

4.3 ANÁLISE COM MATERIAL LINEAR ELÁSTICO

Nesta análise preliminar considera-se tanto o poliuretano do enrijecedor, como a linha flexível com comportamento linear elástico. Um material tem comportamento elástico quando as deformações causadas por um certo carregamento desaparecem com a retirada do mesmo. A deformação inicial é proporcional à tensão, podendo-se utilizar a relação, $\sigma = E.\varepsilon$, conhecida como Lei de *Hooke*, onde o coeficiente E é denominado módulo de elasticidade do material ou módulo de *Young*.

4.3.1 Formulação

O projeto de uma conexão de topo de uma linha flexível, sujeito a um carregamento (F, α, ϕ) , foi representada por [2] pelo modelo de viga esbelta apresentado na Figura 4.4. São considerados os seguintes fatores na formulação: as seções sofrem grandes deslocamentos; trata-se de um problema de flexão; a seção varia ao longo do comprimento da viga devido ao formato cônico do enrijecedor.

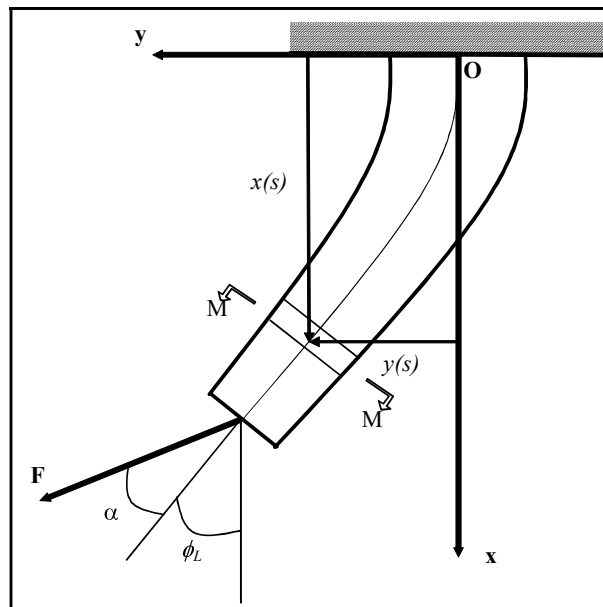


Figura 4.4. Esquema do Enrijecedor

Aplicando relações trigonométricas a um elemento infinitesimal da linha elástica, obtêm-se as seguintes relações,

$$\frac{dx}{ds} = \cos(\phi(s)) \quad (4.3.1)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin(\phi(s)) \quad (4.3.2)$$

onde s é o arco de comprimento da viga ($0 \leq s \leq L$), $[x(s), y(s)]$ são as coordenadas cartesianas da viga fletida e $\phi(s)$ é o ângulo entre a tangente e o eixo x . Além disso a curvatura $\kappa(s)$ é dada por,

$$\frac{d\phi}{ds} = \kappa(s) \quad (4.3.3)$$

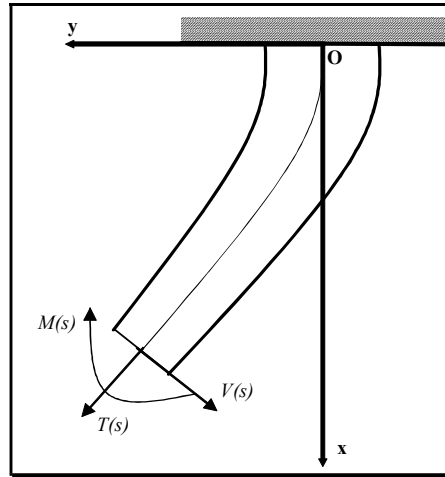


Figura 4.5. Corte na Seção Transversal

Considerando que a viga está em equilíbrio estático, as reações de forças e momentos na origem do eixo cartesiano podem ser calculadas a partir das condições de carregamento (F, α, ϕ) . Fazendo um corte na seção transversal da viga que representa o sistema linha flexível/enrijecedor, como pode ser visto na Figura 4.5, os esforços resultantes de tração ($T(s)$), cortante ($V(s)$) e momento fletor ($M(s)$) podem ser determinados.

$$V(s) = -F.Sen(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (4.3.4)$$

$$T(s) = F.Cos(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (4.3.5)$$

$$M(s) = F.Sen(\phi_L + \alpha) \left(\int_0^L Cos(\phi(s)).ds - \int_0^s Cos(\phi(s)).ds \right) - F.Cos(\phi_L + \alpha) \left(\int_0^L Sen(\phi(s)).ds - \int_0^s Sen(\phi(s)).ds \right) \quad (4.3.6)$$

Derivando a equação do momento fletor (4.3.6) com respeito à s, chega-se a seguinte relação,

$$\frac{dM(s)}{ds} = -F.Sen(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (4.3.7)$$

Sob a hipótese de que o eixo da viga se curva como um arco circular, permanecendo as seções transversais planas e normais às fibras longitudinais da viga (teoria de Euler-Bernoulli), e considerando que tanto a linha flexível quanto o enrijecedor possuem materiais isotrópicos com comportamento linear elástico, a seguinte equação constitutiva se aplica,

$$M(s) = EI(s).k(s) \quad (4.3.8)$$

onde a rigidez a flexão do sistema é descrita por,

$$EI(s) = EI_{linha} + EI(s)_{BS} \quad (4.3.9)$$

Derivando a relação constitutiva (4.3.8) com respeito à s, obtém-se,

$$\frac{dM(s)}{ds} = \frac{d(EI(s))}{ds}.k(s) + EI(s).\frac{dk(s)}{ds} \quad (4.3.10)$$

Igualando as equações (4.3.7) e (4.3.10) e manipulando algebricamente para explicitar a derivada primeira da curvatura, chega-se à,

$$\frac{dk(s)}{ds} = -\frac{1}{EI(s)} \left(\frac{d(EI(s))}{ds}.k(s) + F.Sen(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \right) \quad (4.3.11)$$

Reunindo as relações trigonométricas (4.3.1), (4.3.2) e (4.3.3), juntamente com a equação (4.3.11) obtém-se finalmente o sistema de quatro equações diferenciais ordinárias não lineares que representa o problema de valor de contorno para o caso linear elástico. São utilizadas as seguintes condições de contorno para a resolução do problema,

$$x(0) = y(0) = \phi(0) = \phi(L) - \phi_L = 0 \quad (4.3.12)$$

4.3.2 Estudo de Caso e Resultados

Opta-se por desenvolver um estudo de caso utilizando os mesmos dados utilizados por [2], de modo que os resultados possam ser comparados e validados. Estes dados são apresentados na Tabela 4.1 e a geometria ilustrada na Figura 4.6. Além destes, são apresentados os resultados obtidos por [13] em sua dissertação de mestrado, na qual realizou a modelagem em duas e três dimensões do sistema em elementos finitos e utilizou os mesmos dados de carregamento e geometria apresentados aqui, diferindo apenas no comprimento da linha flexível, que passou de 1,3 para 3,8m.

Tabela 4.1. Carregamento, propriedades e geometria

Forças na Extremidade	$F = 62,5 - 500kN$
Ângulo na Extremidade	$\phi_L = 45^\circ$
Rigidez da Linha	$E.I_{Tubo} = 10.kN.m^2$
Módulo de Elasticidade do Poliuretano	$E = 45000kPa$
Diâmetro Máximo do BS	$De = 0,65m$
Diâmetro Mínimo do BS	$Di = 0,18m$

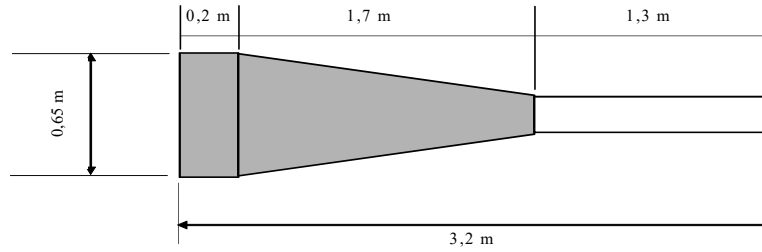


Figura 4.6. Geometria do Enrijecedor

Mesmo para o caso linear elástico não é possível a obtenção de uma solução analítica explícita ou uma aproximação geral simples para o sistema de equações diferenciais que representa o problema de valor de contorno apresentado anteriormente, somente sendo possível soluções para casos especiais, como o caso de rigidez constante (sem enrijecedor à flexão). Opta-se então por resolver o problema pelo método numérico das diferenças finitas, que resulta em um sistema de equações algébricas não lineares. A programação foi realizada utilizando-se o *software Visual Fortran* e o pacote matemático *Mathematica* para efeitos de comparação.

A seguir apresentam-se os gráficos obtidos da configuração deformada, momento fletor, deformação e curvatura ao longo do arco de comprimento obtidos na análise de cada carregamento aplicado. Para a linha flexível analisada, cuja máxima curvatura admissível é de 0,5 1/m (a partir da qual pode apresentar falha), pode-se observar que o enrijecedor em questão não satisfaz, por exemplo, a condição de carregamento imposta de 500 kN. Caberia, portanto, um novo dimensionamento do enrijecedor para prevenir possíveis falhas na linha flexível. Além disso, deve-se observar a máxima deformação a que o enrijecedor é submetida, pois esta para alguns casos de projeto, não pode ultrapassar valores superiores a 10%.

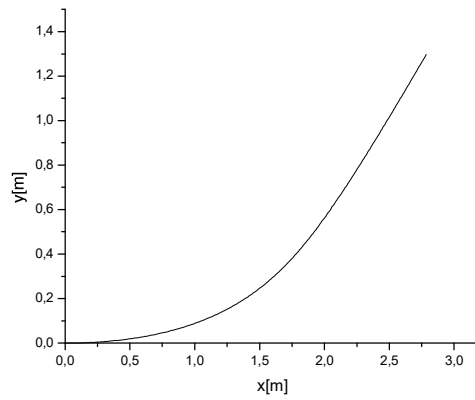


Figura 4.7. Configuração deformada
($F=62,5$ kN)

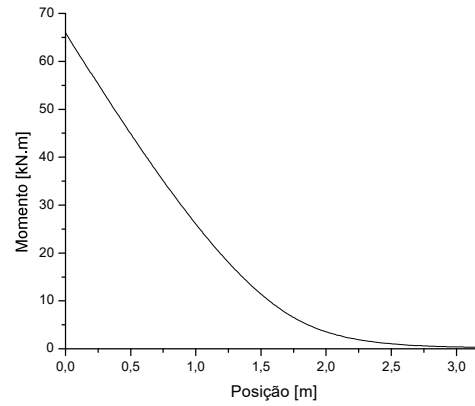


Figura 4.8. Momento x arco comprimento
($F=62,5$ kN)

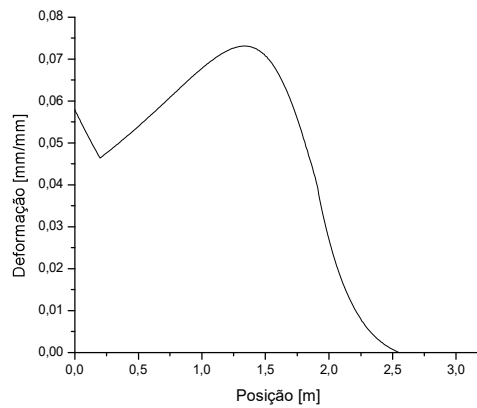


Figura 4.9. Deformação x arco
comprimento ($F=62,5$ kN)

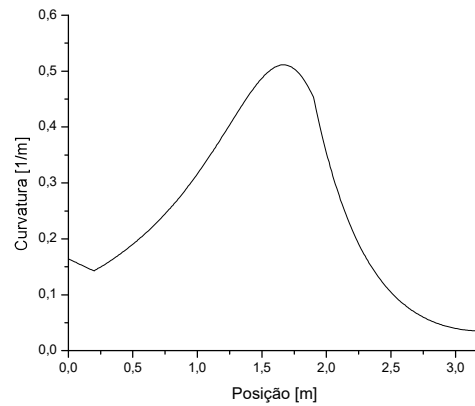


Figura 4.10. Curvatura x arco
comprimento ($F=62,5$ kN)

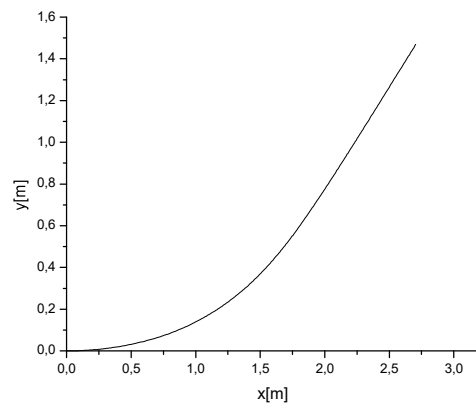


Figura 4.11. Configuração deformada
($F=125$ kN)

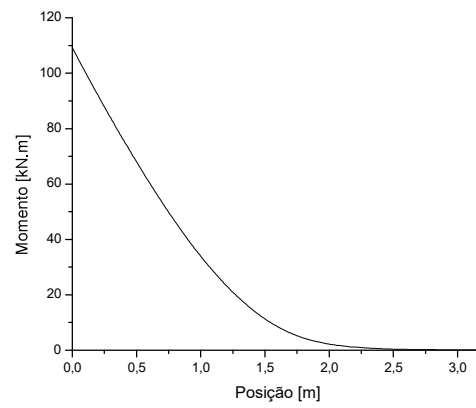


Figura 4.12. Momento x arco comprimento
($F=125$ kN)

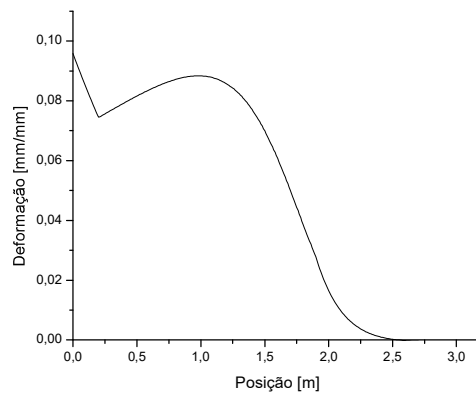


Figura 4.13. Deformação x arco
comprimento ($F=125$ kN)

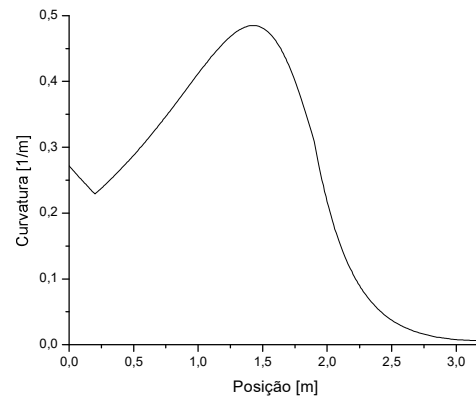


Figura 4.14. Curvatura x arco
comprimento ($F=125$ kN)