

# Concepção e Análise de Algoritmos

Tema 1 – MeetupRider  
Partilha de viagens em grupos

**Turma 4 Grupo 2**

**Adriana Gonçalves – [up201808911@fe.up.pt](mailto:up201808911@fe.up.pt)**  
**Catarina Fernandes – [up201806610@fe.up.pt](mailto:up201806610@fe.up.pt)**  
**Luís Torres Silva – [up201808912@fe.up.pt](mailto:up201808912@fe.up.pt)**

# Índice

<b>Descrição do tema</b>	<b>3</b>
Fase 0: Pré-processamento dos grafos	3
Fase 1: Verificação da possibilidade de navegação entre a origem e o destino do condutor	3
Fase 2: Percurso com um veículo e vários passageiros	4
Fase 3: Percurso com vários veículos e vários passageiros	4
<b>Formalização do problema</b>	<b>5</b>
Dados de entrada	5
Dados de saída	6
Restrições	6
Função objetivo	7
<b>Perspetiva de solução</b>	<b>7</b>
Pré-processamento do grafo	7
Conectividade do grafo	11
Estratégias de Implementação	11
<b>Casos de utilização</b>	<b>16</b>
<b>Conclusão</b>	<b>18</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>19</b>

## Descrição do tema

Pretende-se implementar uma aplicação que permita aos seus utilizadores partilhar viagens – ridesharing – de forma a otimizar o percurso efetuado em função das origens e dos destinos do condutor e dos passageiros.

O objetivo é o condutor de um determinado veículo disponibilizá-lo na aplicação, indicando quantos passageiros pode transportar, qual é o seu destino, tal como outras restrições, por exemplo hora de partida e chegada. Tendo isto em conta, procuramos encontrar passageiros em função dos seus destinos, da proximidade das suas origens, e das restrições da viagem que pretendem realizar, de forma a otimizar o percurso feito pelo condutor.

A implementação pode ser dividida em várias fases:

### Fase 0: Pré-processamento dos grafos

A descrição desta etapa encontra-se detalhada mais à frente neste relatório, mas visa evitar processamentos desnecessários por parte do algoritmo. Para isso tentou-se reduzir o número de vértices e arestas a ser processados.

### Fase 1: Verificação da possibilidade de navegação entre a origem e o destino do condutor

Inicialmente calculamos a distância mais curta da originDriver ao destinationDriver, sem passar por outros utilizadores. Com base neste percurso e utilizando a maxDetourDistance descobrimos qual a área à volta do percurso mais curto em que o utilizador se pode deslocar.

## Fase 2: Percurso com um veículo e vários passageiros

Na segunda fase, o objetivo é encontrar o caminho mais curto entre a origem (normalmente o ponto de partida do motorista) e o destino final (que também costuma ser o destino do motorista), mas desta vez dando boleia a outros utilizadores.

Para este efeito, consideramos a distância máxima que um condutor se pode deslocar como a distância obtida pela soma do percurso mais rápido com a `maxDetourDistance`, que é definida pelo utilizador.

Usando a distância máxima que o condutor se pode deslocar num certo percurso, podemos excluir os utilizadores que estão longe demais para fazerem parte do trajeto em questão. Assim, ficamos apenas com os utilizadores a quem podemos dar boleia.

Resta-nos encontrar o caminho ótimo, ou seja, o caminho que nos permita transportar maior número de utilizadores tendo em conta a lotação do carro e tentando sempre minimizar a distância percorrida.

## Fase 3: Percurso com vários veículos e vários passageiros

Na última fase, assumimos o problema na íntegra tendo disponível vários veículos que deverão dar boleia ao maior número de utilizadores possível gerindo a lotação da viatura e os horários do condutor e dos passageiros de maneira a minimizar não só a distância percorrida mas também o número de viagens necessárias entre todos, ou seja, o número de veículos utilizados.

Assim, assumimos que pode haver rotatividade entre passageiros (caso um passageiro chegue ao seu destino antes do condutor concluir a sua viagem, passa a haver mais um lugar vago no carro, que pode voltar a ser preenchido).

# Formalização do problema

## Dados de entrada

originDriver – ponto de origem do condutor

originPassenger – ponto de origem do passageiro em questão

destinationDriver - destino do condutor

destinationPassenger - destino do passageiro em questão

earliestDepartureTime - hora de partida o mais cedo possível para um determinado utilizador

latestDepartureTime - hora de partida mais tardia possível para um determinado utilizador

maxDetourDistance - distância máxima total, definida pelo condutor, que este está disposto a percorrer para além do percurso mais rápido

Va - vetor com o conjunto de veículos existentes, sendo  $Va[i]$  o seu  $i$ -ésimo elemento, em que cada elemento é caracterizado por:

- vehicleCapacity: capacidade total do veículo (sem contar com o condutor)
- numberSeatsAvailable: número de lugares disponíveis no veículo (não inclui condutor)
  - numberSeatsAvailable inicial = vehicleCapacity
  - 1ª iteração: esta variável não é relevante, visto que só estamos a calcular o melhor percurso da origem ao destino
- numberPassengers – número de passageiros com lugar já atribuído no veículo (não inclui condutor)
- vehicleFull: numberSeatsAvailable = 0
- vehicleId: corresponde à matrícula do mesmo

G(V, E) - grafo dirigido pesado composto por:

- V - Vértices (representam os pontos do mapa que poderão coincidir com a origem/destino de um utilizador) com os seguintes atributos:
  - id - identificador de cada vértice
  - latitude - parte das coordenadas de cada vértice
  - longitude - parte das coordenadas de cada vértice
  - isOrig - Se é origem do condutor (vértice inicial)
  - isDest - Se é destino do condutor (vértice final)

- Número de pessoas que precisam de boleia
- adj - contido em E, representa o conjunto de arestas (estradas) que saem de um determinado vértice
- E - Arestas (representam caminhos entre os utilizadores/estradas e podem ter apenas um sentido ou ambos os sentidos)
  - distance - peso da aresta que neste caso traduz a distância entre dois vértices
  - id - identificador da aresta
  - orig - pertencente a V, representa o vértice de origem da aresta
  - dest - pertencente a V, representa o vértice de destino da aresta

## Dados de saída

Va - conjunto de veículos existentes

Um elemento do tipo Viagem, composto por:

- id do veículo que vai realizar a viagem
- um vetor com todas as arestas a percorrer de forma ordenada - representa o percurso ótimo
- a distância total prevista
- hora inicial da viagem
- hora final prevista

## Restrições

addressDriver  $\neq$  destinationDriver e, para o mesmo passageiro, originPassenger  $\neq$  destinationPassenger, pois não é necessário uma deslocação para chegar ao mesmo sítio

addressDriver  $\neq$  destinationPassenger pois um condutor não irá voltar atrás na sua rota (para isso é que servem os taxistas)

maxDetourDistance > 0

latestDepartureTime > earliestDepartureTime

$\forall va \in Va$ , vehicleCapacity > 0, pois não faz sentido um utilizador disponibilizar um veículo se não há lugar para mais ninguém

$\forall e \in E$ ,  $distance > 0$ , pois todas as ruas têm um determinado comprimento, o que significa que o valor da distância não pode ser negativo nem zero (os vértices no extremo dessa aresta seriam coincidentes)

$\forall v \in V$ ,  $adj \in E$ , todas as arestas adjacentes a um vértice fazem parte do conjunto de arestas  $E$  do grafo

$\forall e \in E$ ,  $orig \in V$ , todos os vértices que se qualificam como origem de uma aresta são pertencentes ao conjunto de vértices  $V$  do grafo

$\forall e \in E$ ,  $dest \in V$ , todos os vértices que se qualificam como destino de uma aresta são pertencentes ao conjunto de vértices  $V$  do grafo

O `originDriver` deve corresponder ao vértice inicial da primeira aresta da lista de arestas devolvida

O `destinationDriver` deve corresponder ao vértice final da última aresta da lista de arestas devolvida

## Função objetivo

O objetivo do problema passa por encontrar uma sequência de arestas a percorrer de forma a minimizar o peso total das mesmas e passando por todos os vértices de passageiros, indo desde o ponto inicial (`addressDriver`) até ao ponto final (`destinationDriver`). Passa também por minimizar a quantidade de veículos utilizados para transportar o mesmo número de passageiros. Assim, o nosso objetivo será minimizar as seguintes funções:

$f = \sum distance(e)$ ,  $e \in$  Conjunto de arestas percorridas pelo condutor

$g = | \text{veículos usados} |$

# Perspetiva de solução

## Pré-processamento do grafo

Antes de implementarmos qualquer uma das fases, devemos pré-processar o grafo  $G$  de maneira a reduzir o seu número de vértices e arestas. Isto ajuda a aumentar a eficiência temporal dos algoritmos que aplicarmos. Assim, devemos ignorar as arestas do grafo que se encontram inacessíveis (por exemplo devido a algum bloqueio na estrada).

Para este efeito, temos duas opções: podemos realizar uma breadth-first search (busca em largura) ou uma depth-first search (busca em profundidade):

### Breadth-First Search

Dado um vértice de origem  $v$ , explora-se sistematicamente o grafo de maneira a descobrir todos os vértices a que se pode chegar a partir de  $v$ , ou seja, os seus vértices adjacentes. Só depois de descobrir todos os vértices adjacentes de  $v$  é que se passa para outro vértice.

Para aplicarmos este algoritmo, cada vértice deverá registar este campo adicional:

- discovered: variável booleana

Este campo é inicializado com `discovered = false` e será útil para ajudar a determinar se um vértice já foi ou não visitado. Caso o `discovered` esteja a falso, sabemos que o vértice em questão ainda não foi visitado e procedemos ao seu processamento, caso contrário, o vértice não é processado. Assim, asseguramos que cada vértice é processado apenas uma vez.

É também utilizada uma fila para manter um registo dos vértices a serem processados.

Assim, a sua **complexidade temporal** é de  $O(|E|+|V|)$  em que  $|E|$  representa o número de arestas e  $|V|$  o número de vértices. Como a complexidade temporal de inserção e remoção da fila são de  $O(1)$ , estas operações não aumentam a complexidade temporal do algoritmo.

A sua **complexidade espacial** é de, no pior caso (quando todos os vértices são processados),  $O(|V|)$  onde  $|V|$  representa o número total de vértices no grafo.



```

for each  $v \in V$  do  $discovered(v) \leftarrow false$ 
 $Q \leftarrow \emptyset$ 

ENQUEUE( $Q, s$ )
 $discovered(s) \leftarrow true$ 

while  $Q \neq \emptyset$  do
     $v \leftarrow DEQUEUE(Q)$ 
    for each  $w \in Adj(v)$  do
        if not  $discovered(w)$  then
            ENQUEUE( $Q, w$ )
             $discovered(w) \leftarrow true$ 

```

Figura 1 - Pseudocódigo do algoritmo Breadth-First Search

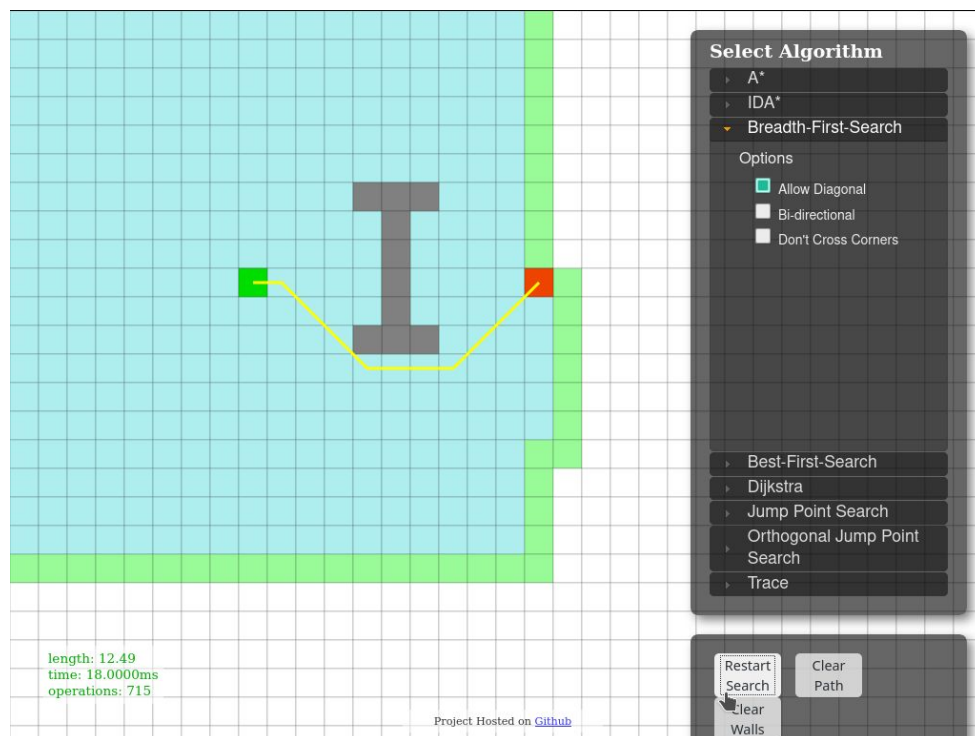


Figura 2 - Visualização do algoritmo Breadth-First Search

## Depth-First Search

O algoritmo começa num vértice  $v$  e explora um ramo do grafo até não conseguir avançar mais em profundidade. Quando todos os ramos que partem desse vértice forem explorados, são exploradas as arestas que saíram do vértice a partir do qual  $v$  foi descoberto. Este processo é repetido até todos os vértices serem processados.

Tal como no algoritmo BFS, cada vértice deverá registar este campo adicional, que irá servir impedir o processamento de um vértice mais do que uma vez.

- discovered: variável booleana

Para auxiliar nesta busca, pensámos em recorrer a uma pilha e assim aproveitamos a sua estrutura last-in/first-out.

Este algoritmo partilha as mesmas características de complexidade temporal e complexidade espacial do algoritmos BFS, sendo que o facto de recorrermos a uma pilha em vez de uma fila não altera a complexidade temporal, dado que as operações de inserção e remoção são de  $O(1)$ .

Assim, a complexidade temporal é de  $O(|E| + |V|)$  em que  $|E|$  representa o número de arestas e  $|V|$  o número de vértices e a **complexidade espacial** é de, no pior caso,  $O(|V|)$  onde  $|V|$  representa o número total de vértices no grafo.

```
let S be a stack
S.push(v)
while S is not empty do
    v = S.pop()
    if discovered(v) ← false
        discovered(v) ← true
        for all edges from v to w in G.adjacentEdges(v) do
            S.push(w)
```

Figura 3 - Pseudocódigo do algoritmo Depth-First Search

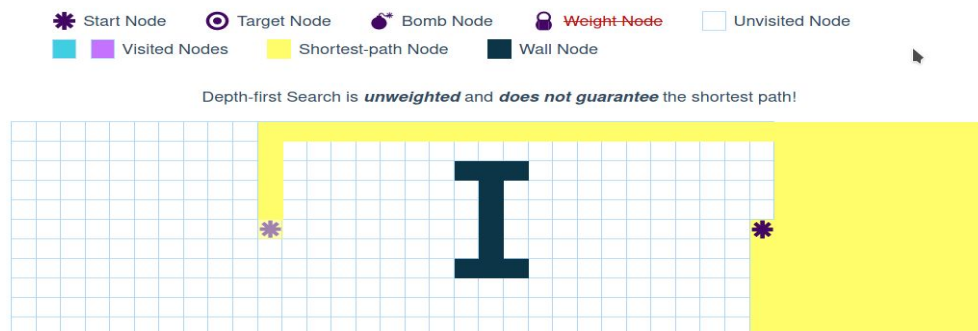


Figura 4 - Visualização do algoritmo Depth-First Search

Durante a implementação iremos testar qual dos algoritmos se adequa melhor ao nosso problema em concreto e a partir desses dados iremos escolher o algoritmo mais adequado.

# Conectividade do grafo

Não será necessário implementar a restrição relativamente à conectividade do grafo uma vez que o percurso inverso seria considerado uma nova viagem e nenhum dos utilizadores tem necessariamente de realizar a viagem inversa. Desta forma, considera-se cada percurso como independente não tendo de ser garantido o mesmo percurso no sentido inverso.

## Estratégias de Implementação

Após o pré-processamento, é reduzido o volume de dados a trabalhar de forma a que o cálculo da distância mínima entre 2 vértices, efetuado na fase 1, seja feito com maior eficácia.

Na **fase 1** vamos iterar sobre o grafo com o objetivo de determinar o conjunto de arestas a percorrer num determinado percurso, de forma a determinar o percurso ótimo, que será aquele que tiver uma distância total menor.

Para isto temos duas opções:

### Opção 1

Utilizar o **algoritmo Floyd-Warshall**, que calcula a distância mínima entre qualquer par de vértices de um grafo dirigido cujas arestas tenham um peso não negativo. Pensamos também em adaptar este algoritmo para incluir a reconstrução de caminhos entre os vários vértices, coisa que seria útil não só para a fase 1 como para as outras.

O primeiro passo é inicializar a matriz solução  $M[i][j]$  com os pesos 0 se  $i = j$  ou  $\infty$  caso  $i \neq j$ . No final de todas as iterações, o resultado esperado será obter a matriz  $M$  preenchida com as distâncias mínimas de cada par de vértices devidamente organizadas através dos índices da própria matriz. Assim, deduzimos que a complexidade espacial é de  $O(|V|^2)$ , pois é necessário guardar os valores numa matriz de  $|V| \times |V|$ .

É um bom algoritmo para usar em grafos densos, pois a sua complexidade temporal mantém-se ( $O(|V|^3)$ ) ao contrário de outros algoritmos como o Dijkstra, cuja complexidade temporal, no pior caso, é  $O(|V|^3 * \log(|V|))$ .

No entanto, devido à quantidade de cálculos requeridos, seria do nosso interesse otimizar este algoritmo. Uma ideia seria reduzir ainda mais o número

de vértices processados, adaptando a BFS ou DFS usada anteriormente de maneira a “ignorar” também vértices cuja distância à origem fosse maior que a `maxDetourDistance`. Para isto teríamos apenas que adicionar um campo adicional `dist` ao BFS ou DFS que contabilizasse a distância total percorrida. Só após este processamento adicional é que aplicaríamos, então, o algoritmo.

## Opção 2

Utilizar um dos seguintes quatro algoritmos:

O **algoritmo de Dijkstra** é um algoritmo ganancioso, que funciona apenas com arestas cujo peso seja positivo. A sua aplicação resulta numa árvore de caminhos mais curtos desde a origem (`originDriver`) até aos outros pontos do grafo.

Este algoritmo apresenta uma complexidade temporal de  $O((|V|+|E|) \cdot \log(|V|))$  e uma complexidade espacial de  $O(|V|)$ .

Na nossa implementação cada vértice irá ter um campo “path”, que indicará o vértice anterior no caminho mais curto. Seguindo uma abordagem gananciosa, podemos utilizar uma fila de prioridade mutável para maximizar o ganho.

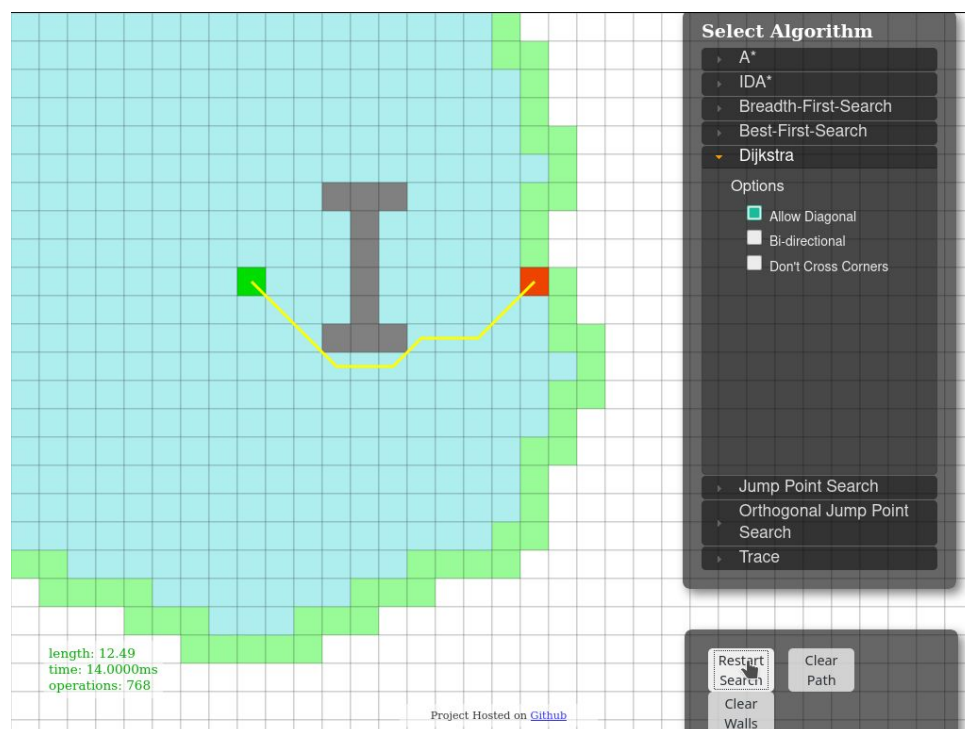


Figura 5 - Visualização do algoritmo Dijkstra

O **algoritmo A\***, que pode até ser visto como uma extensão do algoritmo Dijkstra, apresenta algumas vantagens em relação a ele, pelo que será considerada a sua implementação.

Este algoritmo utiliza heurística para guiar a sua pesquisa, o que faz com que ele processe menos vértices e seja bastante mais rápido, pois usa a distância euclidiana entre o vértice de origem e destino (valor que se obtém facilmente num mapa) como critério de descoberta de vértices “promissores”.

Assim, obtém melhores resultados em grafos mais densos, o que faz com que seja adequado para implementar em redes de estradas, como é o caso deste projeto.

A sua complexidade temporal e espacial é igual à do algoritmo Dijkstra, sendo  $O((|V|+|E|) \cdot \log(|V|))$  e  $O(|V|)$  respetivamente.

No entanto, apesar de ser mais rápido, já que analisa menos vértices, o seu resultado não é garantidamente a solução ótima. Terá de ser avaliada a diferença em termos de tempo de execução tendo em conta a possibilidade de se obter uma solução não-ótima.

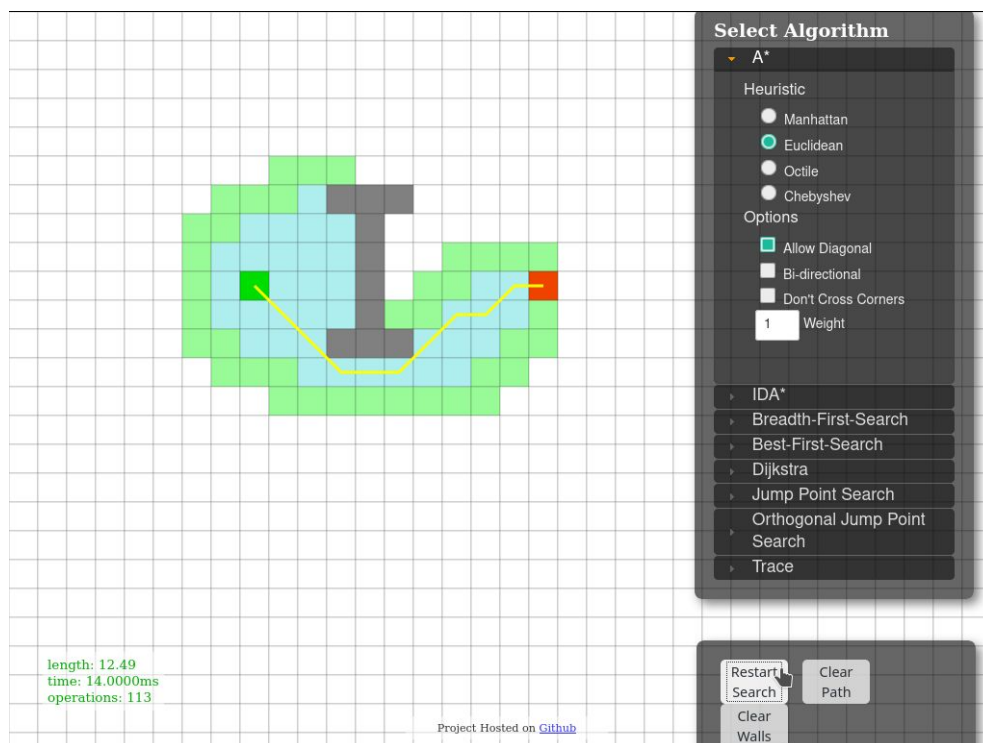


Figura 6 - Visualização do algoritmo A\*

O **Algoritmo Dijkstra bidirecional** aplica o Dijkstra duas vezes, partindo da origem e partindo do destino, terminando quando os caminhos se “encontram” no mesmo vértice.

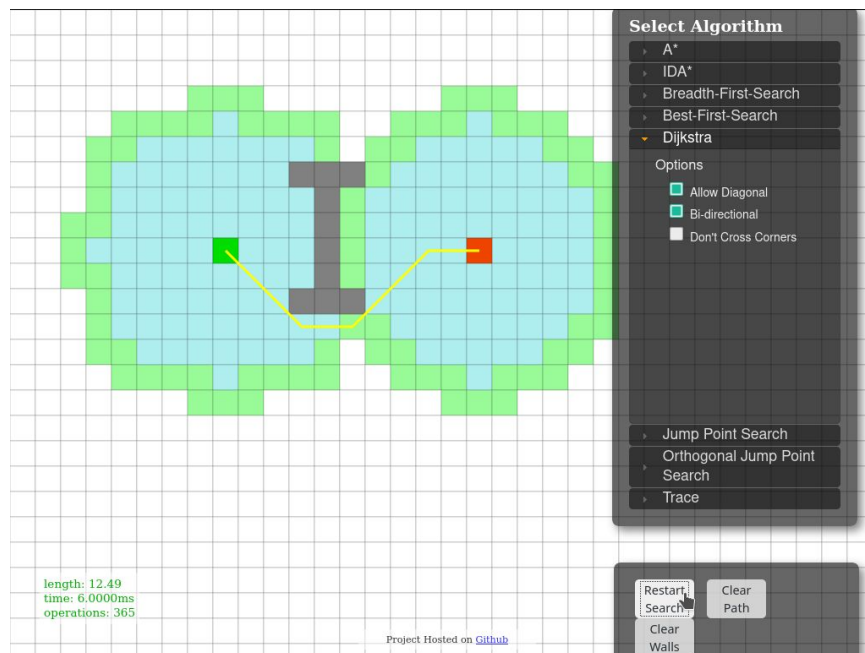


Figura 7 - Visualização do algoritmo Dijkstra bidirecional

O **algoritmo A\* bidirecional** parte dos mesmos pressupostos do algoritmo A\*, sendo o seu funcionamento semelhante mas partindo do ponto inicial e do ponto final simultâneamente até encontrar um ponto intermédio comum.

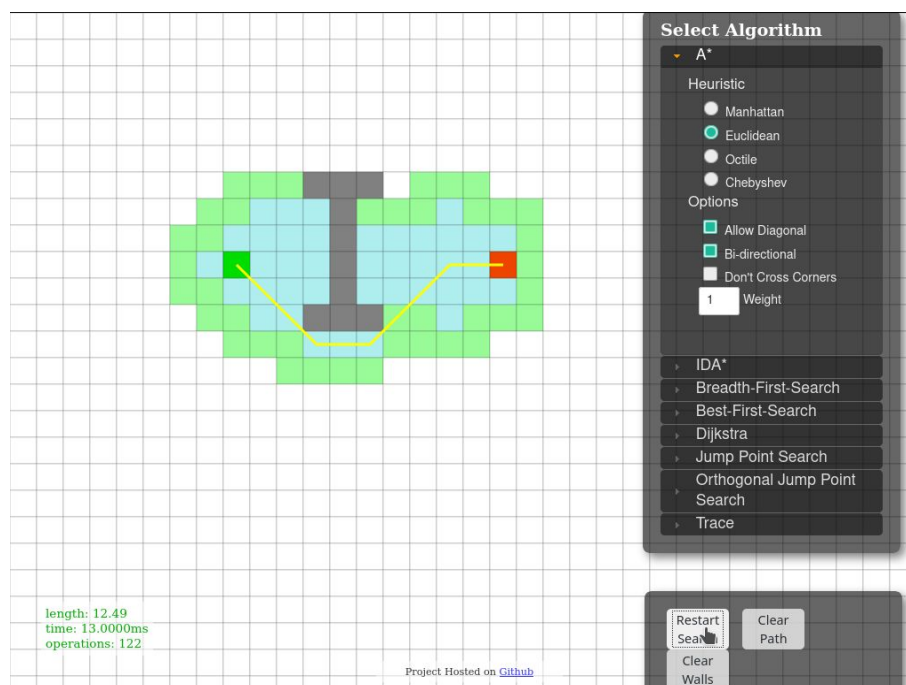


Figura 8 - Visualização do algoritmo A\* bidirecional

Na fase de implementação do projeto, iremos avaliar as vantagens e desvantagens de cada opção e a partir desses dados iremos escolher a opção e algoritmo mais favorável.

A **segunda fase** deste trabalho, é uma variação dos populares problemas “Travelling salesman” e “Vehicle Routing”. A principal diferença do problema proposto e do problema “Travelling Salesman” é a não rotatividade do percurso, ou seja, o ponto final do percurso é diferente do ponto inicial, o que não será um impedimento à aplicação de algoritmos semelhantes com pequenas modificações.

A maneira mais óbvia de resolver este problema seria recorrer a **Brute-force search combinado com recursividade**, contudo este tipo de implementação apresenta uma complexidade temporal e espacial  $O(|V|!)$ , o que não seria viável visto que a dimensão de um mapa poderá ser enorme.

Uma alternativa seria o **algoritmo Nearest Neighbour**, que é um algoritmo ganancioso que escolhe a próxima paragem usando o critério de qual é que está mais perto do ponto atual, normalmente o algoritmo retorna um caminho curto mas, nem sempre é o caminho ótimo, razão pela qual se terá de avaliar o seu desempenho comparativamente com o **algoritmo 2-opt**.

**2-opt heuristic** é um algoritmo que compara todas as combinações de troca válidas possíveis. Embora este algoritmo seja por vezes aplicado em problemas do estilo “travelling salesman” em que se pressupõe um regresso à origem, neste caso em que o ponto final é fixo poderá também ser aplicável, e é igualmente adequado ao problema.

A **fase 3** do problema é a gestão dos vários passageiros através de vários veículos, que é um problema bastante complexo que não pode ser resolvido em tempo polinomial (NP-difícil). Assim, optamos por uma abordagem de atribuição de lugares num veículo consoante a compatibilidade do horário dos condutores e dos passageiros, estando os passageiros dentro da área abrangida pelo maxDetourDistance do condutor.

# Casos de utilização

De forma a implementar todas as funcionalidades descritas abaixo e a tornar a nossa aplicação útil e intuitiva, estruturamos a mesma da seguinte forma:

Um menu inicial no qual o utilizador seleciona se está à procura de boleia ou se está disponível para dar boleia. Dependendo desta escolha, o utilizador será classificado como:

- condutor
  - será levado para um novo menu no qual irá registar o veículo, definir a sua morada de origem e de destino, escolher o intervalo de tempo para a partida e por fim decidir o valor máximo para a distância que o condutor está disposto a percorrer a mais para recolher passageiros.
- passageiro
  - será levado também para um novo menu no qual terá de definir a sua morada de origem e destino e também o seu intervalo de partida.

Após cada utilizador disponibilizar as informações necessárias, poderão selecionar a opção de encontrar uma viagem que corresponda às suas especificações. Será também implementado um sistema de visualização da rota obtida utilizando a ferramenta GraphViewer.

Naturalmente a interface poderá vir a ter mais menus e opções conforme o projeto for elaborado.

Na nossa abordagem à resolução do problema, estamos a ter em conta vários casos e funcionalidades correspondentes, de realçar as seguintes, listadas em nenhuma ordem em particular:

1. **caso:** o condutor quer ir para o seu destino sem de percorrer mais do que  $x$  quilómetros em relação ao percurso mais curto que liga a sua origem com o seu destino  
**funcionalidade:** possibilidade para o condutor definir o valor de  $x$  no início de cada viagem ( $x$  corresponde a `maxDetourDistance`)
2. **caso:** o condutor pode querer limitar o máximo de passageiros que transporta  
**funcionalidade:** para este efeito, o condutor pode definir uma capacidade diferente para cada viagem (`vehicleCapacity`), transportando assim apenas o número de pessoas que quer transportar
3. **caso:** o condutor deixa os passageiros nos seus destinos antes de chegar ao seu e está disponível para ir recolhendo novos passageiros conforme os anteriores forem saindo  
**funcionalidade:** para isto vamos implementar rotatividade de



passageiros, ou seja, desde que a capacidade máxima do veículo não tenha sido atingida é possível recolher mais passageiros

4. **caso:** sendo a aplicação de Ridesharing uma medida utilizada também para proteger o ambiente, reduzir o número de viagens totais é ideal (menos emissões de gases poluentes)

**funcionalidade:** para este efeito vamos tentar otimizar o matching de viagens entre passageiros de forma a ser preciso um menor número de veículos para transportar o mesmo número de passageiros, o que é também tido em conta na criação do ponto anterior da rotatividade de passageiros

5. **caso:** é possível que certas estradas estejam cortadas ou impedidas de circulação por algum motivo, logo não as queremos ter em conta quando calculamos o nosso percurso ótimo

**funcionalidade:** estas estradas bloqueadas serão eliminadas durante o pré-processamento do grafo

## Conclusão

O problema de RideSharing apresentado foi compreendido e analisado com sucesso. Para a solução foram propostas três etapas cujo incremento de dificuldade foi semelhante e cuja complexidade foi crescente, apresentando-se ainda, na última fase, funcionalidades extra à resolução direta do problema, nomeadamente a rotatividade de passageiros ao longo da viagem e a tentativa de reduzir o número de veículos utilizados como medida ecológica.

Para a resolução das diferentes fases, foi analisada a utilização de vários algoritmos abordados na unidade curricular de Concepção e Análise de Algoritmos, tal como descrito na Perspetiva de Solução.

Planeamos utilizar como recurso grafos representativos de situações reais recorrendo a ferramentas como o Open Street Maps, de maneira a que a proposta de solução esteja mais ajustada à realidade.

Relativamente à estrutura de dados utilizada e aos grafos utilizados planeamos soluções para alguns problemas que possam surgir como a necessidade de pré processar os grafos devido à presença de elementos redundantes e situações que não podem ser utilizadas (por exemplo estradas bloqueadas) de forma a aumentar a eficiência temporal.

As principais problemáticas abordadas em cada fase foram, por ordem, cálculo da distância entre a origem e o destino do condutor, cálculo do percurso mais curto para um veículo que recolhe vários passageiros, cálculo do percurso mais curto para vários veículos que recolhem vários passageiros

## Esforço dedicado e divisão de tarefas:

A divisão do trabalho foi igual entre os três membros do grupo, e não houve nenhuma clara divisão de tarefas visto que trabalhamos sempre os três ao mesmo tempo em chamada.

# Bibliografia

[https://moodle.up.pt/pluginfile.php/115848/mod\\_label/intro/07.grafos2.pdf?time=1584068435647](https://moodle.up.pt/pluginfile.php/115848/mod_label/intro/07.grafos2.pdf?time=1584068435647)

[https://moodle.up.pt/pluginfile.php/115850/mod\\_label/intro/09.grafos4.pdf?time=1585235738967](https://moodle.up.pt/pluginfile.php/115850/mod_label/intro/09.grafos4.pdf?time=1585235738967)

<https://www.geeksforgeeks.org/difference-between-bfs-and-dfs/>

<https://www.khanacademy.org/computing/computer-science/algorithms/breadth-first-search/a/analyhttps://www.geeksforgeeks.org/bidirectional-search/sis-of-br eadth-first-search>

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Busca\\_em\\_largura](https://pt.wikipedia.org/wiki/Busca_em_largura)

<https://www.hackerearth.com/practice/algorithms/graphs/breadth-first-search/tutorial/>

<https://towardsdatascience.com/a-data-scientists-guide-to-data-structures-algorithms-part-2-6bc27066f3fe>

<https://iq.opengenus.org/dijkstras-algorithm-finding-shortest-path-between-all-nodes/>

[https://en.wikipedia.org/wiki/Dijkstra%27s\\_algorithm](https://en.wikipedia.org/wiki/Dijkstra%27s_algorithm)

<https://ijcsmc.com/docs/papers/July2015/V4I7201599a23.pdf>

<https://www.geeksforgeeks.org/a-search-algorithm/>

[https://en.wikipedia.org/wiki/A\\*\\_search\\_algorithm](https://en.wikipedia.org/wiki/A*_search_algorithm)

<https://en.wikipedia.org/wiki/2-opt>

<https://www.geeksforgeeks.org/floyd-warshall-algorithm-dp-16/>

[https://en.wikipedia.org/wiki/Nearest\\_neighbor\\_search](https://en.wikipedia.org/wiki/Nearest_neighbor_search)

<https://clementmihailescu.github.io/Pathfinding-Visualizer/#>

<https://qiao.github.io/PathFinding.js/visual/>