Questão 1 RA: 251011198 Luiz Henrique Fernandes de Farias

(a) $\vec{a} = \langle -3, 4 \rangle$ $\vec{b} = \langle 9, -1 \rangle$

→ $\vec{a} + b = \langle (-3)+9, 4+(-1) \rangle = \langle 6, 3 \rangle$

→ $4\vec{a} + 2\vec{b} =$

$4\vec{a} = \langle 4\cdot(-3), 4\cdot 4 \rangle = \langle -12, 16 \rangle$

$2\vec{b} = \langle 2\cdot 9, 2\cdot(-1) \rangle = \langle 18, -2 \rangle$

$4\vec{a} + 2\vec{b} = \langle -12+18, 16+(-2) \rangle = \langle 6, 14 \rangle$

$\|a\| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$\vec{a} - \vec{b} = \langle (-3)-9, 4-(-1) \rangle = \langle -12, 5 \rangle$

(b) $\vec{a} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{b} = 2\hat{i} - 4\hat{k}$

$\vec{a} + \vec{b} = 4\hat{i} + 2\hat{i} - 3\hat{j} + 0 + 2\hat{k} + (-4\hat{k}) = 6\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$

$4\vec{a} + 2\vec{b}$

$4\vec{a} = 4\cdot(4\hat{i}) + 4\cdot(-3\hat{j}) + 4\cdot(2\hat{k}) = 16\hat{i} - 12\hat{j} + 8\hat{k}$

$2\vec{b} = 2\cdot(2\hat{i}) + 2\cdot 0 + 2\cdot(-4\hat{k}) = 4\hat{i} - 8\hat{k}$

$4\vec{a} + 2\vec{b} = 16\hat{i} + 4\hat{i} - 12\hat{j} + 0 + \cancel{8\hat{k}} - \cancel{8\hat{k}} = 20\hat{i} - 12\hat{j}$

$\|\vec{a}\| = \sqrt{(4i)^2 + (-3\hat{j})^2 + (2k)^2} = \sqrt{16\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}}$ ✗

é escalar

$\|\vec{a}\| \sqrt{(4)^2 + (-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{16+9+4} = \sqrt{29}$

$\vec{a} - \vec{b} = 4\hat{i} - (+2\hat{i}) - 3\hat{j} - 0 + 2\hat{k} - (-4\hat{k}) = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$

Questão 2

(a) $\vec{a} = \langle -5, -12 \rangle$ $\vec{b} = \langle -3, -6 \rangle$

$\vec{a} + \vec{b} = \langle -5 + (-3), (-12) + (-6) \rangle = \langle -8, -18 \rangle = \langle -8, -18 \rangle$

$2\vec{a} + 3\vec{b}$

$2\vec{a} = \langle 2 \cdot (-5), 2 \cdot (-12) \rangle = \langle -10, -24 \rangle$

$3\vec{b} = \langle 3 \cdot (-3), 3 \cdot (-6) \rangle = \langle -9, -18 \rangle$

$2\vec{a} + 3\vec{b} = \langle (-10) + (-9), (-24) + (-18) \rangle = \langle -19, -42 \rangle$

$\|\vec{a}\| = \sqrt{(-5)^2 + (-12)^2} = \sqrt{+25 + 144} = \sqrt{169} = 13$

$\vec{a} - \vec{b} = \langle (-5) - (-3), (-12) - (-6) \rangle = \langle -12, -6 \rangle$

(b) $\vec{a} = 4\hat{i} + \hat{j}$ $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j}$

$\vec{a} + \vec{b} = 4\hat{i} + \hat{i} + \hat{j} + (-2\hat{j}) = 5\hat{i} - \hat{j}$

$2\vec{a} + 3\vec{b}$

$2\vec{a} = 2 \cdot 4\hat{i} + 2 \cdot \hat{j} = 8\hat{i} + 2\hat{j}$

$3\vec{b} = 3 \cdot \hat{i} + 3 \cdot (-2\hat{j}) = 3\hat{i} - 6\hat{j}$

$2a + 3b = 8\hat{i} + 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{j} = 11\hat{i} - 4\hat{j}$

$\|\vec{a}\| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$

$\vec{a} - \vec{b} = 4\hat{i} - \hat{i} + \hat{j} - (-2\hat{j}) = 3\hat{i} + 3\hat{j}$

(c) $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ $\quad \vec{b} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

$\vec{a} + \vec{b} = \hat{i} + (-2\hat{i}) + 2\hat{j} + (-\hat{j}) - 3\hat{k} + \hat{k} = -\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

$2\vec{a} + 3\vec{b}$

$2\vec{a} = 2 \cdot \hat{i} + 2 \cdot 2\hat{j} + 2 \cdot (-3\hat{k}) = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 6\hat{k}$

$3\vec{b} = 3 \cdot (-2\hat{i}) + 3 \cdot (-\hat{j}) + 3 \cdot \hat{k} = -6\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$

$2\vec{a} + 3\vec{b} = 2\hat{i} + (-6\hat{i}) + 4\hat{j} + (-3\hat{j}) - 6\hat{k} + 3\hat{k} = -4\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$

$\|\vec{a}\| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}$

$\vec{a} - \vec{b} = \hat{i} - (-2\hat{i}) + 2\hat{j} - (-\hat{j}) - 3\hat{k} - \hat{k} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$

(d) $\vec{a} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}$ $\quad \vec{b} = 2\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{a} + \vec{b} = 2\hat{i} + 0 - 4\hat{j} + 2\hat{j} + 4\hat{k} + (-\hat{k}) = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$

$2\vec{a} + 3\vec{b}$

$2\vec{a} = 2 \cdot 2\hat{i} + 2 \cdot (-4\hat{j}) + 2 \cdot 4\hat{k} = 4\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k}$

$3\vec{b} = 3 \cdot 0 + 3 \cdot 2\hat{j} + 3 \cdot (-\hat{k}) = 6\hat{j} - 3\hat{k}$

$2\vec{a} + 3\vec{b} = 4\hat{i} + 0 - 8\hat{j} + 6\hat{j} + 8\hat{k} + (-3\hat{k}) = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 5k$

$\|\vec{a}\| = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16 + 16} = \sqrt{36} = 6$

$\vec{a} - \vec{b} = 2\hat{i} - 0 - 4\hat{j} - (+2\hat{j}) + 4\hat{k} - (-\hat{k}) = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$

QUESTÃO 3

$$\vec{u} = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

(a) $\vec{c} = \langle 6, 2 \rangle$

$$\|\vec{c}\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$ → decomposição em fatores de quadrados perfeitos

$$\sqrt{4 \cdot 10} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 2 \cdot \sqrt{10}$$

$$V.U.\ \vec{c} = \left\langle \frac{\cancel{6}}{\cancel{2} \cdot \sqrt{10}}, \frac{\cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \sqrt{10}} \right\rangle = \left\langle \frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}} \right\rangle$$

(b) $\vec{d} = 8\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$

$$\|\vec{d}\| = \sqrt{8^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{64+1+16} = \sqrt{81} = 9$$

$$V.U.\ \vec{c} = \frac{8\hat{i}}{9} - \frac{\hat{j}}{9} + \frac{4\hat{k}}{9} = \frac{8}{9} \cdot \hat{i} - \frac{1}{9} \cdot \hat{j} + \frac{4}{9} \cdot \hat{k}$$

(c) $\vec{e} = -3\hat{i} + 7\hat{j}$

$$\|\vec{e}\| = \sqrt{(-3)^2 + 7^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$$

$4 \cdot 14 = 56$
$9 \cdot 6 = 54$
$16 \cdot 3 = 48$

$$V.U.\ \vec{e} = \frac{-3}{\sqrt{58}} \cdot \hat{i} + \frac{7}{\sqrt{58}} \cdot \hat{j}$$

(d) $\vec{f} = \langle -4, 2, 4 \rangle$

$$\|\vec{f}\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{16+4+16} = \sqrt{36} = 6$$

$$V.U.\ \vec{f} = \left\langle \frac{-\cancel{4}}{\cancel{6}}, \frac{\cancel{2}}{\cancel{6}}, \frac{\cancel{4}}{\cancel{6}} \right\rangle = \left\langle \frac{-2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\rangle$$

QUESTÃO 4

(a) $\vec{a} = \langle 1{,}5 ; 0{,}4 \rangle$ $\vec{b} = \langle -4, 6 \rangle$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1{,}5 \cdot (-4) + 0{,}4 \cdot 6 = -6 + 2{,}4 = -3{,}6$

(b) ~~$\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ $\vec{b} =$~~

~~$\vec{a} = \langle 4, 1, \frac{1}{4} \rangle$ $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$~~

$\vec{a} = \langle 4, 1, \frac{1}{4} \rangle$ $\vec{b} = \langle 6, -3, 8 \rangle$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 6 + 1 \cdot (-3) + \frac{1}{4} \cdot 8 = 24 - 3 + \frac{8}{4} = 21 + 2 = 19$

(c) $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + 4 \cdot 1 = 2 + 1 + 4 = 7$

(d) $\vec{a} = \langle -2, 3 \rangle$ $\vec{b} = \langle 0{,}7 ; 1{,}2 \rangle$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2) \cdot 0{,}7 + 3 \cdot 1{,}2 = -1{,}4 + 3{,}6 = 2{,}2$

(e) $\vec{a} = \langle -2, \frac{1}{3} \rangle$ $\vec{b} = \langle -5, 12 \rangle$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-2) \cdot (-5) + \frac{1}{3} \cdot 12 = 10 + \frac{12}{3} = 10 + 4 = 14$

(f) $\vec{a} = \langle 6, -2, 3 \rangle$ $\vec{b} = \langle 2, 5, -1 \rangle$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 6 \cdot 2 + (-2) \cdot 5 + 3 \cdot (-1) = 12 - 10 - 3 = -1$

(g) $\vec{a} = \langle 5, 25, 35 \rangle$ $\vec{b} = \langle t, -t, 5t \rangle$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot t + 25 \cdot -t + 35 \cdot 5t = 5t - 25t + 175t = 155t$

(h) $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ $\vec{b} = 5\hat{i} + 9\hat{k}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 10 + (-2) \cdot 0 + 3 \cdot 9 = 20 + 27 = 47$

(i) $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ $\vec{b} = 4\hat{i} + 5\hat{k}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 5 = 12 - 5 = 7$

QUESTÃO EXTRA

O primeiro passo é encontrar e representar os vetores $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$

A referência se torna no meio da corrente como um no negativo y e contando no eixo aonde as cordas estão presas.

Sendo assim: T_{1x} está no eixo x negativo.

T_{1y} está no eixo y positivo

Comportamento horizontal usamos cosseno pelo cateto adjacente. E seno no eixo y pelo cateto oposto

$T_{1x} = (-25 \cdot \cos(37^\circ) = -25 \cdot 0{,}798 \cong -25 \cdot 0{,}8 = -20$

$T_{1y} = (25 \cdot \operatorname{sen}(37^\circ) = 25 \cdot 0{,}601 \cong 25 \cdot 0{,}6 = 15$

$T_1 = \langle -20, 15 \rangle$

Agora façamos o mesmo com T_2, observando que está no eixo x positivo

$T_{2x} = 20$ $T_{2y} = 15$ $\vec{T}_2 = \langle 20, 15 \rangle$

Então, vamos somar os dois vetores $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ para achar o vetor $\vec{P}$

$\vec{P} = \vec{T_1} + \vec{T_2} = \langle -20, 15 \rangle + \langle 20, 15 \rangle =$

$\langle -20 + 20, 15 + 15 \rangle = \langle 0, 30 \rangle$

Isto significa que este valor está em y positivo, porém com a força da gravidade, o sistema se equilibra com

$\vec{P} = \langle 0, -30 \rangle$

X é nulo pois T_1 e T_2 se anulam no eixo horizontal no ponto central da corrente

Para termos a magnitude do peso, basta obtermos o produto escalar:

$||\vec{P}|| = \sqrt{0^2 + 30^2} = \sqrt{30^2} = 30\,N$

Como a 2ª lei de Newton não foi usada, resolvi calcular a massa da corrente como último fator restante:

$\vec{P} = \frac{30}{9,8} = m$

$m = 3,06$

$\vec{P} = 3,06 \cdot 9,8 = \boxed{30}$