

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**

CUARTA GUÍA DE LINDO PARA EL LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA 1

Temas:

Resolución de modelos de programación lineal usando el método DUAL SIMPLEX en el software LINDO

1. OBJETIVOS

Al finalizar el laboratorio, el alumno podrá resolver modelos de programación lineal usando el método dual simplex en el software LINDO.

2. METODOLOGÍA

Los alumnos trabajarán individualmente en una computadora con la tutoría de los jefes de práctica de laboratorio.

3. GUÍA DEL LABORATORIO

3.1 EL MÉTODO DUAL SIMPLEX EN EL SOFTWARE LINDO

Ejemplo 1

Sea el siguiente programa lineal al que llamaremos primal:

$$\text{Max } z = 3X_1 + 2X_2 + X_3 + 4X_4$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 3X_2 + 5X_3 + X_4 \leq 8$$

$$5X_1 + X_2 - 7X_3 + 9X_4 \leq 9$$

$$4X_1 - 5X_2 + X_3 + X_4 \leq 10$$

$$5X_1 + 3X_2 + 5X_3 + X_4 \leq 9$$

$$7X_1 + X_2 + 6X_3 + 4X_4 \leq 12$$

$$X_1 + 4X_2 + X_3 + 7X_4 \leq 9$$

$$\text{Con: } X_1 \geq 0; X_2 \geq 0; X_3 \geq 0; X_4 \geq 0$$

El método dual simplex es un algoritmo para resolver programas lineales, al que llamaremos primal, cuando se verifica simultáneamente en este las condiciones de optimalidad ($Z_j - C_j \geq 0$) y no factibilidad ($X_j < 0$). Cuando dicho modelo es resuelto con este método, la primera condición de optimalidad para el primal es equivalente a decir que su dual es no factible; asimismo, la no factibilidad para el primal es equivalente a afirmar que el dual aún no está en el óptimo.

A continuación se presenta el dual del primal mostrado líneas arriba:

$$\text{Min } u = 8W_1 + 9W_2 + 10W_3 + 9W_4 + 12W_5 + 9W_6$$

$$2W_1 + 5W_2 + 4W_3 + 5W_4 + 7W_5 + 1W_6 \geq 3$$

$$3W_1 + 1W_2 - 5W_3 + 3W_4 + 1W_5 + 4W_6 \geq 2$$

$$5W_1 - 7W_2 + 1W_3 + 5W_4 + 6W_5 + 1W_6 \geq 1$$

$$1W_1 + 9W_2 + 1W_3 + 1W_4 + 4W_5 + 7W_6 \geq 4$$

$$W_1 \geq 0; W_2 \geq 0; W_3 \geq 0; W_4 \geq 0; W_5 \geq 0; W_6 \geq 0$$

Se transforma la función objetivo a una de maximización, se agrega las variables de exceso y holgura correspondientes, y al cambiar de signo a ambos lados de las restricciones a quienes se les agregó variables de exceso tenemos el siguiente modelo:

$$\text{Max } u' + 8W_1 + 9W_2 + 10W_3 + 9W_4 + 12W_5 + 9W_6 = 0$$

$$-2W_1 - 5W_2 - 4W_3 - 5W_4 - 7W_5 - 1W_6 + e_1 = -3$$

$$-3W_1 - 1W_2 + 5W_3 - 3W_4 - 1W_5 - 4W_6 + e_2 = -2$$

$$-5W_1 + 7W_2 - 1W_3 - 5W_4 - 6W_5 - 1W_6 + e_3 = -1$$

$$-1W_1 - 9W_2 - 1W_3 - 1W_4 - 4W_5 - 7W_6 + e_4 = -4$$

En la función objetivo de este dual se verifica optimalidad (todos los coeficientes son no negativos) y que la solución básica inicial es no factible, por tanto, podemos usar el método dual simplex.

Inicie el LINDO para Windows e ingrese el modelo dual mostrado el cual también se presenta a continuación en formato LINDO; note que los lados derechos son negativos con el fin de observar en la primera tabla la solución básica no factible:

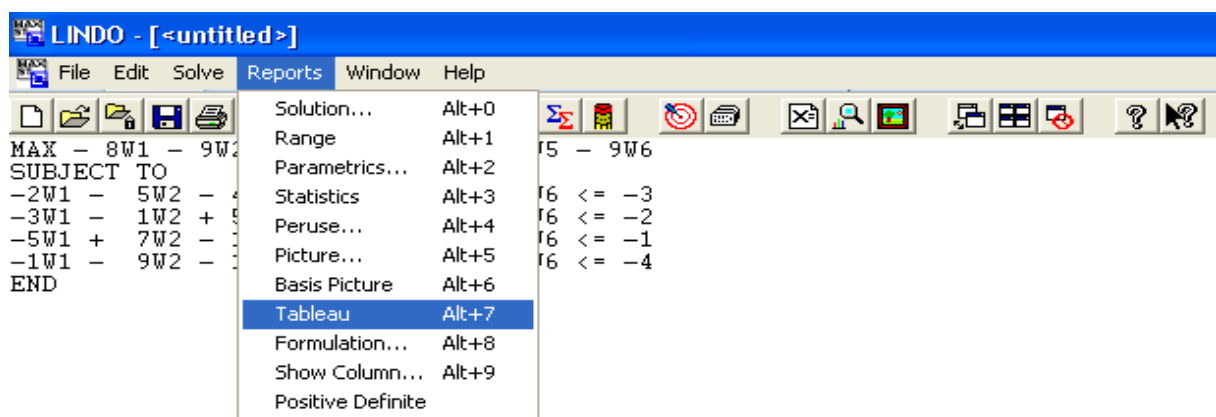
```

MAX - 8W1 - 9W2 - 10W3 - 9W4 - 12W5 - 9W6
SUBJECT TO
-2W1 - 5W2 - 4W3 - 5W4 - 7W5 - 1W6 <= -3
-3W1 - 1W2 + 5W3 - 3W4 - 1W5 - 4W6 <= -2
-5W1 + 7W2 - 1W3 - 5W4 - 6W5 - 1W6 <= -1
-1W1 - 9W2 - 1W3 - 1W4 - 4W5 - 7W6 <= -4
END

```

Tabla dual simplex inicial


Use el comando "Tableau" del menú "Reports", o presione simultáneamente las teclas Alt 7 para generar la tabla dual simplex inicial del modelo, para tal fin, observe la siguiente figura.




Luego de presionar Tableau, LINDO mostrará una ventana similar a la siguiente, esa es la primera tabla dual simplex. (La ventana está atrás, puede hacer click en dicha ventana o presionando simultáneamente Ctrl B se podrá desplazar entre las ventanas).


Observe en la primera tabla que la solución básica, cuyas variables básicas son SLK 2, SLK 3, SLK 4 y SLK 5, es no factible. Dichas variables SLK son respectivamente las variables de exceso e1, e2, e3 y e4.

1, 52, 55, 56

 **LINDO**

File Edit Solve Reports Window Help



 **Reports Window**

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	W1	W2	W3	W4	W5	W6
1	ART	8.000	9.000	10.000	9.000	12.000	9.000
2	SLK 2	-2.000	-5.000	-4.000	-5.000	-7.000	-1.000
3	SLK 3	-3.000	-1.000	5.000	-3.000	-1.000	-4.000
4	SLK 4	-5.000	7.000	-1.000	-5.000	-6.000	-1.000
5	SLK 5	-1.000	-9.000	-1.000	-1.000	-4.000	-7.000
ART	ART	-11.000	-8.000	-1.000	-14.000	-18.000	-13.000

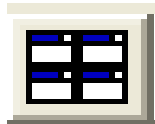
ROW	SLK 2	SLK 3	SLK 4	SLK 5
1	0.000	0.000	0.000	0.000
2	1.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	1.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	1.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	1.000
ART	0.000	0.000	0.000	0.000

A continuación se transcribe en el cuadro la tabla dual simplex.

ROW	(BASIS)	W1	W2	W3	W4	W5	W6	SLK2	SLK3	SLK4	SLK5	
1	ART	8	9	10	9	12	9	0	0	0	0	0
2	SLK 2	-2	-5	-4	-5	-7	-1	1	0	0	0	-3
3	SLK 3	-3	-1	5	-3	-1	-4	0	1	0	0	-2
4	SLK 4	-5	7	-1	-5	-6	-1	0	0	1	0	-1
5	SLK 5	-1	-9	-1	-1	-4	-7	0	0	0	1	-4

En la tabla se observa una fila con etiquetas con ART; para propósitos del método dual simplex **omite** dicha fila.

Para trabajar con mayor comodidad, presione el ícono “Tile” o simultáneamente las teclas Alt T para dividir la ventana horizontalmente o verticalmente; el ícono “Tile” está en la zona derecha de la barra de herramientas y es el siguiente:

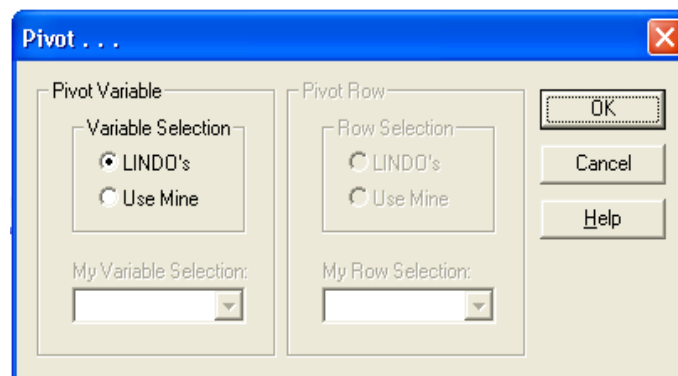


Pivoteos dual simplex

Primer pivoteo

Use el comando “Pivot...” del menú “Solve”, o presione simultáneamente las teclas Ctrl N para empezar los pivoteos del método dual simplex.

Luego aparecerá la siguiente ventana.



En esta ventana se puede seleccionar la variable que entra en “Pivot Variable” así como la variable que sale en “Pivot Row”.

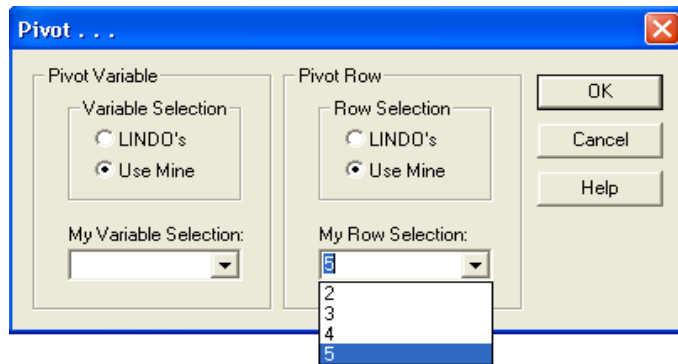
Variable que sale

En la ventana “Pivot...”, en la zona “Pivot Row”, usted seleccionará la variable que sale según la regla de salida del método dual simplex.

Para el ejemplo la variable que sale es SLK 5 (variable de exceso de la cuarta restricción, verifíquelo).

Marque el círculo de “Use Mine”¹ y se activará la ventana “My Variable Selection”, que le servirá para definir la variable que sale; en dicha opción se mostrarán todas las variables como se aprecia a continuación.

¹ Para activar “Pivot Row” primero presione “Use Mine” en la zona de Variable Selection en “Pivot Variable”.



¡Importante!

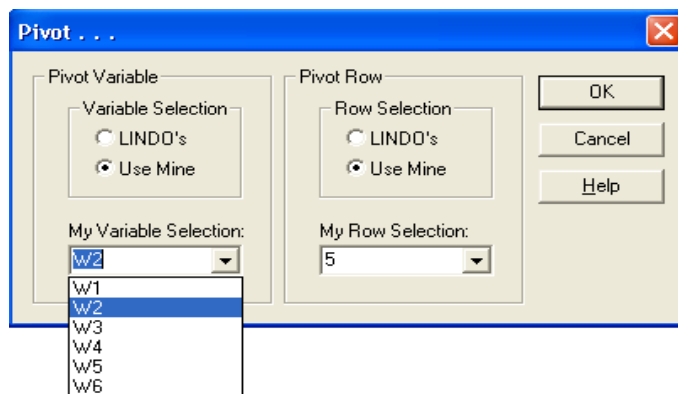
Para el método dual simplex evite usar la opción “LINDO’s” en Row Selection para seleccionar la variable que sale.

Variable que entra

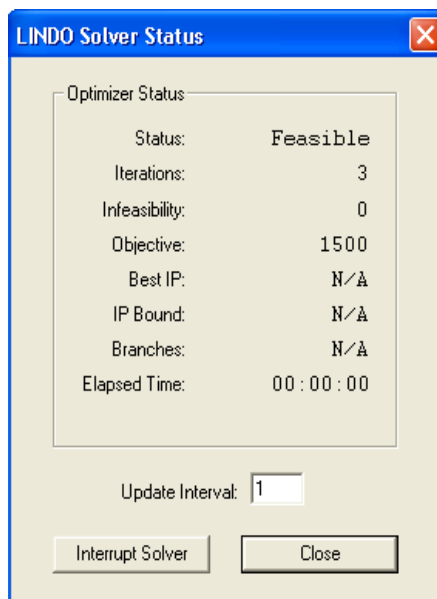
En la ventana “Pivot...” en la zona “Pivot Variable” usted seleccionará la variable que entra; previamente deberá aplicar la regla de la razón máxima del método dual simplex.

Para el ejemplo la prueba de la razón máxima indica que entra la variable W2 (verifíquelo).

A continuación se muestra dicha selección.



Presione el botón “OK” y luego el botón “Close” para cerrar la ventana “LINDO Solver Status” que a continuación se muestra; finalmente cierre la ventana “Pivot...”.



Ahora observe en la ventana "Reports Window" el siguiente mensaje:

W2 ENTERS AT VALUE 0.44444 IN ROW 5 OBJ. VALUE= -4.0000

Este mensaje indica que usted ha efectuado un pivoteo entre las variables SLK 5 (en la fila 5) y W2; dicho de otra manera, sale la variable SLK 5 e ingresa la variable W2 a la base.

Presione "Tableau" para generar la segunda tabla dual simplex, el resultado se ilustra en la figura siguiente.

THE TABLEAU

ROW (BASIS)		W1	W2	W3	W4	W5	W6
1	ART	7.000	0.000	9.000	8.000	8.000	2.000
2	SLK 2	-1.444	0.000	-3.444	-4.444	-4.778	2.889
3	SLK 3	-2.889	0.000	5.111	-2.889	-0.556	-3.222
4	SLK 4	-5.778	0.000	-1.778	-5.778	-9.111	-6.444
5	W2	0.111	1.000	0.111	0.111	0.444	0.778
ART	ART	-10.111	0.000	-0.111	-13.111	-14.444	-6.778

ROW	SLK 2	SLK 3	SLK 4	SLK 5
1	0.000	0.000	0.000	1.000
2	1.000	0.000	0.000	-0.556
3	0.000	1.000	0.000	-0.111
4	0.000	0.000	1.000	0.778
5	0.000	0.000	0.000	-0.111
ART	0.000	0.000	0.000	0.111

A continuación se transcribe en el cuadro la tabla dual simplex.

ROW	(BASIS)	W1	W2	W3	W4	W5	W6	SLK2	SLK3	SLK4	SLK5
1	ART	7.000	0	9.000	8.000	8.000	2.000	0	0	0	1.000
2	SLK 2	-1.444	0	-3.444	-4.444	-4.778	2.889	1	0	0	-0.556
3	SL4 3	-2.889	0	5.111	-2.889	-0.556	-3.222	0	1	0	-0.111
4	SLK 4	-5.778	0	-1.778	-5.778	-9.111	-6.444	0	0	1	0.778
5	W 2	0.111	1	0.111	0.111	0.444	0.778	0	0	0	-0.111

¡Importante!

No se olvide de presionar el botón "Save" (ícono de disquete), usar el comando "Save" del menú "File", o presionar F5 para salvar su trabajo, cuantas veces sea necesario.

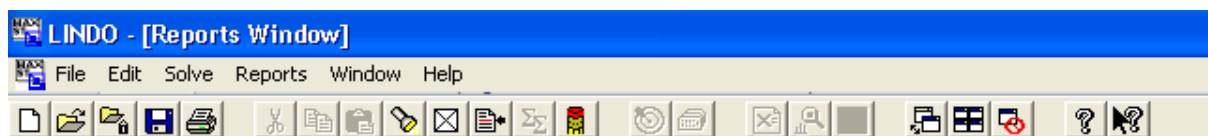
Segundo pivoteo

Aplique las reglas de salida y entrada para el método dual simplex y verifique que el segundo pivoteo es entre las variables SLK 4 (en la fila 4) y W6. Ejecute el pivoteo en LINDO de manera similar a lo explicado y luego del pivoteo usted podrá leer en la ventana "Reports Window" el siguiente mensaje:

W6 ENTERS AT VALUE 0.63793 IN ROW 4 OBJ. VALUE= -5.2759

Este mensaje indica que usted ha efectuado un pivoteo entre las variables SLK 4 (en la fila 4) y W6; dicho de otra manera, sale la variable SLK 4 e ingresa la variable W6 a la base.

Presione "Tableau" para generar la tercera tabla dual simplex, el resultado se ilustra en la figura siguiente.



THE TABLEAU

ROW	(BASIS)		W1	W2	W3	W4	W5	W6
1	ART		5.207	0.000	8.448	6.207	5.172	0.000
2	SLK	2	-4.034	0.000	-4.241	-7.034	-8.862	0.000
3	SLK	3	0.000	0.000	6.000	0.000	4.000	0.000
4		W6	0.897	0.000	0.276	0.897	1.414	1.000
5		W2	-0.586	1.000	-0.103	-0.586	-0.655	0.000
ART	ART		-4.621	0.000	-4.345	-7.621	-9.517	0.000

ROW	SLK	2	SLK	3	SLK	4	SLK	5	
1	0.000		0.000		0.310		1.241		-5.276
2	1.000		0.000		0.448		-0.207		-2.621
3	0.000		1.000		-0.500		-0.500		0.500
4	0.000		0.000		-0.155		-0.121		0.638
5	0.000		0.000		0.121		-0.017		-0.052
ART	0.000		0.000		0.569		-0.224		-2.672

A continuación se transcribe en el cuadro la tabla dual simplex.

ROW	(BASIS)	W1	W2	W3	W4	W5	W6	SLK2	SLK3	SLK4	SLK5	
1	ART	5.207	0	8.448	6.207	5.172	0	0	0	0.310	1.241	-5.276
2	SLK 2	-4.034	0	-4.241	-7.034	-8.862	0	1	0	0.448	-0.207	-2.621
3	SLK 3	0.000	0	6.000	0.000	4.000	0	0	1	-0.5	-0.500	0.500
4	W6	0.897	0	0.276	0.897	1.414	1	0	0	-0.155	-0.121	0.638
5	W2	-0.586	1	-0.103	-0.586	-0.655	0	0	0	0.121	-0.017	-0.052

3.2 ACTIVIDAD

Para el ejemplo 1 de esta guía:

- a) Continúe con los pivoteos del método dual simplex y verifique que se obtiene el óptimo en la quinta tabla y que la solución óptima es:

$$U = 7.257$$

$$W6=0.268$$

$$W5=0.125$$

$$W2=0.156$$

$$W4=0.215$$

- b) Con el teorema de holgura complementaria determine la solución del primal. Verifique sus resultados resolviendo el primal con LINDO.
- c) Finalmente, en este caso, si la solución del primal y del dual hubiesen sido efectuados con cálculos manuales sin el apoyo del LINDO; ¿considera usted que habría sido más conveniente resolver el dual y luego con el teorema de holgura complementaria obtener la solución óptima del primal? Explique con argumentos su respuesta.