

“TAREA #2”

ITESO



ITESO, Universidad Jesuita de Guadalajara

**MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN
JUAN DIEGO SÁNCHEZ TORRES**

**IVANNA HERRERA IBARRA 744614
ARANTZA GOMEZ HARO GAMBOA 744249
JAVIER ALEJANDRO FAJARDO LÓPEZ 740448
LUIS FERNANDO MÁRQUEZ BAÑUELOS 744489**

9 DE SEPTIEMBRE DE 2024

Problema 1:

The Dewright company is considering three new products to replace current models. Primary consideration should be given to three factors:

- Long-run profit of at least 125 million dollars.
- Maintain current employment of 4000 employees.
- Hold the level of capital investment required now for new equipment to less than 55 million dollars.

It will probably not be possible to attain all of these goals simultaneously, so some relative penalty weights were assigned (penalties relative to each other) as shown below. Each new product' contribution to profit, employment and capital is proportional to the rate of production. These contributions (per unit rate of production) are shown in Table 1. Let x_1 , x_2 , x_3 be the production rates of Products 1, 2, 3 respectively.

Prove that the following system for goal programming represents the situation under consideration:

Let s_i^+ be the amount over, s_i^- be the amount under the stated goal. In goal 1, we see that the amount under gets the penalty s_1^- , in employment, we get both, and in capital, the penalty is for going over s_3^+ , thus obtaining the following linear program:

$$\begin{aligned}\min z &= 5s_1^- + 2s_2^+ + 4s_2^- + 3s_3^+ \\ 12x_1 + 9x_2 + 15x_3 + s_1^- - s_1^+ &= 125 \\ 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + s_2^- - s_2^+ &= 40 \\ 5x_1 + 7x_2 + 8x_3 + s_3^- - s_3^+ &= 55\end{aligned}$$

with all decision variables being non-negative.

After this, present the solution of the optimization problem and appropriate conclusions.

factor / producto	1	2	3	meta	penalización
ganancia a largo plazo	12	9	15	≥ 125	5
empleo	5	3	4	igual a 40	2 (+), 4 (-)
capital	5	7	8	≤ 55	3

Variables de decisión:

- x_1 = producto 1.
- x_2 = producto 2.
- x_3 = producto 3.

Variables de holgura:

- $s_i, i \in \{1, 2, 3\}$

x_1	x_2	x_3	s_1^+	s_1^-	s_2^+	s_2^-	s_3^+	s_3^-	total	restricciones
12	9	15	-1	1	0	0	0	0	125	125
5	3	4	0	0	-1	1	0	0	40	40
5	7	8	0	0	0	0	-1	1	55	55

x_1	x_2	x_3	s_1^+	s_1^-	s_2^+	s_2^-	s_3^+	s_3^-	min
8	0	2	1	0	8	0	1	0	19

Solución:

Tras haber resuelto el problema, llegamos a los siguientes resultados:

- Hacer 8 del producto 1.
- No hacer el producto 2.
- Hacer 2 del producto 3.

Para hacer posible esta producción es necesario aceptar error en las restricciones.

- La variable de holgura s_1^+ tuvo un valor de 1, lo cual es bueno ya que a largo plazo se espera una ganancia de 126 millones.
- La variable s_2^+ tuvo un valor de 8, lo que significa que se necesita contratar más gente para el proyecto teniendo una penalización total de 16.
- La variable s_3^+ tuvo un valor de 1, por lo que se necesita un capital de inversión de 56 millones teniendo una penalización de 3.

Para poder llevar a cabo este proyecto fue necesario agregar variables de holgura lo que significa aceptar error en las restricciones. Tras haber hecho la optimización vemos que el proyecto ahora espera ganar 126 millones lo cual supera el mínimo de 125 millones lo cual es una buena señal. Sin embargo, para realizar este proyecto es necesario contratar 800 personas más, lo que significa una penalización de 16, además de ser necesario tener que invertir un millón mas para que sea posible.

Entonces consideramos que es una buena estrategia realizar el reemplazo de productos pues la ganancia contra la inversión es buena pues invierto un millón más y gano un millón más, también si el costo de contratar a las 800 personas no es muy alto el proyecto es una buena opción.

Problema 2:

The Leon Burnit Advertising Agency is trying to determine a TV advertising schedule for Priceler Auto Company. Priceler has three goals:

- Goal 1: Its ads should be seen by at least 40 million high-income men (HIM).

- Goal 2: Its ads should be seen by at least 60 million low-income people (LIP).
- Goal 3: Its ads should be seen by at least 35 million high-income women (HIW).

Leon Burnit can purchase two types of ads: those shown during football games and those shown during soap operas. At most, \$600,000 can be spent on ads. The advertising costs and potential audiences of a one-minute ad of each type are shown in Table 52. Leon Burnit must determine how many football ads and soap opera ads to purchase for Priceler.

Solución:

Let

- x_1 : Number of minutes of ads shown during football games.
- x_2 : Number of minutes of ads shown during soap operas.

Then any feasible solution to the following LP would meet Priceler's goals:

$$\begin{aligned}
 \min(\text{or } \max) z &= 0x_1 + 0x_2 \text{ (or any other objective function).} \\
 \text{s. t. } 7x_1 + 3x_2 &\geq 40 \text{ (HIM constraint)} \\
 10x_1 + 5x_2 &\geq 60 \text{ (LIP constraint)} \\
 5x_1 + 4x_2 &\geq 35 \text{ (HIW constraint)} \\
 100x_1 + 60x_2 &\leq 600 \text{ (Budget constraint)} \\
 x_1, x_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

From Figure 14, we find that no point that satisfies the budget constraint meets all three of Priceler's goals. Thus, (21) has no feasible solution. It is impossible to meet all of Priceler's goals, so Burnit might ask Priceler to identify, for each goal, a cost (per-unit short of meeting each goal) that is incurred for failing to meet the goal. Suppose Priceler determines that:

Ad	Million of Viewers			Cost(\$)
	HIM	LIP	HIW	
Football	7	10	5	100000
Soap opera	3	5	4	60000

- Each million exposures by which Priceler falls short of the HIM goal costs Priceler a \$200,000 penalty because of lost sales.
- Each million exposures by which Priceler falls short of the LIP goal costs Priceler a \$100,000 penalty because of lost sales.
- Each million exposures by which Priceler falls short of the HIW goal costs Priceler a \$50,000 penalty because of lost sales.

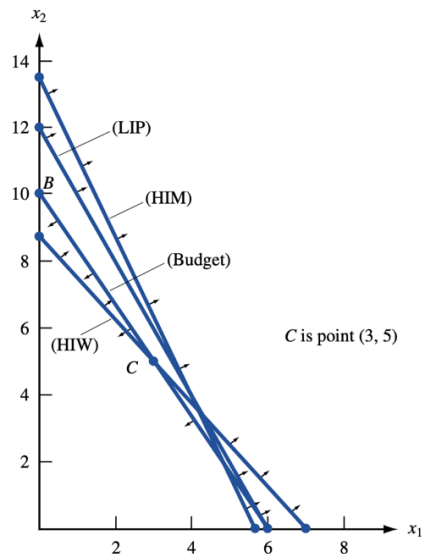
Burnit can now formulate an LP that minimizes the cost incurred in deviating from Priceler's three goals. The trick is to transform each inequality constraint in (21) that

represents one of Priceler's goals into an equality constraint. Because we don't know whether the cost-minimizing solution will undersatisfy or oversatisfy a given goal, we need to define the following variables:

- s_1^+ : Amount by which we numerically exceed the i th goal.
- s_1^- : Amount by which we are numerically under the i th goal.

The s_1^+ and s_1^- are referred to as deviational variables. For the Priceler problem, we assume that each s_1^+ and s_1^- is measured in millions of exposures. Using the deviational variables, we can rewrite the first three constraints in (21) as:

$$\begin{aligned} 7x_1 + 3x_2 + s_1^- - s_1^+ &= 40 \text{ (HIM constraint)} \\ 10x_1 + 5x_2 + s_2^- - s_2^+ &= 60 \text{ (LIP constraint)} \\ 5x_1 + 4x_2 + s_3^- - s_3^+ &= 35 \text{ (HIW constraint)} \end{aligned}$$



For example, suppose that $x_1 = 5$ and $x_2 = 2$. This advertising schedule yields $7(5) + 3(2) = 41$ million HIM exposures. This exceeds the HIM goal by $41 - 40 = 1$ million exposures, so $s_1^- = 0$ and $s_1^+ = 1$. Also, this schedule yields $10(5) + 5(2) = 60$ million LIP exposures. This exactly meets the LIP requirement, and $s_2^- = s_2^+ = 0$. Finally, this schedule yields $5(5) + 4(2) = 33$ million HIW exposures. We are numerically under the HIW goal by $35 - 33 = 2$ million exposures, so $s_3^- = 2$ and $s_3^+ = 0$.

Suppose Priceler wants to minimize the total penalty from the lost sales. In terms of the deviational variables, the total penalty from lost sales (in thousands of dollars) caused by deviation from the three goals is $200s_1^- + 100s_2^- + 50s_3^-$. The objective function coefficient for the variable associated with goal i is called the weight for goal i . The most important goal has the largest weight, and so on. Thus, in the Priceler example, goal 1 (HIM) is most important, goal 2 (LIP) is second most important, and goal 3 (HIW) is least important.

Burnit can minimize the penalty from Priceler's lost sales by solving the following LP:

$$\begin{aligned}
 \min z &= 200s_1^- + 100s_2^- + 50s_3^- \\
 \text{s. t. } 7x_1 + 3x_2 + s_1^- - s_1^+ &= 40 \text{ (HIM constraint)} \\
 10x_1 + 5x_2 + s_2^- - s_2^+ &= 60 \text{ (LIP constraint)} \\
 5x_1 + 4x_2 + s_3^- - s_3^+ &= 35 \text{ (HIW constraint)} \\
 100x_1 + 60x_2 &\leq 600 \text{ (Budget constraint)} \\
 \text{All variables nonnegative}
 \end{aligned}$$

The optimal solution to this LP is $z = 250$, $x_1 = 6$, $x_2 = 0$, $s_1^+ = 2$, $s_2^+ = 0$, $s_3^+ = 0$, $s_1^- = 0$, $s_2^- = 0$, $s_3^- = 5$. This meets goal 1 and goal 2 (the goals with the highest costs, or weights, for each unit of deviation from the goal) but fails to meet the least important goal (goal 3).

Explicación:

Esto significa que el presupuesto se va a gastar en 6 minutos para football y en 0 minutos para sitcoms. Con esto se logra llegar a 2 millones de HIM más, pero se llega a 5 millones de HIW menos, lo cual no es malo, ya que es la métrica de menor importancia y la afectación es un costo de oportunidad.

1. Graphically determine the preemptive goal programming solution to the Priceler example for the following priorities:
 - a) LIP is highest-priority goal, followed by HIW and then HIM.



Esto significa que el presupuesto se va a gastar en 6 minutos para football y en 0 minutos para sitcoms. Con esto se logra llegar a 2 millones de HIM más, pero se llega a 5 millones de HIW menos, lo cual no es malo, ya que es la métrica de menor importancia y la afectación es un costo de oportunidad.

b) HIM is highest-priority goal, followed by LIP and then HIW.



Esto significa que el presupuesto se va a gastar en 6 minutos para football y en 0 minutos para sitcoms. Con esto se logra llegar a 2 millones de HIM más, pero se llega a 5 millones de HIW menos, lo cual no es malo, ya que es la métrica de menor importancia y la afectación es un costo de oportunidad.

c) HIM is highest-priority goal, followed by HIW and then LIP.



Esto significa que el presupuesto se va a gastar en 6 minutos para football y en 0 minutos para sitcoms. Con esto se logra llegar a 2 millones de HIM más, pero se llega a 5 millones de HIW menos, lo cual no es malo, ya que es la métrica de menor importancia y la afectación es un costo de oportunidad.

d) HIW is highest-priority goal, followed by HIM and then LIP.



En esa solución se dedica 3 minutos al football y 5 minutos a las sitcoms. Esto provoca que se llegue a 4 millones de HIM menos, a 5 millones de LIP menos y se llega al total de HIW, mostrando la prioridad de las metas.

Problemas parte A:

Problema 3

Highland Appliance must determine how many color TVs and VCRs should be stocked. It costs Highland \$300 to purchase a color TV and \$200 to purchase a VCR. A color TV requires 3 sq yd of storage space, and a VCR requires 1 sq yd of storage space. The sale of a color TV earns Highland a profit of \$150, and the sale of a VCR earns Highland a profit of \$100. Highland has set the following goals (listed in order of importance):

- Goal 1: A maximum of \$20,000 can be spent on purchasing color TVs and VCRs.
- Goal 2: Highland should earn at least \$11,000 in profits from the sale of color TVs and VCRs.
- Goal 3: Color TVs and VCRs should use no more than 200 sq yd of storage space.

Formulate a preemptive goal programming model that Highland could use to determine how many color TVs and VCRs to order.

	TV	VCR	Goal
Gasto	300	200	20,000
Profit	150	100	11,000
Espacio	3	1	200

Variables de decision:

- x : Cantidad de TVs a color que deben ordenar.
- y : Cantidad de VCRs que deben ordenar.

Variables de holgura:

- $s_i, i \in \{1, 2, 3\}$

Restricciones:

- $300x + 200y - s_1^+ + s_1^- = 20000$
- $150x + 100y - s_2^+ + s_2^- = 11000$
- $3x + 1y - s_3^+ + s_3^- = 200$

Funcional de costo:

- $\min 8s_1^+ + 4s_2^- + 2s_3^+$

	x	y	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	total	restricciones
gasto	300	200	-1	1	0	0	0	0	20000	20000
profit	150	100	0	0	-1	1	0	0	11000	11000
espacio	3	1	0	0	0	0	-1	1	200	200

x	y	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-
0	100	0	0	0	1000	0	100

s1+	s2-	s3+	total
8	4	2	4000

Solución:

Tras obtener los resultados, podemos ver que, para llevar a cabo el proyecto es necesario solamente comprar 100 productos del objeto y (VCRs). Con esto, obtendremos que el gasto será el establecido de \$20000, se tendrá una ganancia de \$10000, con \$1000 menos de la meta y se ocupará solo 100 de espacio, ahorrándonos 100 de este.

Podemos concluir que la elección para este proyecto es buena y rentable. Aunque es cierto que no se obtiene por \$100 la ganancia esperada, minimizamos el gasto requerido a lo establecido inicialmente, además de poder ahorrar 100 de espacio presupuestado, siendo una buena opción en cuanto a ganancia/inversión.

How would the preemptive goal formulation be modified if Highland's goal were to have a profit of exactly \$11,000?

Funcional de costo:

- $\min 8s_1^+ + 4s_2^- + 2s_3^+$

	x	y	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	total	restricciones
gasto	300	200	-1	1	0	0	0	0	20000	20000
profit	150	100	0	0	0	0	0	0	11000	11000
espacio	3	1	0	0	0	0	-1	1	200	200

x	y	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-
0	110	2000	0	0	0	0	90

s1+	s2-	s3+	total
8	4	2	16000

Solución:

En caso de que el objetivo de la empresa fuera que se tuviera una ganancia de exactamente \$11000, lo que se tendría que hacer es comprar ordenar ahora 110 del producto y (VCRs) y 0 del producto x. Con esto lograríamos tener una ganancia de 11000, aunque, se necesitaría invertir \$2000 más para llegar a esta meta. En cuanto al espacio, nos quedaría sobrando 90.

Este caso también es conveniente ya que obtendremos más ganancia solo metiéndole un poco más como gasto, y mantendríamos un buen nivel de espacio por ocupar, siendo una idea también muy rentable a la empresa.

Problema 4

A company produces two products. Relevant information for each product is shown in Table 58. The company has a goal of \$48 in profits and incurs a \$1 penalty for each dollar it falls short of this goal. A total of 32 hours of labor are available. A \$2 penalty is incurred for each hour of overtime (labor over 32 hours) used, and a \$1 penalty is incurred for each hour of available labor that is unused. Marketing considerations require that at least 10 units of product 2 be produced. For each unit (of either product) by which production falls short of demand, a penalty of \$5 is assessed. Formulate an LP that can be used to minimize the penalty incurred by the company. Suppose the company sets (in order of importance) the following goals:

- Goal 1: Avoid underutilization of labor.
- Goal 2 : Meet demand for product 1.
- Goal 3: Meet demand for product 2.
- Goal 4: Do not use any overtime.

Formulate and solve a preemptive goal programming model for this situation.

	x1	x2	Goal	Penalty
Labor	4	2	32	2(+), 1(-)
Marketing A	1	0	7	5
Marketing B	0	1	10	5
Profit	4	2	48	1

Variables de decision:

- x_1 : Cantidad de producto 1 que se tiene que producir.
- x_2 : Cantidad de producto 2 que se tiene que producir.

Variables de holgura:

- $s_i, i \in \{1, 2, 3, 4\}$

Restricciones:

- $4x_1 + 2x_2 - s_1^+ + s_1^- = 32$
- $x_1 - s_2^+ + s_2^- = 7$
- $x_2 - s_3^+ + s_3^- = 10$
- $4x_1 + 2x_2 - s_4^+ + s_4^- = 48$

Funcional de costo:

- $\min 2s_1^+ + 4s_1^- + 5s_2^- + 5s_3^- + s_4^-$

	x1	x2	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	s4+	s4-	Total	Restricción
Labor	4	2	-1	1	0	0	0	0	0	0	32	32
product 1	1	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	7	7
Product 2	0	1	0	0	0	0	-1	1	0	0	10	10
Profit	4	2	0	0	0	0	0	0	-1	1	48	48

x1	x2	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	s4+	s4-	Min
7	10	16	0	0	0	0	0	0	0	32

Solución:

Después de realizar el modelo, podemos ver que se necesitan producir 7 unidades del producto 1 y 10 unidades del producto 2. Con esto, se lograrán los objetivos de tener al menos 7 unidades del producto 1, 10 del producto 2 y obtener una ganancia de 48, aunque, para tener esto, es necesario excedernos 16 horas más en el trabajo, obteniendo una penalización de \$32.

Podemos decir que esta es una idea buena porque aunque se necesitan meter más trabajo del que se tenía pensado, esto nos permitirá tener todas las otras metas que necesitamos, y si vemos las prioridades de l empresa, logramos cumplir las primeras 3 de manera exitosa, resultando en algo viable para poder realizar.

Problema 5

Deancorp produces sausage by blending together beef head, pork chuck, mutton, and water. The cost per pound, fat per pound, and protein per pound for these ingredients is given in Table 59. Deancorp needs to produce 100 lb of sausage and has set the following goals, listed in order of priority:

- Goal 1: Sausage should consist of at least 15% protein.
- Goal 2: Sausage should consist of at most 8% fat.
- Goal 3: Cost per pound of sausage should not exceed 8¢.

Formulate a preemptive goal programming model for Deancorp.

	head	chuck	mutton
fat	0.05	0.24	0.11
proteína	0.2	0.26	0.08
costo	0.12	0.09	0.08

Variables de decision:

- x_1 : Cantidad de ingrediente head que usaran en el producto.
- x_2 : Cantidad de ingrediente chuck que usaran en el producto.
- x_3 : Cantidad de ingrediente mutton que usaran en el producto.

Variables de holgura:

- $s_i, i \in \{1, 2, 3\}$

Restricciones:

- $0.05x_1 + 0.24x_2 + 0.11x_3 - s_1^+ + s_1^- = 8$
- $0.2x_1 + 0.26x_2 + 0.08x_3 - s_2^+ + s_2^- = 15$
- $0.12x_1 + 0.09x_2 + 0.08x_3 - s_3^+ + s_3^- = 8$
- $x_1 + x_2 + x_3 = 100$

Funcional de costo:

- $\min 2s_1^+ + 4s_1^- + 5s_2^- + 5s_3^- + s_4^-$

	x1	x2	x3	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	total	restricciones
fat	0.05	0.24	0.11	-1	1	0	0	0	0	8	8
proteína	0.2	0.26	0.08	0	0	-1	1	0	0	15	15
costo	0.12	0.09	0.08	0	0	0	0	-1	1	8	8
producción	1	1	1	0	0	0	0	0	0	100	100

x1	x2	x3	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-
54.9242424	2.27272727	42.8030303	0	0	0	0	2.21969697	0

s2-	s1+	s3+	min
8	4	2	4.43939394

Solución:

Para poder realizar este proyecto, se requiere que usemos 54.92 del producto 1, 2.27 del producto 2 y 42.80 del producto 3. Si se realiza de esta forma, lograremos cumplir con todas las metas, y solo se pasará el costo por 2, ya que en vez de costar 8, costará en total 10.21.

Podemos decir que es una buena idea realizar este proyecto, ya que se logra mantener todas las metas, y solamente se tiene que poner un poco más en cuanto al costo, siendo este de 2.21, el cual no es mucho si entendemos que con esto se logra cumplir todo lo demás, siendo una idea viable para la empresa.

Problemas parte B:

Problema 8:

Faber College is admitting students for the class of 2008. It has set four goals for this class, listed in order of priority:

- Goal 1: Entering class should be at least 5,000 students.
- Goal 2: Entering class should have an average SAT score of at least 640.
- Goal 3: Entering class should consist of at least 25 percent out-of-state students.
- Goal 4: At least 2,000 members of the entering class should not be nerds.

The applicants received by Faber are categorized in Table 62. Formulate a preemptive goal programming model that could determine how many applicants of each type should be admitted. Assume that all applicants who are admitted will decide to attend Faber.

Home State	SAT Score	No. Of Nerds	No. Of Non-Nerds
In-state	700	1500	400
In-state	600	1300	700
In-state	500	500	500
Out-of-state	700	350	50
Out-of-state	600	400	400
Out-of-state	500	400	600

Variables de decision:

- x_1 : Cantidad de nerds en el estado con promedio de 700.
- x_2 : Cantidad de no nerds en el estado con promedio de 700.
- x_3 : Cantidad de nerds en el estado con promedio de 600.
- x_4 : Cantidad de no nerds en el estado con promedio de 600.

- x_5 : Cantidad de nerds en el estado con promedio de 500.
- x_6 : Cantidad de no nerds en el estado con promedio de 500.
- x_7 : Cantidad de nerds fuera del estado con promedio de 700.
- x_8 : Cantidad de no nerds fuera del estado con promedio de 700.
- x_9 : Cantidad de nerds fuera del estado con promedio de 600.
- x_{10} : Cantidad de no nerds fuera del estado con promedio de 600.
- x_{11} : Cantidad de nerds fuera del estado con promedio de 500.
- x_{12} : Cantidad de no nerds fuera del estado con promedio de 500.

Variables de holgura:

- $s_i, i \in \{1, 2, 3, 4\}$

Restricciones:

- $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - s_1^+ + s_1^- = 5000$
- $700x_1 + 700x_2 + 600x_3 + 600x_4 + 500x_5 + 500x_6 + 700x_7 + 700x_8 + 600x_9 + 600x_{10} + 500x_{11} + 500x_{12} - s_2^+ + s_2^- = 640(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12})$
- $x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - s_3^+ + s_3^- = 0.25(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12})$
- $x_2 + x_4 + x_6 + x_8 + x_{10} + x_{12} - s_4^+ + s_4^- = 2000$

Funcional de costo:

- $\min 1000s_1^- + 500s_2^- + 250s_3^- + 125s_4^-$

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	s4+	s4-	total	restricciones
suma	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	0	0	0	0	0	0	5000	5000
val	700	700	600	600	500	500	700	700	600	600	500	500	0	0	-1	1	0	0	0	0	3200000	3200000
val-objetivo	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	-1	1	0	0	1250	1250
no nerds	0	1	0	1	0	1	+	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	1	2000	2000
total estudiantes	5000																					

Total estudiantes: 5000

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	s4+	s4-
1500	400	900	700	0	250	350	50	400	400	0	50	0	0	0	0	0	0	0	150

s1-	s2-	s3-	s4-	min
1000	500	250	125	18750

Solución:

El modelo realizado dice que 5000 alumnos son los que van a ser admitidos, el cual es el mínimo, con los elegidos de cada tipo se cumple que el promedio sea al menos de 640. Además, se logra el objetivo de tener al menos $\frac{1}{4}$ del alumnado fuera del estado, teniendo 1250 de estos. Sin embargo, se aceptan solo 1850 no nerds que son 150 menos del mínimo pedido.

El acomodo de admisión de los estudiantes es bastante bueno, ya que solo se tuvo que ajustar una meta aceptando 150 menos de los no nerds, pero se logra el objetivo de tener a los 5000 con el promedio mínimo requerido, lo cual es más importante, siendo así una buena opción.

Problema 12:

A small aerospace company is considering eight projects:

- Project 1: Develop an automated test facility.
- Project 2: Barcode all company inventory and machinery.
- Project 3: Introduce a CAD/CAM system.
- Project 4: Buy a new lathe and deburring system.
- Project 5: Institute FMS (flexible manufacturing system).
- Project 6: Install a LAN (local area network).
- Project 7: Develop AIS (artificial intelligence simulation).
- Project 8: Set up a TQM (total quality management) initiative.

Each project has been rated on five attributes: return on investment (ROI), cost, productivity improvement, worker requirements, and degree of technological risk. These ratings are given in Table 67. The company has set the following five goals (listed in order of priority:

- Goal 1: Achieve a return on investment of at least \$3,250.
- Goal 2: Limit cost to \$1,300.
- Goal 3: Achieve a productivity improvement of at least 6.
- Goal 4: Limit manpower use to 108.
- Goal 5: Limit technological risk to a total of 4.

Use preemptive goal programming to determine which projects should be undertaken.

	Project							
	1	2	3	4	5	6	7	8
ROI (\$)	2070	456	670	350	495	380	1500	480
Cost (\$)	900	240	335	700	410	190	500	160
Productivity improvement	3	2	2	0	1	0	3	2
Manpower needed	18	18	27	36	42	6	48	24
Degree of risk	3	2	4	1	1	0	2	3

Variables de decision:

- x_i : Proyecto i , $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Variables de holgura:

- s_i , $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Restricciones:

- $2070x_1 + 456x_2 + 670x_3 + 350x_4 + 495x_5 + 380x_6 + 1500x_7 + 480x_8 - s_1^+ + s_1^- = 3250$
- $900x_1 + 240x_2 + 335x_3 + 700x_4 + 410x_5 + 190x_6 + 500x_7 + 160x_8 - s_2^+ + s_2^- = 1300$
- $3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 + 3x_7 + 2x_8 - s_3^+ + s_3^- = 6$
- $18x_1 + 18x_2 + 27x_3 + 36x_4 + 42x_5 + 6x_6 + 48x_7 + 24x_8 - s_4^+ + s_4^- = 108$

- $3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5 + 2x_7 + 3x_8 - s_5^+ + s_5^- = 4$

Funcional de costo:

- $\min 500s_1^- + 400s_2^+ + 300s_3^- + 200s_4^+ + 100s_5^+$

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	s4+	s4-	s5+	s5-	total	restricciones
ROI	2070	456	670	350	495	380	1500	480	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3250	3250
Cost	900	240	335	700	410	190	500	160	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	1300	1300
Productivity	3	2	2	0	1	0	3	2	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	6	6
Manpower	18	18	27	36	42	6	48	24	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	108	108
Risk	3	2	4	1	1	0	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	4	4

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	s1+	s1-	s2+	s2-	s3+	s3-	s4+	s4-	s5+	s5-	
1	0	0	0	0	0	1	0	320	0	100	0	0	0	0	0	42	1	0

s1-	s2+	s3-	s4+	s5+	min
500	400	300	200	100	40100

Solución:

Los resultados obtenidos nos dicen que hagamos el proyecto 1 y el proyecto 7. Haciendo estos proyectos hay una ganancia de 320 más de los 3250 que se pedían. Para lograr esto se deben de gastar 100 pesos más del presupuesto que se da. También se utilizan 42 trabajadores menos del máximo establecido y se corre un riesgo total de 5 siendo mayor al límite total de 4.

La elección de estos proyectos es buena, pues a pesar de tener un costo de 100 por encima de lo pedido, da una ganancia de 320, además de utilizar poco personal, corriendo un riesgo ligeramente mayor al límite.

Problema 3:

Corporations routinely face the problem of financing short term cash commitments. Linear programming can help in figuring out an optimal combination of financial instruments to meet these commitments. To illustrate this, consider the problem given in Table 2, where a company has a short term financing problem.

The company has the following sources of funds:

- A line of credit of up to \$100 K at an interest rate of 1% per month.
- In any one of the first three months, it can issue 90-day commercial paper bearing a total interest of 2% for the 3-month period.
- Excess funds can be invested at an interest rate of 0.3% per month.

After this, an adequate optimization problem will be presented to match the cash flows and maximize the wealth for July.

Important: The solution to the problem must be presented with a thorough definition of all essential variables. The optimization problem should be introduced appropriately.

mes	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio
flujo	-150	-100	200	-200	50	300

Variables de decisión:

- x_i : Crédito en el mes i , $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- y_i : Dinero por nota comercial, $i \in \{1, 2, 3\}$
- z_i : Excedente en inversión, $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Restricciones:

- $x_1 + y_1 - z_1 = 150$
- $x_2 + y_2 - z_2 - 1.01x_1 + 1.003z_1 = 100$
- $x_3 + y_3 - z_3 - 1.01x_2 + 1.003z_2 = -200$
- $x_4 - z_4 - 1.01x_3 + 1.003z_3 - 1.02y_1 = 200$
- $x_5 - z_5 - 1.01x_4 + 1.003z_4 - 1.02y_2 = -50$
- $x_6 - z_6 - 1.01x_5 + 1.003z_5 - 1.02y_3 = -300$
- $x_i \geq 0, y_i \geq 0, z_i \geq 0$

Funcional de costo:

- $\max z_6 - x_6$

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	y1	y2	y3	z1	z2	z3	z4	z5	z6	total	restricciones
ene	1	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	0	0	0	150	150
feb	-1.01	1	0	0	0	0	0	1	0	1.003	-1	0	0	0	0	100	100
mar	0	-1.01	1	0	0	0	0	0	1	0	1.003	-1	0	0	0	-200	-200
abr	0	0	-1.01	1	0	0	-1.02	0	0	0	0	1.003	-1	0	0	200	200
may	0	0	0	-1.01	1	0	0	-1.02	0	0	0	0	1.003	-1	0	-50	-50
jun	0	0	0	0	-1.01	1	0	0	-1.02	0	0	0	0	1.003	-1	-300	-300
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	y1	y2	y3	z1	z2	z3	z4	z5	z6	max	
	0	50.98039216	0	0	0	0	150	49.01960784	203.4343636	0	0	351.9441675	0	0	92.49694915	92.49694915	

Solución:

El problema nos pide encontrar la mejor manera de financiar la empresa para tener la mayor cantidad de dinero para el mes de julio. La estrategia óptima es la siguiente:

- En el mes de enero emitimos 150 en notas para cubrir las obligaciones.
- Para el mes de febrero se pide a crédito 50.98 y se emiten notas comerciales por 49.01.
- En marzo emitimos notas por 203.43 y se invierten 351.94 de excedentes y se debe pagar el crédito de febrero.
- En abril se pagan las notas comerciales de enero.
- En mayo pagamos las notas comerciales emitidas en febrero.
- En junio se pagan las notas emitidas en marzo y se tiene un excedente de 92.49.

Problema 4:

Imagine you have been handed the solution to a CFM problem in Table 3 and Table 4, along with its sensitivity analysis in Table 5 and Table 6. Answer the following questions using shadow pricing analysis:

- 1. Suppose the Net Cash Flow in January was -250 instead of -150. What is the extent of the company's wealth reduction at the end of June?**

En esta situación habría una pérdida de 103.72 contra el saldo final de 92.49 teniendo un total de -11.23. Sin embargo, esto no es posible dentro de lo permitido en la tabla de sensibilidad ya que lo máximo a aumentar es 89.17 lo cual sería una deuda de 239.17.

- 2. Suppose the Net Cash Flow in March was 280 instead of 200. What is the amount by which the company's wealth will increase by the end of June?**

El precio sombra en marzo es de 1.02 por lo que la diferencia de 80 haría que haya una ganancia 81.6 más al final de junio, siendo un total de 174.09.

- 3. Suppose the credit limit was raised from 100 to 300. What is the amount by which the company's wealth would increase by the end of June?**

La cantidad total al final de Junio sería la misma ya que en ningún mes se llegó al límite de pedir 100 por lo que sería poco probable necesitar más, además que el precio sombra para todas las x es de cero lo que significa que no hay ningún cambio si se aumenta el límite de crédito.

- 4. Assume that the negative Net Cash Flow in January is due to the purchase of a machine worth \$150, 000. The vendor allows the payment to be made in June at an interest rate of 3% for the 5-month period. Would the company's wealth increase or decrease by using this option?**

El dinero al final de junio sería mayor si se toma esta opción. Como en enero no se paga los 150 el cash flow sería 0, y esta diferencia incrementa nuestro dinero final por 155.595. Y ese 150 a pagar en junio al 3% se tendría que pagar 154.5 de esa máquina, aumentando nuestro dinero final por 1.095.

What if the interest rate for the 5-month period were 4%?

En este caso nuestro dinero en junio sería menor, pues mi cash Flow incrementa 154.5 pero de maquinaria se tienen que pagar 156, resultando en una pérdida de 1.5.

El problema se puede resolver considerando que nuestro cash flow en junio es de 300, y en la tabla de sensibilidad dice que lo máximo que puede disminuir es 92.497 resultando en 207.503, si el pago de la máquina se hace en junio se tendría que restar más de 150 sobrepasando el límite.

Remark: One possible interpretation of the shadow price u of constraint C is as follows: if the right-hand side of constraint C changes a certain amount Δ , the optimal objective value changes $u\Delta$. However, it is essential to note that the change Δ must fall within the Allowable range.

Referencias Bibliográficas:

Wayne L. Winston. Operations Research: Applications and Algorithms, 4th Ed. Thomson Learning - Brooks/Cole, 2004. ISBN 978-0534380588. URL <https://ia801309.us.archive.org/2/items/OperationalResearchWinstonWayne/Operational-ResearchWinston-Wayne.pdf>.