Métodos Numéricos

[redacted]

Início	Segunda, 3 Fevereiro 2020, 13:31
Estado	Prova submetida
Data de submissão:	Segunda, 3 Fevereiro 2020, 15:31
Tempo gasto	2 horas
Nota	2,8/6,0
Nota	**9,2** de um máximo de 20,0 (**46**%)

Pergunta 1

Respondida Pontuou 0,20 de 1,00 Destacar pergunta

Considere a seguinte função monovariável, cujos zeros pretendemos determinar:

$f(x) = 12 + x^3 + 12.005\cos(2x)$

1. Descreva, passo por passo, a metodologia a usar para isolar os zeros da função. Indique, à luz da metodologia que preconiza, quantos zeros tem a função no intervalo [-5, 5].
2. Qual o método numérico que utilizaria na determinação da menor raiz real, contida no intervalo dado. Justifique as razões que presidiram à eleição desse método em detrimento dos restantes que estudou.
3. Resolva o problema pelo método que indicou na alínea anterior, com um erro inferior a 10^{-4}.
   Justifique todos os seus cálculos, bem como os valores que arbitrar.
   Apresente código e resultados na linguagem de programação da sua escolha.

Responda na caixa de texto, e submeta os cálculos que realizou em ficheiro anexo. Trabalhe com pelo menos 5 casas decimais.

- Responda escrevendo ou copiando a sua resposta na zona de texto, e faça aí os comentários que entender necessários;
- Também pode submeter (*drag and drop*) na zona de entrega de ficheiros, um ficheiro com a resposta, indicando na zona de texto "a resposta está no ficheiro xxxxx.xxx".
  o nome do ficheiro deve ser <NomeDoAluno>P<NumeroDaPergunta>.***
  (não inclua os < e >)
  Exemplo: AntonioSilvaP6.m

Escreva sempre algo na zona de texto!

a) Para isolar os zeros poder-se-á aplicar uma abordagem analítica de igualar f(x)=0 ou então calcular a primeira derivada da função e nos pontos de inversão de sinal (zeros) da função derivada, verificar se há uma inversão também no sinal da função original, ficando assim isolados intervalos com a raiz. Além disso, poderemos utilizar o desenho de um gráfico para auxiliar nesta tarefa. A função apresentada tem como derivada 3*x^2-24.01*sin(2*x), que tem como zeros -2.623787245910942, -1.77250108608115, 0.0, 1.439793733806673. Como f(-2.623787245910942)*f(-1.77250108608115)>0, f(-1.77250108608115)*f(0.0)<0, f(0.0)*f(1.439793733806673)>0, podemos concluir que só existe uma raiz no intervalo [-5,5] e que esta se encontra no intervalo [-1.77250108608115, 0.0].

2) para encontrar a raiz utilizaria o método da corda, já que no intervalo apresentado e na vizinhança da raiz a função apresenta baixo declive. Desta forma, o método encontra-se em condições ótimas de aplicação sendo geralmente mais rápido que o método da corda. A não utilização de picard-peano prende-se com o facto de o declive ser superior ou próximo a 1 na derivada, não se enquadrando portanto nas regras de convergência do método e a não utilização de newton deve-se ao facto de ser um método computacionalmente mais dispendioso.

New Compressed (zipped) Folder.zip

Comentário:
1 - incorrecto. A função tem 3 zeros.

2 - escolha menos correcta. Não responde ao pedido: "Justifique as razões que presidiram à eleição desse método em detrimento dos restantes que estudou."

3 - o output do seu código não indica a menor rais real (consequência do isolamento incorrectos das raízes). não responde ao pedido: "Justifique todos os seus cálculos, bem como os valores que arbitrar."

Pergunta 2

Parcialmente correta Pontuou 0,83 de 1,00 Destacar pergunta

Pretende-se resolver a equação

$$4x^2 = e^x$$

usando o método de Picard-Peano.

Esta equação tem soluções nos seguintes intervalos:

X_1	X_2	X_3
[-1, 0]	[0, 1]	[4, 5]

1. Verificando as condições de convergência do método, faça a correspondência correcta entre as fórmulas de recorrência e os intervalos em que convergem:

	A fórmula de recorrência	Converge para as raízes nos intervalos
a)	$x_{n+1} = \frac{e^{x_n}}{4x_n}$	Nenhuma ✔
b)	$x_{n+1} = -\frac{1}{2}\sqrt{e^{x_n}}$	X1, X2 e X3 ✖
c)	$x_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{e^{x_n}}$	X1 e X2 ✔

Nas alíneas seguintes as respostas são numéricas, com 4 casas decimais e usando o . (ponto) como separador decimal.

2. Usando a fórmula de recorrência

$$x_{n+1} = 2\,\ln(2\,x_n)$$

calcule uma iteração do método de Picard-Peano, usando como guess o valor

x = 3.5

Iteração	x
0	3,5 ✔
1	3,8918 ✔

3. Qual o resíduo da equação que está a resolver, ao fim da primeira iteração 0,3918 ✔

Pergunta 3

Parcialmente correta Pontuou 0,53 de 1,00 Destacar pergunta

Seja o sistema de equações lineares **A.x = b** que se apresenta abaixo.

Resolva-o aplicando o método de Khaletsky (Choslesky).

Preencha os quadros com os valores correctos.

A =	2.00000	1.00000	1.00000	b =	1.50000		
	-2.50000	3.00000	2.00000		-3.00000		
	2.00000	1.50000	3.00000		3.00000		

	2,00000 ✓	0.00000	0.00000		1.00000	0,50000 ✓	0,500000 ✓
L =	-2,50000 ✓	4,25000 ✓	0.00000	U =	0.00000	1.00000	2,29412 ✗
	2,00000 ✓	0,5000 ✓	0,85294 ✗		0.00000	0.00000	1.00000

Ly=b		Ux=y	Solução
y1 =	0,75 ✓	x1 =	1,85599 ✗
y2 =	0,2647 ✗	x2 =	-4,12577 ✗
y3 =	1,9137957 ✗	x3 =	1,91379 ✗

As respostas numéricas são números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Comentário:
Resultados longe do correcto.

Pergunta 4

Parcialmente correta Pontuou 0,70 de 1,00 Destacar pergunta

Para integrar numericamente a equação diferencial de 2ª ordem

$\frac{d^2y}{dx^2} - A\frac{dy}{dx} + By = 0$

temos que a transformar num sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem, em que a primeira equação é:

$\frac{dy}{dx} =$ z ✓

e a segunda equação é:

$\frac{dz}{dx} =$ Az ✓ + -By ✓

Preencha as células em branco das tabelas seguintes, em que é feita a integração numérica do sistema de equações diferenciais, usando o **método de Runge-Kutta de 4ª ordem**:

Parâmetros da equação diferencial

A	B
-7	-2

Integração numérica

Passo de integração:

h =	0,25 ✓

x	y	y'
1,00000 ✓	1.00000	0.00000
1.25000	1.04264	0.20736
1.50000	1.10860	0.28191
1,75000 ✓	1,1877 ✗	0,37 ✗

Comentário:
O algoritmo está bem montado, no entanto, não utiliza variaveis temporárias no y e z, o que faz com que no cálculo do z já utilize o y da iteração atual...

Pergunta 5

Não respondida Pontuação 1,00 Destacar pergunta

Pretende utilizar um método numérico original para calcular o valor de um integral definido.

A qualidade desse método está associada ao conceito de ordem, a maneira como o erro cometido pelo método varia com o parâmetro de controle. Por exemplo, o método dos trapézios é de primeira ordem quando o parâmetro considerado é o passo.

Proponha uma estratégia que lhe permita avaliar a ordem do seu novo e original método.

Seja curto e conciso na resposta.

Poderá anexar um ficheiro demonstrativo.

Pergunta 6

Respondida Pontuou 0,50 de 1,00 Destacar pergunta

Pretendemos minimizar uma função

`y = f(x, a) = (x-a)^2+x^4`

em que `x` é uma variável independente e `a` um parâmetro experimental.

Discuta quais as técnicas que pode usar para resolver o problema.
Resolva-o com a sua melhor técnica, usando o último dígito do seu número de estudante como valor de `a`.
Apresente justificações, cálculos e resultados.

- Responda escrevendo ou copiando a sua resposta na zona de texto, e faça aí os comentários que entender necessários;
- Também pode submeter (*drag and drop*) na zona de entrega de ficheiros, um ficheiro com a resposta, indicando na zona de texto "a resposta está no ficheiro xxxxx.xxx".
  o nome do ficheiro deve ser <NomeDoAluno>P<NumeroDaPergunta>.***
  (não inclua os < e >)
  Exemplo: AntonioSilvaP6.m

Escreva sempre algo na zona de texto!

Para resolver este problema poderá ser utilizada a regra da secção áurea, a regra do gradiente, regra de levenberg e outras derivações desta. Contudo devido à função ser monótona, o método do gradiente será o que permitirá obter resultados bons o suficiente (melhores que o método da secção áurea com menor esforço computacional do que o método de levenberg e devenberg marquardt.

O método está aplicado no ficheiro luismiguelmaiamarquestorresesilvap6.py

Comentário:
grande confusão!
bónus 5%

Terminar revisão

◄ Exame Recurso - 03/02/2020 (Português)

Ir para...