3º CAPÍTULO

Análise de Imagens Binárias

Prof. Arnaldo Abrantes

- Vizinhanças mais comuns

	N	
W	*	E
	S	

Vizinhança N_4

NW	N	NE
W	*	E
SW	S	SE

Vizinhança N_8

- Utilização de máscaras

1	1	1
1	1	1
1	1	1

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1
1
1
1
1

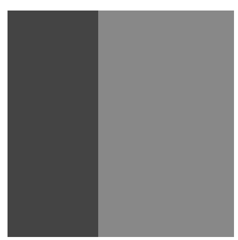
origem

  – Exemplo:

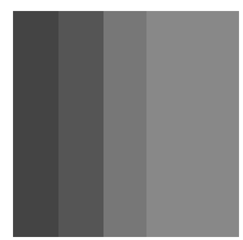
40	40	80	80	80
40	40	80	80	80
40	40	80	80	80
40	40	80	80	80
40	40	80	80	80

40	50	70	80	80
40	50	70	80	80
40	50	70	80	80
40	50	70	80	80
40	50	70	80	80

entrada →



saída →



- Algoritmo
  - ***Hipótese:*** Objecto é um conjunto conexo de pixels (conectividade 4) e sem buracos no seu interior

0	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0

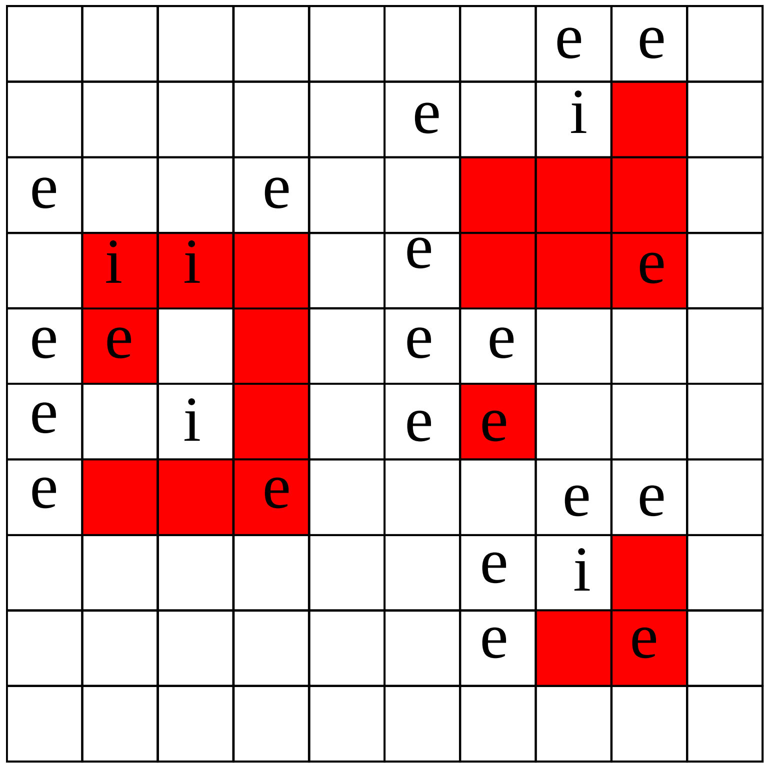
Cantos exteriores

1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1

Cantos interiores

Compute the number of foreground objects of binary image B.
Objects are 4-connected and simply connected.
E is the number of external corners.
I is the number of internal corners.

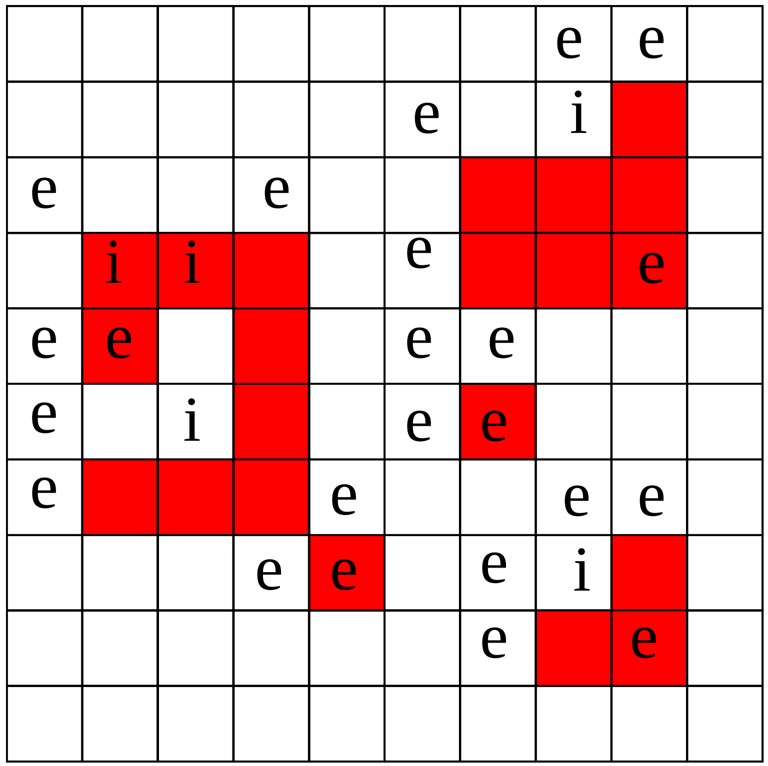
```
procedure count_objects(B);
{
E := 0;
I := 0;
for L := 0 to MaxRow - 1
   for P := 0 to MaxCol - 1
      {
      if external_match(L, P) then E := E + 1;
      if internal_match(L, P) then I := I + 1;
      };
return((E - I) / 4);
}
```



e - 21

i - 5

$$\# = \frac{21-5}{4} = \frac{16}{4} = 4$$



e - 23

i - 4

$$\# = \frac{23-4}{4} = \frac{19}{4} = ?$$

Extracção de componentes conexos - algoritmo recursivo

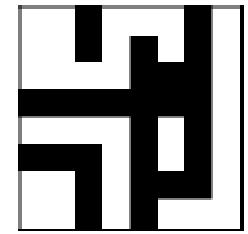
Compute the connected components of a binary image.
B is the original binary image.
LB will be the labeled connected component image.

```
procedure recursive_connected_components(B, LB);
{
LB := negate(B);
label := 0;
find_components(LB, label);
print(LB);
}

procedure find_components(LB, label);
{
for L := 0 to MaxRow
   for P := 0 to MaxCol
      if LB[L,P] == -1 then
         {
         label := label + 1;
         search(LB, label, L, P);
         }
}

procedure search(LB, label, L, P);
{
LB[L,P] := label;
Nset := neighbors(L, P);
for each (L',P') in Nset
   {
   if LB[L',P'] == -1
   then search(LB, label, L', P');
   }
}
```

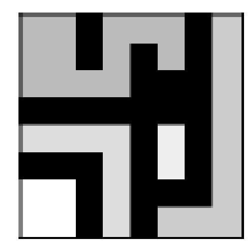
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1



entrada

saída

1	1	0	1	1	1	0	2
1	1	0	1	0	1	0	2
1	1	1	1	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	2
3	3	3	3	0	4	0	2
0	0	0	3	0	4	0	2
5	5	0	3	0	0	0	2
5	5	0	3	0	2	2	2



Algoritmo recursivo - Exemplo

Step 1.

-1	-1	0	-1	-1	-1
-1	-1	0	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	0	0

Step 2.

1	**-1**	0	-1	-1	-1
-1	-1	0	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	0	0

Step 3.

1	1	0	-1	-1	-1
-1	-1	0	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	0	0

Step 4.

1	1	0	-1	-1	-1
1	**-1**	0	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	0	0

Step 5.

1	1	0	-1	-1	-1
1	1	0	-1	0	0
-1	-1	-1	-1	0	0

Vizinhança 4

	1	
2	*	3
	4	

Vizinhança 8

1	2	3
4	*	5
6	7	8

Estrutura União-Procura

Construct the union of two sets.
X is the label of the first set.
Y is the label of the second set.
PARENT is the array containing the union-find data structure.

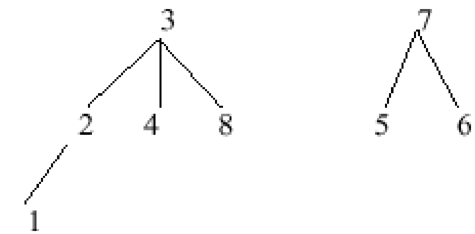
```
procedure union(X, Y, PARENT);
{
j := X;
k := Y;
while PARENT[j] <> 0
   j := PARENT[j];
while PARENT[k] <> 0
   k := PARENT[k];
if j <> k then PARENT[k] := j;
}
```

Find the parent label of a set.
X is a label of the set.
PARENT is the array containing the union-find data structure.

```
procedure find(X, PARENT);
{
j := X;
while PARENT[j] <> 0
   j := PARENT[j];
return(j);
}
```

PARENT

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
2	3	0	3	7	7	0	3



ECC - algoritmo clássico com união-procura

Compute the connected components of a binary image.
B is the original binary image.
LB will be the labeled connected component image.

```
procedure classical_with_union-find(B,LB);
{
"Initialize structures."
initialize();
"Pass 1 assigns initial labels to each row L of the image."
for L := 0 to MaxRow
  {
  "Initialize all labels on line L to zero"
  for P := 0 to MaxCol
    LB[L,P] := 0;
  "Process line L."
  for P := 0 to MaxCol
    if B[L,P] == 1 then
      {
      A := prior_neighbors(L,P);
      if isempty(A)
      then { M := label; label := label + 1; };
      else M := min(labels(A));
      LB[L,P] := M;
      for X in labels(A) and X <> M
        union(M, X, PARENT);
      }
  }
"Pass 2 replaces Pass 1 labels with equivalence class labels."
for L := 0 to MaxRow
  for P := 0 to MaxCol
    if B[L,P] == 1
    then LB[L,P] := find(LB[L,P],PARENT);
};
```

1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1

← entrada

1º passo →

1	1	0	2	2	2	0	3
1	1	0	2	0	2	0	3
1	1	1	1	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	3
4	4	4	4	0	5	0	3
0	0	0	4	0	5	0	3
6	6	0	4	0	0	0	3
6	6	0	4	0	7	7	3

PARENT

1	2	3	4	5	6	7
0	1	0	0	0	0	3

← classes equiv.

2º passo →

1	1	0	1	1	1	0	3
1	1	0	1	0	1	0	3
1	1	1	1	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	3
4	4	4	4	0	5	0	3
0	0	0	4	0	5	0	3
6	6	0	4	0	0	0	3
6	6	0	4	0	3	3	3

- Aplique o algoritmo de ECC, considerando conectividade 4

	1			2					
	1	1	1	1	1				
			1		1				
	3	3	1						
		3						4	
		3	3				5	4	
		3							

1	2	3	4	5
0	0 1	0 1	0	0 4

- Qual deveria ser a forma da máscara se considerasse conectividade 8?

- Elementos estruturantes

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

ones(3,5)

	1	1	1	
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
	1	1	1	

disco(5)

	1	1	1	
1				1
1				1
1				1
	1	1	1	

anel(5)

1	1		
1	1		
1	1	1	1
1	1	1	1

1	1	1	1	1	1
1		1	1		1
1		1	1		1
1		1	1		1

1
1
1
1

  – necessário definir uma origem

- ***<u>Definição</u>***: A **dilatação** duma imagem binária *B* pelo elemento estruturante *S* define-se da seguinte forma

$$B \oplus S = \bigcup_{b \in B} S_b \qquad S_b = \{ s + b \mid s \in S \}$$

- ***<u>Definição:</u>*** A **erosão** duma imagem binária *B* pelo elemento estruturante *S* define-se da seguinte forma

$$B \ominus S = \{ b \mid b + s \in B \, \forall s \in S \}$$

1	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1				

a) Binary image B

1	1	1
1	**1**	1
1	1	1

b) Structuring Element S

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1			

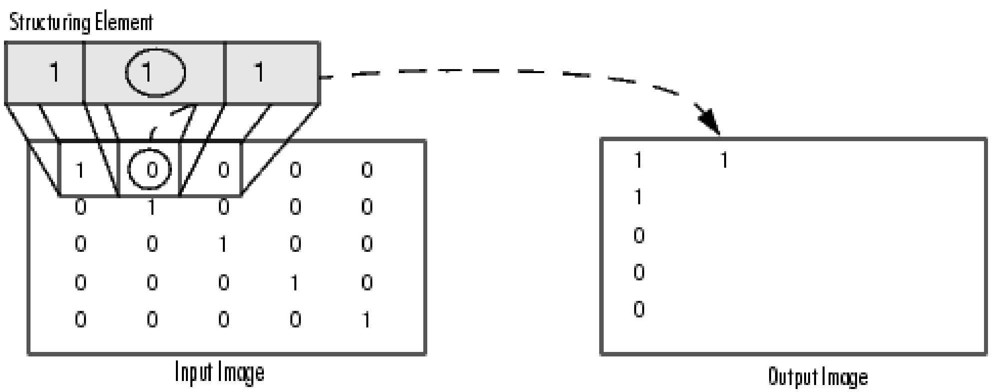
c) Dilation $B \oplus S$

				1	1		
				1	1		
				1	1		

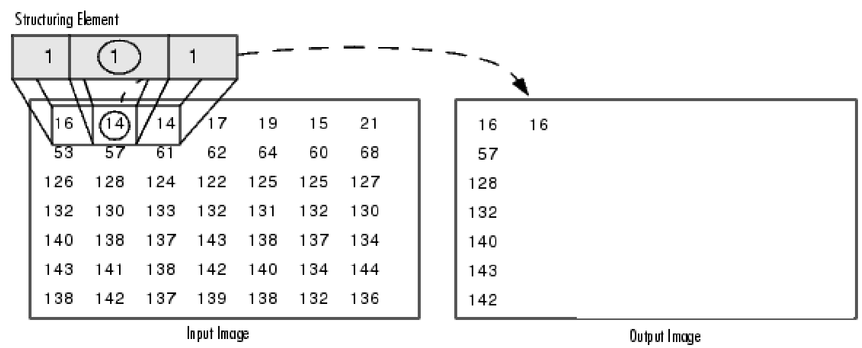
d) Erosion $B \ominus S$

Dilatação e erosão – Generalização para imagens monocromáticas

Operação	**Regra**
Dilatação	O valor do pixel de saída é o valor **máximo** de todos os pixeis na vizinhança do pixel de entrada. É atribuído o valor mínimo (0) aos pixeis exteriores
Erosão	O valor do pixel de saída é o valor **mínimo** de todos os pixeis na vizinhança do pixel de entrada. É atribuído o valor máximo (1 ou 255) aos pixeis exteriores



Dilatação de imagem binária



Dilatação de imagem monocromática

- ***Definição:*** O **fecho** duma imagem binária *B* pelo elemento estruturante *S* define-se da seguinte forma

$$B \bullet S = \left(B \oplus S\right) \ominus S$$

- ***Definição:*** A **abertura** duma imagem binária *B* pelo elemento estruturante *S* define-se da seguinte forma

$$B \circ S = \left(B \ominus S\right) \oplus S$$

B

1	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1				

$B \oplus S$

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1			

$B \ominus S$

				1	1		
				1	1		
				1	1		

S

1	1	1
1	1	1
1	1	1

$B \bullet S$

	1	1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1				

$B \circ S$

			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	

Exemplos de aplicação

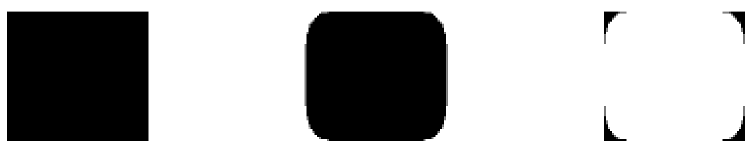
- aplicações médicas (resolução 512x512)
  - **abertura** com disco(13) seguido de **fecho** com disco(2)

original

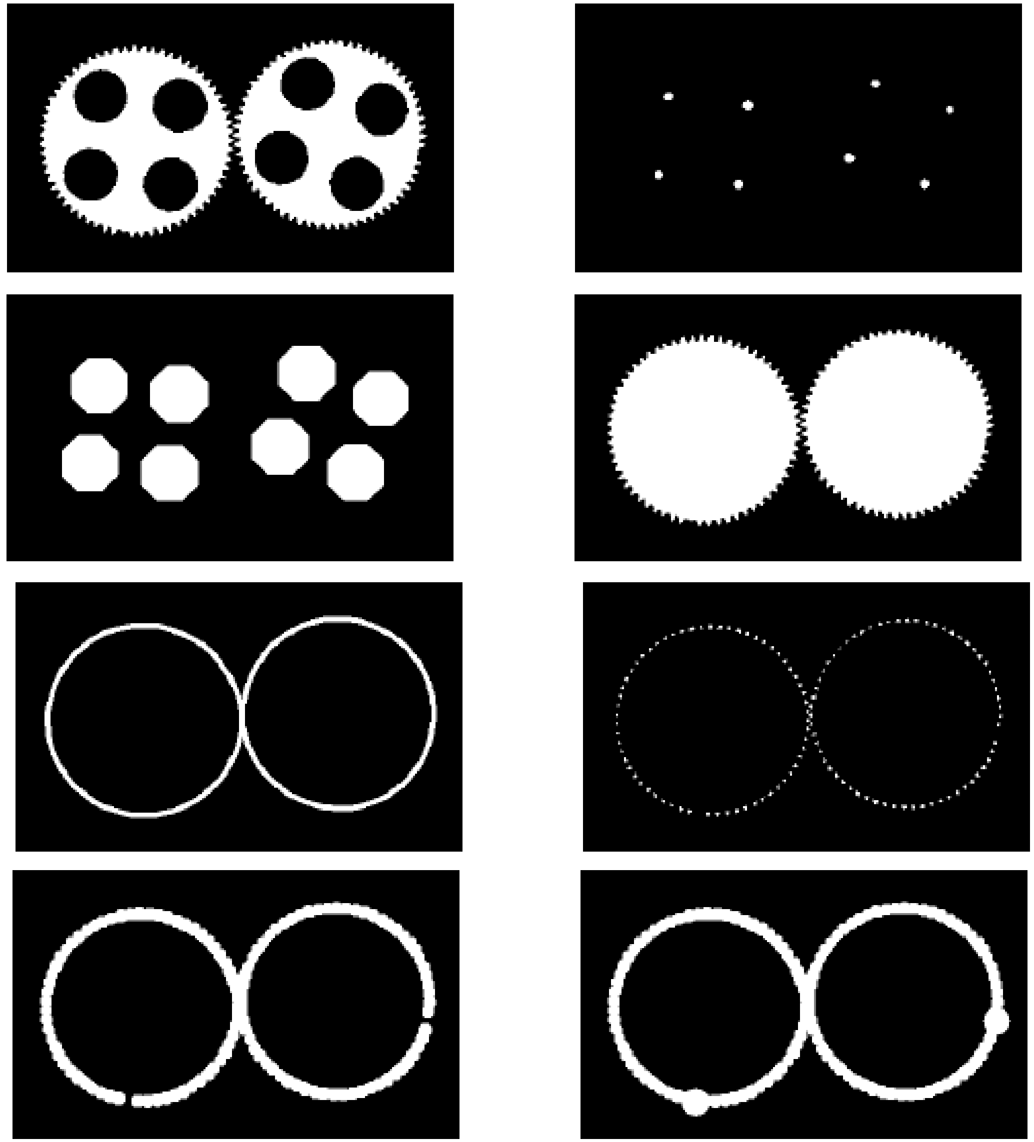
binarizada

processada

- extracção de primitivas geométricas
  - subtrai da imagem original a obtida desta através do operador **abertura** usando pequeno disco como elemento estruturante



entrada



saída

- ***Definição:*** Dadas as imagens binárias original *B*, e processada *C*, e o elemento estruturante *S*, e seja $C_0 = C$ e $C_n = (C_{n-1} \oplus S) \cap B$.A **dilatação condicional** de *C* por *S* com respeito a *B* define-se como $C \oplus|_B S = C_m$

  onde *m* é o menor inteiro que satisfaz a condição $C_m = C_{m-1}$

B

		1							
	1	1	1				1		
								1	
				1					
				1	1			1	
			1	1	1	1		1	
			1					1	
							1	1	

$C = B \ominus V$

				1					
								1	
								1	

$C \oplus|_B S$

				1					
				1	1			1	
			1	1	1	1		1	
			1					1	
							1	1	

V

1
1
1

S

1	1	1
1	1	1
1	1	1

- Área

$$A = \sum_{(r,c)\in R} 1$$

- Centróide

$$\bar{r} = \tfrac{1}{A} \sum_{(r,c)\in R} r \qquad \bar{c} = \tfrac{1}{A} \sum_{(r,c)\in R} c$$

- Pixels de perímetro

$$P_4 = \{(r,c) \in R \mid N_8(r,c) - R \neq \varnothing\}$$

$$P_8 = \{(r,c) \in R \mid N_4(r,c) - R \neq \varnothing\}$$

  – comprimento do perímetro

$$|P| = \left|\{k \mid (r_{k+1}, c_{k+1}) \in N_4(r_k, c_k)\}\right| + \sqrt{2}\left|\{k \mid (r_{k+1}, c_{k+1}) \in N_8(r_k, c_k) - N_4(r_k, c_k)\}\right|$$

- Circularidade (1)

$$C_1 = \frac{|P|^2}{A}$$

- Circularidade (2)

$$C_2 = \frac{\mu_R}{\sigma_R}$$

  - distância radial média

$$\mu_R = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\left\|(r_k, c_k) - (\bar{r}, \bar{c})\right\|$$

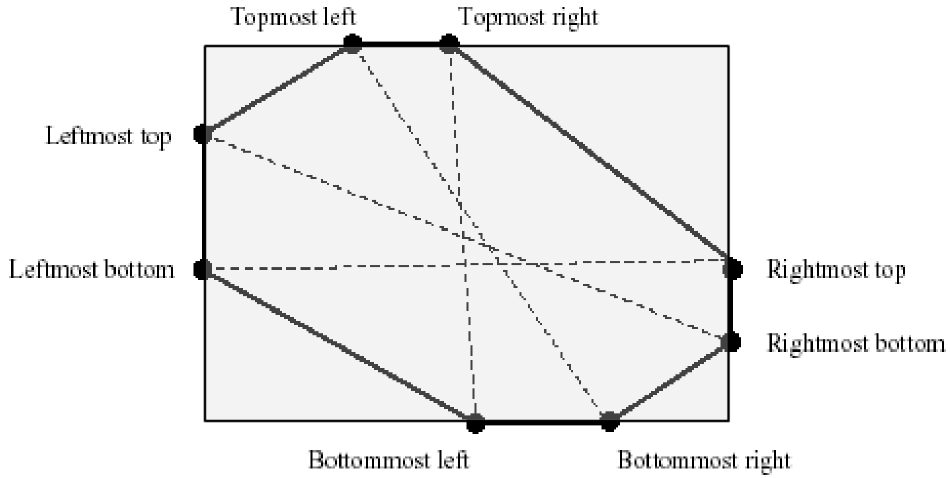
  - desvio padrão da distância radial

$$\sigma_R = \left(\frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\left(\left\|(r_k, c_k) - (\bar{r}, \bar{c})\right\| - \mu_R\right)^2\right)^{1/2}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
2	2	2	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
2	2	2	2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	0	0	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0
2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

region num.	region area	row of center	col of center	perim. length	circu-larity$_1$	circu-larity$_2$	radius mean	radius var.
1	44	6	11.5	21.2	10.2	15.4	3.33	.05
2	48	9	1.5	28	16.3	2.5	3.80	2.28
3	9	13	7	8	7.1	5.8	1.2	0.04

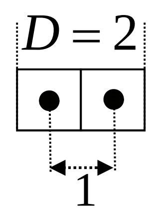
- Rectângulo (e octógono) de fronteira



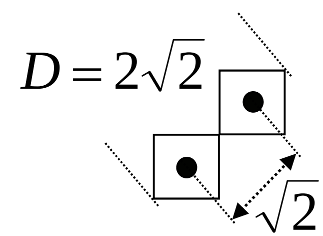
- Comprimento de um segmento (eixo)

$$D = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (c_2 - c_1)^2} + Q(\theta)$$

$$Q(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{|\cos(\theta)|} & : \quad |\theta| < 45^{\circ} \\ \frac{1}{|\sin(\theta)|} & : \quad |\theta| > 45^{\circ} \end{cases}$$



$\theta = 0^{\circ}$



$\theta = 45^{\circ}$

- Momentos de 2ªordem centrados

$$\mu_{rr} = \tfrac{1}{A} \sum_{(r,c)\in R} \left(r - \bar{r}\right)^2 \qquad \mu_{cc} = \tfrac{1}{A} \sum_{(r,c)\in R} \left(c - \bar{c}\right)^2 \qquad \mu_{rc} = \tfrac{1}{A} \sum_{(r,c)\in R} \left(r - \bar{r}\right)\left(c - \bar{c}\right)$$

- Relação entre momentos e regiões elípticas

$$R = \left\{(r,c) \mid dr^2 + 2erc + fc^2 \le 1\right\} \qquad \begin{pmatrix} d & e \\ e & f \end{pmatrix} = \frac{1}{4\left(\mu_{rr}\mu_{cc} - \mu_{rc}^2\right)} \begin{pmatrix} \mu_{cc} & -\mu_{rc} \\ -\mu_{rc} & \mu_{rr} \end{pmatrix}$$

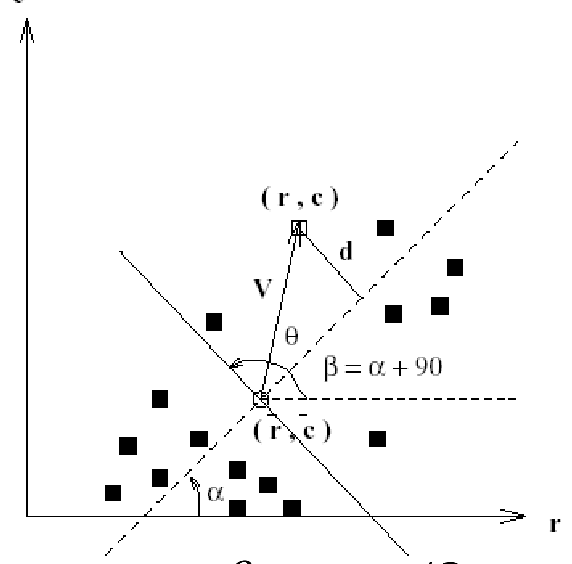
- Eixos de menor e maior inércia
  - Formulação

$$\mu_{\bar{r},\bar{c},\alpha} = \tfrac{1}{A} \sum_{(r,c)\in R} d^2$$

$$= \tfrac{1}{A} \sum_{(r,c)\in R} \left(\bar{V} \circ (\cos\beta, \sin\beta)\right)^2$$

  - Solução

$$\tan(2\hat{\alpha}) = \frac{2\mu_{rc}}{\mu_{rr} - \mu_{cc}}$$



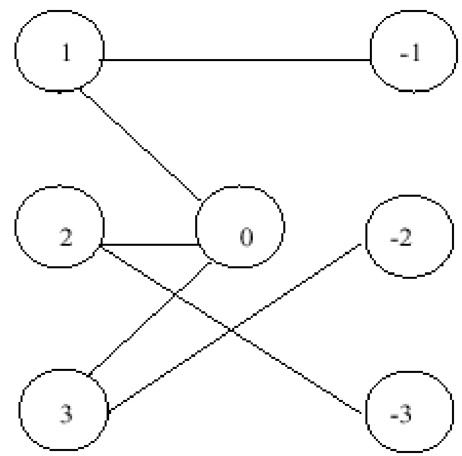
$$\beta = \alpha + \pi/2$$

Grafos de adjacências de regiões

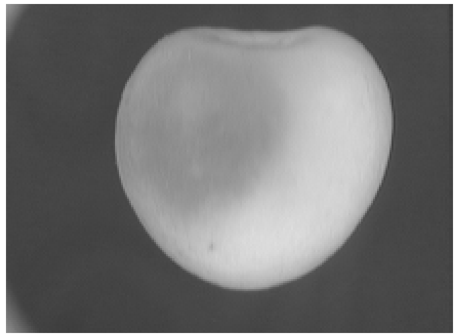
- ***Problema:*** regiões possuem buracos (fundo) no seu interior
- ***Solução:*** algoritmo com 3 passos
  - aplicação do algoritmo de extracção de componentes conexos duas vezes: (1) aos pixels activos e (2) aos pixels do fundo

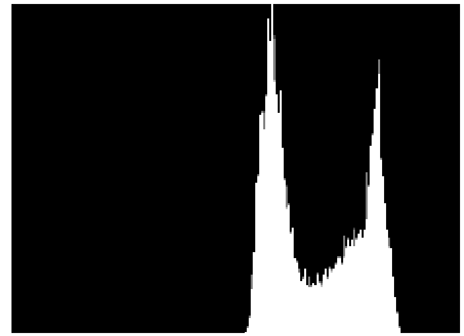
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	1	-1	-1	-1	1	0	2	2	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	0	0	0	0	2	2	0
0	3	3	3	0	2	2	2	2	0
0	3	-2	3	0	2	-3	-3	2	0
0	3	-2	3	0	2	-3	-3	2	0
0	3	3	3	0	2	2	2	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

  - (3) construção de grafo de relações



- ***Definição:*** o histograma h da imagem monocromática I é definido por $h(m) = \left| \{ (r,c) \mid I(r,c) = m \} \right|$





Compute the histogram H of gray-tone image **I**.

```
procedure histogram(I,H);
{
"Initialize the bins of the histogram to zero."
for i := 0 to MaxVal
   H[i] := 0;
"Compute values by accumulation."
for L := 0 to MaxRow
   for P := 0 to MaxCol
      {
      grayval := I[r,c];
      H[grayval] := H[grayval] + 1;
      };
}
```

- Método de Otsu
  - ***Ideia:*** minimização da variância intra-classes $\sigma_W^2 = q_1(t)\sigma_1^2(t) + q_2(t)\sigma_2^2(t)$

$$q_1(t) = \sum_{i=0}^{t} P(i) \qquad q_2(t) = \sum_{i=t+1}^{MaxVal} P(i)$$

$$\sigma_1^2(t) = \sum_{i=0}^{t} \left(i - \mu_1(t)\right)^2 P(i) / q_1(t) \qquad \sigma_2^2(t) = \sum_{i=t+1}^{MaxVal} \left(i - \mu_2(t)\right)^2 P(i) / q_2(t)$$

$$\mu_1(t) = \sum_{i=0}^{t} iP(i) / q_1(t) \qquad \mu_2(t) = \sum_{i=t+1}^{MaxVal} iP(i) / q_2(t)$$

$$P(i) = h(i) / \left| R \times C \right|$$

  - Nota: equivalente à maximização da variância inter-classes

$$\sigma_B^2 = q_1(t)\left(1 - q_1(t)\right)\left(\mu_1(t) - \mu_2(t)\right)^2$$

$$\sigma^2 = \sigma_W^2 + \sigma_B^2$$

- Algoritmo de Otsu para determinação do limiar *t*
  - Iniciar

$$P(i) = h(i)/|R \times C| \qquad q_1(0) = P(0)$$

$$\mu = \sum_{i=0}^{MaxVal} iP(i) \qquad \mu_1(0) = 0$$

  - For *t := 0* to *MaxVal*

$$q_1(t+1) = q_1(t) + P(t+1)$$

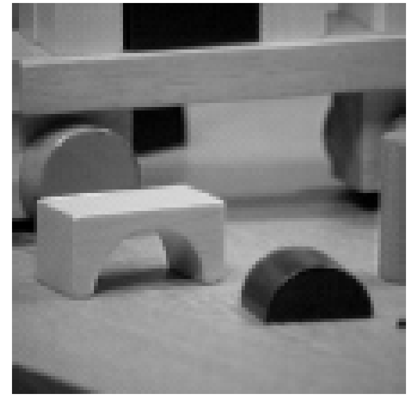
$$\mu_1(t+1) = \frac{q_1(t)\mu_1(t) + (t+1)P(t+1)}{q_1(t+1)}$$

$$\mu_2(t+1) = \frac{\mu - q_1(t+1)\mu_1(t+1)}{1 - q_1(t+1)}$$

$$\sigma_B^2(t) = q_1(t)\left(1 - q_1(t)\right)\left(\mu_1(t) - \mu_2(t)\right)^2$$

  - Determinação do limiar

$$\hat{t} = \arg\max_t \sigma_B^2(t)$$



Original (*MaxVal*=255)

t = 93