Pontificia Universidad Católica de Chile
Departamento de Ciencia de la Computación
IIC1253 - Matemáticas Discretas

Tarea 3

5 de septiembre de 2017

2º semestre 2017 - Profesores G. Diéguez - F. Suárez

Requisitos

- La tarea es individual. Los casos de copia serán sancionados con la reprobación del curso con nota 1,1.
- **Entrega**: Hasta las 8:29:59 AM del viernes 15 de septiembre a través del buzón habilitado en el sitio del curso (SIDING) y durante la ayudantía de ese mismo día.
  - Esta tarea debe ser hecha completamente en LaTeX. Tareas hechas a mano o en otro procesador de texto **no serán corregidas**.
  - Cada solución de cada problema debe comenzar en una nueva hoja. ***Hint:*** Utilice `\newpage`
  - Su nombre y número de alumno debe estar en la cabecera de cada página.
  - Debe entregar un `zip` con nombre `numalumno.zip`, en el que `numalumno` es su número de alumno.
  - El `zip` debe contener el archivo `PDF` correspondiente a la versión impresa de la tarea con nombre `numalumno.pdf`, junto con el archivo `numalumno.tex` que lo compila. Si su código hace referencia a otros archivos, debe incluirlos también.
  - En ayudantía debe entregar la versión impresa de la tarea, correspondiente al `PDF` del punto anterior (en caso de no concordar las versiones digital e impresa, la tarea **no será corregida**).
- El no cumplimiento de alguna de las reglas se penalizará con un descuento de 0.5 en la nota final (acumulables).
- No se aceptarán tareas atrasadas, entregadas fuera de la clase o por cualquier otro medio, ya sea físico o electrónico.

Problemas

Problema 1

Sea $\mathcal{U}$ un conjunto universal fijo. Un *bag* es una colección de elementos de $\mathcal{U}$, al igual que un conjunto, pero permite tener repeticiones de elementos. Formalmente, un bag A de $\mathcal{U}$ es una función $A : \mathcal{U} \to \mathbb{N}$ tal que para todo elemento $x \in \mathcal{U}$, el valor $A(x)$ indica cuántas veces aparece repetido el elemento x en el bag A. Por ejemplo, si el universo $\mathcal{U}$ son las letras del abecedario y $A = \{x, x, y, y, y\}$, entonces $A(x) = 2$, $A(y) = 3$, y es cero para cualquier otra letra en el abecedario distinta de x o y.

Para dos *bags* A y B es posible definir la unión e intersección entre *bags* como las funciones $A \mathbin{\hat{\cup}} B : \mathcal{U} \to \mathbb{N}$ y $A \mathbin{\hat{\cap}} B : \mathcal{U} \to \mathbb{N}$, respectivamente, tal que para todo $x \in \mathcal{U}$:

$$\begin{aligned} \big(A \mathbin{\hat{\cup}} B\big)(x) &= A(x) + B(x) \\ \big(A \mathbin{\hat{\cap}} B\big)(x) &= \min\{A(x), B(x)\} \end{aligned}$$

¿Se cumple las leyes de Distributividad para estas operaciones sobre *bags*? Demuestre su afirmación.

Problema 2

Sean $R_1, \ldots, R_n$ relaciones sobre un conjunto A. Demuestre o refute cada una de las siguientes afirmaciones:

a) Si $R_1, \ldots, R_n$ son reflejas, entonces la relación $\displaystyle\bigcup_{i=1}^{n} R_i$ es refleja.

b) Si $R_1, \ldots, R_n$ son simétricas, entonces la relación $\displaystyle\bigcap_{i=1}^{n} R_i$ es simétrica.

c) Si $R_1, \ldots, R_n$ son transitivas, entonces la relación $\displaystyle\bigcap_{i=1}^{n} R_i$ es transitiva.