

A5-Proceso Poisson

Luis Maximiliano López Ramírez

2024-10-15

Drive Thru

El tiempo de llegada a una ventanilla de toma de órdenes desde un automóvil de un cierto comercio de hamburguesas sigue un proceso de Poisson con un promedio de 12 llegadas por hora.

a) ¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas sea a lo más de 20 minutos?

```
# Parámetros del problema
lambda <- 12          # Tasa de Llegadas por hora
alpha <- 3             # Número de Llegadas (3 personas)
beta <- 1 / lambda     # Parámetro de escala de la distribución gamma
t_espera <- 20 / 60    # Tiempo máximo de espera en horas (20 minutos)

# Cálculo de la probabilidad usando la CDF de la distribución gamma
probabilidad <- pgamma(t_espera, shape = alpha, scale = beta)

# Resultado
cat("La probabilidad de que el tiempo de espera sea a lo más 20 minutos es:", probabilidad, "\n")

## La probabilidad de que el tiempo de espera sea a lo más 20 minutos es:
0.7618967
```

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de una persona esté entre 5 y 10 segundos?

```
# Parámetro Lambda (tasa de Llegadas por segundo)
lambda <- 12 / 3600    # Tasa en Llegadas por segundo (12 llegadas por hora)

# Calcular la probabilidad de que el tiempo esté entre 5 y 10 segundos
prob_5_10 <- pexp(10, rate = lambda) - pexp(5, rate = lambda)

# Resultado
cat("La probabilidad de que el tiempo de espera esté entre 5 y 10 segundos es:", prob_5_10, "\n")

## La probabilidad de que el tiempo de espera esté entre 5 y 10 segundos es: 0.01625535
```

c) ¿Cuál será la probabilidad de que en 15 minutos lleguen a lo más tres personas?

```
# Parámetros del problema
lambda <- 12 * (15 / 60) # Tasa de Llegadas en 15 minutos

# Calcular La probabilidad de a Lo más 3 Llegadas
probabilidad <- ppois(3, lambda = lambda)

# Resultado
cat("La probabilidad de que en 15 minutos lleguen a lo más 3 personas
es:", probabilidad, "\n")

## La probabilidad de que en 15 minutos lleguen a lo más 3 personas es:
0.6472319
```

d) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas esté entre 5 y 10 segundos?

```
# Parámetros del problema
lambda <- 12 / 3600 # Tasa de Llegadas por segundo
alpha <- 3          # Número de personas
beta <- 1 / lambda  # Parámetro de escala

# Calcular La probabilidad acumulada para 5 y 10 segundos
prob_10 <- pgamma(10, shape = alpha, scale = beta)
prob_5 <- pgamma(5, shape = alpha, scale = beta)

# Probabilidad de que el tiempo esté entre 5 y 10 segundos
probabilidad <- prob_10 - prob_5

# Resultado
cat("La probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas esté
entre 5 y 10 segundos es:", probabilidad, "\n")

## La probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas esté entre
5 y 10 segundos es: 5.258533e-06
```

e) Determine la media y varianza del tiempo de espera de tres personas.

```
# Parámetros del problema
lambda <- 12 # Tasa de Llegadas por segundo
alpha <- 3   # Número de personas
beta <- 1 / lambda # Parámetro de escala

# Calcular La media y La varianza
media <- alpha * beta
varianza <- alpha * beta^2

# Resultado
cat("La media del tiempo de espera es:", media, "horas\n")
```

```
## La media del tiempo de espera es: 0.25 horas
cat("La varianza del tiempo de espera es:", varianza, "horas^2\n")
## La varianza del tiempo de espera es: 0.02083333 horas^2
```

f) ¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una desviación estándar arriba de la media?

```
# Parámetros del problema
lambda <- 12 / 3600 # Tasa de Llegadas por segundo
alpha <- 3          # Número de personas
beta <- 1 / lambda  # Parámetro de escala

# Cálculo de la media y la desviación estándar
media <- alpha * beta
varianza <- alpha * beta^2
desviacion_estandar <- sqrt(varianza)

# Tiempo objetivo: una desviación estándar por encima de la media
tiempo_objetivo <- media + desviacion_estandar

# Calcular la probabilidad de que el tiempo de espera exceda el tiempo objetivo
probabilidad <- 1 - pgamma(tiempo_objetivo, shape = alpha, scale = beta)

# Resultado
cat("La probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una desviación estándar arriba de la media es:", probabilidad, "\n")

## La probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una desviación estándar arriba de la media es: 0.1491102
```

Respuesta: 0.7619, 0.0163, 0.6472, 0.00000525, 0.25, 0.1443, 0.1491

Entre partículas

Una masa radioactiva emite partículas de acuerdo con un proceso de Poisson con una razón promedio de 15 partículas por minuto. En algún punto inicia el reloj.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en los siguientes 3 minutos la masa radioactiva emita 30 partículas?

```
# Parámetros del problema
lambda <- 15 * 3 # Tasa ajustada para 3 minutos
alpha <- 30      # Número exacto de partículas que queremos observar

# Calcular la probabilidad de emitir exactamente 30 partículas
probabilidad <- dpois(alpha, lambda = lambda)

# Resultado
```

```
cat("La probabilidad de que en los siguientes 3 minutos se emitan exactamente 30 partículas es:", probabilidad, "\n")
```

```
## La probabilidad de que en los siguientes 3 minutos se emitan exactamente 30 partículas es: 0.00426053
```

b) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran cinco segundos a lo más antes de la siguiente emisión?

```
# Parámetros del problema
```

```
lambda <- 15 / 60 # Tasa de emisión por segundo
```

```
t <- 5 # Tiempo límite en segundos
```

```
# Calcular la probabilidad de que la emisión ocurra en 5 segundos o menos  
probabilidad <- pexp(t, rate = lambda)
```

```
# Resultado
```

```
cat("La probabilidad de que transcurran a lo más 5 segundos antes de la siguiente emisión es:", probabilidad, "\n")
```

```
## La probabilidad de que transcurran a lo más 5 segundos antes de la siguiente emisión es: 0.7134952
```

c) ¿Cuánto es la mediana del tiempo de espera de la siguiente emisión?

```
# Parámetros del problema
```

```
lambda <- 15 # Tasa de emisión por segundo
```

```
# Calcular la mediana del tiempo de espera
```

```
mediana <- log(2) / lambda
```

```
# Resultado
```

```
cat("La mediana del tiempo de espera de la siguiente emisión es:", mediana, "minutos\n")
```

```
## La mediana del tiempo de espera de la siguiente emisión es: 0.04620981 minutos
```

d) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran a lo más cinco segundos antes de la segunda emisión?

```
# Parámetros del problema
```

```
lambda <- 15 / 60 # Tasa de emisión por segundo
```

```
shape <- 2 # Número de emisiones (segunda emisión)
```

```
scale <- 1 / lambda # Parámetro de escala
```

```
# Calcular la probabilidad de que el tiempo sea a lo más 5 segundos
```

```
t <- 5 # Tiempo límite en segundos
```

```
probabilidad <- pgamma(t, shape = shape, scale = scale)
```

```
# Resultado
```

```
cat("La probabilidad de que transcurran a lo más 5 segundos antes de la  
segunda emisión es:", probabilidad, "\n")
```

```
## La probabilidad de que transcurran a lo más 5 segundos antes de la  
segunda emisión es: 0.3553642
```

e) ¿En que rango se encuentra el 50% del tiempo central que transcurre antes de la segunda emisión?

```
# Parámetros del problema
```

```
lambda <- 15 # Tasa de emisión por segundo
```

```
shape <- 2 # Segunda emisión
```

```
scale <- 1 / lambda # Parámetro de escala
```

```
# Calcular los cuantiles del 25% y 75%
```

```
cuantil_25 <- qgamma(0.25, shape = shape, scale = scale)
```

```
cuantil_75 <- qgamma(0.75, shape = shape, scale = scale)
```

```
# Resultado
```

```
cat("El 50% del tiempo central transcurre entre:", cuantil_25, "y",  
cuantil_75, "minutos\n")
```

```
## El 50% del tiempo central transcurre entre: 0.06408525 y 0.179509  
minutos
```

Respuesta: 0.004261, 0.7135, 0.0462, 0.3554, entre 0.0641 y 0.1795