

Tarea 6 Actividades de Distribución Weibull

Alumno

- Luis Ángel Mendoza López

Índice

1 Verificación Inversa de Weibull	2
2 Aplicaciones de la Distribución Weibull	3

1. Verificación Inversa de Weibull

Verificar que si $U \sim \text{Unif}(0, 1)$ entonces

$$F_x^{-1}(u) = \frac{1}{\lambda} (-\ln(1 - u))^{\frac{1}{\alpha}} \sim \text{Weibull}(\alpha, \lambda)$$

Demostración. Tenemos inicialmente que

$$U \sim \text{Unif}(0, 1) \text{ y } X = \frac{1}{\lambda} (-\ln(1 - u))^{\frac{1}{\alpha}}$$

De este modo, tenemos que

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X \leq x) &= \mathbb{P}\left(\frac{1}{\lambda} (-\ln(1 - u))^{\frac{1}{\alpha}} \leq x\right) \\ &= \mathbb{P}\left(\frac{1}{\lambda} (-\ln(1 - u))^{\frac{1}{\alpha}} \leq x\right) \\ &= \mathbb{P}\left((-\ln(1 - u))^{\frac{1}{\alpha}} \leq x \cdot \lambda\right) \\ &= \mathbb{P}\left(\left((-\ln(1 - u))^{\frac{1}{\alpha}}\right)^{\alpha} \leq (x \cdot \lambda)^{\alpha}\right) \\ &= \mathbb{P}(-\ln(1 - u) \leq (\lambda \cdot x)^{\alpha}) \\ &= \mathbb{P}(\ln(1 - u) \geq -(\lambda x)^{\alpha}) \\ &= \mathbb{P}\left(e^{\ln(1 - u)} \geq e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\ &= \mathbb{P}\left(1 - u \geq e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\ &= \mathbb{P}\left(u - 1 \leq -e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\ &= \mathbb{P}\left(u \leq 1 - e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\ &= 1 - e^{-(\lambda x)^{\alpha}} \\ &= F_X(x) \text{ con } X \sim \text{Weibull}(\alpha, \lambda) \end{aligned}$$

□

2. Aplicaciones de la Distribución Weibull

La distribución Weibull nos ayuda a describir cómo varía la probabilidad de que ocurran eventos (tanto positivos como negativos) en función de alguna variable, siempre y cuando ésta sea continua.

- **Aplicación en las Industrias**

- Modelar el tiempo de vida - calidad de aparatos, componentes o sistemas industriales.

- **Aplicación en las Finanzas**

- Modelar el tamaño de pérdidas en carteras de inversión dentro de un lapso de tiempo.

- **Aplicación en los Seguros**

- Modelar el tamaño de pérdidas debido a siniestros dentro de una aseguradora en un lapso de tiempo.

- **Aplicación en la Medicina**

- Modelar la duración de enfermedades y supervivencia de pacientes.

- **Aplicación en el Clima**

- Modelar la intensidad de tormentas, ráfagas de viento o lluvias.