INSTITUTO FEDERAL
Mato Grosso

Campus
Barra do Garças

Curso Técnico em Informática – 2° ano
Disciplina: Matemática
Docente: Prof. Dr. Jairo Gomes da Silva

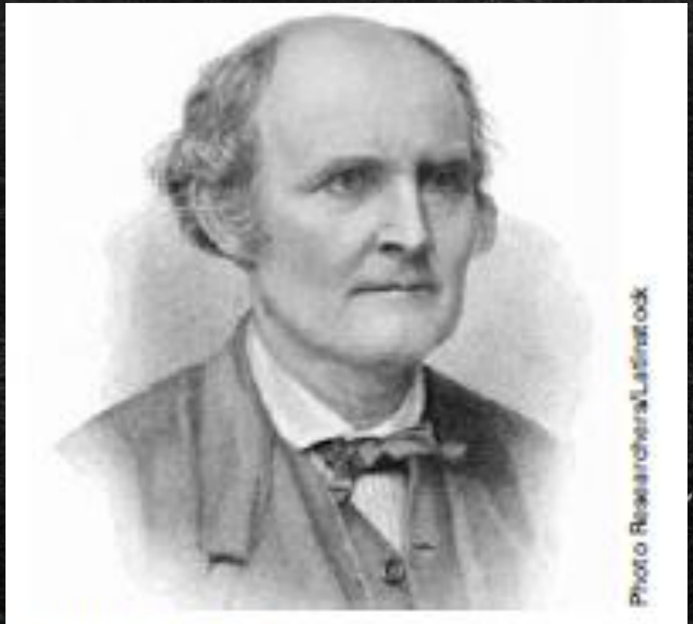
Assunto: - Equação linear
- Sistemas lineares 2 x 2

Período de aulas: 2º Bimestre

-Sistemas lineares (um pouco de história)

- Documentos históricos comprovam que antigas civilizações orientais, como a babilônica e a chinesa, já trabalhavam com equações lineares. Já o interesse dos matemáticos ocidentais pelo tema aprofundou- se apenas no século XVII.

Gottfried W. Leibniz



Arthur Cayley

-Sistemas lineares

- A aplicação de sistemas lineares é fundamental na resolução de problemas que envolvem equações com muitas incógnitas. Problemas desse tipo se apresentam, por exemplo, na distribuição de energia elétrica, no gerenciamento das linhas de telecomunicações e na logística para transporte de mercadorias em uma região.

https://pxhere.com/pt/photo/1602816

https://blog.vmisecurity.com/transporte-de-mercadorias/

Equação Linear

Augusto foi sacar R$ 90,00 em um caixa eletrônico que só dispunha de cédulas de R$ 10,00 e de R$ 20,00. Encontre uma equação linear que represente a distribuição das cédulas a fim de totalizar R$ 90,00. Considere representar por:

- x o número de cédulas de R$ 10,00;
- y o número de cédulas de R$ 20,00.

R: $10x + 20y = 90$

$10 \cdot 1 + 20 \cdot 4 = 90$

$10 \cdot 3 + 20 \cdot 3 = 90$

$10 \cdot 9 + 20 \cdot 0 = 90$

$10 \cdot 8 + 20 \cdot 0{,}5 = 90$ X

http://creditoedebito.com.br/bancos/como-sacar-dinheiro-em-caixa-eletronico/

Equação Linear

Equação linear nas incógnitas $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$, ..., $\mathbf{x}_n$ é toda equação do tipo:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

em que a_1, a_2, ..., a_n e **b** são coeficientes reais.

Chamamos **b** de **coeficiente** (ou **termo**) **independente** da equação.
Acompanhe alguns exemplos de equações lineares:

Exemplos de equações lineares:

1) $3x + 10y = 10$

2) $-2x - y = 0$

3) $0x + 5y = -2$

4) $\sqrt{3}\,x + \frac{1}{2}y = 0{,}8$

$x^2 = x$

$y^2 = y$

5) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5$

6) $\frac{x_1 + x_2}{2} + x_3 = 4$

7) $a + 2b = -3c$

7) $a + 2b + 3c = 0$

Equação Linear

Equação linear nas incógnitas $\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \ldots, \mathbf{x_n}$ é toda equação do tipo:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b$$

em que $a_1, a_2, \ldots, a_n$ e **b** são coeficientes reais.

Chamamos **b** de **coeficiente** (ou **termo**) **independente** da equação.

Acompanhe alguns exemplos de equações lineares:

Exemplos de equações **não-lineares:**

1) $x^2 + y^3 - xy = 0$

2) $\frac{2}{x} - y = 5$

3) $2\sqrt{x} - y = 6$

$\frac{2}{x^1} = 2 \cdot x^{-1}$

Equação Linear

Obtenha três soluções da equação linear $x + 2y = 9$, em que x e y são números reais.

R: Possíveis soluções: $\{(3,3),(1,4),(\frac{1}{2},\frac{17}{4}),(-1,5)\ldots\}$

GEOGEBRA PRA ENTENDER!

Sistemas Lineares 2 x 2

Tina passeava pelo calçadão da praia quando avistou um quiosque que vendia sanduíches e água de coco. Em um cartaz havia as seguintes sugestões de pedidos:

- Representando por x e y os preços unitários da água de coco e do sanduíche, respectivamente, obtemos qual sistema de equações?
- Qual a solução do sistema e o que isso representa?

R: O sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$.

Sistemas Lineares 2 x 2

Solução:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 30 \cdot (2) \\ 2x + y = 17 \cdot (-3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{6x} + 4y = 60 \\ \cancel{-6x} - 3y = -51 \end{cases} +$$

$$y = 9$$

Vamos substituir o valor de $y = 9$ na 2ª equação:

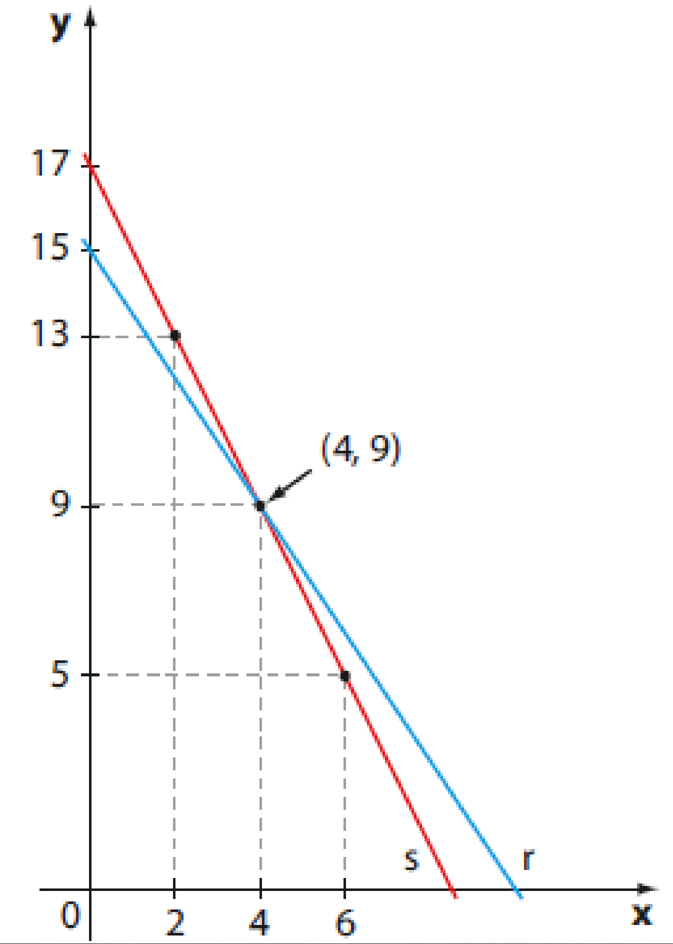
$$2x = 17 - y$$
$$2x = 17 - 9$$
$$2 \cdot x = 8$$
$$x = 4$$

Assim, a água de coco custa 4 reais e o sanduíche.

$$S = \{(4, 9)\}$$

Sistemas Lineares 2 x 2 – Interpretação geométrica e classificação

Seja o sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$



O par ordenado (4, 9) é solução do sistema, sendo a única. Nesse caso, dizemos que o **sistema é possível e determinado (S.P.D.).**

Sistemas Lineares 2 x 2 – Interpretação geométrica e classificação

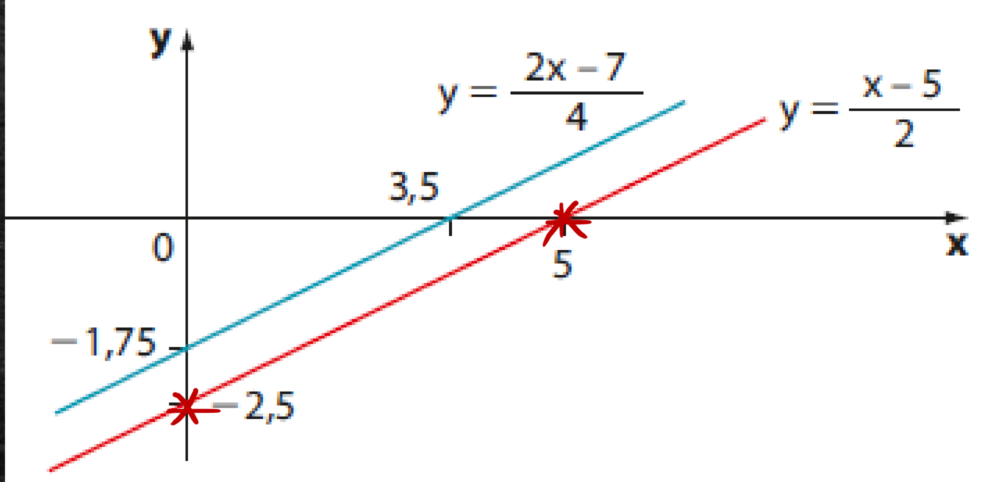
Seja o sistema $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 7 \end{cases}$ $\Rightarrow \left(0, -\frac{5}{2}\right), (5, 0)$

R:

$\begin{cases} x - 2y = 5 \quad (2) \\ 2x - 4y = 7 \quad (-1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{2x} - \cancel{4y} = 10 \\ \cancel{-2x} + \cancel{4y} = -7 \end{cases} +$

$0 = 3$

Absurdo!



Esse sistema não admite solução. Nesse caso, dizemos que o **sistema é impossível** e indicamos por S.I. Seu conjunto solução é $S = \emptyset$.

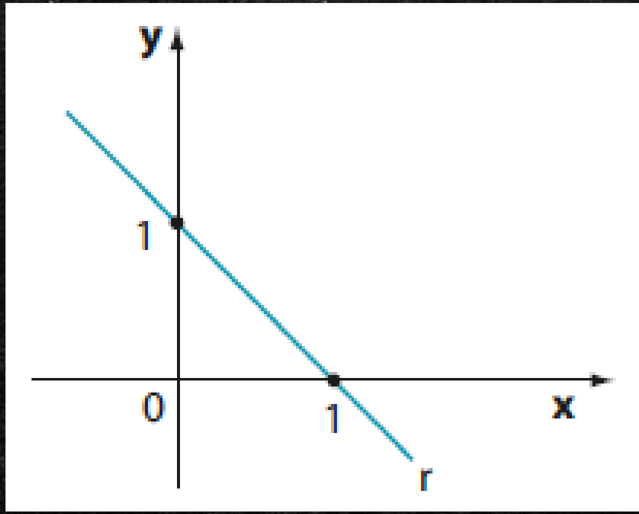
O sistema não tem solução, o sistema é impossível.

Sistemas Lineares 2 x 2 – Interpretação geométrica e classificação

$\begin{cases} 1+0=1 \\ 2.1+2.0=2 \end{cases}$

Seja o sistema $\begin{cases} x+y=1 & \cdot(-2) \\ 2x+2y=2 & (1) \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} \cancel{-2x}-\cancel{2y}=-\cancel{2} \\ \cancel{2x}+\cancel{2y}=\cancel{2} \end{cases} +$

$0=0$



Seja a equação: $x+y=1$,

supondo $x=k,\ k\in\mathbb{R}$, então $y=1-x$

$\rightarrow y=1-k$

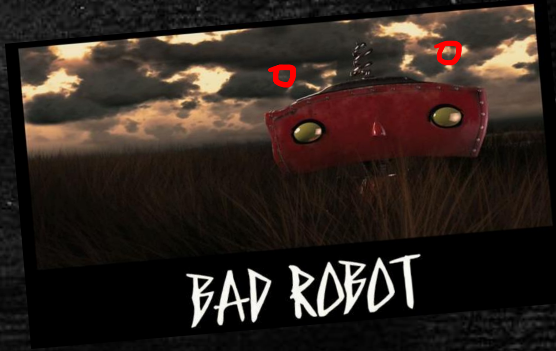
$k=1;\ S=(1,0)$

$k=2;\ S=(2,-1)$

$k=10;\ S=(10,-9)$

A solução do sistema é dada por: $S=\{(k,1-k);\ k\in R\}$.

Nesse caso, dizemos que o **sistema é possível e indeterminado (S.P.I.)**.

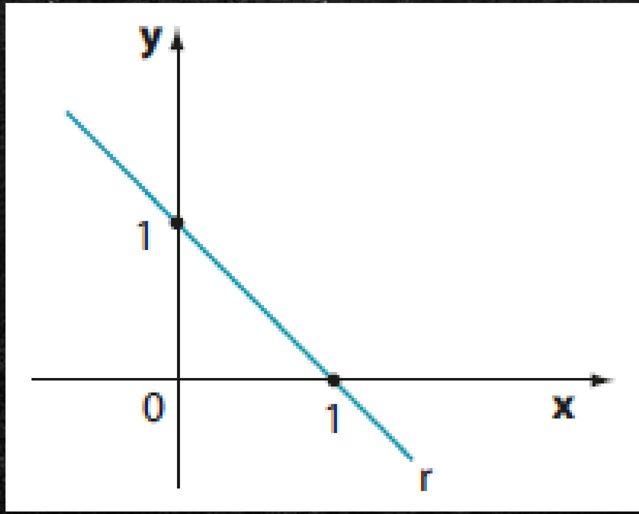


Sistemas Lineares 2 x 2 – Interpretação geométrica e classificação

Seja o sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ $\begin{matrix} \cdot(-2) \\ (1) \end{matrix}$

$\rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -2 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$

$0 = 0 \Rightarrow$ S.P.I.



Solução geral:

$x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$

$S = \{(x, 1-x);\ x \in \mathbb{R}\}$

$x + (1 - x) = 1$

A solução do sistema é dada por: $S = \{(k, 1-k);\ k \in R\}$.

Nesse caso, dizemos que o **sistema é possível e indeterminado (S.P.I.)**.

Sistemas Lineares 2 x 2 – Interpretação geométrica e classificação

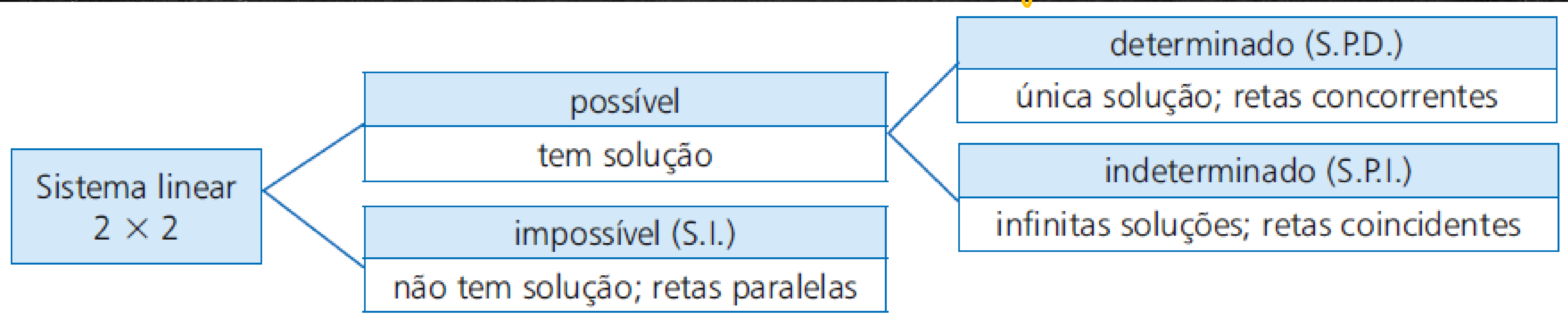
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

Da equação ①: $x = 3 - 2y$, vamos substituir esse valor na equação ②: $3x - y = 2 \Rightarrow 3\cdot(3-2y) - y = 2 \rightarrow -7y = -7$

$9 - 6y - y = 2$

$-7y = 2 - 9$

$\boxed{y = 1}$



Como $x = 3 - 2y$, então

$x = 3 - 2\cdot 1$

$x = 1.$

Sistemas Lineares 2 x 2 – Interpretação geométrica e classificação

Um conjunto de **m** equações lineares e **n** incógnitas $\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \ldots, \mathbf{x_n}$ é chamado **sistema linear m × n**.

- $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = -2 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ é um sistema linear com três equações e três incógnitas.

- $\begin{cases} x + y + z + w = 1 \\ x - y - z + 2w = 7 \end{cases}$ é um sistema linear com duas equações e quatro incógnitas.

- $\begin{cases} a + b = 3 \\ b - c = 0 \\ c + d = 5 \\ a - d = -1 \end{cases}$ é um sistema linear com quatro equações e quatro incógnitas.

As leis da natureza nada mais são que pensamentos matemáticos de Deus. Johannes Kepler

Fonte: https://www.revistabula.com/