Ecuaciones Diferenciales I (2020/2)

Profesor: Dr. Josué Manik Nava Sedeño

Tarea I
Fecha de entrega: 7 de Febrero de 2020 a las 10:10 hrs.

1. En cada inciso, dibuja el campo de pendientes. Basado en el campo de pendientes, determina el comportamiento de y cuando $t \to \infty$. Si el comportamiento depende del valor inicial de y en $t = 0$, describe esta dependencia.

   a $\dot{y} = 3 - 2y$

   b $\dot{y} = -y(5 - y)$

   c $\dot{y} = 3\sin t + 1 + y$

2. Encuentra la ecuación diferencial de la forma $\dot{y} = f(y)$ satisfecha por la función $y(t) = 8e^{5t} - \frac{2}{5}$.

3. Encuentra las constantes a y b tales que $y(t) = (t+3)e^{2t}$ es la solución al problema de valor inicial

$$\dot{y} = ay + e^{2t}, \tag{1}$$
$$y(0) = b. \tag{2}$$

4. Una gota esférica se evapora a una tasa proporcional al área de su superficie. Escribe una ecuación diferencial para el volumen de la gota como función del tiempo.

5. Resuelve el problema de valor inicial

$$\dot{y} = -y + 5 \tag{3}$$
$$y(0) = y_0 \tag{4}$$

   y grafica las soluciones para varios valores de y_0.

6. La población de ratones de campo satisface la ecuación diferencial

$$\dot{p} = \frac{p}{2} - 450.$$

   a Calcula el tiempo al cual la población se extiguirá si $p(0) = 850$.

   b Encuentra el tiempo de extinción si $p(0) = p_0$, donde $0 < p_0 < 900$.

   c Encuentra la población inicial p_0 si la población se extingue en un año.

7. De acuerdo a la ley de enfriamiento de Newton, la temperatura $u(t)$ de un objeto satisface la ecuación diferencial

$$\dot{u} = -k\left(u - T\right),$$

   donde T es la temperatura ambiente constante y k es una constante positiva. Supoń que la temperatura inicial del objeto es $u(0) = u_0$.

   a Encuentra la temperatura del objeto a cualquier tiempo.

   b Sea τ el tiempo al cual la diferencia de temperaturas $u_0 - T$ se ha reducido a la mitad. Enuentra la relación entre k y τ.