PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC1253 - MATEMÁTICAS DISCRETAS

Tarea 4

27 de Septiembre de 2017

2º semestre 2017 - Profesores G. Diéguez - F. Suárez

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega**: Hasta las 8:29:59 AM del 27 de septiembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (SIDING) y durante la clase de ese mismo día.
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en LaTeX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
  - Su nombre y número de alumno debe estar en la cabecera de cada página.
  - Debe entregar un `zip` con nombre `numalumno.zip`, en el que `numalumno` es su número de alumno.
  - El `zip` debe contener el archivo `PDF` correspondiente a la versión impresa de la tarea con nombre `numalumno.pdf`, junto con el archivo `numalumno.tex` que lo compila. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
  - En ayudantía debe entregar la versión impresa de la tarea, correspondiente al `PDF` del punto anterior (en caso de no concordar las versiones digital e impresa, la tarea **no será corregida**).
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas, entregadas fuera de la clase o por cualquier otro medio, ya sea físico o electrónico.

Problemas

Problema 1

Sea A un conjunto y $\preceq$ una relación sobre A. Diremos que el par $(A, \preceq)$ es un **buen orden** si es un orden total, y además se cumple que todo $S \subseteq A$ tiene mínimo bajo $\preceq$.

Por ejemplo, $(\mathbb{N}, \leq)$ es un buen orden, ya que $\leq$ es una relación de orden total, y es cierto que todo $S \subseteq \mathbb{N}$ tiene mínimo bajo $\leq$[1].

a) [1 pto.] ¿Es $(\mathbb{Z}, \leq)$ un buen orden? Demuestre o dé un contraejemplo.

b) [5 ptos.] Considere la siguiente relación sobre $\mathbb{Z}$:

   $x \trianglelefteq y$ si y sólo si se cumple alguna de las siguientes condiciones:

   (1) $x = 0$

   (2) $x > 0 \wedge y < 0$

   (3) $x > 0 \wedge y > 0 \wedge x \leq y$

   (4) $x < 0 \wedge y < 0 \wedge |x| \leq |y|$

   Demuestre que $(\mathbb{Z}, \trianglelefteq)$ es un buen orden.

Problema 2

Sea $r \in \mathbb{R}$. Encuentre una biyección $f : [r, r+1] \to (r, r+1]$. Demuestre.

[1] Esta segunda propiedad de los naturales es llamada *Principio de Buen Orden*, como vimos en el capítulo de inducción.