PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

SEGUNDA GUÍA DE LINDO PARA EL LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA 1

Temas:
Los comandos GIN e INT para programación entera

1. OBJETIVOS

Al finalizar el laboratorio, el alumno podrá resolver modelos de programación lineal entera usando los comandos GIN e INT de LINDO.

2. METODOLOGÍA

Los alumnos trabajarán individualmente en una computadora con la tutoría de los jefes de práctica de laboratorio.

3. GUÍA DEL LABORATORIO

3.1 LOS COMANDOS GIN E INT DEL LINDO PARA PROGRAMACIÓN ENTERA

El comando GIN

En muchas situaciones, las variables de decisión deben tomar valores enteros porque en caso contrario no tiene sentido la solución óptima. Los programas lineales que requieren que sus variables sean enteras se denominan programas lineales enteros o de programación entera.

Un ejemplo de situaciones en donde se requiere que las variables sean enteras es el caso del diseño de una cartera de inversión, en el cual, se requiere conocer la cantidad de instrumentos financieros que deben comprarse para formar la cartera. El objetivo es maximizar el rendimiento de la inversión sujeto a políticas de inversión que controlan la exposición de la cartera al riesgo. En el ejemplo 1 se expone este caso.

Ejemplo 1

El gerente de cartera de una AFP debe invertir exactamente US$ 1 200 000 de un gran fondo de pensiones para lo cual el departamento de finanzas ha identificado seis fondos de inversión con rendimientos potenciales diferentes y riesgos asociados, como se resume en la siguiente tabla:

	FONDO					
	1	2	3	4	5	6
Precio (US$/acción)	45	75	110	15	24	20
Devolución esperada (%)	30	20	15	12	10	8
Categoría de riesgo.	Alto	Alto	Alto	Mediano	Mediano	Bajo

Una forma de controlar el riesgo es limitar la cantidad de dinero invertido en los diversos fondos. Para este fin, la gerencia financiera ha especificado las siguientes pautas:

La cantidad total invertida en fondos de alto riesgo debe estar entre 50 y 75% de la cartera.
La cantidad total invertida en fondos de mediano riesgo debe estar entre 20 y 30% de la cartera.
La cantidad total invertida en fondos de bajo riesgo debe ser al menos 5% de la cartera.

Una segunda forma de controlar el riesgo es diversificar, esto es, esparcir el riesgo invirtiendo en muchas alternativas diferentes. La gerencia financiera de la AFP ha especificado que la cantidad invertida en los fondos de alto riesgo 1, 2 y 3 deben estar en la tasa 1:2:3, respectivamente. La cantidad invertida en los fondos de mediano riesgo 4 y 5 debe ser 1:2.

El modelo de programación lineal con el objetivo de maximizar la tasa esperada de rendimiento es el siguiente:

Variables de decisión

Ni: número de acciones del fondo i a comprar. i=1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6

$$z = \text{Tasa esperada de rendimiento} = \frac{\text{rendimiento total esperado (rte)}}{\text{cantidad invertida (C)}}$$

Función objetivo

Max z = (13.5N1 + 15N2 + 16.5N3 + 1.8N4 + 2.4N5 + 1.6N6) / (1200000) ; z´ = 1200000z
Max z´ = 13.5N1 + 15N2 + 16.5N3 + 1.8N4 + 2.4N5 + 1.6N6

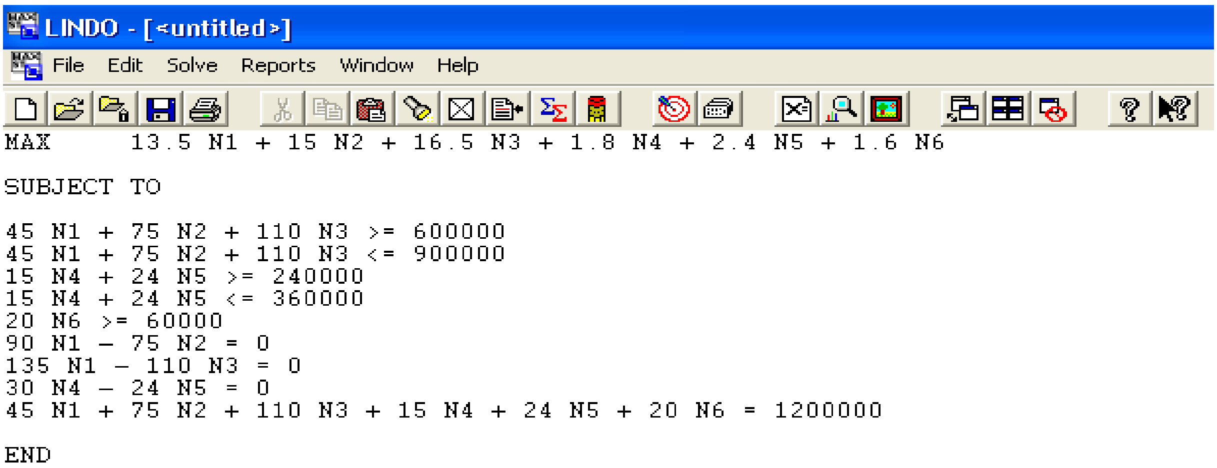
Restricciones

Alto riesgo:
45N1 + 75N2 + 110N3 ≥ 600000
45N1 + 75N2 + 110N3 ≤ 900000
Mediano riesgo:
15N4 + 24N5 ≥ 240000
15N4 + 24N5 ≤ 360000
Bajo riesgo:
20N6 ≥ 60000
Proporciones:
90N1 - 75N2 = 0
135N1 - 110N3 = 0
30N4 - 24N5 = 0
Capital:
45N1 + 75N2 + 110N3 + 15N4 + 24N5 + 20N6 = 1200000

Rango de existencia

Ni ≥ 0 ; i=1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6

Al resolver este modelo con LINDO se obtiene resultados no enteros para las variables de decisión, es una solución sin sentido y estos valores no responden a la inquietud de cuánto adquirir de cada instrumento para formar la cartera. A continuación se muestra el modelo ingresado en LINDO y la solución óptima de este programa lineal.

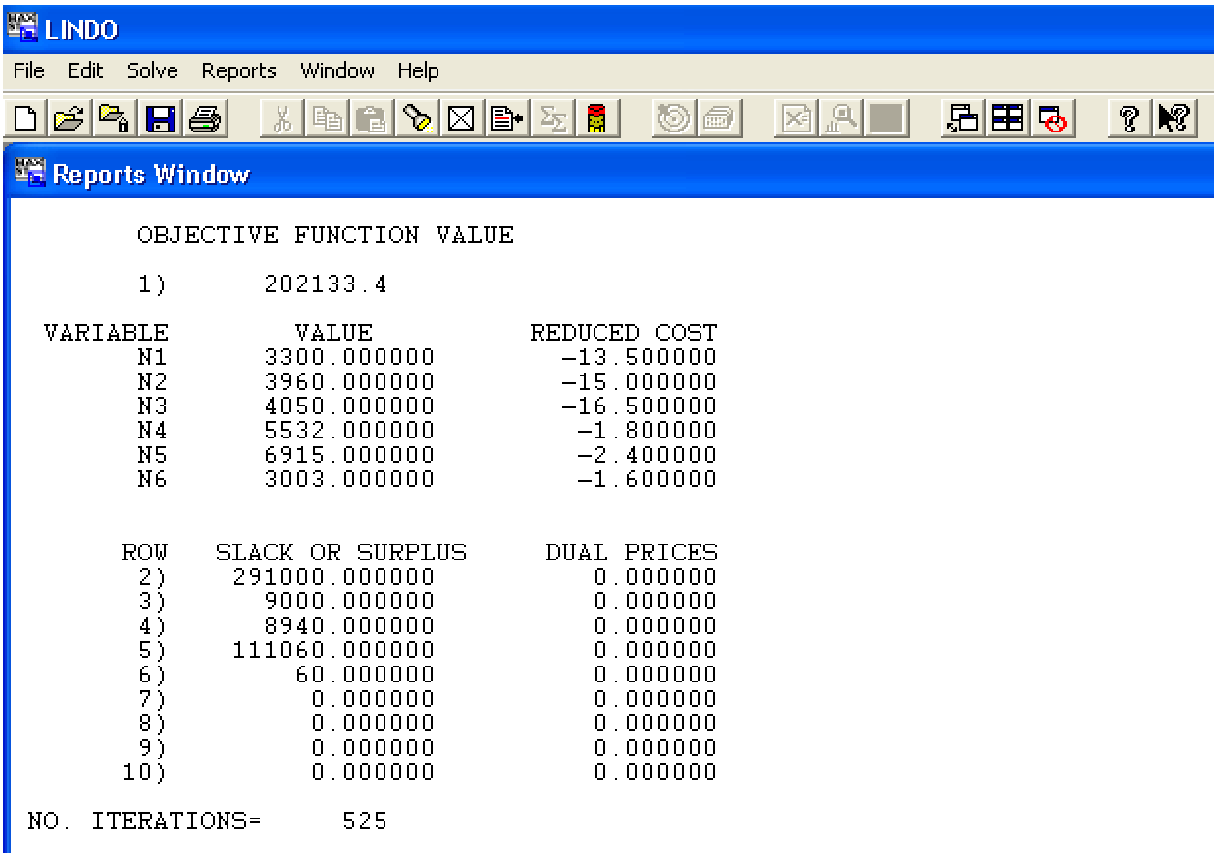



```
MAX      13.5 N1 + 15 N2 + 16.5 N3 + 1.8 N4 + 2.4 N5 + 1.6 N6

SUBJECT TO

45 N1 + 75 N2 + 110 N3 >= 600000
45 N1 + 75 N2 + 110 N3 <= 900000
15 N4 + 24 N5 >= 240000
15 N4 + 24 N5 <= 360000
20 N6 >= 60000
90 N1 - 75 N2 = 0
135 N1 - 110 N3 = 0
30 N4 - 24 N5 = 0
45 N1 + 75 N2 + 110 N3 + 15 N4 + 24 N5 + 20 N6 = 1200000

END
```

```
LINDO
File  Edit  Solve  Reports  Window  Help

Reports Window

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      202900.0

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        N1        3333.333252          0.000000
        N2        4000.000000          0.000000
        N3        4090.909180          0.000000
        N4        5333.333496          0.000000
        N5        6666.666504          0.000000
        N6        3000.000000          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)      300000.000000          0.000000
        3)           0.000000          0.000000
        4)           0.000000         -0.085000
        5)      120000.000000          0.000000
        6)           0.000000         -0.111667
        7)           0.000000         -0.008333
        8)           0.000000          0.041667
        9)           0.000000          0.006667
       10)           0.000000          0.191667

NO. ITERATIONS=       4
```

LINDO dispone del comando GIN para declarar las variables enteras en el rango de existencia; en la siguiente figura se muestra nuevamente el modelo para el ejemplo 2 y el rango de existencia usando el comando GIN ubicado después del comando END. Observe además que en la ventana “Reports Windows” la solución indica que los valores de las variables de decisión sí son enteros para este modelo de programación entera.

```
LINDO - [<untitled>]
File  Edit  Solve  Reports  Window  Help

MAX     13.5 N1 + 15 N2 + 16.5 N3 + 1.8 N4 + 2.4 N5 + 1.6 N6

SUBJECT TO

45 N1 + 75 N2 + 110 N3 >= 600000
45 N1 + 75 N2 + 110 N3 <= 900000
15 N4 + 24 N5 >= 240000
15 N4 + 24 N5 <= 360000
20 N6 >= 60000
90 N1 - 75 N2 = 0
135 N1 - 110 N3 = 0
30 N4 - 24 N5 = 0
45 N1 + 75 N2 + 110 N3 + 15 N4 + 24 N5 + 20 N6 = 1200000

END

GIN N1
GIN N2
GIN N3
GIN N4
GIN N5
GIN N6
```




```
        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      202133.4

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        N1      3300.000000        -13.500000
        N2      3960.000000        -15.000000
        N3      4050.000000        -16.500000
        N4      5532.000000         -1.800000
        N5      6915.000000         -2.400000
        N6      3003.000000         -1.600000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)    291000.000000         0.000000
        3)      9000.000000         0.000000
        4)      8940.000000         0.000000
        5)    111060.000000         0.000000
        6)        60.000000         0.000000
        7)         0.000000         0.000000
        8)         0.000000         0.000000
        9)         0.000000         0.000000
       10)         0.000000         0.000000

 NO. ITERATIONS=      525
```

Compare los resultados de los modelos de programación lineal y programación entera. Es importante resaltar que no necesariamente el redondeo de los resultados de un programa lineal es el óptimo del mismo modelo pero como programa entero, inclusive, es probable que dicho redondeo genere una solución no factible.[1]
Finalmente, en el ejemplo 2, debido a que todas las seis variables de decisión son enteras, podemos anotar GIN 6 en vez de la lista que se muestra en la figura anterior; anote usted esta opción en su editor y resuelva el modelo.

<u>El comando INT</u>

La programación entera binaria abarca modelos que requieren decisiones del tipo "sí o no" lo cual puede representarse con variables cuyos valores se restringen a 0 ó 1.

Dicha decisión a la que llamaremos "i" se puede representar por la variable de decisión Xi de esta manera:

$$Xi \begin{cases} 1\ ; & \text{si la decisión "i" es sí} \\ 0\ ; & \text{si la decisión "i" es no} \end{cases}$$

El ejemplo 2 siguiente es uno caso de asignación de recursos a trabajos, este modelo requiere que sus variables de decisión sean binarias.

Ejemplo 2

Máquinas S.A. tiene cuatro máquinas y tiene que terminar cuatro trabajos. El tiempo requerido para preparar cada máquina se muestra en la tabla siguiente.

---

[1] Si desea consultar mayor detalle sobre redondeos en programación entera revise el siguiente libro: HILLIER, F.S., LIEBERMAN, G.J. Introducción a la Investigación de Operaciones. Novena edición. México, McGraw Hill, 2010. pp.449-453.

	Horas			
	Trabajo 1	Trabajo 2	Trabajo 3	Trabajo 4
Máquina 1	14	5	8	7
Máquina 2	2	12	6	5
Máquina 3	7	8	3	9
Máquina 4	2	4	6	10

A continuación se muestra el programa entero binario con el objetivo de minimizar el tiempo total de preparación que se requiere para terminar los cuatro trabajos.

Variables de decisión

Xij : 1 , sí se asigna la máquina " i " al trabajo " j ".
0 , no se asigna la máquina " i " al trabajo " j ".

Función objetivo

Min z = 14X11 + 5X12 + 8X13 + 7X14 + 2X21 + 12X22 + 6X23 + 5X24 + 7 X31 + 8X32 + 3X33 +
+ 9X34 + 2X41 + 4X42 + 6X43 + 10X44

Restricciones

Asignación de máquina "i" al trabajo "j":
X11 + X12 + X13 + X14 = 1
X21 + X22 + X23 + X24 = 1
X31 + X32 + X33 + X34 = 1
X41 + X42 + X43 + X44 = 1

Asignación del trabajo "j" a la máquina "i":
X11 + X21 + X31 + X41 = 1
X12 + X22 + X32 + X42 = 1
X13 + X23 + X33 + X43 = 1
X14 + X24 + X34 + X44 = 1

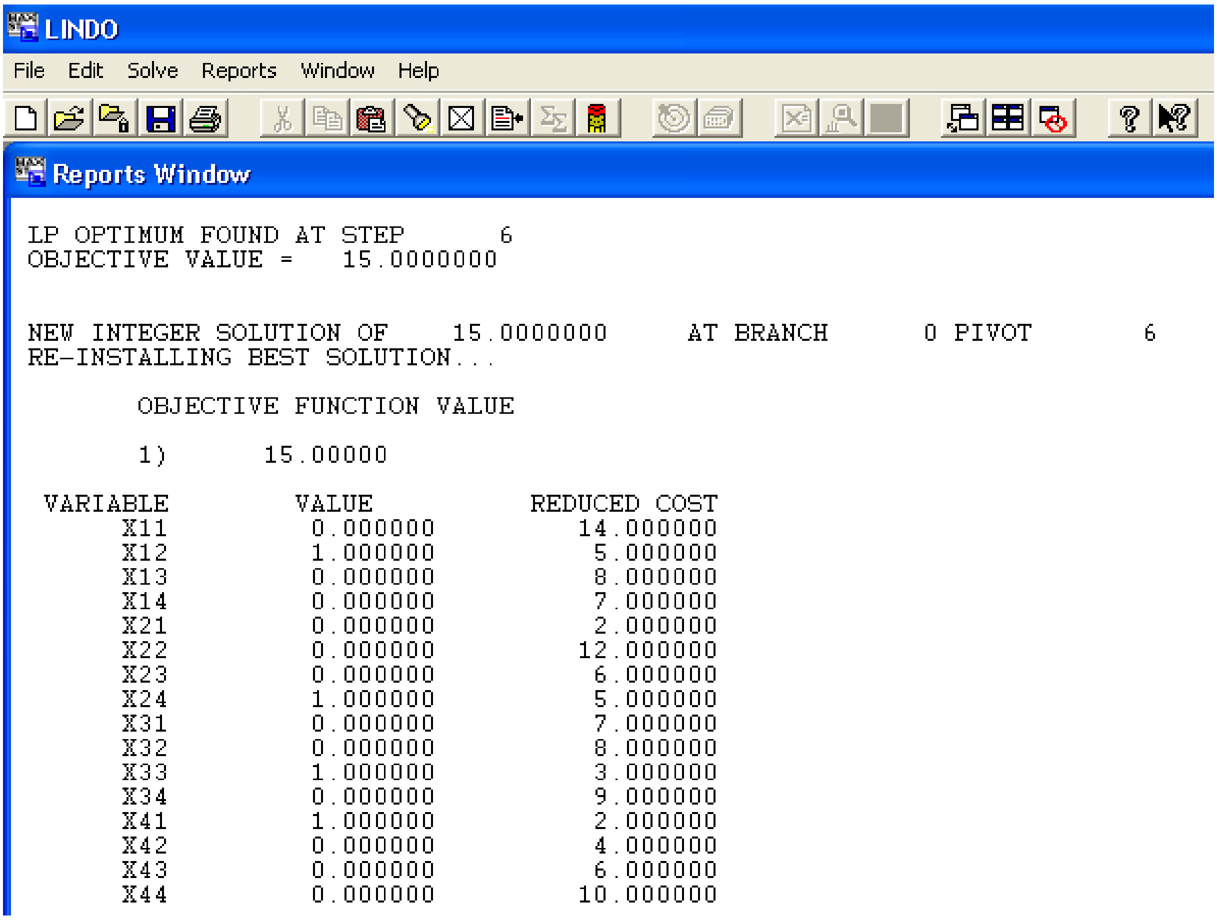
Rango de existencia

X_{ij}= 0 ó 1

LINDO dispone del comando INT para declarar las variables binarias en el rango de existencia; en la siguiente figura se muestra nuevamente el modelo para el ejemplo 3 y el rango de existencia usando el comando INT ubicado después del comando END. Observe además que en la ventana "Reports Windows" la solución indica que los valores de las variables de decisión toman únicamente los valores 0 o 1.


```
MIN      14 X11 + 5 X12 + 8 X13 + 7 X14 + 2 X21 + 12 X22 + 6 X23 + 5 X24
      + 7 X31 + 8 X32 + 3 X33 + 9 X34 + 2 X41 + 4 X42 + 6 X43 + 10 X44

SUBJECT TO

!Asignación de máquina "i" al trabajo "j":
X11 + X12 + X13 + X14 =    1
X21 + X22 + X23 + X24 =    1
X31 + X32 + X33 + X34 =    1
X41 + X42 + X43 + X44 =    1

!Asignación del trabajo "j" a la máquina "i":
X11 + X21 + X31 + X41 =    1
X12 + X22 + X32 + X42 =    1
X13 + X23 + X33 + X43 =    1
X14 + X24 + X34 + X44 =    1

END

INT X11
INT X12
INT X13
INT X14
INT X21
INT X22
INT X23
INT X24
INT X31
INT X32
INT X33
INT X34
INT X41
INT X42
INT X43
INT X44
```

En el ejemplo 3, debido a que todas las 16 variables de decisión son binarias, podemos anotar INT 16 en vez de la lista que se muestra en la figura anterior; anote usted esta opción en su editor y resuelva el modelo.




```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP        6
OBJECTIVE VALUE =    15.0000000


NEW INTEGER SOLUTION OF     15.0000000     AT BRANCH       0 PIVOT        6
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      15.00000

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
      X11         0.000000         14.000000
      X12         1.000000          5.000000
      X13         0.000000          8.000000
      X14         0.000000          7.000000
      X21         0.000000          2.000000
      X22         0.000000         12.000000
      X23         0.000000          6.000000
      X24         1.000000          5.000000
      X31         0.000000          7.000000
      X32         0.000000          8.000000
      X33         1.000000          3.000000
      X34         0.000000          9.000000
      X41         1.000000          2.000000
      X42         0.000000          4.000000
      X43         0.000000          6.000000
      X44         0.000000         10.000000
```