Tarea 6 Actividades de Distribución Weibull

Alumno

- Luis Ángel Mendoza López

Índice

1. Verificación Inversa de Weibull

Verificar que si $\mathbf{U} \sim \mathrm{Unif}(\mathbf{0}, \mathbf{1})$ entonces

$$F_x^{-1}(u) = \frac{1}{\lambda}\left(-ln(1-u)\right)^{\frac{1}{\alpha}} \sim \textbf{Weibull}(\alpha, \lambda)$$

Demostración. Tenemos inicialmente que

$$U \sim \mathrm{Unif}(0,1) \text{ y } X = \frac{1}{\lambda}\left(-\ln(1-u)\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

De este modo, tenemos que

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}\left(X \leq x\right) &= \mathbb{P}\left(\frac{1}{\lambda}\left(-\ln(1-u)\right)^{\frac{1}{\alpha}} \leq x\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\frac{1}{\lambda}\left(-\ln(1-u)\right)^{\frac{1}{\alpha}} \leq x\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\left(-\ln(1-u)\right)^{\frac{1}{\alpha}} \leq x \cdot \lambda\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\left(\left(-\ln(1-u)\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right)^{\alpha} \leq (x \cdot \lambda)^{\alpha}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(-\ln(1-u) \leq (\lambda \cdot x)^{\alpha}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\ln(1-u) \geq -(\lambda x)^{\alpha}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(e^{\ln(1-u)} \geq e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(1-u \geq e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(u-1 \leq -e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(u \leq 1-e^{-(\lambda x)^{\alpha}}\right) \\
&= 1-e^{-(\lambda x)^{\alpha}} \\
&= F_X(x) \text{ con } X \sim \mathrm{Weibull}(\alpha, \lambda)
\end{aligned}$$

$\square$

2. Aplicaciones de la Distribución Weibull

La distribución Weibull nos ayuda a describir cómo varía la probabilidad de que ocurran eventos (tanto positivos como negativos) en función de alguna variable, siempre y cuando ésta sea continua.

- **Aplicación en las Industrias**
  - Modelar el tiempo de vida - calidad de aparatos, componentes o sistemas industriales.
- **Aplicación en las Finanzas**
  - Modelar el tamaño de pérdidas en carteras de inversión dentro de un lapso de tiempo.
- **Aplicación en los Seguros**
  - Modelar el tamaño de pérdidas debido a siniestros dentro de una aseguradora en un lapso de tiempo.
- **Aplicación en la Medicina**
  - Modelar la duración enfermedades y supervivencia de pacientes.
- **Aplicación en el Clima**
  - Modelar la intensidad de tornetas, ráfagas de viento o lluvias.