Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Tarea 2

25 de agosto de 2017

2º semestre 2017 - Profesores G. Diéguez - F. Suárez

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega**: Hasta las 8:29:59 AM del 25 de agosto a través del buzón habilitado en el sitio del curso (SIDING) y durante la ayudantía de ese mismo día.
    - Esta tarea debe ser hecha completamente en LaTeX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
    - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
    - Su nombre y número de alumno debe estar en la cabecera de cada página.
    - Debe entregar un `zip` con nombre `numalumno.zip`, en el que `numalumno` es su número de alumno.
    - El `zip` debe contener el archivo `PDF` correspondiente a la versión impresa de la tarea con nombre `numalumno.pdf`, junto con el archivo `numalumno.tex` que lo compila. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
    - En ayudantía debe entregar la versión impresa de la tarea, correspondiente al `PDF` del punto anterior (en caso de no concordar las versiones digital e impresa, la tarea **no será corregida**).
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas, entregadas fuera de la clase o por cualquier otro medio, ya sea físico o electrónico.

Problemas

Problema 1

Sea P un conjunto de variables proposicionales y $\varphi \in L(P)$. Definimos el conjunto de las subfórmulas de φ denotado por $S(\varphi)$ como:

- $S(p) = \{p\}$, $p \in P$.
- $S(\neg\alpha) = S(\alpha) \cup \{\neg\alpha\}$, $\alpha \in L(P)$.
- $S(\alpha * \beta) = S(\alpha) \cup S(\beta) \cup \{\alpha * \beta\}$ con $\alpha, \beta \in L(P)$ y $* \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$.

Además definimos el potencial de φ denotado por $K(\varphi)$ como:

- $K(p) = 0$, $p \in P$.
- $K(\neg\alpha) = K(\alpha) + 1$, $\alpha \in L(P)$.
- $K(\alpha * \beta) = max(K(\alpha), K(\beta)) + 1$ con $\alpha, \beta \in L(P)$ y $* \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$.

a) Defina la función $C(\varphi)$ como la cantidad de ocurrencias de conectivos lógicos en φ.

b) Demuestre que $K(\varphi) \leq C(\varphi)$, para todo $\varphi \in L(P)$.

c) ¿Es cierto que si $\varphi \in S(\psi)$, entonces $K(\varphi) \leq K(\psi)$? Demuestre.

d) ¿Es cierto que si $K(\varphi) \leq K(\psi)$, entonces $\varphi \in S(\psi)$? Demuestre.

Problema 2

Tras solucionar el problema de las invitaciones a su cumpleaños, nuestro compañero de Matemáticas Discretas se encuentra en otro problema. Ahora debe repartir las invitaciones para sus amigos residentes en el extranjero y volver a Santiago. Para realizar esta tarea, él cuenta con una tabla $\mathcal{V}$ con los distintos vuelos disponibles entre las ciudades del mundo (se asume que tiene exactamente un amigo en todas las ciudades). Las filas de la tabla son de la forma (i, j) y representan una conexión entre las ciudades i y j. Además, como nuestro amigo no cuenta con mucho dinero, decide que sólo visitará una vez cada ciudad y que no repetirá ninguna conexión a lo largo del viaje.

En esta pregunta usted debe construir una formula $\varphi \in L(P)$ tal que:

$$\varphi \text{ es satisfacible}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$\text{existe una serie de vuelos a tomar que cumpla con todas las restricciones planteadas.}$$