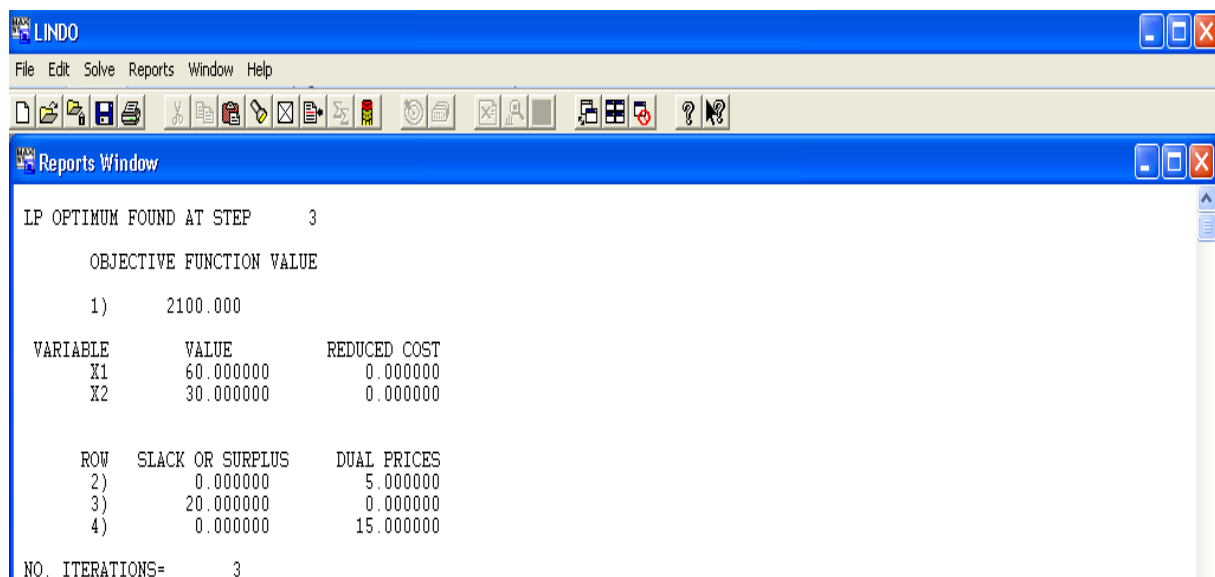


Esta ventana “LINDO Solver Status” muestra información acerca del modelo y el proceso de solución. En este punto usted será preguntado si desea hacer sensibilidad o análisis de rango (léase en la ventana siguiente DO RANGE(SENSITIVITY) ANALYSIS?). A menos que esté familiarizado con

estos conceptos, usted deberá responder “No” a esta pregunta, luego el botón “Close” para cerrar la ventana “LINDO Solver Status”.



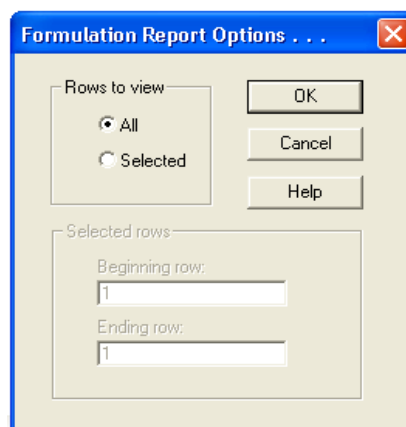
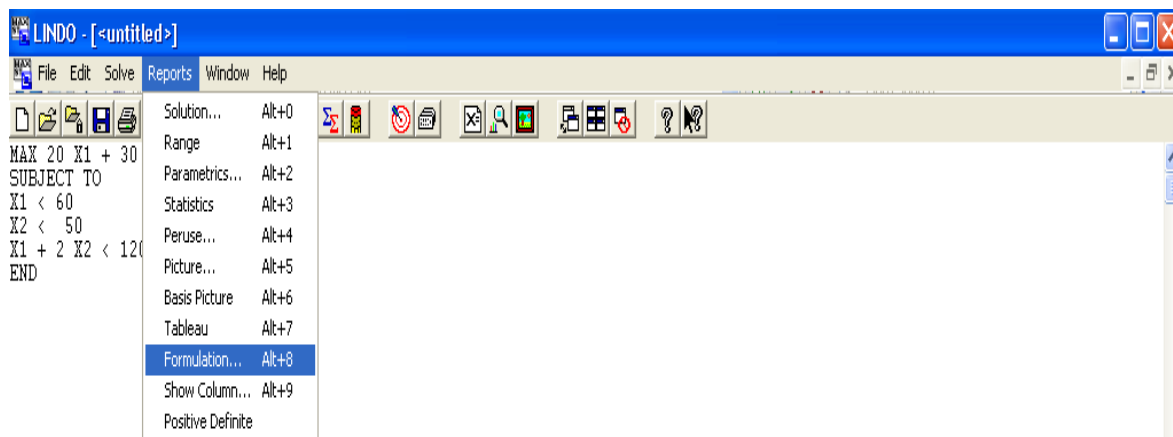
Observe la nueva ventana en su pantalla titulada “Reports Window”, esta es una ventana de reportes en donde LINDO envía todos los textos del reporte de salida. A continuación se muestra la solución de nuestro modelo el cual debe contener lo siguiente.



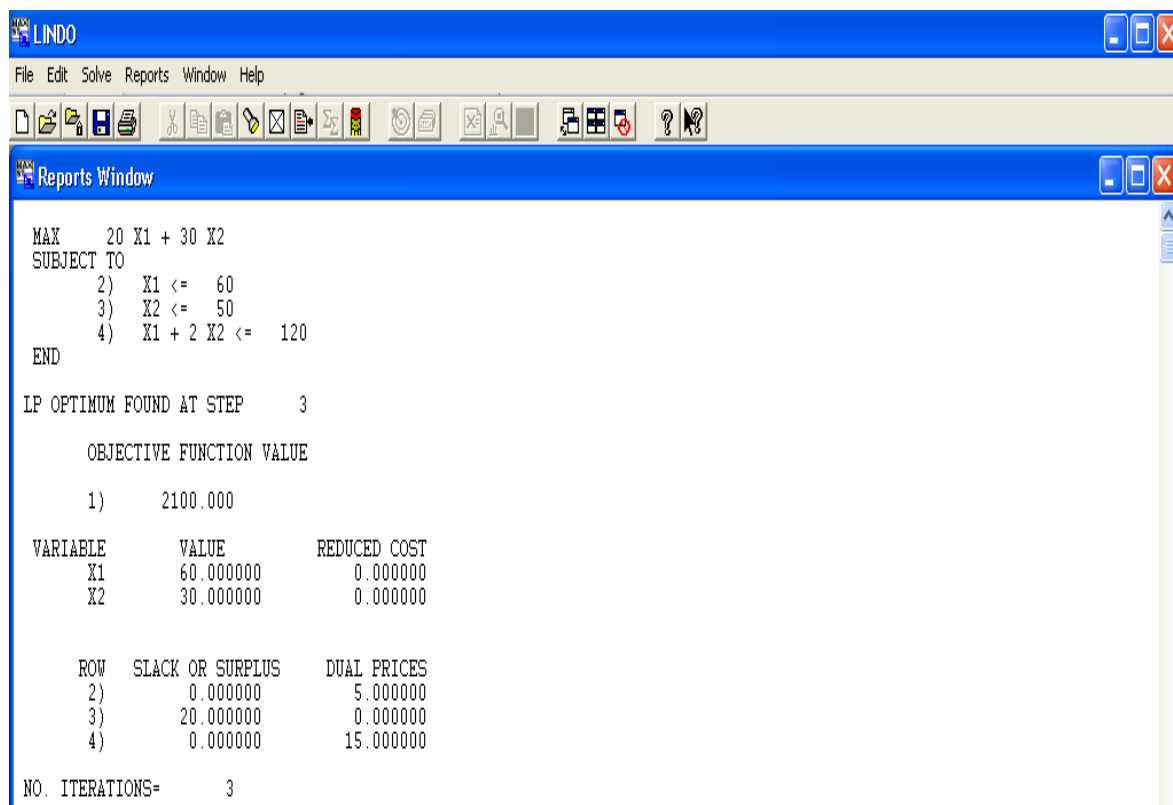
Siguiendo en orden, esta nos dice, primero que LINDO hizo tres iteraciones para resolver el modelo; segundo, que el máximo beneficio alcanzado es 2100; tercero, las variables X1 y X2 toman los valores 60 y 30, respectivamente; cuarto, no hay costos reducidos para cada variable; quinto, hay una holgura de 20 para la restricción de la fila 3; y sexto, hay precios duales de 5 y 15 para las restricciones en las filas 2 y 4 respectivamente.

Presione el botón “Save” (ícono de disquete), o use el comando “Save” del menú “File”, o presione F5, para grabar su trabajo.

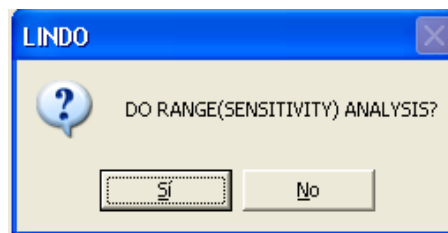
Es posible incluir la formulación del modelo en el mismo reporte de respuestas, para este fin, antes de resolver el modelo presione la opción “Reports” de la barra de herramientas y seleccione el comando “Formulation”; luego aparecerá la ventana “Formulation Report Options” en la cual seleccione la opción “All” para ver todas las restricciones y luego el botón “OK”. Observe ambas ventanas descritas a continuación.



Posteriormente en la ventana principal resolvemos el modelo y la solución aparece junto con el modelo formulado, esta presentación facilita la interpretación del reporte y se muestra a continuación.



En el curso, usted aprenderá el análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo de programación lineal; para emitir el reporte de sensibilidad resuelva el modelo presionando el botón "Solve", cuando LINDO termine de resolver el modelo emitirá la siguiente pantalla en donde deberá presionar "Sí".



Luego, se emitirá junto con la solución, el reporte de sensibilidad que empieza con el título RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED, tal como se muestra en la ventana "Reports Window" siguiente.

The screenshot shows the 'Reports Window' of the LINDO software. It displays the following information:

IP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 2100.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	60.000000	0.000000
X2	30.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	5.000000
3)	20.000000	0.000000
4)	0.000000	15.000000

NO. ITERATIONS= 3

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	20.000000	INFINITY	5.000000
X2	30.000000	10.000000	30.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	60.000000	60.000000	40.000000
3	50.000000	INFINITY	20.000000
4	120.000000	40.000000	60.000000

Ejemplo aplicativo 1

En una compañía se fabrican dos productos S y T los cuales tienen que pasar por dos operaciones de manufactura. La primera operación se realiza en el centro de maquinado 1 o 2; y la segunda en el centro de maquinado 3 o 4. Los tiempos de operación en minutos para cada centro de maquinado por unidad producida, las capacidades de dichos centros de maquinado y sus costos, se muestran en la siguiente tabla.

Centro de maquinado	1	2	3	4
Producto S	10	6	16	12
Producto T	20	8	12	10
Capacidad	4800	3600	6000	6000
Costo (\$/minuto)	0.40	0.50	0.30	0.50

Las necesidades diarias son de 600 unidades para el producto S y 300 unidades para el producto T.

El objetivo consiste en encontrar una programación de la producción que minimice los costos totales de producción de los centros de maquinado.

Definimos las variables de decisión:

X_{ij} : cantidad de unidades del producto i que pasan por el centro de maquinado j
donde $i = 1, 2$ ($1 = S, 2 = T$) y $j = 1, 2, 3, 4$.

Usando el LINDO se obtiene el siguiente reporte:

MIN 4 X11 + 8 X21 + 3 X12 + 4 X22 + 4.8 X13 + 3.6 X23 + 6 X14 + 5 X24

SUBJECT TO

2) X11 + X12 - X13 - X14 = 0

3) X21 + X22 - X23 - X24 = 0

4) X11 + X12 >= 600

5) X21 + X22 >= 300

6) 10 X11 + 20 X21 <= 4800

7) 6 X12 + 8 X22 <= 3600

8) 16 X13 + 12 X23 <= 6000

9) 12 X14 + 10 X24 <= 6000

END

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 7900.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	400.000000	0.000000
X21	0.000000	2.666667
X12	200.000000	0.000000
X22	300.000000	0.000000
X13	150.000000	0.000000
X23	300.000000	0.000000
X14	450.000000	0.000000
X24	0.000000	0.500000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	6.000000
3)	0.000000	4.500000
4)	0.000000	-10.000000
5)	0.000000	-9.833333
6)	800.000000	0.000000
7)	0.000000	0.166667
8)	0.000000	0.075000
9)	600.000000	0.000000

A continuación se formulan algunas preguntas:

1. ¿Cómo se obtiene la función objetivo?

$$0.4(10X_{11} + 20X_{21}) + 0.5(6X_{12} + 8X_{22}) + 0.3(16X_{13} + 12X_{23}) + 0.5(12X_{14} + 10X_{24}) = 4X_{11} + 8X_{21} + 3X_{12} + 4X_{22} + 4.8X_{13} + 3.6X_{23} + 6X_{14} + 5X_{24}$$

2. ¿Cuál es el costo mínimo de producción?

\$ 7900

3. ¿Cuántas unidades de S y T se producen?

$$S = X_{11} + X_{12} = X_{13} + X_{14} = 600$$

$$T = X_{21} + X_{22} = X_{23} + X_{24} = 300$$

4. ¿Cuál es el número de horas que se trabajan en cada centro de maquinado? ¿Cuál es su utilización en porcentaje?

Centro de maquinado 1

Horas utilizadas = 4000 (analice lo que significa la columna SLACK OR SURPLUS)

$$\text{Utilización} = 4000/4800 = 83.33\%$$

Centro de maquinado 2

Horas utilizadas = 3600 (analice lo que significa la columna SLACK OR SURPLUS)

$$\text{Utilización} = 3600/3600 = 100.00\%$$

Centro de maquinado 3

Horas utilizadas = 6000 (analice lo que significa la columna SLACK OR SURPLUS)

$$\text{Utilización} = 6000/6000 = 100.00\%$$

Centro de maquinado 4

Horas utilizadas = 5400 (analice lo que significa la columna SLACK OR SURPLUS)

$$\text{Utilización} = 5400/6000 = 90.00\%$$

A partir de los porcentajes calculados se concluye que los centros de maquinado 2 y 3 trabajan a su máxima capacidad.

5. ¿Cuál sería el efecto sobre los costos al aumentar los requerimientos mínimos de los productos S y T en 6 unidades?

Modificando las restricciones 4 y 5 de la siguiente manera:

$$4) \quad X_{11} + X_{12} \geq 606$$

$$5) \quad X_{21} + X_{22} \geq 306$$

Al resolver el modelo con las respectivas modificaciones, se obtiene:

MIN 4 X₁₁ + 8 X₂₁ + 3 X₁₂ + 4 X₂₂ + 4.8 X₁₃ + 3.6 X₂₃ + 6 X₁₄ + 5 X₂₄

SUBJECT TO

$$2) \quad X_{11} + X_{12} - X_{13} - X_{14} = 0$$

$$3) \quad X_{21} + X_{22} - X_{23} - X_{24} = 0$$

$$4) \quad X_{11} + X_{12} \geq 606$$

$$5) \quad X_{21} + X_{22} \geq 306$$

$$6) \quad 10 X_{11} + 20 X_{21} \leq 4800$$

$$7) \quad 6 X_{12} + 8 X_{22} \leq 3600$$

$$8) \quad 16 X_{13} + 12 X_{23} \leq 6000$$

$$9) \quad 12 X_{14} + 10 X_{24} \leq 6000$$

END

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

$$1) \quad 8019.000$$

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	414.000000	0.000000
X21	0.000000	2.666667
X12	192.000000	0.000000
X22	306.000000	0.000000
X13	145.500000	0.000000
X23	306.000000	0.000000
X14	460.500000	0.000000
X24	0.000000	0.500000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	6.000000
3)	0.000000	4.500000
4)	0.000000	-10.000000
5)	0.000000	-9.833333
6)	660.000000	0.000000
7)	0.000000	0.166667
8)	0.000000	0.075000
9)	474.000000	0.000000

El costo aumenta de \$7900 a \$8019 y se producen 606 unidades de S y 306 unidades de T.

6. ¿Qué pasaría si en el modelo original se cuentan con 100 horas menos en todos los centros de maquinado? Analice tanto los costos como la utilización de los centros de maquinado.

Modificando las restricciones 6, 7, 8 y 9:

- 6) $10 X_{11} + 20 X_{21} \leq 4700$
- 7) $6 X_{12} + 8 X_{22} \leq 3500$
- 8) $16 X_{13} + 12 X_{23} \leq 5900$
- 9) $12 X_{14} + 10 X_{24} \leq 5900$

Al resolver el modelo modificado se obtiene la siguiente solución

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 7924.167

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	416.666656	0.000000
X21	0.000000	2.666667
X12	183.333328	0.000000
X22	300.000000	0.000000
X13	143.750000	0.000000
X23	300.000000	0.000000
X14	456.250000	0.000000
X24	0.000000	0.500000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	6.000000
3)	0.000000	4.500000
4)	0.000000	-10.000000
5)	0.000000	-9.833333
6)	533.333313	0.000000
7)	0.000000	0.166667
8)	0.000000	0.075000
9)	425.000000	0.000000

Los costos aumentan de \$7900 a \$7924.16. La utilización de los centros de maquinado 2 y 3 se mantiene en 100% mientras que en el centro 1 es de $4166.67/4700 = 88.65\%$ y en el centro de maquinado 4 es de $5475/5900 = 92.79\%$.

7. Si en el modelo original todos los costos por minuto se incrementan en 10%. ¿Cuál sería el efecto en el costo y en el plan de producción?

El incremento de 10% en los costos por minuto cambiaría la función objetivo a:

$$0.44(10X_{11} + 20X_{21}) + 0.55(6X_{12} + 8X_{22}) + 0.33(16X_{13} + 12X_{23}) + 0.55(12X_{14} + 10X_{24}) = 4.4X_{11} + 8.8X_{21} + 3.3X_{12} + 4.4X_{22} + 5.28X_{13} + 3.96X_{23} + 6.6X_{14} + 5.5X_{24}$$

La solución en LINDO es:

MIN 4.4 X11 + 8.8 X21 + 3.3 X12 + 4.4 X22 + 5.28 X13 + 3.96 X23
 + 6.6 X14 + 5.5 X24

SUBJECT TO

- 2) X11 + X12 - X13 - X14 = 0
- 3) X21 + X22 - X23 - X24 = 0
- 4) X11 + X12 >= 600
- 5) X21 + X22 >= 300
- 6) 10 X11 + 20 X21 <= 4800
- 7) 6 X12 + 8 X22 <= 3600
- 8) 16 X13 + 12 X23 <= 6000
- 9) 12 X14 + 10 X24 <= 6000

END

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 8690.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	400.000000	0.000000
X21	0.000000	2.933334
X12	200.000000	0.000000
X22	300.000000	0.000000
X13	150.000000	0.000000
X23	300.000000	0.000000
X14	450.000000	0.000000
X24	0.000000	0.550000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	6.600000
3)	0.000000	4.950000
4)	0.000000	-11.000000
5)	0.000000	-10.816667
6)	800.000000	0.000000
7)	0.000000	0.183333
8)	0.000000	0.082500
9)	600.000000	0.000000

Como se puede observar el costo de producción se incrementa a \$8690 y el plan de producción, con respecto al original, no se altera.