



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COLIMA

Ingeniería en sistemas Computacionales

MATERIA

Programación Lógica y Funcional.

PROFESOR

Ma. Elena Martínez Duran.

UNIDAD 3

Programación Lógica

ACTIVIDAD

A 3.1 Lógica de primer orden

ALUMNOS

Rafael Torrez Castellanos 18460697

Luis Francisco Barragán Flores 18460194

FECHA DE ENTREGA

Martes 3 de Mayo del 2022

Nombre de los alumnos: Rafael Torrez Castellanos

No. De control: 18460697

Nombre de los alumnos: Luis Francisco Barragán Flores

No. De control: 18460194

INDICE PRINCIPAL.

Introducción.....	4
1.0 Lógica de proposiciones.....	4
1.1 Proposición.....	4
1.2 Premisa.....	5
1.3 Conclusión.....	6
1.4 Inferencia.....	6
2.0 Definición formal de la lógica de primer orden.....	7
2.1 Lenguaje.....	8
2.1.1 Alfabeto.....	8
2.1.2 Reglas de construcción o sintácticas.....	9
2.1.3 Formula bien formada (fbf).....	9
2.2 Teoría de modelo.....	10
2.3 Teoría de pruebas.....	10
3.0 Universo de discurso o dominio.....	10
4.0 Variable o término.....	11
5.0 Aridad del predicado.....	11
6.0 Interpretación del predicado.....	12
7.0 Asignación de variables.....	12
8.0 Fbf valida.....	12
9.0 Fbf universalmente válida.....	12
10.0 Principio de remplazamiento.....	12
11.0 Principio de concordancia.....	12
12.0 Reglas de inferencia lógica de primer orden.....	12
12.1 Modus Ponens.....	12
12.2 Eliminación de cuantificador universal.....	13
12.3 Conjunción.....	13
12.4 Derivación.....	13
12.5 Consistencia.....	13
12.6 Completitud.....	13
12.7 Substituciones.....	13
12.8 Aplicación de una substitución.....	13
12.9 Composición.....	14
12.10 Substitución idempotente.....	14
12.11 Propiedades de las substituciones.....	14

13.0 Conclusiones.....	14
14.0 REFERENCIAS IEEE	15

Introducción

Un lenguaje es un medio con el que nos relacionamos con los demás seres y con el que expresamos pensamientos y conocimientos por medio de señales, etc. Uno de los principales lenguajes formales más representativos en el ámbito del conocimiento de la teoría computacional es el lenguaje formal de la lógica de primer orden, el cual carece de imprecisiones y al mismo tiempo posee una forma clara de representación basada en la forma y no en el contenido. Es por eso que en este reporte de investigación consiste en presentar los principales conceptos básicos de la lógica de primer orden. Todo esto con la finalidad de poder brindar los conocimientos fundamentales a dichos estudiantes o programadores y así vean lo importante que es la lógica de primer orden dentro de la computación.

1.0 Lógica de proposiciones.

La lógica de proposiciones o proposicional pretende estudiar las frases declarativas simples (enunciados o proposiciones), el cual son elementos básicos de transmisión del conocimiento humano.

[1]

Es aquella parte de la lógica que estudia las proposiciones y símbolos utilizados en la formación de nuevas proposiciones que podrán ser falsas o verdaderas.

[2]

Ejemplo de Lógica de proposiciones.

“Juan mide más de 170 cm”; “Está lloviendo”.

Ejemplo de no proposiciones.

“Juan márchate”; “Ojalá llueva mañana”

1.1 Proposición

Es la descripción del mecanismo de proponer, es decir, se refiere a la mención o idealización de una propuesta elaborada por una persona a un individuo u a una población entera. La proposición es aplicada en todo momento y para cualquier situación un ejemplo de esto “Alejandro le puso matrimonio a una mujer y la mujer le dijo que sí”. En este ejemplo antes mencionado la proposición se basa en que el novio le indica la idea a su novia de vivir juntos como esposos.

La proposición puede tener diferentes significados, por ejemplo, en el área de la matemática las proposiciones son enunciados que pueden ser considerados como verdaderos o falsos, en la gramática la proposición es una idea que es transmitida a través de un lenguaje y posee un gran valor fidedigno y en la filosofía la proposición es un producto resultante de un enunciado por una persona que afirma o que niega algo ante alguna situación.

[3]

Características de una proposición.

- Viene antes de la conclusión del argumento.
- Confirma la veracidad de un supuesto.
- Cumple con su función sólo si está en el lugar correcto dentro del argumento.
- Comprende pocas palabras.
- Puede ser verdadera o falsa.

1.2 Premisa.

Es una de las piezas principales de la lógica y representa la base de cualquier argumento, el cual permite que el mismo pueda llegar a un punto válido, el cual son considerados como proposiciones y por lo tanto su función principal es negar o afirmar una proposición falsa o verdadera.

Función de una premisa

Permite que se pueda deducir algo para que un argumento pueda llegar a una conclusión efectiva, es decir se dice si es cierto o falso lo que se está diciendo.

Tipos de premisas.

Las premisas pueden dividirse según su lugar en la estructura del argumento y según su valor de verdad.

Según su lugar en la estructura del argumento

- Premisa menor: Lo que se plantea como sujeto pasa a ser predicado en la conclusión y los datos se recopilan observando la realidad.
- Premisa mayor: Es aquella que contiene el punto central del silogismo de manera general. Su función es permitir el paso de la información dada por la premisa menor utilizando un razonamiento como puente.

Según su valor de verdad

- Falsa: cuando lo que se lee en ella no es congruente con la realidad.
- Verdadera: cuando lo que se afirma o niega es acorde con la realidad.

Indicadores de premisas

Para identificar una premisa, es necesario observar las palabras que dan inicio a la misma, en particular para poder diferenciarla de una conclusión. Dentro de las palabras clave que indican que una frase se trata de una premisa, se encuentran:

Ya que	A causa de	Se sigue de
Porque	Por el motivo de	En vista de que
En tanto que	Pues	Por las siguientes razones
Puesto que	La razón es que	Se puede derivar de
Por la razón de que	Como muestra	Se puede inferir de
Dado que	Como es indicado por	Se puede deducir de

Ejemplos de premisas

Ejemplo #1.

Si cae lluvia, se moja la calle
Llueve hoy
Por lo tanto, se moja la calle

Ejemplo #2.

Todas las mujeres son femeninas.
María es una mujer
María es femenina.

Ejemplo #3.

Si Gina come sano todos los días refuerza su estado de salud
Gina come sano diariamente
El estado de salud de Gina está reforzado.

[4]

1.3 Conclusión.

La lógica de primer orden es como un sinónimo de cálculo de predicados, el cual tiene como tarea principal el estudio de la lógica ordinaria con métodos matemáticos. La lógica clásica fue creada para razonar sobre los principios matemáticos, donde la ambigüedad y la imprecisión no son bien vistos. Cuando se aplica la lógica a ejemplos no matemáticos, lo que se debe hacer es primero crear un modelo matemático que represente de manera ideal lo que se está analizando.

[5]

1.4 Inferencia.

Es el proceso por el cual se llega a una proposición y se afirma sobre ella en base de una o más proposiciones aceptadas como un punto inicial del proceso.

[6]

Es el proceso mediante el cual se obtienen conclusiones determinadas a partir de un conjunto específico de premisas, la palabra inferencia proviene de latín el cual significa (Llevar o conducir), el cual se puede interpretar como el proceso lógico que lleva de una premisa a una conclusión. Las inferencias son el objeto principal para el estudio de la lógica, el cual son organizadas según el tipo de razonamiento empleado para obtenerlas.

Las inferencias obtenidas por deducción.

En esta inferencia por el uso de argumentos válidos permiten extraer un sentido implícito en las premisas.

Las inferencias obtenidas por inducción.

Es el proceso contrario al primero, en esta inferencia se busca una conclusión un poco más general, universal, etc, a partir de las premisas singulares.

Las inferencias obtenidas mediante la probabilidad.

Este tipo de inferencia consiste en hallar conclusiones más o menos posibles a partir de la frecuencia con que se manifiestan las premisas.

Las inferencias obtenidas mediante el razonamiento estadístico.

Este tipo de inferencia consiste que, a partir de un porcentaje conocido de elementos, concluye la posibilidad de que ciertas condiciones sean satisfechas.

Ejemplos.

- Todos los planetas conocidos son redondos y la tierra es un planeta, de modo que la tierra seguramente sea redonda.
- Si amanece todos los días, es seguro que mañana amanecerá de nuevo.
- Si de una población de 100 personas 70 no comen carne, es posible afirmar que la mayoría de la población es vegetariana.
- Si todas las cosas caen eventualmente, cuando arroje una piedra, eventualmente caerá.

[7]

2.0 Definición formal de la lógica de primer orden.

La lógica de primer orden, también llamada lógica de predicados o cálculo de predicados. Es un sistema formal diseñado para estudiar la inferencia en los lenguajes de primer orden. La mayoría de los lenguajes de programación lógica se basan en la teoría lógica de primer orden, aunque también incorporan algunos comportamientos de orden superior.

Lógica de primer orden.

El cálculo de predicados de primer orden consta de un alfabeto y de dos clases de expresiones definidas a partir de los símbolos de este alfabeto, los términos y las fórmulas.

[8]

2.1 Lenguaje.

Este elemento está asociado a la sintaxis de la lógica de primer orden y de los programas lógicos. El lenguaje de un sistema formal está dado por un conjunto de símbolos conocido como alfabeto y una serie de reglas de construcción o sintácticas.

[9]

2.1.1 Alfabeto.

El alfabeto de la lógica de predicados está formado por los siguientes símbolos:

Símbolos de variables (VAR).

Formado por las ultimas letras del alfabeto. Se utilizan subíndices $x, y, z, x_1 \dots$

Símbolos de constantes (CONS).

Primeras letras del alfabeto (minúsculas o mayúsculas).

Símbolos de función (FUNC).

Formado por las letras f, g, h, \dots se utilizan subíndices. Cada símbolo de función tiene asociado un grado o aridad que indica los argumentos que toma el símbolo de la función.

Símbolos de predicados (PRED).

Se representan mediante letras mayúsculas P, Q, R, K, \dots . También tienen asignado un grado de aridad.

Las formulas de la lógica de primer orden se construye usando:

- Conectivos lógicos: $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Parentesis: $()$
- Relación Binaria $=$.
- Variables.
- Cuantificadores: \exists (Existencial), \forall (Universal)

Conector	Símbolos
Y	\wedge
O	\vee
O Exclusive	$\underline{\vee}$
Entonces	\rightarrow
Si y solo si	\leftrightarrow
Negación	\neg

[9]

2.1.2 Reglas de construcción o sintácticas.

Es el proceso por el cual es posible organizar las palabras en un texto (oración, párrafo, texto) según sus formas y funciones en el texto. La estructura fundamental es la oración entendida como unidad sintáctica independiente con una autonomía de significado.

Pasos para crear una regla para una construcción sintáctica.

1. Es conveniente ligar las ideas entre dos o más frases.
2. Deben presentarse tales ideas según su importancia.

Ejemplo:

“El teniente Martínez tuvo que tomar el mando del batallón cuando mataron al comandante López y al capitán Rogers”.

[10]

2.1.3 Formula bien formada (fbf).

Es una cadena de símbolos construida según reglas establecidas por la sintaxis lógica. Puede ser de 2 tipos atómicas y molecular.

Reglas de la sintaxis lógica que posibilitan la construcción de fórmulas bien formadas.

- 1- Toda variable proposicional (p,q,r,s) es una fbf.
- 2- Si “p” es una fbf, entonces “-p” es también una fbf.
- 3- Si “p y q” son fbf entonces “p mayor que”, “p menor que q” etc. Son igualmente fbf.
- 4- Una cadena de símbolos es una fbf si y solo si se sigue de la aplicación de R1, R2, R3.
- 5- Una formula lógica está bien formada si y solo si existe una jerarquía claramente establecida entre sus operadores.
- 6- Una fbf tiene un nombre y este depende de su operador de mayor jerarquía.
- 7- El operador de mayor jerarquía es aquel que está libre de los signos de agrupación tales como “(),[],{}”.
- 8- Los signos de agrupación se usan cuando su omisión hace ambigua una formula.
- 9- Los operadores didácticos tienen mayor jerarquía que el operador monadico.
- 10- El operador negativo se escribe antes y no después de una formula.
- 11- El operador negativo se escribe entre dos fórmulas, si no inmediatamente a la derecha de un operador diádico.

- 12- Si un operador negativo antecede a otro operador igualmente negativo, entonces el de la izquierda tiene mayor jerarquía.

[11]

2.2 Teoría de modelo.

Este elemento está asociado a la semántica de la Lógica de Primer Orden. La teoría del modelo establece la interpretación de las fbfs en un sistema formal. Su función es relacionar las fbfs con alguna representación simplificada de la realidad que nos interesa, para establecer cuando una fbf es falsa y cuando verdadera. Esta versión de realidad corresponde a lo que informalmente llamamos “modelo”

[12]

2.3 Teoría de pruebas.

Este elemento está asociado con el razonamiento deductivo. Su objetivo es hacer de cada enunciado matemático, una fórmula demostrable y rigurosamente deducible. Para ello, la actividad matemática debería quedar reducida a la manipulación de símbolos y sucesiones de símbolos regulada por un conjunto de instrucciones dadas al respecto. Su construcción implica un subconjunto de fbf que tendrán el papel axiomas en el sistema, y un conjunto de reglas de inferencia que regulan diversas operaciones sobre los axiomas. Las fbf obtenidas mediante la aplicación sucesiva de las reglas de inferencia a partir de los axiomas se conocen como teoremas del sistema.

[12]

3.0 Universo de discurso o dominio

El dominio de discurso o también llamado universo de discurso, o simplemente dominio, es un conjunto de cosas acerca de las cuales se habla en un determinado contexto.

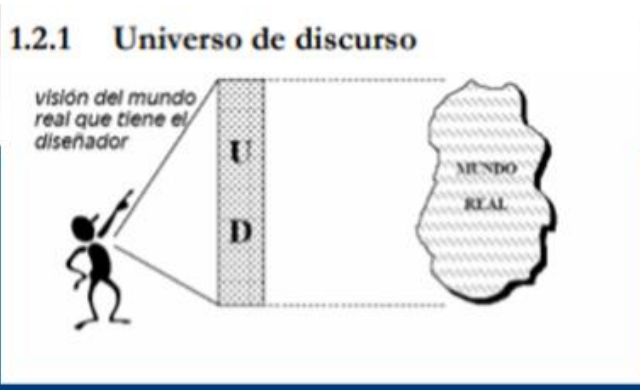
Dominio.

Dependiendo del dominio de discurso una misma proposición podrá ser verdadera o falsa.

Ejemplo.

Al decir todos son amigos.

Si se está hablando acerca de un pequeño grupo de personas, la proposición quizás sea verdadera. Pero caso contrario si se está hablando acerca de todo el mundo, entonces es falsa.



Lo que está dentro del contorno forma parte del problema y lo que está afuera no forma parte del problema.

[13]

4.0 Variable o término

La variable son objetos del universo de discurso, se suelen representar por cualquier secuencia de caracteres que inicie con una mayúscula. El cuantificador “para todo” (\forall) nos permite expresar hechos acerca de todos los objetos en el universo del discurso, sin necesidad de enumerarlos.

Por otro lado, el cuantificador “Existe” (\exists) nos permite expresar la existencia de un objeto en el universo de discurso con cierta propiedad en particular.

Ejemplo.

$\exists x \text{ Libre } (x) \wedge \text{ en la mesa } (x)$

Expresa que hay al menos un objeto que no tiene bloques sobre él y se encuentre sobre la mesa.

[12]

5.0 Aridad del predicado

El número de elementos en la lista de predicados se llama la aridad del predicado.

Ejemplo

madre(Juana, María) tiene una aridad de 2.

La aridad de un predicado es fija.

Un predicado no puede tener 2 argumentos en un caso y 3 en otro.

Un predicado con aridad n se llama un predicado de n -plazas. Un predicado de una plaza se llama una propiedad.

El predicado “es un gato”, es un predicado de una plaza, o una propiedad.

El predicado “es mamá de” es un predicado de dos plazas.

Nombre de los alumnos: Rafael Torrez Castellanos

No. De control: 18460697

Nombre de los alumnos: Luis Francisco Barragán Flores

No. De control: 18460194

[14]

6.0 Interpretación del predicado

Es una función a la cual se le asignan valores de verdad a las variables proposicionales de una fbf.

7.0 Asignación de variables

Se considera como una función en la cual se asignan las variables del lenguaje a objetos en el universo de discurso.

8.0 Fbf valida

Se dice que una fbf es válida si y sólo si esta satisface completamente la interpretación, fórmula válida y asignación de variables. Las fórmulas son válidas en virtud de su estructura lógica, al igual que en el caso proposicional y no proveen información sobre el dominio descrito. Por ejemplo:

$p(X) \vee \neg p(X)$ es una fbf válida.

9.0 Fbf universalmente válida

Es aquella fbf la cual es válida en todo modelo o cuando esta satisface todas las asignaciones posibles de variable.

10.0 Principio de remplazamiento

El principio de remplazamiento es cuando en la función de una variable cualquiera es casi igual a la asignación de variables, por lo que se remplazara por una fbf en la que se evaluaran ambas variables.

11.0 Principio de concordancia

Si en dos asignaciones de variables ambas concuerdan en todas las variables libres en una fbf, en el caso de que la variable que tiene como referente al lenguaje del sistema formal no contenga variables libres entonces se cumplirá la concordancia para cualquier valor que adquieran ambas asignaciones de variables

12.0 Reglas de inferencia lógica de primer orden

12.1 Modus Ponens

También conocida como regla de eliminación de la implicación. Esta regla indica que siempre que las fbfs de la forma α y $\alpha \Rightarrow \beta$ pertenezcan a las premisas o sean concluidas a partir de ellas, podemos inferir β , es decir que si conocemos el estado de verdad de la primera podemos determinar el de la segunda.

$$\frac{\alpha \quad \alpha \Rightarrow \beta}{\beta} \quad (\Rightarrow E)$$

12.2 Eliminación de cuantificador universal

Esta regla nos indica que cuando una fbf cuenta con el cuantificador universal de una respectiva variable la cual ha sido derivada de las premisas, se puede convertir en una fbf al sustituir esa variable por un término que sea libre con respecto a la variable.

$$\frac{\forall X \alpha(X)}{\alpha(t)} \quad (\forall E)$$

12.3 Conjunción

Esta regla se trata de un análisis de dos fbf las cuales pertenecen a la misma premisa o que estas sean concluidas a partir de ellas y al unir las con el operador de conjunción se sabe que se obtendrá una fórmula igualmente válida.

$$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta} \quad (\wedge I)$$

12.4 Derivación

La derivación es la regla que explica que cualquier fbf puede ser derivada de otra fbf, es también una consecuencia lógica de ésta última, siendo la consecuencia lógica la relación de las premisas con la conclusión.

12.5 Consistencia.

Se dice que un cálculo es consistente si para toda fbf que se deriva en el cálculo es una verdad lógica.

12.6 Completitud

Se dice que un cálculo es completo si toda verdad lógica puede deducirse en el cálculo, siendo este el inverso a la consistencia.

Substituciones, aplicación de una substitución, composición, substitución idempotente, propiedades de las substituciones.

12.7 Substituciones

Es un conjunto finito de pares las cuales tienen asignaciones de términos a variables, que tratan de hacer más generales las cláusulas o más específicas para un caso en particular.

12.8 Aplicación de una substitución

Es la fbf de obtenida al substituir o remplazar con cada término su respectiva ocurrencia en las variables.

12.9 Composición

Sean θ y σ dos substituciones de la forma:

$$\theta = \{X1/s1, \dots X_m/s_m\}$$

$$\sigma = \{Y1/t1, \dots Y_n/t_n\}$$

La composición θ se obtiene a partir del conjunto:

$$\{X1/s1, \dots X_m/s_m, \sigma, Y1/t1, \dots Y_n/t_n\}$$

de la manera siguiente:

eliminar todas las X_i/s_i σ para las que $X_i = s_i$ σ ($1 \leq i \leq m$) y

eliminar también aquellas Y_j/t_j para las cuales $Y_j \in \text{Dom}(\theta)$ ($1 \leq j \leq n$).

Por ejemplo:

$$\{X/f(Z), Y/W\} \{X/a, Z/a, W/Y\} = \{X/f(a), Z/a, W/Y\}$$

12.10 Substitución idempotente

Se dice que una substitución es idempotente si y solo si el dominio y el rango de la substitución son disjuntos.

12.11 Propiedades de las substituciones.

Las substituciones son asociativas: Lo cual nos indica que, aunque se agrupen de forma distinta se obtiene el mismo resultado, pero estas no son conmutativas por lo cual nos indica que se va a mantener una igualdad entre ambas partes.

$$E(\theta\alpha) = (E\theta)\alpha$$

[15]

13.0 Conclusiones

Torrez Castellanos Rafael: Como conclusión personal sobre este reporte de investigación es que primeramente aprendí a identificar los conceptos importantes que engloban el tema de la lógica de primer orden, el cual tiene como objetivo que nosotros primero sepamos la teoría para luego poder realizar programas computaciones y así ver la funcionalidad que tiene cada concepto en específico. Hubo uno que otro concepto que si me acordaba ya que lo había visto en la materia de matemáticas discretas.

Luis Francisco Barragán Flores: Como conclusión puedo decir que, este primer encuentro que tengo con la programación lógica me recordó a las experiencias y traumas que tuve con matemáticas discretas y con lenguajes autómatas I y II, ya que en si es bastante parecido en la forma de trabajar con sus reglas e inferencias obviamente con sus distinguidas diferencias, a decir verdad se me hizo un poco complicado entender las definiciones ya que aun no

estoy muy relacionado con algunos símbolos que se usan aquí, además tampoco me he acostumbrado del todo a su terminología.

14.0 REFERENCIAS IEEE

- [1] A. I. .. F. M., «Lógica proposiciones,» de *Resolución proposicional*, Oviedo, España, Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Informática de Oviedo, 1998, p. 48.
- [2] k. Gomez, «Lógica Proposicional, Prezi,» Prezi, 23 Noviembre 2012. [En línea]. Available: <https://prezi.com/3w4uooy8p0m9/logica-proposicional/>. [Último acceso: 02 Mayo 2022].
- [3] «ConceptoDefinición Proposición,» ConceptoDefinición , 20 Marzo 2021. [En línea]. Available: <https://conceptodefinicion.de/proposicion/>. [Último acceso: 02 Mayo 2022].
- [4] G. Calderón, «Premisa, Euston,» Euston, 20 Abril 2022. [En línea]. Available: <https://www.euston96.com/premisa/>. [Último acceso: 02 Mayo 2022].
- [5] H. D. Á. Delgado, «Resumen Lógica de Primer Orden,» Library , 27 Noviembre 2017. [En línea]. Available: <https://1library.co/document/qmv4ll8q-resumen-logica-de-primer-orden.html>. [Último acceso: 03 Mayo 2022].
- [6] J. L. Fernandez, «Ciencias computacionales,» INAOE, 2003, p. 48.
- [7] «Inferencia concepto,» Etecé, 05 Agosto 2021. [En línea]. Available: <https://concepto.de/inferencia/>. [Último acceso: 03 Mayo 2022].
- [8] D. Pacheco, «Lógica de primer orden, prezi,» prezi, 28 Octubre 2015. [En línea]. Available: <https://prezi.com/jkx3jgvosjyt/logica-de-primer-orden/>. [Último acceso: 02 Mayo 2022].
- [9] E. P. R. Orozco, «Exposicion Logica de primer orden,» Academia.edu , [En línea]. Available: https://www.academia.edu/35119927/Exposicion_Logica_de_primer_orden. [Último acceso: 03 Mayo 2022].
- [10] F. Vera, «Construcción Sintáctica,» Prezi, 13 Mayo 2015. [En línea]. Available: https://prezi.com/_xhdxjdww4u5/construccion-sintactica/. [Último acceso: 03 Mayo 2022].
- [11] M. Diaz, «Lógica,» prueba-logica.blogspot.com, 19 Octubre 2009. [En línea]. Available: <http://prueba-logica.blogspot.com/2009/10/reglas-de-formacion-de-formulas-logicas.html>. [Último acceso: 02 Mayo 2022].
- [12] A. G. Hernandez, Logica de primer Orden, Venezuela: Universidad veracruzana, departamento de inteligencia artificial, 2011.

- [13] I. Zillo, «Universo del Discurso, prezi,» Prezi , 01 Junio 2018. [En línea]. Available: https://prezi.com/p/8222h7ya8mp_/universo-del-discurso/. [Último acceso: 03 Mayo 2022].
- [14] «Lógica de predicados,» de *cs.buap.mx*, p. 30.
- [15] A. G. Hernández, «Programación Lógica,» 10 Septiembre 2020. [En línea]. Available: <https://www.uv.mx/personal/aguerra/files/2020/09/pia-02.pdf>. [Último acceso: Mayo 03 2022].