

Luis Filipe Correia Couto

Turma: PL6

Nmc: 89078

Neste relatório irei explicar qual o tema do trabalho 3 de Simulação e Modelação que eu escolhi, em que ele consiste e os métodos que usei para resolver os vários problemas que se apresentam.

Parte Introdutória

Para este trabalho, decidi estudar a distância total que um veículo demora a parar, a partir do momento em que o condutor avista o objeto na estrada até que o carro esteja totalmente parado.

Para o problema não ser tão linear e de modo a conseguir uma melhor análise, introduzi diferentes variáveis e condições que podem afetar os valores finais.

As variáveis introduzidas foram:

- Velocidade do veículo
- Coeficiente de atrito cinético
- Tipo de pavimento
- Condição do pavimento
- Idade do condutor

Ao longo deste trabalho vão ser usadas fórmulas, sendo elas:

- Energia cinética $\rightarrow E_c = \frac{1}{2} m \times v^2$ (1)

- Força aplicada $\rightarrow F = m \times a$ (2)

- Trabalho de uma força $\rightarrow W = F \times \Delta S \times \cos \theta = m \times a \times \Delta S \times \cos \theta$ (3)

- Velocidade $\rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (4)

Temos que m é a massa ; v é a velocidade ; a é a aceleração ; ΔS é o deslocamento ; θ é ângulo entre a força e o deslocamento ; Δx é a distância percorrida ; Δt é o espaço de tempo

Análise do problema

De modo a podermos modelar este problema e aplicar as técnicas de computação aprendidas, é necessário fazer primeiro uma análise física e matemática do que ocorre.

Para calcularmos a distância de paragem total, vamos dividir a análise em três partes.

Parte 1 – Distância de travagem

Sabemos que um veículo em movimento tem um certo valor de energia cinética e que quando travamos, os travões produzem um certo valor de trabalho.

Para um veículo parar totalmento, o trabalho realizado pelos travões tem que anular a energia cinética que o carro tinha no momento de travagem.

Após o momento inicial de travagem, existe entre as superfícies (pneus e pavimento) um movimento relativo, pelo que temos de introduzir o coeficiente de atrito cinético na equação (3).

A força exercida no carro em movimento tem direção e sentido igual ao deslocamento, pelo que $\theta = 0$ e consequentemente $\cos 0 = 1$.

Sabendo isto e com recurso às fórmulas anteriores, temos:

$$\begin{aligned} W = E_c &\equiv \mu \times F \times \Delta S \times \cos \theta = \frac{1}{2} m \times v^2 \equiv \mu \times m \times a \times \\ \Delta S \times \cos \theta &= \frac{1}{2} m \times v^2 \equiv \mu \times m \times a \times \Delta S = \frac{1}{2} m \times v^2 \equiv \\ &\equiv \Delta S = \frac{v^2}{2 \times \mu \times a} \quad (5) \end{aligned}$$

Neste caso consideramos ΔS como a distância de travagem e a como a aceleração da gravidade, ou seja, $9,8 \text{ m/s}^2$.

O valor de μ vai depender do tipo de pavimento e da sua condição, pelo que no programa é apresentada ao utilizador a seguinte tabela:

	Asfalto	Betão	Terra
Seco	0.7	0.75	0.65
Molhado	0.25	0.45	0.5
Neve	0.15	0.15	0.15
Gelo	0.07	0.07	0.07

Tabela (1) – Tipos de pavimento e suas condições com os respectivos valores do coeficiente de atrito cinético μ

Parte 2 – Distância de reação

De modo a calcular a distância de paragem, temos de ter em conta a distância que o carro percorre desde o momento em que o condutor vê o objeto na estrada até ao momento em que ele pisa o travão.

Para calcular esta distância vamos usar a equação (4):

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \Delta x = \Delta t \times v \quad (6)$$

Neste caso consideramos Δx como a distância de reação e Δt como o tempo de reação do condutor.

Dado que o tempo de reação do condutor é concordante com a sua idade, é apresentada ao utilizador do programa a seguinte tabela:

Idade	TempoReacao
'18-30'	0.7
'30-50'	0.9
'50-70'	1.1
'70-90'	2

Tabela (2) – Tempo de reação do condutor de acordo com a sua idade

Parte 3 – Distância de paragem

Para obtermos o valor da distância de paragem, temos de somar o valor da distância de travagem ao valor da distância de reação, sendo que obtemos a seguinte expressão:

$$Distância_{total} = \Delta x + \Delta S = \Delta t \times v + \frac{v^2}{2 \times \mu \times a} \quad (7)$$

- Δt = Tempo de reação do condutor
- μ = Coeficiente de atrito cinético tabelado
- v = Velocidade do veículo
- $a = 9,8 \text{ m/s}^2$

Breve explicação do código

Nesta parte do trabalho vou dar uma breve explicação sobre o que cada script faz:

- **Principal** – Apresenta duas tabelas e pede 4 inputs ao utilizador (tipo de pavimento, condições do pavimento, idade do condutor e velocidade do veículo), sendo que no final apresenta a distância de reação, a distância de travagem e a distância de paragem.
- **DistanciaReacao** – Função com 2 argumentos que calcula a distância de reação.
- **DistanciaTravagem** – Função com 2 argumentos que calcula a distância de travagem.
- **TabelaValores** – Função sem argumentos que dá print, no script **Principal**, à tabela (1).
- **TabelaTempos** – Função sem argumentos que dá print, no script **Principal**, à tabela (2).
- **TravagemVelocidade** – Script que faz plot do gráfico (1).
- **TravagemCoeficiente** – Script que faz plot do gráfico (2).
- **TravagemCoeficienteVelocidade** – Script que faz plot do gráfico (3).
- **ReacaoVelocidade** – Script que faz plot do gráfico (4).
- **ReacaoTempo** – Script que faz plot do gráfico (5).
- **ReacaoTempoVelocidade** – Script que faz plot do gráfico (6).
- **VariacaoTotal** – Script que faz o plot do gráfico (7).

Conclusões

Para poder tirar conclusões, vou agora estudar como a velocidade, o tempo de reação e o coeficiente de atrito cinético afetam as distâncias de reação/travagem e no final vou associar tudo de modo a tirar conclusões quanto á distância de paragem.

Parte 1 – Distância de travagem em função da velocidade/coeficiente de atrito cinético

Pela fórmula (5) sabemos que a distância de travagem varia em função da velocidade e do coeficiente de atrito cinético por isso temos 3 situações para estudar:

- 1.1 – Para estudar só em função da velocidade temos que considerar o coeficiente de atrito cinético como constante. Para este caso vou usar o valor $\mu = 0.5$.
- 1.2 – Para estudar só em função do coeficiente de atrito cinético temos que considerar a velocidade como constante, sendo que eu estabeleci o seu valor como 100km/h, ou seja, $\frac{250}{9}$ m/s.
- 1.3 – Para estudar em função de ambas as variáveis, temos que fazer um gráfico em 3D.

Fazendo o plot dos dois gráficos em função de cada variável, temos:



Gráfico(1)



Gráfico (2)

Quanto á distância de travagem em função de cada variável, podemos então concluir:

- Quanto maior é a velocidade, maior vai ser a distância de travagem (Gráfico 1). Sabendo a fórmula (5), podemos ainda dizer que este aumento é diretamente proporcional ao quadrado do aumento da velocidade. Se a velocidade aumentar 2 vezes, a distância aumenta 4 vezes e assim sucessivamente.
- Quanto menor é o coeficiente de atrito cinético, maior vai ser a distância (Gráfico 2). Quando o valor do coeficiente se aproxima muito de 0, temos $\Delta S = \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{c}{2 \times \mu \times a} = +\infty$ logo podemos também concluir que o valor do coeficiente nunca pode ser 0.

Fazendo o plot 3D para as duas variáveis, temos:

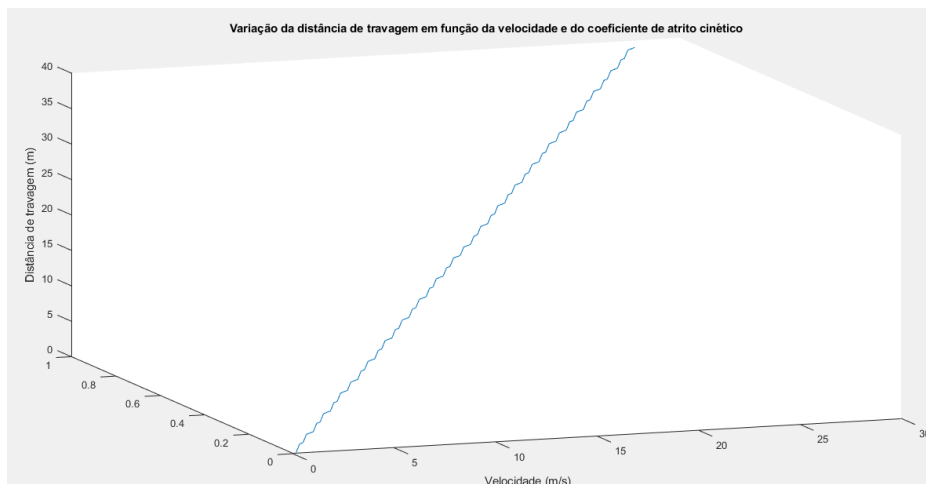


Gráfico (3)

Quanto á distância de travagem em função das duas variáveis, podemos concluir que:

- A velocidade e o coeficiente têm comportamentos inversos.
- Se a velocidade aumentar e o coeficiente diminuir, a distância aumenta muito depressa, pois é nestas condições que a fórmula (5) toma os maiores valores.
- Se a velocidade aumentar e o coeficiente aumentar, a distância aumenta mais lentamente que no caso anterior, mas aumenta pois a maior potência é que determina o valor e quem tem maior grau é a velocidade.

- Se o valor do coeficiente é infinitamente próximo de 0 e a velocidade maior que 1, a distância aumenta tão rápido que os seus valores tendem para $+\infty$

Parte 2 – Distância de reação em função da velocidade/ tempo de reação

Pela fórmula (6) sabemos que a distância de reação varia em função da velocidade e do tempo de reação do condutor por isso temos 3 situações para estudar:

1.1 – Para estudar só em função da velocidade temos que considerar o tempo de reação do condutor como constante. Para determinar o seu valor, vou fazer a média:

$$\bar{T}_r = \frac{0,7+0,9+1,1+2}{4} \cong 1,18$$

1.2 – Para estudar só em função do tempo de reação temos que considerar a velocidade como constante, sendo que eu estabeleci o seu valor como 100km/h, ou seja, $\frac{250}{9}$ m/s.

1.3 – Como é uma função de duas variáveis, temos que fazer um gráfico em 3D, tal como no exemplo anterior.

Fazendo o plot dos dois gráficos em função de cada variável temos:

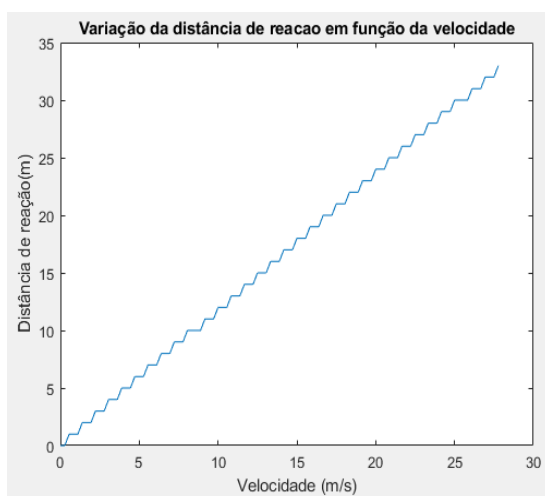
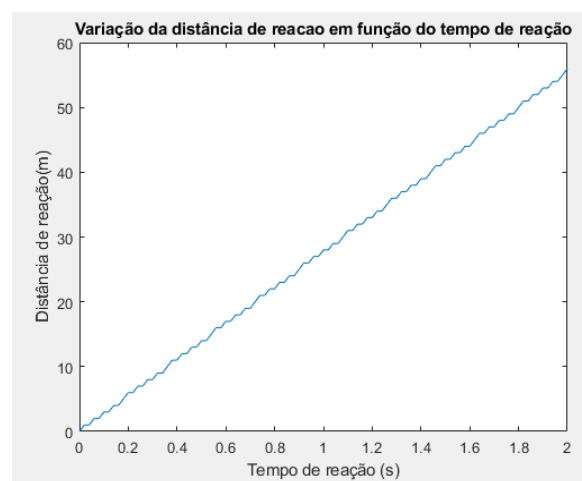


Gráfico (4)



Gráfico(5)

Quanto á distância de reação em função de cada variável, podemos tirar as seguintes conclusões:

- Quanto maior é a velocidade maior vai ser a distância de reação (Gráfico 4).
- Quanto maior é o tempo de reação maior vai ser a distância de reação (Gráfico 5).
-

Fazendo o plot 3D para as duas variáveis, temos:

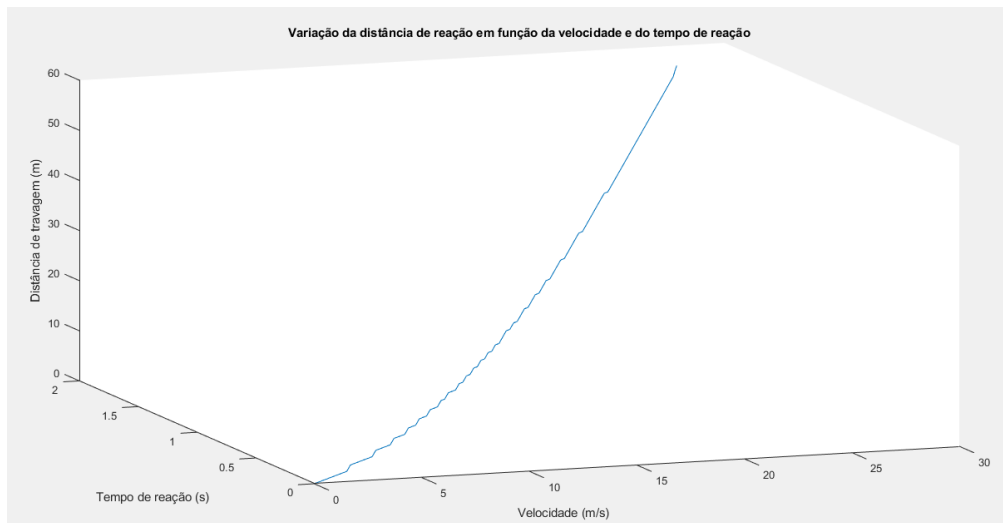


Gráfico (6)

Quanto á distância de reação em função das duas variáveis, podemos concluir que:

- A velocidade e o tempo de reação têm comportamentos idênticos.
- Se ambos aumentam, a distância aumenta muito depressa.
- Se ambos diminuem, a distância diminui muito depressa.

Parte 3 – Distância de travagem em função da velocidade, tempo de reação e coeficiente de atrito cinético

Vamos considerar os valores de velocidade $v \in [0, 100]$ com intervalos de 1 em 1 km/h. Como nos cálculos é necessário que a velocidade esteja em m/s, temos de multiplicar todos os valores por $\frac{1000}{3600} = \frac{5}{18}$.

Temos então no código:

$v \in [0, \frac{250}{9}]$ com intervalos de $\frac{5}{18}$ em $\frac{5}{18} \text{ m/s}$

Para os valores de tempo de reação, consideramos valores $\Delta t \in [0, 2]$ com intervalos de $\frac{1}{50}$ em $\frac{1}{50}$ segundos.

Para os valores de coeficiente de atrito cinético, consideramos valores $\mu \in [0, 1]$ com intervalos de $\frac{1}{100}$ em $\frac{1}{100}$

Aprendemos anteriormente em Cálculo II que se uma função tem 3 variáveis, então o seu gráfico vai ser a 4 dimensões. Como não é possível representar um gráfico em 4 dimensões, representei um gráfico em 3 dimensões, sendo cada um dos eixos uma variável e a cor funciona como a 4 dimensão do gráfico que representa os valores da função.

Fazendo o plot do gráfico em função das três variáveis obtemos:

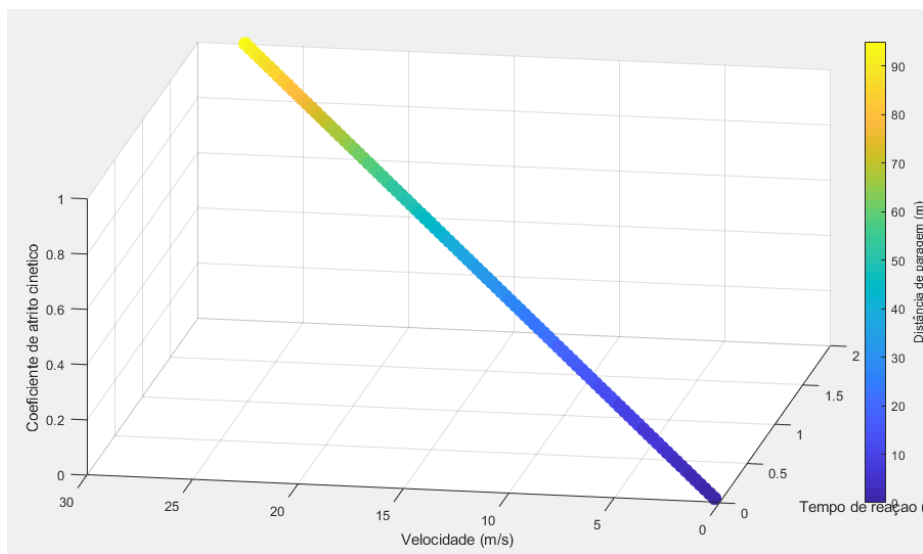


Gráfico (7)

É fácil de observar que se todas as três variáveis aumentam, a distância de paragem também aumenta e que a distância de travagem contribui para a maior parte da distância de paragem.

Considerações finais

Apesar de ter tentado analisar o problema da maneira mais completa, tendo em conta as possibilidades, existem muitas outras situações que podem fazer com que o resultado seja ainda mais ou menos exato. As principais situações a ter consideração são:

- **O tempo de reação do condutor.** Apesar de ter uma tabela com os valores para cada intervalo de idade, é correto afirmar que muitas pessoas não têm tempos de reação concordantes com os tabelados pois existem vários fatores condicionantes, tal como o estado mental ou estado físico, que os podem alterar. Uma maneira de melhorar este aspeto era fazer um programa que medisse o tempo de reação do utilizador, de modo a termos um resultado mais preciso.
- **O tipo e estado dos pneus do veículo.** Apesar de ter uma tabela com os valores dos coeficientes de atrito cinético entre a borracha e os vários tipos de pavimento, existem muitos fatores que podem fazer variar estes valores, tais como a marca dos pneus ou o maior ou menor desgaste de tanto dos pneus como do pavimento.